

文章编号: 1000-8152(2010)03-0344-06

分数阶Chen混沌系统的径向基函数神经滑模控制

阎晓妹, 刘丁, 郭会军

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 针对带有参数扰动和外部干扰的分数阶Chen混沌系统, 提出一种径向基函数(RBF)神经滑模控制方法。设计滑模切换函数, 将其作为RBF神经网络的唯一输入, 网络的权值可依据滑模趋近条件在线调整。基于Lyapunov稳定性理论, 分析了该方法的稳定性。仿真结果表明该控制方法简化了常规神经网络控制结构的复杂性, 削弱了滑模控制的抖振程度, 对参数扰动和外部干扰具有较好的鲁棒性。

关键词: 分数阶; 径向基函数神经网络; 滑模; 混沌控制

中图分类号: TP183 文献标识码: A

Chaos control of fractional order Chen system via radial basis function neural network

YAN Xiao-mei, LIU Ding, GUO Hui-jun

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an Shaanxi 710048, China)

Abstract: A radial basis function(RBF) neural network sliding mode controller for fractional order Chen system with parametric perturbation and external disturbances is presented. The sliding surface is designed as the only input to the RBF neural network and the weights of the network can be adjusted on-line according to the reaching law. Based on the Lyapunov stability theorem, we performed the stability analysis for the controller. The simulation results show that the proposed method simplifies the complex structure of general neural network, minimizes the chattering problem in sliding mode control, and provides the robustness to parametric perturbation and external disturbances.

Key words: fractional order; RBF neural network; sliding mode; chaos control

1 引言(Introduction)

分数阶微积分理论建立至今已有300年的历史了, 但是直到最近几年, 将其应用到物理学和工程学领域才成为一个热点研究课题。整数阶微积分是分数阶微积分理论的特例, 整数阶混沌系统都是对实际混沌系统的理想化处理^[1]。在Chen混沌系统^[2]、Lorenz混沌系统^[3]、Duffing混沌系统^[4]、Lü混沌系统^[5]和超混沌系统^[6]中, 发现当系统的阶数为分数时仍出现混沌状态, 且更能反映系统呈现的工程物理现象, 从而促进了分数阶混沌的研究以及分数阶微积分理论的发展。近年来, 人们尝试研究分数阶混沌系统的控制问题, Li等人利用简单的线性反馈方法将分数阶Chen混沌系统控制到平衡点^[7]; Gao等人基于自适应Backstepping方法实现了分数阶电子振荡器的控制^[8]; Zhong等人通过脉冲控制来镇定分数阶Chen系统^[9]。但是, 这些方法均是在已知混沌模型参数、不考虑系统的参数扰动和外部干扰的假设下来设计控制器的。然而在实际的物理系统, 混沌系统的参数可能是未知的或时变的, 还可能受到

外部干扰的影响。因此, 这些因素在设计控制器以及实现混沌系统控制时不能不加以考虑。

神经网络控制能对变化的环境(包括外加扰动、测量噪声、被控对象的时变特性)具有自适应性, 是不依赖于模型的一类控制, 其应用具有多样性和灵活性。RBF神经网络是一种性能很好的两层前向网络, 它收敛速度快, 具有惟一最佳逼近的特性, 且无局部最小^[10]。滑模控制不受被控系统参数干扰和外部扰动的影响, 具有很强的鲁棒性^[11]。因此本文整合了神经网络和滑模控制技术, 利用RBF神经滑模控制研究了具有参数扰动和外部干扰的分数阶Chen混沌系统的控制问题。

文中首先对分数阶微分及其近似计算进行了介绍; 然后针对分数阶Chen系统设计了RBF神经滑模控制器^[12,13], 基于被控系统的可控标准形, 将切换函数作为RBF神经网络的输入, 滑模控制器作为RBF神经网络的输出; 并对该方法进行了稳定性分析; 最后通过仿真实验证明了RBF神经滑模控制器的有效性和鲁棒性。

收稿日期: 2009-02-20; 收修改稿日期: 2009-09-14。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60804040)。

2 分数阶微分及其近似计算(Fractional order calculus and its approximate calculation)

在分数阶微积分的研究过程中, 对微分和积分概念提出了许多种定义^[14], 但在应用研究中常用的是Riemann–Liouville(R–L)定义和Caputo定义, 在纯数学领域中多用R–L定义, 而在实际应用中常用Caputo定义。

