

基于神经网络的不确定随机非线性时滞系统自适应有界镇定

余昭旭, 杜红彬

(华东理工大学 自动化系, 上海 200237)

摘要: 针对一类不确定严格反馈随机非线性时滞系统的自适应有界镇定问题, 利用神经网络参数化和 Backstepping 方法, 提出一种新的且含较少学习参数的神经网络自适应控制策略, 以保证系统半全局随机有界. 稳定性分析证明闭环系统的所有误差信号概率意义下有界. 仿真结果表明所提出控制器设计方法的有效性.

关键词: 自适应控制; 神经网络; Backstepping; 随机系统; 时滞

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Neural-network-based bounded adaptive stabilization for uncertain stochastic nonlinear systems with time-delay

YU Zhao-xu, DU Hong-bin

(Department of Automation, East China University of Science & Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: The problem of bounded adaptive stabilization is investigated for a class of uncertain stochastic nonlinear strict-feedback systems with unknown time-delay. Based on the technique of neural-network(NN) parameterization and the Backstepping method, we develop a novel adaptive neural control scheme which contains fewer learning parameters to solve the stabilization problem of such systems. In addition, the stability analysis is given to show that all the error variables in the closed-loop system are bounded in probability. The effectiveness of the proposed design is verified by simulation results.

Key words: adaptive control; neural network(NN); Backstepping; stochastic systems; time-delay

1 引言(Introduction)

随机非线性系统自适应控制器设计一直是近年来的研究热点. 一些非线性控制设计方法如 Lyapunov 函数方法、Backstepping 技巧和非线性最优等都扩展到随机非线性系统^[1~5]. 然而对随机系统采用常用的 Lyapunov 设计方法的最大困难在于 Itô 随机微分不仅引入了梯度项, 而且存在高阶海塞矩阵项. Pan^[3]考虑了一类严格反馈系统的随机稳定化问题, 并保证在风险灵敏度指标下全局渐近稳定. Deng^[4,5]为随机严格反馈系统首次提出采用四次型 Lyapunov 函数以进行 Backstepping 设计, 并将逆最优控制结果推广到随机系统. 然而, 对于具有未知非线性项的随机非线性系统控制的研究结果依然不多. 基于 T-S 模糊模型, Wang^[6]针对虚拟控制增益函数未知, 提出了一种新的模糊自适应控制设计方案. 而 Psillakis^[7]基于神经网络(NN)提出一种自适应神经网络控制来解决未知协方差噪声干扰的不确定

非线性系统的输出跟踪控制问题. 以上的这些控制方法一个显而易见的缺点就是自适应参数的个数依赖于神经网络节点数和模糊规则数. 随着神经网络节点数和模糊规则数的增加, 需估计的参数也将大量增加, 因此导致在线学习时间随之大量增加.

另一方面, 时滞的存在往往会导致系统的不稳定, 因此关于时滞系统的稳定性问题一直是研究热点之一^[8,9]. 对线性和非线性时滞系统的稳定性分析和鲁棒控制问题的研究常常采用 Lyapunov-Krasovskii 方法和 Lyapunov-Razumikhin 方法.

本文基于 Lyapunov-Krasovskii 方法, 对具有未知时滞的不确定严格反馈随机非线性系统提出一种新的神经网络自适应控制策略, 所提出的控制方案保证闭环系统的所有误差信号半全局随机有界. 在控制器的设计过程中对于未知的光滑函数采用 RBF 神经网络近似, 可较好地克服随机微分带来的困难. 同时将神经网络参数化^[10]应用到自适应控制器设计,

使得所估计参数大量减少.

