

结合免疫优化和LS-SVRM观测器的 非线性系统自适应鲁棒控制

杨 红, 罗 飞, 许玉格, 叶洪涛

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 针对一类单输入单输出不确定非线性控制系统提出了一种自适应鲁棒控制算法. 由于最小均方支持向量回归机(LS-SVRM)的最终解可以化为一个具有线性约束的二次规划问题, 不存在局部极小, 所以该算法在不要求假设系统的状态向量是可测的条件下通过设计基于LS-SVRM的观测器来估计系统的状态向量; 同时在算法中假设LS-SVRM的最优逼近参数向量和标称参数向量之差的范数和逼近误差的界限是未知的, 因此可通过对未知界限估计的调节来提高系统的鲁棒性. 考虑到LS-SVRM本身参数对LS-SVRM性能的影响, 本文应用一种新的免疫优化算法对LS-SVRM的参数进行优化, 从而提高LS-SVRM的逼近能力. 理论研究和仿真例子证实了所提方法的可行性和有效性.

关键词: 最小均方支持向量回归机; 非线性控制系统; 观测器; 免疫; 优化; 鲁棒控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive robust control based on immune optimization and LS-SVRM for nonlinear systems

YANG Hong, LUO Fei, XU Yu-ge, YE Hong-tao

(College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: An adaptive robust control algorithm is proposed for a class of SISO uncertain nonlinear control systems. Because the problem of the least squares support vector regression machines(LS-SVRM) is transformed to a quadratic programming problem with linear constraints and the ultimate solution is not a local minimum, the system state vector can be estimated by using an observer based on LS-SVRM, when the system state vector is not completely available. Meanwhile, both the norm of the difference between the optimal approximation parameter vector and the nominal parameter vector, and the bounds of the approximation errors are unknown hypothetically; therefore, we can improve the robustness of the systems by adjusting the estimations of the unknown bounds in the algorithm. Considering the effect of parameters of LS-SVRM upon the performance, we present a new immune algorithm for optimizing the parameters of LS-SVRM to improve the approximation ability of LS-SVRM. The theoretical analysis and a simulation example demonstrate the feasibility and validity of the proposed approach.

Key words: LS-SVRM; nonlinear control systems; observer; immune; optimization; robust control

1 引言(Introduction)

在现代控制领域中, 各种不确定非线性系统的控制问题得到广泛研究^[1~8]. 文献[3,4]假定系统状态是可测的, 因此提供的算法不能应用于系统状态不完全可测的情况. 由于在众多场合中全状态不能完全测得, 一个很自然的问题就是如何利用输入, 输出的信息对系统实现状态重构, 因此设计有效的状态观测器是实现控制的关键. Luenberger在1971年提出一种用于确定的线性系统中的观测器^[9]. 文

献[10,11]基于动态神经网络设计了一类非线性系统的鲁棒自适应观测器, 但利用神经网络建模还存在许多待解决的问题, 特别是神经网络的训练问题和局部最小值问题以及神经网络拓扑结构的确定.

另外文献[5~7]在研究对系统的不确定部分逼近的问题时, 假设逼近误差的界限是已知的或满足平方可积条件, 如果逼近误差大于假设的界限或不满足平方可积的条件, 系统的稳定性不能保证.

考虑到上述不足, 本文针对一类不确定非线性系

统,提出了一类新的自适应鲁棒控制算法.该算法不要求系统的状态是可测的,而是通过设计观测器来估计系统的不可测状态.该算法的特点是:1)以LS-SVRM为基础构建观测器,解决了神经网络方法中无法避免的局部极值问题,避免了传统神经网络拓扑结构需要经验拼凑的弊病^[12];2)考虑到免疫算法可以实现参数优化^[13~15],而LS-SVRM的参数对LS-SVRM性能的有很大的影响,本文采用抗体浓度与亲和度矢量距离相结合的策略,设计了一种新型的变尺度混合变异免疫优化(mutative scale hybrid mutation immune optimization, MSHMIO)算法,用于对LS-SVRM参数进行优化,以提高LS-SVRM的逼近能力;3)假设最优逼近参数向量与标称参数向量之差的范数未知,并且逼近误差的界限也未知,这样算法可对未知界限的估计进行自适应调节,从而改善了系统的鲁棒性.