Riemann–Liouville分数阶微分的定义为

$${}_aD_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \left[\int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \right], \quad (1)$$

式中: n 为大于 α 的最小整数, $n-1 < \alpha < n$, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数。

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt.$$

Caputo分数阶微分的定义为

$${}_0D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau, \quad (2)$$

式中: $m-1 < \alpha < m$, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数。

3 分数阶混沌系统的RBF神经滑模控制(Chaos control of fractional order Chen system via RBF neural network sliding mode controller)

3.1 RBF神经网络(RBF neural network)

RBF神经网络是一种两层局部收敛的网络, 它的收敛速度相当快。第1层为非线性输入层, 其输出为

$$\phi_i(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

第2层为线性输出层, 即

$$y_j = f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^q w_{ji} \phi_i(\mathbf{x}) = W_j^T \phi(\mathbf{x}), \\ j = 1, 2, \dots, m,$$

其中: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 为网络的输入向量, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ 为网络的输出向量, $\phi(\mathbf{x}) = [\phi_1(\mathbf{x}), \dots, \phi_q(\mathbf{x})]^T$ 为隐层的输出向量, q 为隐层单元的个数, $W_j = [w_{j1}, \dots, w_{jq}]^T$ 为网络的权值向量, m 为输出层单元的个数, \mathbf{c}_i 和 σ_i 分别为第*i*个隐元的中心和宽度。

3.2 分数阶Chen系统(Fractional order Chen system)

分数阶Chen系统描述如下:

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} = a(y - x), \\ \frac{d^\alpha y}{dt^\alpha} = (c - a)x - xz + cy, \\ \frac{d^\alpha z}{dt^\alpha} = xy - bz, \end{cases} \quad (3)$$

其中: a, b, c 为系统参数, α 是分数阶。当 $\alpha = 1$ 时, 系统就是通常的整数阶Chen系统, 当 $\alpha < 1$ 时, 系统就是分数阶Chen系统。根据分数阶线性系统的稳定性理论^[15,16], 当 $1 > \alpha \geq 0.83$, $a = 35$, $b = 3$, $c = 28$ 时, 系统处于混沌状态, 且具有3个平衡点: $S_0 = (0, 0, 0)$, $S_1 = (7.9373, 7.9373, 21)$, $S_2 = (-7.9373, -7.9373, 21)$ 。其动力学特性如图1所示。

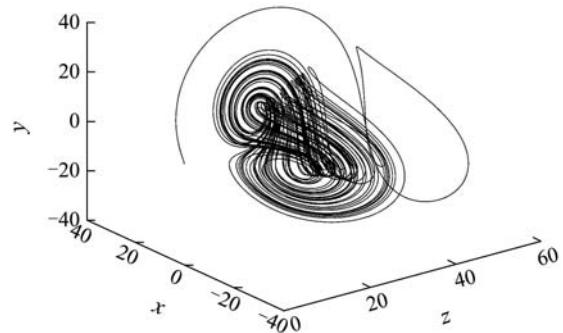


图1 分数阶Chen系统的混沌吸引子

Fig. 1 Chaotic attractor of fractional order Chen system

设其平衡点的坐标为 $(x_{eq}, y_{eq}, z_{eq})^T$, 则有 $y_{eq} = x_{eq}$, $z_{eq} = x_{eq}^2/b$ 。

考虑受到干扰的受控分数阶Chen系统

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} = a(y - x), \\ \frac{d^\alpha y}{dt^\alpha} = (c - a)x - xz + cy + d + u, \\ \frac{d^\alpha z}{dt^\alpha} = xy - bz, \end{cases} \quad (4)$$

其中: d 为外部干扰且有界, 即 $|d| \leq \delta$, δ 是常数; u 为镇定混沌系统所外加控制输入。

令 $u = u_1 + u_2$, $u_1 = xz$, 可得

$$\begin{bmatrix} \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} \\ \frac{d^\alpha y}{dt^\alpha} \\ \frac{d^\alpha z}{dt^\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & a \\ c-a & c \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d \\ 1 \end{bmatrix} u_2, \quad (5)$$

$$\frac{d^\alpha z}{dt^\alpha} = xy - bz. \quad (6)$$

由式(5)可以看出, 状态变量 $[x \ y]^T$ 和状态变量 z 是解耦的。式(5)和式(6)表明 z 代表了被控系统的内部动力学状态, 当 $[x \ y]^T$ 收敛和稳定时, z 也将随之收敛和稳定。

显然式(5)所表示的子系统可控^[17], 引入如下的线性非奇异变换:

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$P = \begin{bmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}.$$

其中: $[\bar{x} \ \bar{y}]^T$ 是新的状态变量, P 为变换矩阵.

