

被动目标定位系统观测平台的最优机动轨迹

许志刚^{1,2}, 盛安冬², 陈 黎², 谭 飞¹

(1. 淮海工学院 理学院, 江苏 连云港 222005; 2. 南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 对仅有方位量测的被动目标定位中观测平台最优机动轨迹问题进行了探讨. 在最大化Fisher信息阵(FIM)行列式指标下给出了当前时刻一种新的机动控制策略, 从理论上证明了最优机动轨线有且仅有2支, 并给出了最优机动策略和最优机动轨线方程; 它的特点是对任意时刻均为最优, 而不仅仅在观测时间的末端, 几何直观描述了机动控制序列的可执行性; 与最大化方位变化率下观测平台最优机动轨线相比较, 本文的机动策略兼顾了距离和方位2个因素的影响, 可看成是对距离信息和方位信息之间的折中. 数字仿真表明, 与传统方法比较, 提出的新机动策略能获得更大的信息.

关键词: 被动定位系统; 最优控制; Fisher信息阵; 观测平台; 最优轨迹

中图分类号: TP120.30 **文献标识码:** A

Optimal maneuver trajectories of the observer platform in passive localization system

XU Zhi-gang^{1,2}, SHENG An-dong², CHEN Li², TAN Fei¹

(1. School of Sciences, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang Jiangsu 222005, China;

2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing jiangsu 210094, China)

Abstract: The optimal trajectory of the observer platform in passive localization system is analyzed. By maximizing the determinant of the Fisher information matrix(FIM), we develop a novel instant maneuver control strategy. We also give the equations for the two optimal trajectories which are theoretically proved to be existing. It is noted that the optimal maneuver thus obtained is optimal at any instant, not only at the end point of the observation. The operation of the maneuver control sequence is depicted visually by geometry. Besides considering the maximum variation rate of the angle, the proposed method takes into account the effects of the range and e bearings, and makes a compromise between them. Numerical simulations show that more information can be observed from the optimal maneuver trajectory than that from other traditional ones.

Key words: passive localization system; optimal control; FIM; observer platform; optimal trajectory

1 引言(Introduction)

被动目标定位与跟踪是利用被动量测的目标方位对固定/运动目标位置、速度、航向的估计^[1]. 在许多实际工程中都能见到它的应用, 如空中侦察/预警^[2]、航海中的目标搜救、红外探测等. 量测方程的非线性给这类本质上非线性问题求解带来很大的困难. 由于仅有角度量测, 系统存在特殊的可观测性问题^[3]. 对于被动跟踪系统, 即使方位量测是精确的, 要想保证系统的可观测性, 观测平台必须机动^[4]. 对定位系统, 只要观测平台不是一直沿着瞄准线运动, 即量测角度不是恒等于常数, 理论上定位系统是可观测的. 由于角度量测总不免受量测噪音的干扰, 观测平台机动方式的选择对于被动定位与跟踪的质量

起着极为重要的作用, 集中地体现在目标运动参数估计的收敛时间的快慢、收敛率的大小以及收敛后的精度、稳定性等性能上. 为了能够快速、准确地求出目标运动要素, 观测平台的机动问题引起了众多学者关注, 并成为棘手的问题.

被动定位与跟踪系统观测平台的最优机动问题在继Looney等人提出最早的观测平台机动的思想以后, 在之后的几十年中得到了很大发展^[5~7]. 人们试图应用多种方法来解决这一问题, 其中主要包括应用最优控制理论、动态规划、数理统计、微分包含等方法来解决观测平台的最优机动问题. Liu^[5]在研究固定目标定位问题时, 以FIM下界为性能指标, 把最优控制理论的Hamilton-Jacobi方程用于寻找观

测平台的轨迹. 或者直接基于最大化FIM的行列式, 用微分包含技术试图寻找目标定位问题的观测平台最优轨迹^[8]; 对机动目标的定位与跟踪, 一些文献也进行了尝试, 如用马尔可夫链描述机动目标航路, 给出动态模型, 然后最优化观测平台机动轨迹^[9]. Passerieux^[10]从FIM导出精度准则最小原则, 用最优化控制理论来确定匀速观测平台的航向, 部分通过解析方法, 部分通过数值迭代过程建立和解析出最佳观测平台机动的必要条件(Euler方程). 也有考虑现在和将来目标位置和速度误差, 用最小化Cramer-Rao下界(CRLB)的迹作为性能指标来研究观测平台的最优轨迹, 使当前目标位置误差、目标速度误差、预测目标位置误差最小^[11]. 目前所见文献中大多侧重固定末端点的控制, 以数值解为主, 而实际中初始端点控制策略的决定更为重要和实用, 特别是基于当前量测信息自适应决定下一步机动策略的研究更具实际意义.

在二阶误差性能指标意义下, 最优非线性滤波均方误差可以用理论的CRLB^[12]表示. 由于CRLB在系统构建前能预测可达到的最优理论性能指标, 因此也可以利用它来进行系统设计^[13]. CRLB批处理计算要求取高阶矩阵的逆, 使得计算复杂度随采样时间延长越来越高, Tichavsky等^[14]推导的离散系统滤波后验CRLB计算复杂度大为减少. 本文将选用最大化FIM对目标定位中的观测平台最优机动轨迹进行了研究, 给出当前时刻一种新的最优机动控制序列, 机动策略直观, 几何意义明确, 同时在最大化角度变化率性能指标下给出最优机动轨线, 分析了它们的不同特性.