本文规定矩阵和向量的范数都为2-范数,定义: $\|x\| = \sqrt{x^T x} (x \in \mathbb{R}^n)$, $\lambda_{\min}[\cdot]$ 为矩阵的特征值.

2 问题描述(Problem description)

考虑一类SISO非线性动态系统

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= A\vec{x} + B[g(\vec{x})u + f(\vec{x})], \\ y &= C^T \vec{x}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\vec{x} = [x \ \dot{x} \ \cdots \ x^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态向量且不完全可测, $y \in \mathbb{R}$ 是系统输出, $u \in \mathbb{R}$ 是系统的控制输入, $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是关于 $\vec{x}$ 的未知光滑函数, $g(\vec{x}) \neq 0$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

给定 y_r 是有界的参考输出, 参考输出向量 $\vec{y}_r = [y_r \ \cdots \ y_r^{(n-1)}]$, 跟踪误差 $e = y_r - x$, 跟踪误差向量 $\vec{e} = [e \ \cdots \ e^{(n-1)}]^T$, 那么下式成立

$$\begin{aligned} \dot{\vec{e}} &= A\vec{e} + B[-g(\vec{x})u - f(\vec{x}) + y_r^{(n)}], \\ e &= C^T \vec{e}. \end{aligned} \quad (2)$$

当系统可控时, 如果 $f(\vec{x}), g(\vec{x})$ 是已知的, 可以选择控制器 $u^* = \frac{-f(\vec{x}) + y_r^{(n)} + K_{u^*}^T \vec{e}}{g(\vec{x})}$, 其中 $K_{u^*} \in \mathbb{R}^n$ 是反馈增益向量. 因为 (A, B) 是可控的, 则存在 K_{u^*} 满足 $A_u = A - BK_{u^*}^T$, 使 A_u 的特征多项式的所有根在左半开平面, 从而可以实现 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. 而当 $f(\vec{x}), g(\vec{x})$ 是未知时, 控制器 u^* 不可用; 而且当系统状态不可测时, e 也无法确定. 为此可以应用LS-

SVRM的逼近性质以及以它为基础而设计的观测器解决状态向量的不完全可测问题.

3 基于观测器的自适应控制器设计(Observer-based adaptive controller design)

如果控制器的跟踪误差向量不可测, 则需要设计观测器来观测跟踪误差向量, 因此式(1)的非线性状态观测器可以设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vec{e}}} = A\hat{\vec{e}} - BK_{u^*}\hat{\vec{e}} + K_o(e - \hat{e}), \\ \hat{e} = C^T \hat{\vec{e}}, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\hat{e} = y_r - \hat{x}$ 为跟踪误差估计, $\hat{\vec{e}} = [\hat{e} \ \cdots \ \hat{e}^{(n-1)}]$ 是跟踪误差估计向量, 选择 $K_o \in \mathbb{R}^n$ 为观测增益向量, 由于 (A, C) 可观测, 可使 $A_o = A - K_o^T C$ 的特征多项式的所有根在左半开平面.

定义观测误差 $\tilde{e} = e - \hat{e}$, 观测误差向量为 $\tilde{\vec{e}} = \tilde{e} - \tilde{\vec{e}}$, 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\vec{e}}} = A_o \tilde{\vec{e}} + BK_{u^*} \tilde{\vec{e}} + B[-g(\vec{x})u - f(\vec{x}) + y_r^{(n)}], \\ \tilde{e} = C^T \tilde{\vec{e}}. \end{cases} \quad (4)$$

对不确定性非线性函数 $f(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$, 可根据LS-SVRM的性质, 对LS-SVRM进行训练, 来拟合 $f(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$.