2 问题描述及准备(Problem formulation and preliminary results)

2.1 问题描述(Problem statement)

考虑以下具有未知时滞的不确定严格反馈随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_i = \\ (x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)))dt + \psi_i(\bar{x}_i)d\omega, \\ dx_n = \\ (u + f_n(\bar{x}_n) + h_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)))dt + \psi_n(\bar{x}_n)d\omega, \\ 1 \leq i \leq n-1, \bar{x}_n(t) = \varphi(t), -\tau_{\max} \leq t \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbb{R} (i = 1, \dots, n)$ 是系统的状态, 并定义 $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T, x = [x_1, \dots, x_n]^T; u \in \mathbb{R}$ 为控制输入; $\varphi(t) \in \mathbb{R}^n$ 是所有状态变量的初始函数. ω 是定义完备概率空间 (Ω, F, P) 上的 r 维的标准布朗运动, 其中: Ω 为采样空间, F 为 σ 域以及 P 为概率测度. $f_i(\cdot), h_i(\cdot): \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}, \psi_i(\cdot): \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^r (i = 1, \dots, n)$ 为未知的非线性光滑函数, 并满足 $f_i(0) = 0, h_i(0) = 0$ 和 $\psi_i(0) = 0$. τ_i 为状态变量的未知时滞, 且 $\tau_{\max}$ 为未知时滞 τ_i 的上确界, 即 $\tau_i \leq \tau_{\max}, i = 1, \dots, n$. 本文的主要目的是设计一种自适应状态反馈控制率 $u(x, \hat{\theta}), \hat{\theta} = \phi(x, \hat{\theta})$, 使得对于某紧集内的初始条件 $x(t_0), \hat{\theta}(t_0)$, 闭环系统的所有信号随 $t \rightarrow \infty$ 以期望的概率半全局有界.

本文中 f_i 表示 $f_i(\cdot), h_i(x_{\tau_i})$ 表示 $h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i))$, $\|A\| = \sqrt{A^T A}$ 表示向量 A 或矩阵 A 的 Euclidean 范数, $\|A\|_{\infty} = \max_{i,j} |a_{ij}|$ 表示矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 的无穷范数. 定义 $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i (i = 1, \dots, n)$, 其中 $\hat{\theta}_i$ 为未知参数 θ_i 的估计. μ_i, λ_i 和 $\sigma_i (i = 1, \dots, n)$ 皆为正常数.

对于具有以下形式的系统:

$$dx = f(x, t)dt + h(x, t)d\omega, \quad (2)$$

其中: x 和 ω 的定义与式(1)相同, 而 $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n, h: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times r}$ 为光滑函数, 其中 $f = [f_1, \dots, f_n]^T$. 对二次连续可微函数 $V(x)$ 定义如下算子:

$$LV(x) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f + \frac{1}{2} \text{tr} \{ h^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} h \}, \quad (3)$$

其中 $\text{tr}(A)$ 为 A 的迹.

定义 1 如果对某个 $\varepsilon: 0 < \varepsilon < 1$, 存在 $d = d(t_0, x_0) > 0$, 对所有初始值 $x_0 \in \mathcal{Y}_0 (\mathcal{Y}_0$ 为某个包含原点的紧集), 有 $\liminf_{t \rightarrow \infty} P \{ \|x(t)\| \leq d \} \geq 1 - \varepsilon$ 成立, 那么系统(1)的解 $x(t)$ 为半全局随机有界(半全局

概率意义下有界). 如果 d 不依赖于 x_0 , 则称 $x(t)$ 半全局随机一致有界.

为了引入假设1, 需先作以下坐标变换:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

其中 $\alpha_0 = 0, \alpha_{i-1} (i = 2, \dots, n)$ 为待定的虚拟控制信号.

假设 1 对于 $1 \leq i \leq n$, 存在非负的未知连续函数 $\varpi_{il}(\cdot)$, 使得函数 $h_i(\cdot)$ 满足以下不等式:

$$\begin{aligned} |h_i(\bar{z}_i(t) + \bar{\alpha}_{i-1}(t))| &\leq \\ \sum_{l=1}^i |z_i(t)| \varpi_{il}(\bar{z}_l(t) + \bar{\alpha}_{l-1}(t)). \end{aligned}$$

注 1 在文献[11,12]中进行了相似的假设, 但都要求 ϖ_{il} 已知, 而假设1中不要求 ϖ_{il} 已知.

假设 2 对于 $1 \leq i \leq n$, 存在非负未知光滑函数 ϕ_i 满足: $\|\psi_i(\bar{x}_i)\| \leq \sum_{k=1}^i |x_k| \phi_i(\bar{x}_i)$.