2 问题描述(Problem statement)

2.1 CRLB递推式(Recursion of CRLB)

设 z 是量测向量, 向量 $\hat{x}_k(z)$ 是状态向量 x_k 的一个无偏估计, 则估计误差协方差阵满足

$$P_k \triangleq E[(\hat{x}_k - x_k)(\hat{x}_k - x_k)^T] \geq J_k^{-1}. \quad (1)$$

其中: J_k 为FIM^[12]; 不等式表示 $P_k - J_k^{-1}$ 是一个半正定矩阵. CRLB为 $C_k \triangleq J_k^{-1}$. 记

$$\nabla_{x_k}(\cdot) = \left[\frac{\partial}{\partial x_0} \quad \frac{\partial}{\partial x_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial}{\partial x_k} \right]. \quad (2)$$

式(1)中FIM可用下式计算

$$J_{k+1}(X_{k+1}) = E\{-\nabla_{X_{k+1}} \nabla_{X_{k+1}} \ln p(X_{k+1}, Z_{k+1})\}. \quad (3)$$

其中

$$X_k = (x_0^T, x_1^T, \cdots, x_k^T)^T, Z_k = (z_0, z_1, \cdots, z_k).$$

Tichavsky等^[14]给出了离散型滤波信息阵 J_k 的一个

递推计算公式:

$$J_{k+1} = D_k^{33} - D_k^{21}(J_k + D_k^{11})^{-1}D_k^{12} + J_{k+1,Z}. \quad (4)$$

这里

$$\begin{aligned} D_k^{11} &= E[-\Delta_{x_k}^T \log p(x_{k+1}|x_k)], \\ D_k^{12} &= E[-\Delta_{x_k}^{x_{k+1}} \log p(x_{k+1}|x_k)], \\ D_k^{21} &= E[-\Delta_{x_{k+1}}^T \log p(x_{k+1}|x_k)] = [D_k^{12}]^T, \\ D_k^{33} &= E[-\Delta_{x_{k+1}}^{z_{k+1}} \log p(x_{k+1}|x_k)], \\ J_{k+1,Z} &= E[-\Delta_{x_{k+1}}^{z_{k+1}} \log p(z_{k+1}|x_{k+1})]. \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 系统模型(System model)

假定目标和观测平台都在同一平面上, 观测平台以速率 V_t 运动. 观测平台动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_t = V_t \sin C_t, \\ \dot{y}_t = V_t \cos C_t. \end{cases} \quad (6)$$

初始条件 $x_t|_{t=0} = x_0, y_t|_{t=0} = y_0$. 其中 x_t, y_t 分别为观测平台在 x, y 方向的坐标, C_t 为观测平台运动航向, 为控制参数. 目标位置向量记为 $x_T = [x_T, y_T]^T$.

方位量测方程为

$$z_k = \beta_k = h_k(x_T) + \eta_k = \tan^{-1} \left[\frac{x_T - x_k}{y_T - y_k} \right] + \eta_k. \quad (7)$$

量测噪音 $\eta_k \sim N(0, R)$. 依据式(3), FIM

$$J_k = \sum_{j=0}^k \frac{1}{R} H_j^T H_j. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} H_j &= \left[\frac{\partial h_j(x_T)}{\partial (x_T^T)} \right] = \left[\frac{y_T - y_j}{r_j^2}, -\frac{x_T - x_j}{r_j^2} \right] = \\ &= \left[\frac{\cos \beta_j}{r_j}, -\frac{\sin \beta_j}{r_j} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

这里 $r_j = \sqrt{(x_T - x_j)^2 + (y_T - y_j)^2}$. 利用式(4)可得FIM递推式为

$$J_{k|k} = J_{k-1|k-1} + H_k^T R^{-1} H_k. \quad (10)$$

其中

$$H_k^T R^{-1} H_k = R^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \beta_k}{r_k^2} & -\frac{\sin \beta_k \cos \beta_k}{r_k^2} \\ -\frac{\sin \beta_k \cos \beta_k}{r_k^2} & \frac{\sin^2 \beta_k}{r_k^2} \end{bmatrix}.$$

3 被动定位系统观测平台最优机动轨迹(The optimization of the observer platform trajectory for passive location)

3.1 性能指标的选择(The choose of performance indexes)

观测平台的最优机动都是在一定的性能指标假

设下的最优. 指标主要有: 使角度变化率最大(或角度差最大); 使观测平台相对于目标距离的偏差($\sigma_d(T)$)最小; 使FIM行列式最大(或CRLB最小); 使估计目标速度的方差最小; 使耗燃最小; 使观测平台航速、航向的示性数最优等. 究竟选用哪种性能指标, 可根据具体问题情况, 考察问题侧重于什么, 是目标距离或是目标速度, 还是耗燃. 总之根据问题的主要目的, 选择合适的性能指标作为最优准则.

由于估计误差协方差矩阵 P 是半正定的, 它的伴随二次形式定义为一个超椭球体, 它描述了误差的分布. 椭球体的半轴长是由 P 的特征值决定的, 方向是特征矢量的方向决定的. 它的容积是同 P 的行列式相关的, 行列式越大, 则容积越大. 当假设估计是有效无偏估计时, 估计误差协方差矩阵等于FIM矩阵的逆. 因而可以将最大化FIM的行列式作为最优优化指标.