3.1 LS-SVRM介绍(Introduction of LS-SVRM)

设给定训练样本集为 $D = \{z_k, h_k\}_{k=1}^L$, $z_k \in \mathbb{R}^n$, $h_k \in \mathbb{R}$, L 为样本数, LS-SVRM的基本思想是通过一个非线性映射 $\varphi(\cdot)$ 把样本从原空间映射到高维(M 维)的特征空间 F , 并在特征空间中构造函数 $h(z)$, 假设 $h(z)$ 的表达式为

$$h(z) = \langle W, \varphi(z) \rangle + b, \quad (5)$$

式中: $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积, $W \in \mathbb{R}^n$, $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow F$, $b \in \mathbb{R}$ 为一个偏差项. 根据SRM原则, 上述问题可以转化为如下最优化问题

$$\min_{w, b} J_1(w, b) = \frac{\mu}{2} \langle w, w \rangle + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^L e_i^2, \quad (6)$$

式中 $e_i = h_i - (w^T \varphi(z_i) - b)$, μ 和 γ 为正则化参数. 利用Lagrangian方法可以求得

$$\begin{bmatrix} 0 & \vec{v}_T \\ \vec{v} & \Omega + \gamma^{-1} \times I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \vec{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{h} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中: $\vec{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_L]^T$, $\vec{v}$ 为元素为1的 $L \times 1$ 向量,

$$\vec{\alpha} = [\alpha_1 \ \cdots \ \alpha_L]^T,$$

$$\Omega_{ij} = \varphi(z_i)^T \varphi(z_j) = K(z_i, z_j).$$

最终的估计函数为

$$h(z) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \langle \varphi(z), \varphi(z_i) \rangle + b = \sum_{i=1}^L \alpha_i K(z, z_i) + b, \quad (8)$$

式中: α_i 为问题(7)的解, $K(z, z_i)$ 为核函数, 它是实的对称函数, 本文使用RBF核函数.

3.2 基于免疫优化的LS-SVRM参数调整(Adjustment of LS-SVRM parameters based on immune optimization)

LS-SVRM具有优良的学习能力和推广能力, 但其性能还要依赖于参数的选取. 本文利用一种改进的免疫优化算法对LS-SVRM所用到的 μ , γ 和RBF核函数中的 σ^2 等参数进行优化.

定义1 由 μ , γ 和 σ^2 组成抗体 Ab , $Ab_i^p = (\mu_i^p, \gamma_i^p, \sigma_i^{2p}) \in \mathbb{R}^3$ 表示第 p 代的第 i 个抗体, 抗体浓度^[16]定义为

$$D(Ab_i^p) = \frac{S(Ab_i^p)}{N}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

其中: $S(Ab_i^p)$ 为与抗体 Ab_i^p 相似的抗体个数, N 表示抗体数目.

定义2 $m(Ab_i^p)$ 定义为抗体 Ab_i^p 的适应度^[17]函数

$$m(Ab_i^p) = \frac{L}{\sqrt{\sum_{i=1}^L (y_i - \underline{y}_i)^2}}, \quad (10)$$

其中: L 表示训练样本数, y_i 表示第 i 个训练样本的输出真实值, $\underline{y}_i$ 表示用抗体 Ab_i^p 为参数训练LS-SVRM后得到的第 i 个样本的输出值.

定义3 抗体 Ab_i^p 的亲密度^[16]矢量距离定义为

$$\text{aff}(Ab_i^p) = \sum_{j=1}^N |m(Ab_i^p) - m(Ab_j^p)|. \quad (11)$$

亲密度能够反映抗体群的多样性, N 表示抗体数目.

定义4 抗体 Ab_i^p 的基于抗体浓度和亲密度矢量距离的选择概率^[18]可定义为

$$P(Ab_i^p) = \frac{\text{aff}(Ab_i^p) \times \exp(-D(Ab_i^p))}{\sum_{j=1}^N \text{aff}(Ab_j^p) \times \exp(-D(Ab_j^p))}. \quad (12)$$

从式(12)可以看出, 在抗体浓度一定的条件下, 抗体亲密度矢量距离越大则选择概率越大; 在抗体亲密度矢量距离一定的条件下, 抗体浓度越大则选择概率越小.