式(5)变换为第二可控标准形:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^\alpha \bar{x}}{dt^\alpha} \\ \frac{d^\alpha \bar{y}}{dt^\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a(2c-a) & c-a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2. \quad (8)$$

假定 $(x_{\text{eq}}, y_{\text{eq}}, z_{\text{eq}})$ 表示变换前的不稳定平衡点, $(\bar{x}_{\text{eq}}, \bar{y}_{\text{eq}}, z_{\text{eq}})$ 表示变换后的不稳定平衡点, 由式(7)可得

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\text{eq}} &= x_{\text{eq}}/a, \\ \bar{y}_{\text{eq}} &= -x_{\text{eq}} + y_{\text{eq}} = 0. \end{aligned}$$

选取状态误差

$$\begin{aligned} e_1 &= \bar{x}_{\text{eq}} - \bar{x}, \\ e_2 &= \bar{y}_{\text{eq}} - \bar{y} = -\bar{y}, \\ \bar{e} &= z_{\text{eq}} - z, \end{aligned}$$

则误差的可控状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^\alpha e_1}{dt^\alpha} &= \frac{d^\alpha \bar{x}_{\text{eq}}}{dt^\alpha} - \frac{d^\alpha \bar{x}}{dt^\alpha} = -\bar{y} = e_2, \\ \frac{d^\alpha e_2}{dt^\alpha} &= -\frac{d^\alpha \bar{y}}{dt^\alpha} = \\ a(2c-a)e_1 + (c-a)e_2 - a(2c-a)\bar{x}_{\text{eq}} - d - u_2, \quad (9) \\ \frac{d^\alpha \bar{e}}{dt^\alpha} &= \frac{d^\alpha z_{\text{eq}}}{dt^\alpha} - \frac{d^\alpha z}{dt^\alpha} = \\ -b\bar{e} + bz_{\text{eq}} - ae_1e_2 + ae_2\bar{x}_{\text{eq}} - a^2(\bar{x}_{\text{eq}} - e_1)^2 = \\ -b\bar{e} + f(e_1, e_2), \quad (10) \end{aligned}$$

式中 $f(e_1, e_2) = bz_{\text{eq}} - ae_1e_2 + ae_2\bar{x}_{\text{eq}} - a^2(\bar{x}_{\text{eq}} - e_1)^2$. 式(9)表示关于状态误差的可控标准形, 式(10)表示系统内部动力学特性^[18].

3.3 RBF神经滑模控制器设计(Design of RBF neural network sliding mode controller)

对于式(9)所表示的系统, 根据滑模变结构控制理论, 设计切换函数为

$$s(t) = ke_1(t) + \frac{d^q}{dt^q} e_1(t) = ke_1(t) + e_2(t). \quad (11)$$

将切换函数 s 作为 RBF 神经网络的输入, 滑模控制器作为 RBF 神经网络的输出, 即根据切换函数 s 求取相应的控制输入 u_2 . 这样, RBF 神经滑模控制器的输出为

$$u_2 = \sum_{i=1}^q w_i \exp\left(-\frac{\|s - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) = W^T \phi, \quad (12)$$

其中: q 为隐含层神经元个数, $W = [w_1, \dots, w_q]^T$. 则总的控制量为

$$u = u_1 + u_2 = xz + W^T \phi. \quad (13)$$

控制的目标是使 $s(t)\dot{s}(t) \rightarrow 0$, 则 RBF 网络的权值调整指标为

$$E = s(t)\dot{s}(t),$$

则

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= -\eta \frac{\partial E}{\partial w_i(t)} = -\eta \frac{\partial s(t)\dot{s}(t)}{\partial w_i(t)} = \\ -\eta \frac{\partial s(t)\dot{s}(t)}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial w_i(t)}, \quad (14) \end{aligned}$$

其中 $\eta > 0$ 表示学习速率.