注 2 在假设2中不需要光滑函数 ϕ_i 已知. 因此假设2可看作是反馈线性化条件的更一般情况.

2.2 RBF神经网络及其参数化(RBF NNs and parameterization)

由于RBF NNs具有结构简单及良好的逼近性能等优点, 已广泛应用在非线性系统的建模与控制. 本文中, 连续函数 $f(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 将采用高斯RBF NNs近似, 即 $\hat{f} = \hat{W}^T \Phi(Z)$, 其中输入向量 $Z \in \mathcal{Y}_{\text{NN}} \subset \mathbb{R}^n$, 权向量 $\hat{W} = [w_1, \dots, w_l]^T \in \mathbb{R}^l$ 以及核向量 $\Phi(Z) = [s_1(Z), s_2(Z), \dots, s_l(Z)]^T$, 其中激励函数 $s_i(Z)$ 选择常用的高斯函数, 即

$$s_i(Z) = \exp \left[\frac{-\|Z - \mu_i\|^2}{\nu_i} \right], i = 1, \dots, l,$$

其中: $\mu_i = [\mu_{i1}, \dots, \mu_{in}]^T$ 为接受域的中心, ν_i 为高斯函数的宽度. 通过选择足够多的节点, 神经网络可以在紧集 $\mathcal{Y}_{\text{NN}} \subset \mathbb{R}^n$ 上逼近任意的连续函数, 也即

$$f(Z) = W^{*T} \Phi(Z) + \delta, \forall Z \in \mathcal{Y}_{\text{NN}}, \quad (5)$$

“理想”的权向量 W^* 是为了分析而设想的量, 定义为

$$W^* := \arg \min_{\hat{W} \in \mathbb{R}^n} \left\{ \sup_{Z \in \mathcal{Y}_{\text{NN}}} |f(Z) - \hat{f}(Z)| \right\}.$$

假设 3 对 $\forall Z \in \mathcal{Y}_{\text{NN}}$, 存在“理想”的常数权向量 W^* , 使得 $\|W^*\|_{\infty} \leq w_{\max}$ 和 $|\delta| \leq \delta_{\max}$, 其中上界 $w_{\max}, \delta_{\max} > 0$.

由式(5)容易得到

$$\begin{aligned} W^{*T} \Phi(Z) + \delta &\leq |W^{*T} \Phi(Z)| + |\delta| \leq \\ \sum_{m=1}^l |s_m(Z)| w_{\max} + \delta_{\max} &\leq \theta \beta(Z), \end{aligned} \quad (6)$$

其中:

$$\beta(Z) = \sqrt{(l+1)(\sum_{m=1}^l s_m^2(Z) + 1)},$$

$$\theta = \max\{\delta_{\max}, w_{\max}\}.$$

注3 基于以上技巧, 神经网络参数化^[10]的上界就可以得到, 这样只需调整一个正参数即可, 从而可大大减少调整参数的个数.

3 主要结果(Main results)

3.1 控制器设计(Controller design)

本节, 将采用Backstepping方法来设计自适应状态反馈控制器.

Step 1 由系统(1)及(4)可得

$$dz_1 = (x_2 + f_1 + h_1(x_{\tau_1}))dt + \psi_1 d\omega. \quad (7)$$

定义随机Lyapunov-Krasovskii函数:

$$V_1 = \frac{1}{4}z_1^4 + \frac{1}{2}\lambda_1^{-1}\tilde{\theta}_1^2 + V_{Q_1}, \quad (8)$$

其中

$$V_{Q_1} = \frac{n}{4} \int_{t-\tau_1}^t Q_1(z_1(s))ds,$$

$Q_1(\cdot)$ 定义如下:

$$Q_1(\cdot) = z_1^4(s)\varpi_{11}^4(z_1(s)).$$

由式(3)可得

$$LV_1 = z_1^3(x_2 + f_1 + h_1(x_{\tau_1})) + \lambda_1^{-1}\tilde{\theta}_1\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{3}{2}z_1^2\psi_1^T\psi_1 + \frac{n}{4}z_1^4(t)\varpi_{11}^4(z_1(t)) - \frac{n}{4}z_1^4(t-\tau_1)\varpi_{11}^4(x_1(t-\tau_1)). \quad (9)$$