变异机制是进化规划的要素. 柯西变异算子具备较强的全局搜索能力, 高斯变异算子具备较强的局部搜索能力. 本文根据两种变异的特点, 采取了变尺度混合变异算子来进行变异: 若亲和度大于某个设定的阈值 d , 就进行变尺度高斯变异, 亲和度小于 d 则进行变尺度柯西变异. 同时将变尺度中的高斯变异修正为

$$\rho'_i = \rho_i(k) \exp(\tau_1 N(0, 1) + \tau_2 N_k(0, 1)), \quad (13)$$

$$Ab'_i(k) = Ab_i(k) + \rho'_i N_k(0, 1) \exp(-\frac{p}{G}). \quad (14)$$

而变尺度中的柯西变异修正为

$$\rho'_i = \rho_i(k) \exp(\tau_1 \eta(0, 1) + \tau_2 N \eta_k(0, 1)), \quad (15)$$

$$Ab'_i(k) = Ab_i(k) + \rho'_i \eta_k(0, 1) \exp(-\frac{p}{G}). \quad (16)$$

其中: $k = 1, \dots, M$, M 为目标解的维数, p 为当前进化的代数, G 为算法设计的总进化代数, $N(0, 1)$ 和 $N_k(0, 1)$ 表示标准的正态分布随机变量, $\eta(0, 1)$ 和 $\eta_k(0, 1)$ 是柯西分布的随机变量, $\rho_i^2(k)$ 为第 i 个抗体的第 k 个分量的方差, $\tau_1 = (\sqrt{2\sqrt{M}})^{-1}$, $\tau_2 = (\sqrt{2M})^{-1}$, $\exp(-\frac{p}{G})$ 表示在进化的初期, 以较大的变异尺度进行搜索, 随着进化代数的增加, 变异尺度逐渐减小, 有利于后期的精细搜索.

下面给出免疫优化算法寻找参数最优值的步骤:

Step 1 在训练LS-SVRM时生成初始的 μ_{int} , γ_{int} 和 σ_{int}^2 , 并计算相应的适应度;

Step 2 随机生成 N 个抗体的初始种群 IX , 令 $p = 1$, 确定 G 值, 变异阈值 d 和每个 $\rho_i(k)$ 的初值;

Step 3 抗体克隆扩增. 将每个抗体 Ab_i^p 代入LS-SVRM中去, 用样本集进行训练得到 $m(Ab_i^p)$, 根据亲和度的大小, 对每个抗体进行克隆, 每个抗体的克隆规模为

$$N_i = \lceil N_c \times \frac{m(Ab_i^p)}{\sum_{j=1}^N m(Ab_j^p)} \rceil, i = 1, \dots, N, \quad (17)$$

式中: $N_c = \sum_i N_i$ 为抗体群的克隆规模, $\lceil \cdot \rceil$ 为取整符号, 克隆后种群变为 $IX^c = (IX, IX_1^c, \dots, IX_N^c)$, IX_i^c 为抗体 IX_i 的克隆子群;

Step 4 抗体混沌变异. 为保留父代抗体的原始信息, 只对抗体克隆子群 IX_i^c 中抗体进行混合变异, 混合变异的公式如式(13)~(16)所示;

Step 5 免疫记忆. 从 N 个变异子群中各选出一个最优抗体组成新一代抗体群. 为保留本代中优秀的抗体, 将本代的最大适应度与上一代的最大适应度比较, 如果大于上一代的, 则将本代的具有最大适应度的抗体复制到记忆细胞库中;

Step 6 克隆抑制. 计算抗体之间的相似度, 除去那些相似度大的个体, 数量取 $0.05N$, 目的是增强群体的多样性;

Step 7 免疫选择. 根据式(12)按选择概率的大小进行免疫选择, 选取数量为 $0.85N$;

Step 8 免疫更新. 随机产生亲和度较高的 $0.15N$ 个新抗体填补种群, 使种群抗体数目保持 N .

重复执行Step3~Step8, 直到算法满足结束条件, 记忆细胞库中的抗体就是LS-SVRM的参数最优值.