3.2 FIM行列式最大化指标(The maximizing the determinant of FIM)

首先讨论寻找 k 时刻到 $k+1$ 时刻($k > 1$)的观测平台机动轨迹, 使得本次机动对FIM行列式指标增量最大. 对目标定位问题, 设观测平台在时刻 k 位于 O 点, 目标位于 A 点, 如图1, 不设一般性, 以 O 点为坐标原点, 正北为 Y 轴, 在 $k+1$ 时刻观测平台运动到 B 点, 假设观测平台速度在一个采样周期内保持不变, 即从 k 时刻到 $k+1$ 时刻速度 V_k 不变, 采样周期为 Δt , 则 $s_k = |OB| = V_k \Delta t$; 记 $|OA| = r_k$, $|BA| = r_{k+1}$, 现要确定观测平台在 k 时刻的最优航向 C_k , 使得FIM增量行列式最大. 当观测平台从 O 点运动到 B 点, 由式(10), FIM增量为

$$\Delta J_k = R^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=k}^{k+1} \frac{\cos^2 \beta_i}{r_i^2} & -\sum_{i=k}^{k+1} \frac{\sin \beta_i \cos \beta_i}{r_i^2} \\ -\sum_{i=k}^{k+1} \frac{\sin \beta_i \cos \beta_i}{r_i^2} & \sum_{i=k}^{k+1} \frac{\sin^2 \beta_i}{r_i^2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

它的行列式为

$$\det(\Delta J_k) = \frac{\sin^2(\beta_k - \beta_{k+1})}{R^2 r_k^2 r_{k+1}^2} = \frac{s_k^2 \sin^2(C_k - \beta_k)}{R^2 r_k^2 [s_k^2 \sin^2(C_k - \beta_k) + (r_k - s_k \cos(C_k - \beta_k))^2]}.$$

求解优化问题

$$\arg \max_{C_k} [\det(\Delta J_k)],$$

得

$$C_k = \beta_k \pm \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha_k \right). \quad (12)$$

其中

$$\alpha_k = \tan^{-1} \left(\frac{s_k}{r_k} \right), \quad (0 < \alpha_k \leq \frac{\pi}{4}). \quad (13)$$

此即为在 k 时刻观测平台的两个左右航向.

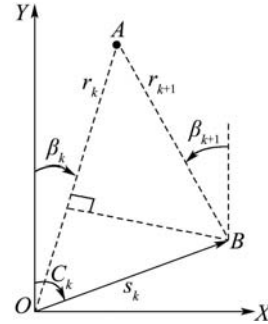


图1 观测平台与目标的几何态势

Fig. 1 The geometric state of the observer platform and target

下面从几何图形上直观地描述观测平台机动策略. 以右半支为例.

如图2所示, 观测平台在 k 时刻测得目标角度 β_k ; 作以 O 为圆心, s_k 为半径的圆, 作 $OD \perp OA$ 交圆 O 于 D 点, 连 AD 交圆于 B 点, 则 $\angle OAD = \alpha_k$, 作 $OE \perp BD$, 容易看出 $\angle DOE = \angle BOE = \alpha_k$, 且 $\alpha_k = \beta_k - \beta_{k+1}$, 所以 $\angle BOY = \pi/2 + \beta_k - 2\alpha_k$, 因此观测平台最优轨迹为从 O 点运动到 B 点. 根据对称性反方向还有一条最优轨迹, 这样就得出了任意 k 时刻观测平台的2个最优机动航向.

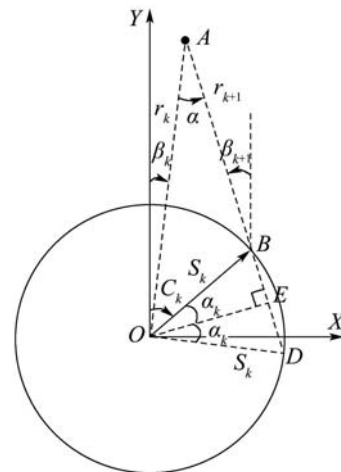


图2 当前时刻 k 的观测平台最优机动航向

Fig. 2 The optimal maneuver heading of observer platform at current time k

将上述结论总结为下列机动控制策略.

定理 1 被动目标定位系统, 考虑 k 时刻到 $k+1$ 时刻的观测平台机动, 在最大化本次机动FIM增量行列式指标下, 观测平台最优航向为

$$C_k = \beta_k \pm (\pi/2 - 2\alpha_k), \quad k = 1, 2, \dots$$

其中 $\alpha_k = \tan^{-1}(s_k/r_k)$, $(0 < \alpha_k \leq \pi/4)$.

观测平台从 k 时刻运动到 $k+1$ 时刻, 在 $k+1$ 时刻又要决定航向, 在 $k+1$ 时刻有左右2支候选最优轨线选择, 下面来讨论 $k+1$ 时刻航向选择问题. 由式(10)可得

$$J_n = \sum_{j=1}^n H_j^T R^{-1} H_j =$$

$$R^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \frac{\cos^2 \beta_j}{r_j^2} & -\sum_{j=1}^n \frac{\sin \beta_j \cos \beta_j}{r_j^2} \\ -\sum_{j=1}^n \frac{\sin \beta_j \cos \beta_j}{r_j^2} & \sum_{j=1}^n \frac{\sin^2 \beta_j}{r_j^2} \end{bmatrix},$$

$$\det(J_n) = \frac{1}{2} R^{-2} \sum_{1 \leq i, j \leq n} \frac{\sin^2(\beta_i - \beta_j)}{r_i^2 r_j^2}. \quad (14)$$