根据假设1, 可得以下不等式

$$z_1^3h_1(x_{\tau_1}) \leq \frac{3}{4}z_1^4 + \frac{1}{4}z_1^4(t-\tau_1)\varpi_{11}^4(x_1(t-\tau_1)), \quad (10)$$

那么, 由式(10)和假设2可得

$$LV_1 \leq z_1^3(f_1 + (z_2 + \alpha_1)) + \lambda_1^{-1}\tilde{\theta}_1\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{n}{4}z_1^4(t)\varpi_{11}^4(x_1(t)) + \frac{3}{2}z_1^4\phi_1^2 - \frac{n-1}{4}z_1^4(t-\tau_1)\varpi_{11}^4(x_1(t-\tau_1)). \quad (11)$$

定义新的函数 $\bar{f}_1$:

$$\bar{f}_1 = f_1 + \frac{n}{4}z_1\varpi_{11}^4 + \frac{3}{2}z_1\phi_1^2.$$

由于 f_1 , ϖ_{11} 和 ϕ_1 皆未知, 不能直接利用 $\bar{f}_1$ 来构造虚拟控制器 α_1 , 由RBF NNs的近似特性, 对给定 $\bar{f}_1$ 采用以下神经网络近似:

$$\bar{f}_1 = W_1^{*T}S_1(x_1) + \delta_1(x_1),$$

其中: $W_1^{*T}S_1(x_1)$ 表示 $\bar{f}_1$ 的“理想”NN近似, $\delta_1(x_1)$ 表示逼近误差. 对其进行参数化:

$$W_1^{*T}S_1(x_1) + \delta_1(x_1) \leq |W_1^{*T}S_1(x_1)| + |\delta_1(x_1)| \leq \sum_{m=1}^l |s_{1m}(x_1)|w_{1\max} + \delta_{1\max} \leq \theta_1\beta_1(\cdot), \quad (12)$$

其中:

$$\beta_1(\cdot) = \sqrt{(l+1)(\sum_{m=1}^l s_{1m}^2(x_1) + 1)},$$

$$\theta_1 = \max\{\delta_{1\max}, w_{1\max}\}.$$

采用以上RBF NNs近似及其参数化, 选取如下虚拟控制和参数自适应率:

$$\alpha_1 = -\mu_1 z_1 - \hat{\theta}_1 \beta_1(\cdot) \tanh \frac{\beta_1(\cdot) z_1^3}{\sigma_1}, \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\lambda_1 \hat{\theta}_1 + z_1^3 \beta_1(\cdot) \tanh \frac{\beta_1(\cdot) z_1^3}{\sigma_1}. \quad (14)$$

并利用文献[13]给出的引理, 有

$$|z_1^3| \theta_1 \beta_1 - \theta_1 z_1^3 \beta_1 \tanh \frac{\beta_1 z_1^3}{\sigma_1} \leq 0.2785 \theta_1 \sigma_1. \quad (15)$$

应用式(15)、Young不等式及不等式 $\tilde{\theta}\hat{\theta} \geq \frac{1}{2}\tilde{\theta}^2 - \frac{1}{2}\theta^2$, 由式(11)易得

$$LV_1 \leq -c_1 z_1^4 - \frac{1}{2}\tilde{\theta}_1^2 + \kappa_1 + \frac{1}{4}z_2^4 - \frac{n-1}{4}z_1^4(t-\tau_1)\varpi_{11}^4(x_1(t-\tau_1)), \quad (16)$$

其中: $c_1 := \mu_1 - \frac{3}{2} > 0$, $\kappa_1 = 0.2785\theta_1\sigma_1 + \frac{1}{2}\theta_1^2$.