定义 5 设 p 代抗体群为 $IX(p)$, 定义

$$\Psi = \{IX | f(IX) = \max\{f(Ab_i^p), i \leq n\}\}, \quad (18)$$

$$\Psi^* = \{IX | f(IX) = \max\{f(IX(p)), IX(p) \in \mathbb{S}^n\}\}. \quad (19)$$

Ψ 被称为 $IX(p)$ 的满意解, Ψ^* 称为抗体群空间 $\mathbb{S}^n$ 上的满意解. 如果对于任意的初始分布均有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{IX(p) \in \Psi^*\} = 1, \quad (20)$$

即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Psi \subseteq \Psi^*\} = 1, \quad (21)$$

则称算法收敛^[14].

定理 1 本文所提的免疫算法是收敛的.

应用文献[14]的定理1以及定理2所提供的证明方法, 可以证明上述定理.

3.3 基于LS-SVRM观测器的控制器的设计 (Controller design based on LS-SVRM)

假设通过训练后, 用于拟合 $f(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$ 的LS-SVRM预测决策函数为

$$\hat{f}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \alpha_{fi}^* k_f(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_f^*, \quad (22)$$

$$\hat{g}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \alpha_{gi}^* k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_g^*. \quad (23)$$

其中式(22)中的 α_{fi}^* , b_f^* 和式(23)中的 α_{gi}^* , b_g^* 是经过训练集得到的式(7)的解.

同时假设系统(1)中 $f(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$ 的标称模型用LS-SVRM模型表示为

$$f_s(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \alpha_{fi} k_f(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_f, \quad (24)$$

$$g_s(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \alpha_{gi} k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_g. \quad (25)$$

作如下假设:

假设 1 对于 α_{ki} , α_{ki}^* , $k = f, g, i = 1, \dots, L$, $|\alpha_{fk} - \alpha_{fk}^*| \leq m_k$, 其中 m_k 是未知的.

假设 2 偏差值 b_k , $k = f, g$ 满足 $|b_k - b_k^*| \leq c_k$, 其中 c_k 是未知的.

将式(22)~(24)代入式(4), 整理后得到观测误差方程

$$\begin{cases} \dot{\vec{e}} = A_o \vec{e} + B[(\sum_{i=1}^L (\alpha_{fi} - \alpha_{fi}^*) k_f(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_f - b_f^*) + (\sum_{i=1}^L (\alpha_{gi} - \alpha_{gi}^*) k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + b_g - b_g^*) u], \\ \vec{e} = C^T \vec{e}, \end{cases} \quad (26)$$

其中 u_b 在后面定义.

引理 1 由于 (A, B) 可控, (A, C) 可测, 因此可以选择 K_{u^*} 和 K_o , 根据Lyapunov稳定性定理, 存在对称正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2 满足

$$A_c^T P_1 + P_1 A_c + P_1 K_o K_o^T P_1 + Q_1 = 0, \quad (27)$$

$$A_o^T P_2 + P_2 A_o + C C^T + Q_2 = 0. \quad (28)$$

引理 2 如果 $V : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, 满足不等式 $\dot{V} \leq -2\lambda V + \beta, \forall t > 0$, 则可以得到 $\forall t \geq t_0$,

$$V(t) \leq V(t_0) \exp[-2\lambda(t - t_0)] + \frac{\beta}{2\lambda}, \quad (29)$$

其中 λ 和 β 是常数, 且 $\lambda > 0, \beta > 0$ ^[19].

为了实现控制的目的, 选择鲁棒控制律

$$u = u_b + u_1 + u_2 + u_3 + u_4,$$

其中 u_b 是基本的反馈控制器, 定义为

$$u_b = \frac{-f_s(\vec{x}) + y_r^{(n)} + K_{u^*}^T e}{g_s(\vec{x})}, \quad (30)$$

其余的 u_1, u_2, u_3, u_4 是为了补偿逼近未知函数而产生的参数误差和函数逼近误差, 分别定义为

$$u_1 = -\frac{2|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_f | \sum_{i=1}^L k_f(\vec{x}_i, \vec{x})|)}{|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_f | \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x})| + \hat{c}_g) + \varepsilon_1}, \quad (31)$$

$$u_2 = -\frac{2|\vec{e}^T P_2 B| \hat{c}_f}{|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_f | \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x})| + \hat{c}_g) + \varepsilon_2}, \quad (32)$$

$$u_3 = -\frac{2|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_g | \sum_{i=1}^L k_f(\vec{x}_i, \vec{x})|)}{|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_g | \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x})| + \hat{c}_g) + \varepsilon_3}, \quad (33)$$

$$u_4 = -\frac{2|\vec{e}^T P_2 B| \hat{c}_g}{|\vec{e}^T P_2 B|(\hat{m}_g | \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x})| + \hat{c}_g) + \varepsilon_4}. \quad (34)$$