不妨仅讨论2个采样间隔时段 $k \rightarrow k+1 \rightarrow k+2$ 最优轨迹的选择, 如图3, 观测平台有2种轨迹选择. 轨迹①: $O \rightarrow B \rightarrow F$; 轨迹②: $O \rightarrow B \rightarrow G$. 由式(14)得2个采样时间间隔里2种轨迹所对应的FIM行列式

$$\det(\hat{J}) = R^{-2} \left[\frac{\sin^2(\beta_k - \beta_{k+1})}{r_k^2 r_{k+1}^2} + \frac{\sin^2(\beta_{k+1} - \beta_{k+2}^*)}{r_{k+1}^2 r_{k+2}^2} + \frac{\sin^2(\beta_{k+2}^* - \beta_k)}{r_k^2 r_{k+2}^2} \right].$$

其中

$$\beta_{k+2}^* = \begin{cases} \beta_{k+2}, & \text{轨迹①,} \\ \tilde{\beta}_{k+2}, & \text{轨迹②.} \end{cases}$$

易知 $\beta_{k+1} - \beta_{k+2} = \tilde{\beta}_{k+2} - \beta_{k+1} \geq 0$, $\beta_k - \beta_{k+2} = \tilde{\beta}_{k+2} - \beta_k \geq 0$; 所以 $\sin^2(\beta_2 - \beta_3) = \sin^2(\tilde{\beta}_3 - \beta_2)$, $\sin^2(\beta_1 - \beta_3) > \sin^2(\tilde{\beta}_3 - \beta_1)$, 因此轨迹①的FIM行列式大于轨迹②的FIM行列式, 即轨迹①优于轨迹②. 事实上, 从图3可以看出, 在定理1策略前提下保持观测平台的舷角 q_{k+1} 与 q_k 符号不变, 即可找到最优机动轨迹. 由此可以得到

定理2 若被动目标定位系统, 在最大化FIM增量行列式指标下, 最优机动策略为

- 1) 观测平台始终保持右舷或左舷, 即 $q_{k+1}q_k > 0$;
- 2) $C_k = \beta_k \pm (\pi/2 - 2\alpha_k)$.

这样就能在每个时刻决定观测平台的航向, 由上述分析可得

定理3 被动目标定位系统, 在最大化FIM增量行列式指标下, 观测平台有且仅有2支最优航迹.

图4给出了左右两支对称的观测平台最优轨迹. 从图3上可以写出2支最优轨线方程.

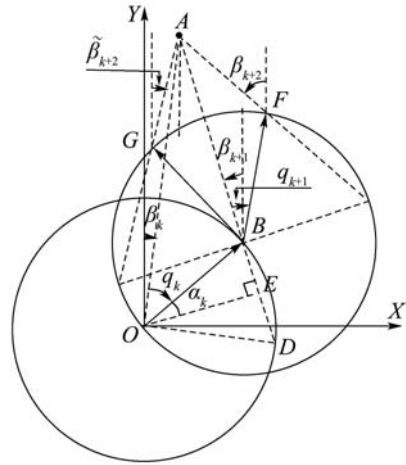


图3 观测平台2种机动轨迹选择

Fig. 3 The choose of two maneuver trajectories of observer platform

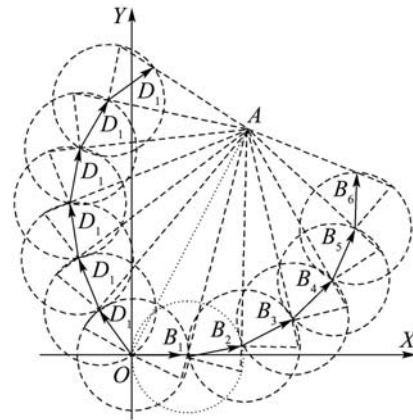


图4 观测平台最优机动轨迹

Fig. 4 The optimal maneuver trajectory of observer platform

定理4 被动目标定位系统, 在最大化FIM增量行列式指标下, 观测平台2支最优机动轨线方程为

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + V_k \Delta t \cos(2\alpha_k - \beta_k), \\ y_{k+1} = y_k + V_k \Delta t \sin(2\alpha_k - \beta_k); \end{cases} \quad (15)$$

左支最优轨线方程

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k - V_k \Delta t \cos(2\alpha_k + \beta_k), \\ y_{k+1} = y_k + V_k \Delta t \sin(2\alpha_k + \beta_k). \end{cases} \quad (16)$$

由定理4易得观测平台与目标相对距离迭代式.

推论1 被动目标定位系统, 在最大化FIM增量行列式指标下, 相对距离迭代式为

$$r_{k+1}^2 = \frac{(r_k^2 - s_k^2)^2}{r_k^2 + s_k^2}. \quad (17)$$

推论2 被动目标定位系统, 在最大化FIM增量行列式指标下, 观测平台与目标越来越靠近.

证 从图2, 可得

$$\frac{r_{k+1}}{r_k} = \frac{s_k \frac{\sin(C_w - \beta_k)}{\sin \alpha_k}}{\frac{s_k}{\tan \alpha_k}} = \frac{\cos 2\alpha_k}{\cos \alpha_k} < 1.$$

注意到 $0 < \alpha_k \leq \pi/4$, 所以有 $r_{k+1} < r_k$. 证毕.

注1 推论2也可由式(17)证明.

注2 当 $s_k = V_k \cdot \Delta t \ll r_k$, 有 $C_k \rightarrow \beta_k \pm \pi/2$.