由于

$$\begin{aligned} \frac{\partial s(t)\dot{s}(t)}{\partial u(t)} &= -s(t), \\ \frac{\partial u(t)}{\partial w_i(t)} &= \exp\left(-\frac{\|s - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) = \phi_i(s), \end{aligned}$$

则 RBF 网络权值学习算法为

$$\dot{w}_i = \eta s(t)\phi_i(s). \quad (15)$$

3.4 稳定性分析(Stability analysis)

由滑模控制理论和式(9), 可以定义如下的等效控制:

$$u_{\text{eq}} = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \bar{y} - a(2c-a)\bar{x} - (c-a)\bar{y} - d + \dot{s} + ps. \quad (16)$$

将 u_2 用 u_{eq} 替换代入式(8), 可得 $\dot{s} + ps = 0$. 已知参数 p 为正, 可以知道 s 将逐渐收敛到零, 根据 s 的定义, 系统状态误差 (e_1, e_2) 也将收敛到零, \bar{e} 也随之收敛, 系统最终稳定在所要求的平衡点.

但是 u_2 不可能无误差的逼近, 两者相减, 得到

$$\dot{s} + ps = u_{\text{eq}} - u_2. \quad (17)$$

根据神经网络逼近理论, 任何一个连续的非线性函数都可以通过理想权值和充分多的输入基函数的神经网络来表示. 采用两层径向基函数网络来表示 u_{eq} , 那么 u_{eq} 可以用神经网络表示为

$$\begin{cases} u_2 = W^T \phi(s), \\ u_{\text{eq}} = W^{*\text{T}} \phi(s) + \varepsilon, \end{cases} \quad (18)$$

其中: W^* 为最优权值矩阵, ε 是 RBF 神经网络的逼近误差且有界, 即 $|\varepsilon| \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 > 0$ 是逼近误差的上界.

定义

$$\tilde{W} = W^* - W,$$

则

$$\dot{s} + ps = W^{*\text{T}} \phi(s) + \varepsilon - W^T \phi(s), \quad (19)$$

即

$$\dot{s} + ps = \tilde{W}^T \phi(s) + \varepsilon. \quad (20)$$

定义Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\eta}\tilde{W}^T\tilde{W}. \quad (21)$$

对 V 求导, 得

$$\dot{V} = ss + \frac{1}{\eta}\tilde{W}^T\dot{\tilde{W}}. \quad (22)$$

根据式(15), 有

$$\dot{\tilde{W}} = -\dot{W} = -\eta s\phi(s). \quad (23)$$

式(23)代入式(22), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(-ps + \tilde{W}^T\phi(s) + \varepsilon) - \frac{1}{\eta}\tilde{W}^T\eta s\phi(s) = \\ &= -ps^2 + s\varepsilon. \end{aligned} \quad (24)$$

只要 $|s| \geq \varepsilon/p$, 就有 $\dot{V} \leq 0$. 误差系统将靠近滑模面 s , 收敛到 $s = 0$ 滑模面的 $\pm\varepsilon/p$ 的范围内. 通过提高神经网络的逼近精度, 从而减小 ε , 减小误差. 在 $s = 0$ 的邻域内, $V \geq 0$, $\dot{V} \leq 0$, 根据Lyapunov稳定性定理, 可知误差系统(e_1, e_2)有界收敛, 从而推出 \bar{e} 有界.

4 数值仿真(Numerical simulations)

将设计的RBF神经滑模控制器应用于分数阶Chen混沌系统的控制. 在仿真过程中, 分数阶Chen混沌系统参数取值为 $\alpha = 0.9$, $a = 35$, $b = 3$, $c = 28$, 初始值取为 $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 0)$, 取平衡点 $(7.9373, 7.9373, 21)$ 为控制目标, RBF神经网络的权值学习速率取为 $\eta = 2000$, 隐层神经元个数为9, 中心值分别为 $\{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$, 宽度值取为0.7, 滑模切换函数参数取为 $k = 0.3$.

4.1 无参数扰动、无外部干扰的分数阶Chen系统控制(Fractional order Chen system control without parametric perturbation and external disturbances)

$t = 5$ s时加入控制 u , 将系统状态控制到目标点, 不考虑系统的参数扰动和外部干扰, 仿真结果如图2所示. 从图中可以看出, 系统状态可以较好地被控制到目标状态 $(7.9373, 7.9373, 21)$.