Step i ($2 \leq i \leq n-1$) 由Itô公式可得

$$dz_i = d(x_i - \alpha_{i-1}) = (x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + h_i(\bar{x}_i(t-\tau_i))) - L\alpha_{i-1}dt + (\psi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \psi_j) d\omega, \quad (17)$$

其中

$$L\alpha_{i-1} = \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_l} (x_{l+1} + f_l(x_l) + h_l(x_{\tau_l})) + \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_l} \dot{\hat{\theta}}_l + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial^2 \alpha_{i-1}}{\partial x_p \partial x_q} \psi_p^T \psi_q.$$

由假设1、假设2及Young不等式, 可得

$$-z_i^3 \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_l} h_l(x_{\tau_l}) \leq \sum_{l=1}^{i-1} \frac{3l}{4} z_i^4 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_l} \right)^{\frac{4}{3}} +$$

$$\frac{1}{4} \sum_{l=1}^{i-1} \sum_{k=1}^l z_l^4 (t - \tau_l) \varpi_{lk}^4 (\bar{x}_k(t - \tau_l)), \quad (18)$$

$$z_i^3 h_i(x_{\tau_i}) \leq \frac{3i}{4} z_i^4 + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^i z_l^4 (t - \tau_l) \varpi_{il}^4 (\bar{x}_l(t - \tau_l)). \quad (19)$$

由假设2, 存在未知非负光滑函数 $\tilde{\phi}_i$, 使得以下不等式成立:

$$\begin{aligned} & \|\psi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \psi_j\| \leq \\ & \sum_{j=1}^i |x_j| \left\{ \phi_i + \sum_{k=j}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \phi_k \right\} \leq \\ & \sum_{j=1}^i |x_j| \phi'_i \leq \sum_{j=1}^i |z_j + \alpha_{j-1}| \phi'_i \leq \sum_{j=1}^i |z_j| \tilde{\phi}_i, \quad (20) \end{aligned}$$

也即有

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} z_i^2 \|\psi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \psi_j\|^2 \leq \\ & \frac{3}{2} z_i^2 \left(\sum_{j=1}^i |z_j| \tilde{\phi}_i \right)^2 \leq \\ & \frac{3i}{2} z_i^4 \tilde{\phi}_i^2 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} i^2 z_i^4 \tilde{\phi}_i^4 \left(\sum_{j=1}^{i-1} z_j^2 \right)^2. \quad (21) \end{aligned}$$

考虑以下随机Lyapunov-Krasovskii函数:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{4} z_i^4 + \frac{1}{2} \lambda_i^{-1} \tilde{\theta}_i^2 + V_{Q_i}, \quad (22)$$

其中: $\lambda_i > 0$, $V_{Q_i} = \frac{(n-i+1)}{4} \int_{t-\tau_i}^t Q_i(\cdot) ds$, 且正定函数 $Q_i(\cdot) := \sum_{l=1}^i z_l^4(s) \varpi_{il}^4(s)$. 由式(3)可得

$$\begin{aligned} LV_i = & LV_{i-1} + z_i^3(x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + \\ & h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) - L\alpha_{i-1}) + \\ & \lambda_i^{-1} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i + \dot{V}_{Q_i} + \frac{3}{2} z_i^2 [\psi_i - \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \psi_j]^T [\psi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \psi_j]. \quad (23) \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} \bar{f}_i := & f_i - \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_l} (f_l(x_l) + x_{l+1}) - \\ & \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta_l} \dot{\theta}_l - \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial^2 \alpha_{i-1}}{\partial x_p \partial x_q} \psi_p^T \psi_q + \\ & \frac{3}{4} z_i \sum_{l=1}^{i-1} l \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_l} \right)^4 + \frac{n-i+1}{4} \sum_{l=1}^i z_l \varpi_{il}^4(\bar{x}_l) + \\ & \frac{3i}{2} z_i \tilde{\phi}_i^2 + \frac{3}{4} i^2 z_i \tilde{\phi}_i^4 \left(\sum_{j=1}^{i-1} z_j^2 \right)^2. \end{aligned}$$