一般远距离目标定位属于这种情况, 在采样周期不变时, 目标速度与相对距离之比越小, 这时观测平台最优轨迹越光滑, 越近似于圆弧.

3.3 角度变化率绝对值最大化指标(Maximizing the change rate of angles)

为了提高滤波器收敛性和收敛速度, 在一些情况下, 如远距离定位跟踪、间隙性测量信号等可以采用使角度变化率绝对值最大的观测平台机动策略^[15], 目的提高信噪比. 在不影响问题分析和求解下, 只需分析确定性最优机动轨迹. 这里通过简洁的解析法寻找最优机动轨线.

对定位问题, 利用投影定理, 有

$$\begin{cases} -r_t \sin \beta_t + r_{t_0} \sin \beta_{t_0} = \int_{t_0}^t V_{t_0} \sin C_{t_0} dt, \\ -r_t \cos \beta_t + r_{t_0} \cos \beta_{t_0} = \int_{t_0}^t V_{t_0} \cos C_{t_0} dt. \end{cases} \quad (18)$$

如果观测平台在一个采样周期内机动速度不变, 方程(18)两边对 t 求导可得

$$\begin{cases} \dot{r}_t = -V_{t_0} \cos(C_{t_0} - \beta_t), \\ r_t \dot{\beta}_t = V_{t_0} \sin(C_{t_0} - \beta_t). \end{cases} \quad (19)$$

即

$$\dot{\beta}_t = \frac{V_{t_0} \sin(C_{t_0} - \beta_t)}{r_t}. \quad (20)$$

$\dot{\beta}_t$ 可看作是 $C_{t_0} - \beta_t$ 的函数. 令

$$\frac{d(\dot{\beta}_t)}{d(C_{t_0} - \beta_t)} = \frac{V_{t_0} \cos(C_{t_0} - \beta_t)}{r_t} = 0. \quad (21)$$

当 $C_k = \beta_{k+1} \pm \pi/2$ 时, $\dot{\beta}_t$ 最大. 用离散形式即在当前时刻 k 观测平台的航向与 $k+1$ 时刻的目标瞄准线垂直. 由此可总结为:

定理5 被动目标定位系统, 在最大化角度变化率绝对值指标下, 观测平台在 k 时刻的最优机动策略为

$$C_{t_0} = \beta_t \pm \frac{\pi}{2}. \quad (22)$$

关于最优机动轨线方程, 有下列定理.

定理6 被动目标定位系统, 在最大化角度变化率绝对值指标下, 观测平台有且仅有2支最优轨

线, 且最优轨线方程为

$$(y - y_T)^2 + (x - x_T)^2 = r_0^2. \quad (23)$$

其中 r_0 为观测平台与目标初始距离.

证 设最优轨线为 $y = f(x)$, 取曲线上任一点 (x, y) , 则

$$y' \cdot \frac{y - y_T}{x - x_T} = -1. \quad (24)$$

式(24)解为

$$\frac{1}{2}(y - y_T)^2 + \frac{1}{2}(x - x_T)^2 = \frac{1}{2}c.$$

将初始条件 $x = x_0, y = y_0$ 时, $r = r_0$, 代入得最优轨线方程

$$(y - y_T)^2 + (x - x_T)^2 = r_0^2.$$

证毕.

即以目标坐标 (x_T, y_T) 为圆心, 目标初距 r_0 为半径的圆. 根据实际物理意义, 观测平台的最优轨线有两条, 它们是沿着圆周分别以不同的方向运动的两个半圆弧.

4 工程应用问题(Engineering application)

最优轨线是理论上的最优, 工程应用中需要一些简化.

1) 观测平台速度. 理论上, 不管选择最大化 FIM 行列式, 还是最大角度变化率指标, 应最大化观测平台速度, 但实际应用中速度不可能无限大, 也不可能一直保持最大速度, 一般在一个采样周期里保持常值, 或一直保持不变速度.

2) 航向的选择. 对最大化 FIM 行列式最优机动, 由于 α_k 的值依赖 s_k 和 r_k , 而 s_k 是知道的; 对 r_k , 可以先用相对距离估计值代替; 工程上可以采取初始时刻观测平台先走瞄准线航向, 估计观测平台和目标相对距离, 然后利用当前估计相对距离 $\hat{r}_k$ 来计算 α_k , 确定观测平台航向, 随后利用量测数据不断修正相对距离和 α_k .

对最大角度变化率绝对值指标法, 由于下一时刻角度数据未知, 观测平台航向可以用垂直当前瞄准线方向来代替, 或可以利用当前角度量测序列预估下一时刻角度 $\hat{\beta}_{k+1}$, 用预估值代替 β_{k+1} 确定 C_k .

3) 若某时刻(段)角度数据丢失, 不影响此时刻观测平台航向的控制选择, 可利用预测值求解控制序列, 所以本文提出的方法仍然适用; 但实际应用中也可继续选用上一时刻航向, 保持航向不变.