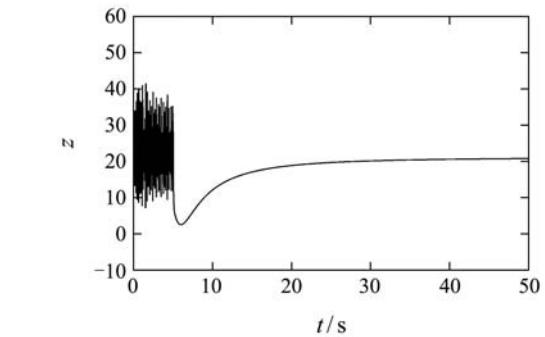
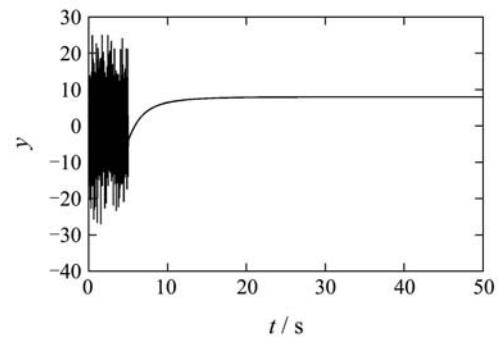
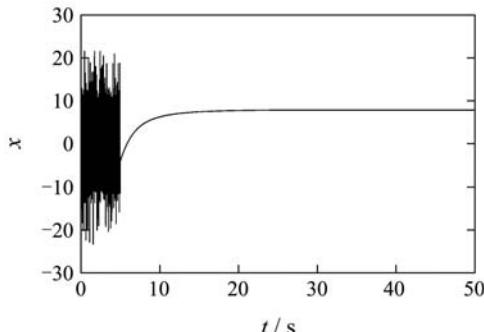
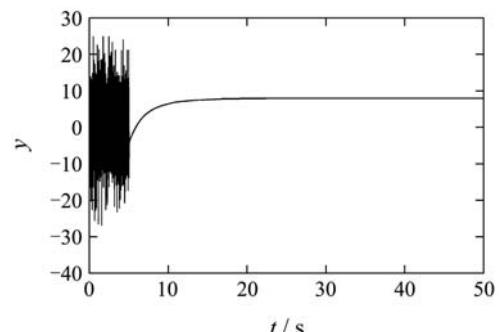
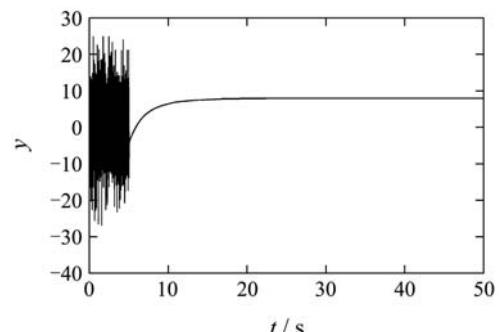
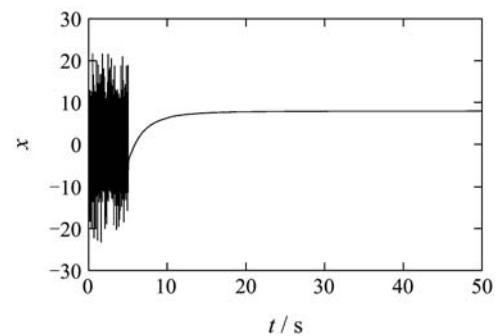


图2 无参数扰动、无外部干扰的分数阶Chen系统控制

Fig. 2 Fractional order Chen system control without parameter perturbation and external disturbances

4.2 考虑参数扰动的分数阶Chen系统控制(Fractional order Chen system control with parametric perturbation)

$t = 5$ s时加入控制 u , $t = 10$ s时系统参数变化为 $a = 36$, $b = 3.2$, $c = 29$, 仿真结果如图3所示.



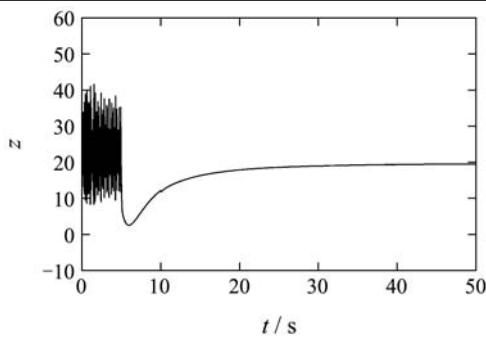


图3 考虑参数扰动的分数阶Chen系统控制
Fig. 3 Fractional order Chen system control with parametric perturbation