对 $\bar{f}_i$ 采用RBF NNs近似并参数化:

$$\begin{aligned} W_i^{*T} S_i(\cdot) + \delta_i(\cdot) & \leq |W_i^{*T} S_i(\cdot)| + |\delta_i(\cdot)| \leq \\ & \sum_{m=1}^l |s_{im}(\cdot)| w_{i \max} + \delta_{i \max} \leq \theta_i \beta_i(\cdot). \quad (24) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \beta_i(\cdot) & = \sqrt{(l+1) \left(\sum_{m=1}^l s_{im}^2(\bar{x}_i, \bar{z}_i, \bar{\theta}_{i-1}) + 1 \right)}, \\ \theta_i & = \max\{\delta_{i \max}, w_{i \max}\}. \end{aligned}$$

根据以上RBF NNs近似及参数化, 并选取以下虚拟控制率及参数自适应率:

$$\alpha_i = -\mu_i z_i - \hat{\theta}_i \beta_i(\cdot) \tanh \frac{\beta_i(\cdot) z_i^3}{\sigma_i}, \quad (25)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\lambda_i \hat{\theta}_i + z_i^3 \beta_i(\cdot) \tanh \frac{\beta_i(\cdot) z_i^3}{\sigma_i}. \quad (26)$$

应用Young不等式, 可得

$$\begin{aligned} LV_i \leq & - \sum_{k=1}^i c_k z_k^4 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^i \tilde{\theta}_k^2 + \frac{1}{4} z_{i+1}^4 + \kappa_i - \\ & \frac{n-i}{4} \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l z_l^4 (t - \tau_l) \varpi_{lj}^4 (\bar{x}_j(t - \tau_l)). \quad (27) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} c_k & := \mu_k - \frac{3k}{4} - 1 > 0, \quad k = 2, \dots, i, \\ \kappa_i & := \sum_{k=1}^i \left(\frac{1}{2} \theta_k^2 + 0.2785 \theta_k \sigma_k \right) + \frac{3}{4} (i-1). \end{aligned}$$

当 $i = n$, $z_{n+1} = 0$, 实际的控制器 u 及参数自适应率可构造如下:

$$u = \alpha_n = -\mu_n z_n - \hat{\theta}_n \beta_n(\cdot) \tanh \frac{\beta_n(\cdot) z_n^3}{\sigma_n}, \quad (28)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = -\lambda_n \hat{\theta}_n + z_n^3 \beta_n(\cdot) \tanh \frac{\beta_n(\cdot) z_n^3}{\sigma_n}. \quad (29)$$

相应地, 在控制(28)(29)的作用下, 可得

$$LV_n \leq - \sum_{k=1}^n c_k z_k^4 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\theta}_k^2 + \kappa_n, \quad (30)$$

其中:

$$\begin{aligned} c_n & := \mu_n - \frac{3}{4} (n+1) > 0, \\ \kappa_n & := \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \theta_i^2 + 0.2785 \theta_i \sigma_i \right) + \frac{3}{4} (n-1). \end{aligned}$$

3.2 稳定性分析(Stability analysis)

这一节, 对前面所提出的控制策略下的不确定闭环随机时滞系统进行稳定性分析.

定理 1 对于满足假设1,2的不确定严格反馈随机非线性系统(1), 如果控制率和参数自适应率分别按(28)和(29)设计, 那么对于在某个紧集 $\mathcal{V}_0$ 内的初始

条件 $x_i(t_0)$, $z_i(t_0)$ 和 $\hat{\theta}_i(t_0)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 闭环系统中的所有信号半全局随机有界.

证 为了闭环系统稳定性分析的需要, 定义Lyapunov函数 $V := V_n$, 由式(30)可得

$$LV \leq - \sum_{k=1}^n \rho_k (z_k^4 + \tilde{\theta}_k^2) + \kappa_n. \quad (31)$$

其中 $\rho_k := \min\{c_k, \frac{1}{2}\}$. 类似于文献[14]中推论1的证明方法, 根据式(31), 可得 z_i 和 $\tilde{\theta}_i$ 为随机有界, $i = 1, 2, \dots, n$. 进而, $\hat{\theta}_i$ 也是随机有界的. 由于 $x_1 = z_1$, 所以 x_1 随机有界. 而且 α_1 是有界信号 x_1 和 $\hat{\theta}_1$ 的函数, 根据 $x_2 = z_2 + \alpha_1$, 可知 x_2 也是随机有界的. 采用相同的方式, 可以证明 α_{i-1} , x_i ($i = 3, \dots, n$)和 u 皆各自随机有界.