5 数值算例(Numerical simulation)

首先给出最大化 FIM 行列式指标下不同目标初距、观测平台速度、采样时间下最优轨线的形态

变化。

图5中给出了右支最优轨线, 其中目标坐标为 $(0, 1000)$, $r_1 = 1000$, 观测平台速度为 $V = 30 \text{ m/s}$, 每1s采样一次, 4000次采样。从图中看出, 最优轨线是一个螺线。图6给出左右2支最优轨线, 它们呈对称性。

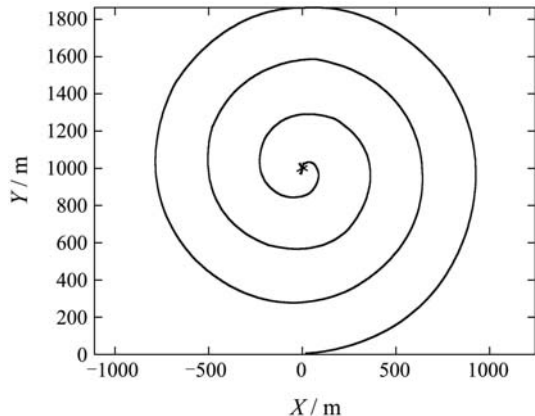


图5 螺线型最优轨迹

Fig. 5 Spirals optimal trajectories k ($r_1 = 1000 \text{ m}$, $V = 30 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$, $n = 4000$)

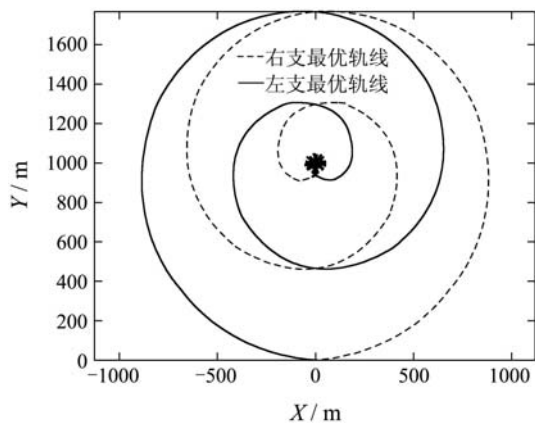


图6 左右最优轨迹

Fig. 6 Left-right optimal observer trajectories ($r_1 = 1000 \text{ m}$, $V = 50 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$, $n = 500$)

最优轨线随着观测平台的速度提高, 向目标靠近的速度也加快, 反映了观测平台速度提高, 最优轨线加强对目标距离信息提取, 反之则更侧重目标角度信息的提高。如图7所示。

若目标距离越远, 则最优轨线越接近圆, 也即距离越远, 最优轨迹侧重提高角度信息, 反之偏重距离信息。图8是不同目标初距对应的最优轨线。

最大化FIM行列式最优机动策略利用当前时刻的角度量测数据, 同时逐渐缩短相对距离, 有利于提高量测精度, 使得信噪比逐渐提高; 而最大角度变化率绝对值指标法是利用预估下一个时刻角度, 同时相对距离不变, 估计精度完全依赖量测数据的收集

容量, 但短时间最大化信噪比, 随后信息强度增加逐渐平稳。

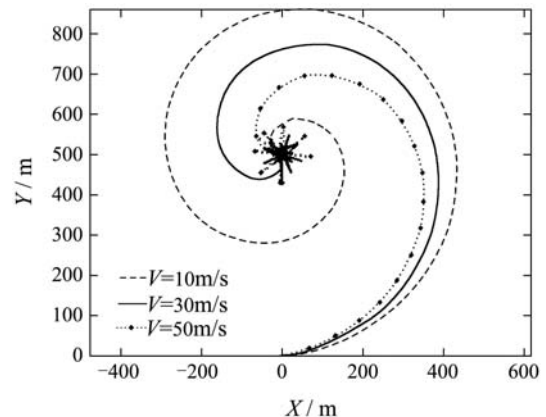


图7 观测平台不同机动速度的最优轨线

Fig. 7 Left-right optimal maneuver trajectories corresponding to different observer's velocities ($r_1 = 500 \text{ m}$, $T = 1 \text{ s}$, $n = 200$)

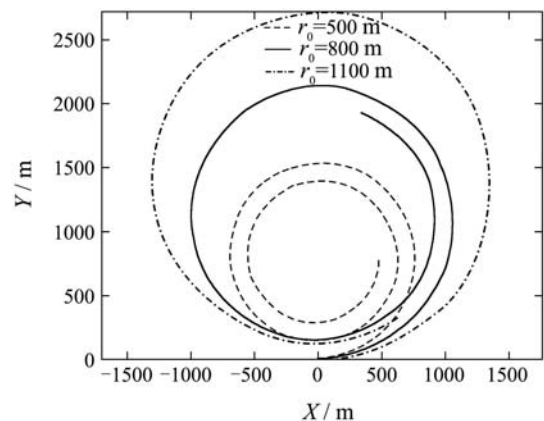


图8 不同目标初距对应的观测平台最优轨线

Fig. 8 Optimal maneuver trajectories corresponding to different first ranges of target ($V = 15 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$, $n = 600$)

最大化FIM行列式最优机动策略考虑了观测平台速度和相对距离, 最优轨线由观测平台速度, 目标初始距离所决定, 在距离信息和角度信息侧重性上保持一种平衡。速度越大, 相对距离越小, 则机动策略越加强距离信息方面的提取, 反之则更侧重加强角度信息的提高; 而最大角度变化率指标法与相对距离和观测平台速度没有关系, 所以它更单一的以提高角度信息为主, 当量测容量达到一定饱和度, 滤波效果随时间增加将趋于平缓。它更适用于快速定位或作为在远距离、长时间定位情形下的前期机动模式。

下面给出本文提出的方法(proposed method, PM)在X和Y方向的FIM行列式数值计算, 同时对Hammel-Liu(H-L)方法^[6]进行了仿真, 以供比较。

仿真参数: 目标位置(0, 1000), 观测平台初始位置在坐标原点, 速度为20 m/s, 采样时间 $T = 1$ s, $R = 0.001$.