由图中可以看出,尽管系统的参数发生了变化,但由于RBF滑模控制器的作用,状态变量 x, y 很快就到达了目标值。由于系统参数 b 发生了变化,状态变量 z 到达了一个新的平衡值 $z'_{\text{eq}} = x_{\text{eq}}^2/b = 19.687$ 。系统参数 b 的变化意味着系统的模型发生了改变,此时,基于系统精确数学模型的常规控制方法此时已不能继续对系统进行有效控制了。

4.3 考虑外部干扰的分数阶Chen系统控制(Fractional order Chen system control with external disturbances)

这里取外部干扰 $d = 0.1 \sin t$, $t = 5$ s时加入控制 u , 仿真结果如图4所示。从图中可以看出,系统状态可以较好地被控制到目标状态(7.9373, 7.9373, 21)。

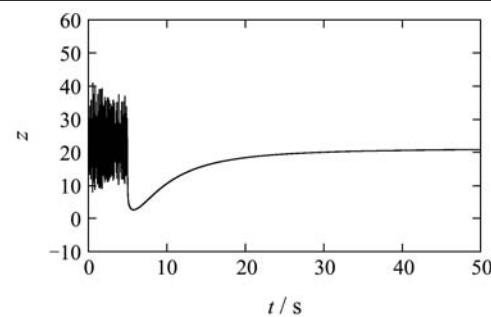
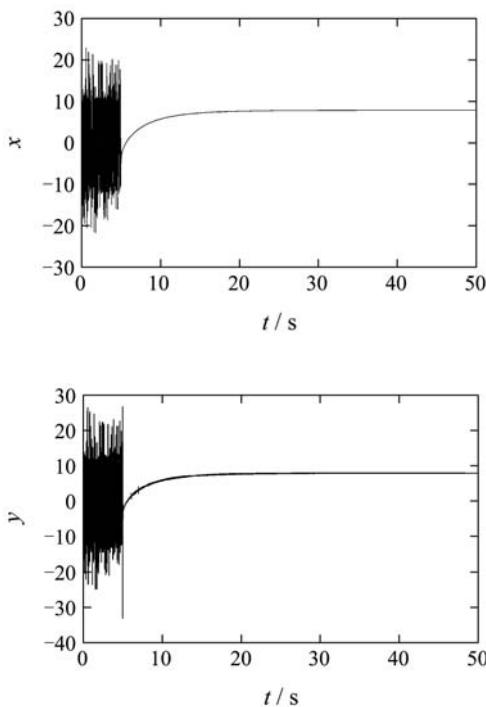


图4 考虑外部干扰的分数阶Chen系统控制
Fig. 4 Fractional order Chen system control with external disturbances

4.4 考虑参数扰动以及外部干扰的分数阶Chen系统控制(Fractional order Chen system control with parametric perturbation and external disturbances)

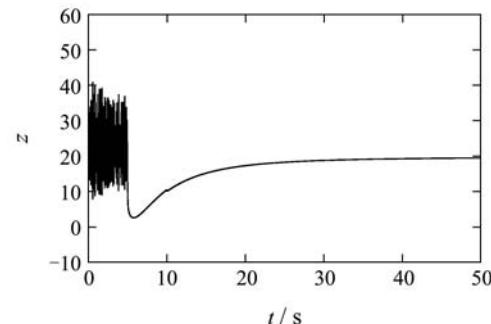
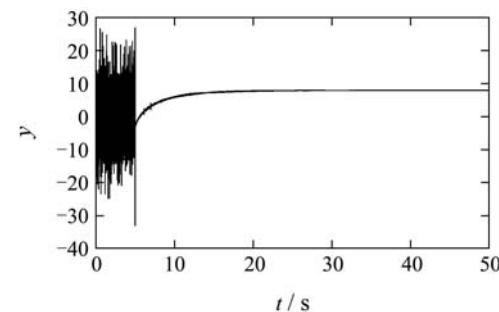
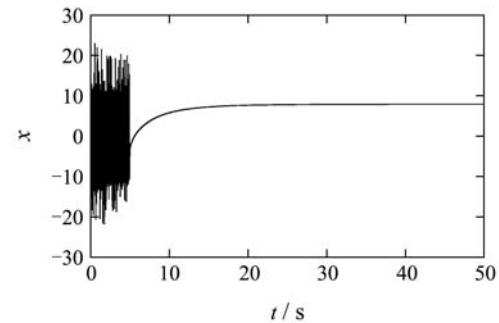


图5 考虑参数扰动以及外部干扰的分数阶Chen系统控制
Fig. 5 Fractional order Chen system control with parametric perturbation and external disturbances

系统外部干扰取 $d = 0.1 \sin t$, $t = 5$ s时加入控制 u , $t = 10$ s时系统参数变化为 $a = 36$, $b = 3.2$, $c = 29$, 仿真结果如图5所示. 从图中可以看出, 当存在参数扰动和外部干扰时, 系统状态同样可以较好地被控制到目标状态(7.9373, 7.9373, 19.687).