注4 由 ρ_k 及 κ_n 的定义, 可知 ρ_k 及 κ_n 是依赖于设计参数的正常数. 通过选择合适的设计参数 μ_i , λ_i 和 σ_i 可以调节界的大小.

3.3 仿真研究(Simulation example)

为了验证前面所提出设计的有效性, 考虑如下的随机非线性系统:

$$\begin{aligned} dx_1 &= (x_2 + x_1 e^{0.5x_1} + \sin(x_1(t - \tau_1)))dt + x_1^3 d\omega, \\ dx_2 &= (u + x_1 x_2^2 + x_1(t - \tau_2)x_2(t - \tau_2))dt + \\ &\quad (x_1 + x_2 e^{x_2})d\omega. \end{aligned}$$

由定理1, 选择虚拟控制率、实际控制率和参数自适应率如下:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\mu_1 z_1 - \hat{\theta}_1 \beta_1(\cdot) \tanh\left(\frac{\beta_1(\cdot) z_1^3}{\sigma_1}\right), \\ u &= -\mu_2 z_2 - \hat{\theta}_2 \beta_2(\cdot) \tanh\left(\frac{\beta_2(\cdot) z_2^3}{\sigma_2}\right), \\ \dot{\hat{\theta}}_i &= -\lambda_i \hat{\theta}_i + \lambda_i z_i^3 \beta_i(\cdot) \tanh\left(\frac{z_i^3 \beta_i(\cdot)}{\sigma_i}\right), \\ i &= 1, 2. \end{aligned}$$

其中: $\beta_1(\cdot) = \beta_1(x_1)$, $\beta_2(\cdot) = \beta_2(z_1, z_2, \hat{\theta}_1)$, $z_1 = x_1$ 和 $z_2 = x_2 - \alpha_1$. 在此采用高阶Milstein's方法进行仿真. 初始条件为

$$[x_1(0), x_2(0)]^T = [0.1, -0.2]^T$$

和

$$[\hat{\theta}_1(0), \hat{\theta}_2(0)]^T = [8, 5]^T.$$

而且设计参数选择如下:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 1, \tau_2 = 2, l = 3, \nu_i = 1, \\ \eta_i &= 0 (i = 1, 2, 3), \mu_1 = 10, \\ \mu_2 &= 20, \lambda_1 = \lambda_2 = 10 \end{aligned}$$

和

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1.$$

仿真结果由图1~3所示. 图1表明了所提出NN自适应控制器的有效性. 对于所选择的参数, 控制输入如图2所示. 而图3表明在所提出控制作用下自适应参数曲线. 仿真结果验证了所设计的控制器可保证闭环系统的有界性.