图9给出了2种机动轨线示意图, 由图中可以看出, 本文提出的轨线相比H-L法在内圈, 这是由于 $K_1 \geq K_w$, 所以本文提出的轨迹比H-L法更侧重距离信息, 而H-L法则相对侧重方位信息.

图10给出2种轨线不同采样时刻的FIM行列式值, 由于2种方法都是用FIM行列式的近似作为性能指标, 这里对近似指标得出的轨线反过来计算FIM行列式值; 虽然这里还不能从理论上给予证明, 但从图中可以看出提出的方法比H-L法有更大的信息值. 表1的几组数据给出2种轨迹FIM行列式值随采样时间变化的对比.

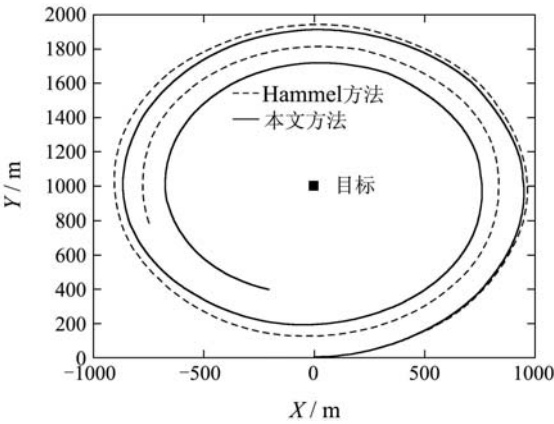


图 9 2种机动轨线

Fig. 9 Compare of two maneuver trajectories

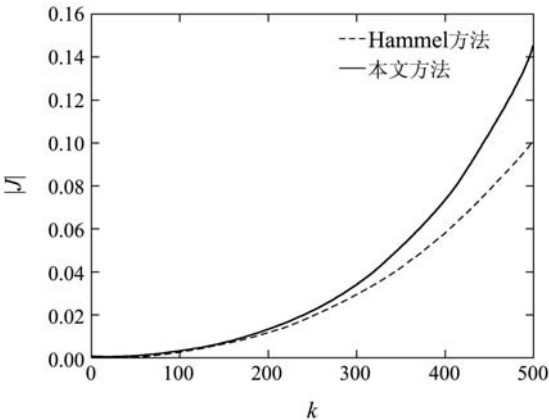


图 10 2种机动轨线对应的 $|J_k|$

Fig. 10 $|J_k|$ of two maneuver trajectories

表 1 2种轨线 $|J_k|$ 值的比较

Table 1 Compare of $|J_k|$ for two trajectories

k	100	200	300	400	500
H-L	0.0022	0.0114	0.0294	0.0577	0.1010
P-M	0.0023	0.0125	0.0344	0.0740	0.1452

图11和图12分别给出对应不同采样时刻2种轨迹在X轴和Y轴2个方向的FIM, 图中显示在X轴和Y轴2个方向提出的方法比H-L法的信息值都要大.

表2和表3分别对应X轴和Y轴的信息值.

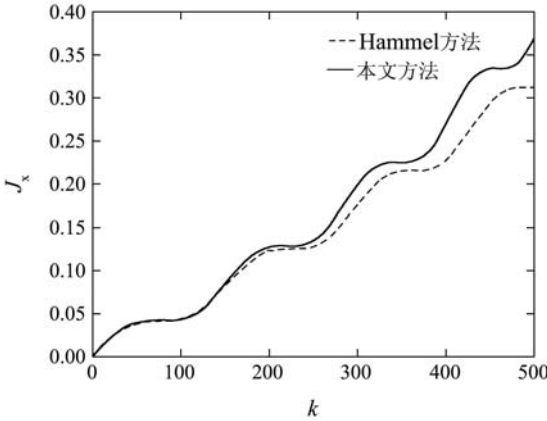


图 11 2种机动轨线对应的 J_x 值曲线图

Fig. 11 J_x curves of two maneuver trajectories

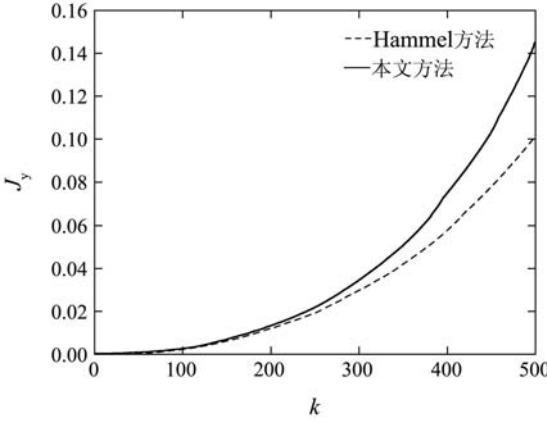


图 12 2种机动轨线对应 J_y 的值曲线图

Fig. 12 J_y curves of two maneuver trajectories

表 2 2种轨线 J_x 值的比较

Table 2 Compare of J_x for two trajectories

k	100	200	300	400	500
H-L	0.0624	0.0967	0.1679	0.2555	0.3271
P-M	0.0642	0.1031	0.1753	0.2769	0.3933

表 3 2种轨线 J_y 值的比较

Table 3 Compare of J_y for two trajectories

k	100	200	300	400	500
H-L	0.0418	0.1211	0.1750	0.2263	0.3110
P-M	0.0422	0.1252	0.1965	0.2675	0.3692

6 结论(Conclusion)

对被动目标定位系统, 基于FIM行列式最大指标, 给出当前时刻观测平台最优机动策略. 机动策略只

需当前量测角度数据, 计算简便, 几何意义明确, 可操作性强. 在当前最优机动策略下, 证明了最优机动轨线有且仅有2支, 并给出了舷角符号保持不变的最优机动控制序列.