5 结论(Conclusions)

本文将RBF神经网络与滑模控制结合起来, 设计了RBF神经滑模控制器, 应用于分数阶Chen混沌系统的控制问题. 该方法对被控对象模型的依赖程度低, 简化了常规神经网络控制的复杂结构, 优化了控制信号, 削弱了滑模控制的抖振程度, 对带有参数扰动及外部干扰的分数阶混沌系统仍然可以进行有效地控制. 仿真结果表明该方法是有效的和可行的.

参考文献(References):

- [1] 刘崇新. 蔡氏对偶混沌电路分析[J]. 物理学报, 2002, 51(6): 1198 – 1202.
(LIU Chongxin. Analysis of Chua's dual chaotic circuit[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(6): 1198 – 1202.)
- [2] LI C P, PENG G J. Chaos in Chen's system with a fractional order[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 22(2): 443 – 450.
- [3] GRIGORENKO I, GRIGORENKO E. Chaotic dynamics of the fractional Lorenz system[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(3): 034101 – 034101.
- [4] GE Z M, OU C Y. Chaos in a fractional order modified Duffing system[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, 34(2): 262 – 291.
- [5] LU J G. Chaotic dynamics of the fractional-order Lü system and its synchronization[J]. *Physics Letters A*, 2006, 354(4): 305 – 311.
- [6] AHMAD W M. Hyperchaos in fractional order nonlinear systems[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 26(5): 1459 – 1465.
- [7] LI C G, CHEN G R. Chaos in the fractional order Chen system and its control[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 22(3): 549 – 554.
- [8] GAO X, YU J B. Chaos and chaotic control in a fractional-order electronic oscillator[J]. *Chinese Physics*, 2005, 14(5): 908 – 913.
- [9] ZHONG Q S, BAO J F, YU Y B, et al. Impulsive control for fractional-order chaotic systems[J]. *Chinese Physics Letters*, 2008, 25(8): 2812 – 2815.
- [10] 李国勇. 智能控制及其MATLAB实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [11] 关新平, 范正平, 陈彩莲, 等. 混沌控制及其在保密通信中的应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [12] 郭会军, 刘君华. 基于径向基函数神经网络的Lorenz混沌系统滑模控制[J]. 物理学报, 2004, 53(12): 4080 – 4086.
(GUO Huijun, LIU Junhua. Chaos control of Lorenz system via RBF neural network sliding mode controller[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, 53(12): 4080 – 4086.)
- [13] CHEN M, JIANG C S, WU Q X, et al. Synchronization scheme for uncertain chaotic system via RBF neural network[J]. *Chinese Physics Letters*, 2007, 24(4): 890 – 893.
- [14] PODLUBNY I. *Fractional Differential Equations*[M]. New York: Academic Press, 1999.
- [15] DOGRUEL M, OZGUNZER U. Stability of hybrid systems[C] // *Proceedings of IEEE Internstional Symposium on Intelligent Control*. New York: IEEE, 1994, 8: 129 – 134.
- [16] AHMED E, EL-SAYED A M A, A. EL-SAKA H A A. Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional-order predator-prey and rabies models[J]. *Mathematical Analysis and Applications*, 2007, 325(1): 542 – 553.
- [17] SHANTANU DAS. *Functional Fractional Calculus for System Identification and Control*[M]. New York: Springer, 2008.
- [18] YANG S K, CHEN C L, YAU H T. Control of chaos in Lorenz system[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2002, 13(4): 767 – 780.

作者简介:

阎晓妹 (1978—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为复杂系统优化、控制与决策, E-mail: yxm1302@126.com;

刘丁 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 现任西安理工大学校长, 主要研究方向为智能控制、复杂系统建模等;

郭会军 (1975—), 男, 工学博士, 讲师, 主要研究方向为非线性系统控制、多传感器数据融合等.