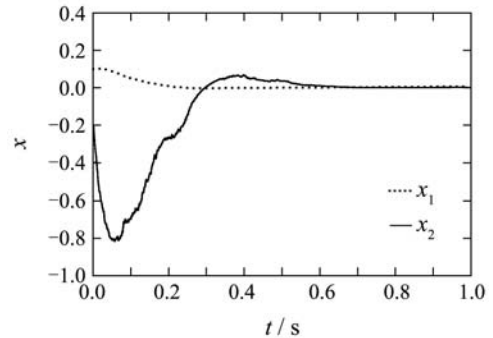


图1 闭环系统的状态轨迹 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$

Fig. 1 States of closed-loop system $x_1(t)$ and $x_2(t)$

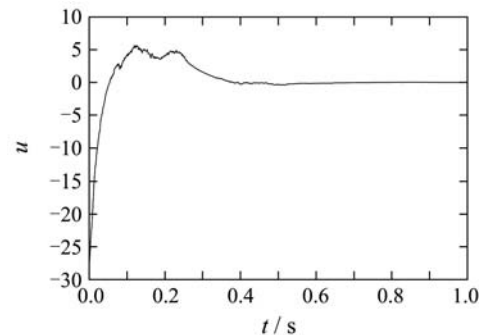


图2 控制输入 $u(t)$

Fig. 2 Control input $u(t)$

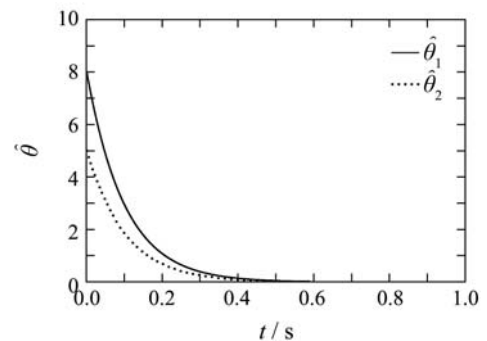


图3 自适应参数 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$

Fig. 3 Adaptive parameters $\hat{\theta}_1$ and $\hat{\theta}_2$

4 结论(Conclusion)

本文针对一类具有未知时滞的不确定严格反馈随机非线性系统提出一种新的神经网络自适应控制器, 可保证闭环系统的所有信号皆随机有界. 而且所

给出的控制器结构简单,易于实现.理论分析和仿真结果清楚地证实了所提出设计的有效性.

参考文献(References):

- [1] FLORCHINGER P. Lyapunov-like techniques for stochastic stability[J]. *SIAM Journal on Control and optimization*, 1995, 33(4): 1151 – 1169.
- [2] FLORCHINGER P. Feedback stabilization of affine in the control stochastic differential systems by the control Lyapunov function method[J]. *SIAM Journal on Control and optimization*, 1997, 35(2): 500 – 511.
- [3] PAN Z G, BASAR T. Adaptive controller design for tracking and disturbance attenuation in parameter-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1066 – 1083.
- [4] DENG H, KRISTIC M. Stochastic nonlinear stabilization-PART I: a Backstepping design[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(3): 143 – 150.
- [5] DENG H, KRISTIC M. Stochastic nonlinear stabilization-PART II: inverse optimality[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(3): 151 – 159.
- [6] WANG Y C, ZHANG H G, WANG Y Z. Fuzzy adaptive control of stochastic nonlinear systems with unknown virtual control gain function[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(2): 170 – 178.
- [7] PSILLAKIS H E, ALEXANDRIDIS. NN-based adaptive tracking control of uncertain nonlinear systems disturbed by unknown covariance Noise[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(6): 1830 – 1835.
- [8] RICHARD J P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems[J]. *Automatica*, 2003, 39(10): 1667 – 1694.
- [9] 谢立, 何星, 熊刚, 等. 随机非线性时滞大系统的输出反馈分散镇定[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 826 – 830.
(XIE Li, HE Xing, XIONG Gang, et al. Decentralized output feedback stabilization for large scale stochastic nonlinear system with time delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 826 – 830.)
- [10] GE S S, HUANG C C, LEE T, et al. *Stable Adaptive Neural Network Control*[M]. USA: Kluwer Academic, 2002.
- [11] HO D W C, LI J, NIU Y. Adaptive neural control for a class of nonlinearly parametric time-delay systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Network*, 2005, 16(3): 625 – 635.
- [12] SUNG JIN YOO, JIN BAE PARK, YOON HO CHOI. Adaptive dynamic surface control for stabilization of parametric strict-feedback nonlinear systems with unknown time delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(12): 2360 – 2365.
- [13] PLOLYCARPOU M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447 – 451.
- [14] LIU S J, ZHANG J F, JIANG Z P. A notion of stochastic input-to-state stability and its application to stability of cascaded stochastic nonlinear systems[J]. *Acta Mathematicae Applicae Sinica(English Series)*, 2008, 24(1): 141 – 156.

作者简介:

余昭旭 (1978—), 男, 讲师, 目前研究方向为非线性控制, E-mail: yzyx@ecust.edu.cn;

杜红彬 (1974—), 男, 讲师, 目前研究方向为非线性智能控制, E-mail: ben_du@ecust.edu.cn.