同时令 $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{c}_f, \hat{c}_g$ 分别为 m_f, m_g, c_f, c_g 的估计, 它们相应的自适应律可取为

$$\dot{\hat{m}}_f = -\hat{m}_f + |\vec{e}^T P_2 B| \sum_{i=1}^L k_f(\vec{x}_i, \vec{x}), \quad (35)$$

$$\dot{\hat{c}}_f = -\hat{c}_f + |\vec{e}^T P_2 B|, \quad (36)$$

$$\dot{\hat{m}}_g = -\hat{m}_g + |\vec{e}^T P_2 B u_b| \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}), \quad (37)$$

$$\dot{\hat{c}}_g = -\hat{c}_g + |\vec{e}^T P_2 B u_b|. \quad (38)$$

定理 2 对于非线性系统(1), 在假设1和2的条件下, 如果选择鲁棒控制律 u_b 和(31)~(34)以及参数自适应律(35)~(38), 则系统(1)是稳定的系统.

证 令

$$\tilde{m}_f = \hat{m}_f - m_f,$$

$$\tilde{m}_g = \hat{m}_g - m_g,$$

$$\tilde{c}_f = \hat{c}_f - c_f,$$

$$\tilde{c}_g = \hat{c}_g - c_g.$$

考虑以下正定Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} \vec{e}^T P_1 \vec{e} + \frac{1}{2} \vec{e}^T P_2 \vec{e} + \frac{1}{2} \sum_{i=f,g} \tilde{c}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=f,g} \tilde{m}_i^2, \quad (39)$$

其中 $P_j = P_j^T > 0, (j = 1, 2)$, 求Lyapunov函数的时间导数

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \dot{\vec{e}}^T P_1 \vec{e} + \frac{1}{2} \vec{e}^T P_1 \dot{\vec{e}} + \frac{1}{2} \dot{\vec{e}}^T P_2 \vec{e} + \frac{1}{2} \vec{e}^T P_2 \dot{\vec{e}} + \\ & \sum_{i=f,g} \tilde{c}_i \dot{\tilde{c}}_i + \sum_{i=f,g} \tilde{m}_i \dot{\tilde{m}}_i. \end{aligned} \quad (40)$$

由施瓦兹不等式可知下列不等式成立:

$$\vec{e} C K_o^T P_1 \vec{e} \leq \frac{1}{2} \vec{e}^T C C^T \vec{e} + \frac{1}{2} \vec{e}^T P_1 K_o K_o^T P_1 \vec{e}. \quad (41)$$

根据引理1, 将式(26)~(28)和式(41)代入式(40)可得下列不等式:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} (\lambda_{\min}(Q_1) \|\hat{e}\|^2 + \lambda_{\min}(Q_2) \|\tilde{e}\|^2) + \\ & \sum_{i=f,g} \tilde{c}_i \dot{\tilde{c}}_i + \sum_{i=f,g} \tilde{m}_i \dot{\tilde{m}}_i + \\ & |\vec{e}^T P_2 B| [\hat{m}_f (\sum_{i=1}^L (k_f(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_f) + \\ & (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_g) u)] \end{aligned} \quad (42)$$