在最大化角度变化率指标下, 利用解析法给出了最优机动策略和最优轨线方程. 对2种指标下的最优机动轨迹在工程上的运用给出了简化说明, 并分析比较了2种指标下最优轨迹的特性.

进一步工作可研究在给定估计时间内和观测平台最大机动次数一定的约束下, 也可结合其他指标如能耗约束下界给定等, 进行无线传感器网络节点配置^[16]等相关研究.

参考文献(References):

- [1] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*[M]. New York: Wiley, 2001.
- [2] DENG X P, WANG Q, ZHANG D X. Observability of airborne passive location system with phase difference measurements[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(2): 149 – 154.
- [3] NARDONE S C, AIDALA V J. Observability criteria for bearings-only target motion analysis[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1981, 17(2): 161 – 166.
- [4] XU Z G, SHENG A D. The analysis of the unobservable criteria on the single platform bearings-only target tracking system[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*. Sanya, China: IEEE System, Man and Cybernetics Society Press, 2008: 1008 – 1013.
- [5] LIU P T. An optimum approach in target tracking with bearings measurements[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1987, 56(2): 205 – 214.
- [6] HAMMEL S E, LIU P T, HILLIARD E J, et al. Optimal observer motion for localization with bearings measurements[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 1989, 18(3): 171 – 180.
- [7] TAFF L G. Target localization from bearings-only observations[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(1): 2 – 10.
- [8] OSHMAN Y, DAVIDSON P. Optimization of observer trajectories for bearings-only target localization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(3): 892 – 902.
- [9] LE CADRE J P. Optimization of the observer motion using dynamic programming[C] // *Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Detroit, USA: IEEE Signal Processing Society Press, 1995: 3567 – 3570.
- [10] PASSERIEUX J M, VAN CAPPEL D. Optimal observer maneuver for bearings-only tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(3): 777 – 788.
- [11] HELFERTY J P, MUDGETT D R. Optimal observe Trajectories for bearing-only tracking by minimizing the trace of the Cramer-Rao lower bound[C] // *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control*. San Antonio, Texas: IEEE Control Systems Society Press, 1993: 936 – 939.
- [12] VAN TREES H. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I*[M]. New York: Wiley, 1968.
- [13] HERNANDEZ M, KIRUBARAJAN T, BAR-SHALOM Y. Multi-sensor resource deployment using posterior Cramer-Rao bounds[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(2): 399 – 416.
- [14] TICHAVSKY P, Muravchik C H, Nehorai A. Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(4): 1386 – 1396.
- [15] 董志荣. 纯方位系统定位与跟踪的本载体最优轨线方程及其最优轨线[J]. *指挥控制与仿真*, 2007, 29(1): 7 – 15.
(DONG Zhirong. The own ship maneuvering trajectory equations and optimal trajectory of bearing-only systems locating and tracking[J]. *Command Control & Simulation*, 2007, 29(1): 7 – 15).
- [16] 胡劲文, 梁彦, 王睿, 等. 无线传感器网络的任意覆盖率节点配置[J]. *自动化学报*, 2008, 34(12): 1497 – 1507.
(HU Jinwen, Liang Yan, WANG Rui, et al. Node deployment with arbitrary coverage percentage in wireless sensor networks[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(12): 1497 – 1507).

附录 公式(12)的证明(Appendix Proof of (12))

注意到 $\max\{\det(\Delta J_k)\} \Leftrightarrow \max\{\Psi\}$, 可用 $d\Psi/dC_k = 0$ 求解极值点.

$$\Psi' = \frac{(s_k^2 + r_k^2) \cos(C_k - \beta_k) - 2s_k r_k}{[s_k^2 + r_k^2 - 2s_k r_k \cos(C_k - \beta_k)]^2}.$$

$$\text{令 } \Psi' = 0, \text{ 得 } \cos(C_k - \beta_k) = \frac{2s_k r_k}{s_k^2 + r_k^2} = \frac{2(\frac{s_k}{r_k})}{1 + (\frac{s_k}{r_k})^2}.$$

设 $\alpha_k = \tan^{-1}(s_k/r_k)$, ($0 < \alpha_k \leq \pi/4$), 有 $\cos(C_k - \beta_k) = \sin 2\alpha_k$, 则 $C_k = \beta_k \pm (\pi/2 - 2\alpha_k)$, 此即为在 k 时刻观测平台的两个左右航向.

作者简介:

许志刚 (1965—), 男, 博士, 副教授, 主要从事控制理论与应用、目标运动分析和信号处理的研究, E-mail: xuzhigang@126.com;

盛安冬 (1964—), 男, 博士生导师, 研究员, 主要从事非线性估计与应用的研究, E-mail: shengandong@mail.njjust.edu.cn;

陈黎 (1981—), 男, 博士研究生, 研究方向为目标跟踪与多传感器数据融合, E-mail: hncschenli@126.com;

谭飞 (1969—), 男, 副教授, 研究方向为数学建模与生物数学, E-mail: tanfei@hhit.edu.cn.