下面利用式(30)~(38)分别计算式(42)右边的第3, 4, 5项, 可得到

$$\begin{aligned} \tilde{m}_g \dot{\tilde{m}}_g + |\vec{e}^T P_2 B| (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_g) u_3 + \\ |\vec{e}^T P_2 B| (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) u_b \leq \end{aligned}$$

$$-\tilde{m}_g^2 + m_g^2 + \varepsilon_3, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \tilde{m}_f \dot{\tilde{m}}_f + |\vec{e}^T P_2 B| \hat{m}_f \sum_{i=1}^L k_f(\vec{x}_i, \vec{x}) + |\vec{e}^T P_2 B| \times \\ (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_g) u_1 \leq \\ -\tilde{m}_f^2 + m_f^2 + \varepsilon_1, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}_f \dot{\tilde{c}}_f + |\vec{e}^T P_2 B| (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_g) u_2 + \\ |\vec{e}^T P_2 B| \hat{c}_f \leq \\ -\tilde{c}_f^2 + c_f^2 + \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}_g \dot{\tilde{c}}_g + |\vec{e}^T P_2 B| (\hat{m}_g \sum_{i=1}^L k_g(\vec{x}_i, \vec{x}) + \hat{c}_g) u_4 + \\ |\vec{e}^T P_2 B| \hat{c}_g u_b \leq \\ -\tilde{c}_g^2 + c_g^2 + \varepsilon_4, \end{aligned} \quad (46)$$

将式(43)~(46)代入式(42)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \\ -\frac{1}{2} (\lambda_{\min}(Q_1) \|\hat{e}\|^2 + \lambda_{\min}(Q_2) \|\tilde{e}\|^2) - \\ \sum_{i=f,g} \tilde{c}_i^2 - \sum_{i=f,g} \tilde{m}_i^2 + \sum_{i=f,g} c_i^2 + \sum_{i=f,g} m_i^2 + \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i \leq \\ -\frac{1}{2} \lambda V + \varepsilon, \end{aligned} \quad (47)$$

其中:

$$\begin{aligned} \lambda = \min\left(\frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(P_1)}, \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q_2)}{\lambda_{\max}(P_2)}, 1\right), \\ \varepsilon = \sum_{i=f,g} c_i^2 + \sum_{i=f,g} m_i^2 + \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i. \end{aligned}$$

根据引理2, 可得

$$\dot{V} \leq V(0) e^{-2\lambda t} + \frac{\varepsilon}{2\lambda}, \quad \forall t > 0. \quad (48)$$

定理 3 对于非线性系统(1), 在假设1和2的条件下, 如果选择鲁棒控制律 u_b 和(31)~(34)以及参数自适应律(35)~(38), 信号 $\vec{e}, \vec{\tilde{e}}$ 和 $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{c}_f, \hat{c}_g$ 是一致有界的.

证 利用文献[19]所提供的证明方法, 由式(39)和(48), 可以证 $\vec{e}, \vec{\tilde{e}}$ 和 $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{c}_f, \hat{c}_g$ 有界, 并且

$$\lambda_{\min}(P_1) |\vec{e}|^2 \leq \vec{e}^T P_1 \vec{e} \leq 2V(0) e^{-2\lambda t} + \frac{\varepsilon}{\lambda}.$$

对任意 $\delta > \sqrt{\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(P_1) \lambda}}$, 存在 t_1 , 当 $\forall t > t_1$ 时, 有 $|\vec{e}| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(P_1) \lambda}} \leq \delta$.

4 仿真例子(Simulation example)

为了说明本文提出的观测器设计方法的有效性,将提出的算法用于一类非线性系统中,系统的状态方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left\{ [1 + e^{(-x_1^2 - x_2^2)}]u + \frac{x_1 x_2}{1 + x_1^2 + x_2^2} \right\}, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (49)$$

令式(49)的初值 $x_{10} = 0, x_{20} = 0.5$, 控制项 $u = \sin(2t) + \cos(20t)$, 产生200个输出数据, 作为LS-SVRM和NN(RBF)的训练数据, 再产生100个输出数据, 作为测试数据。

为了比较LS-SVRM和NN(RBF)的性能, 本文将训练样本数从150取到200, 比较在不同样本数的情况下LS-SVRM和NN(RBF)的拟合精度. 在对LS-SVRM进行训练时令 $\mu = 1$; 对NN(RBF)训练时, 径向基函数的扩展速度为1, 神经元的最大数目取训练样本数, 训练时每次增加的神经元数目取5. 每次训练完成后用100个测试数据进行测试, 测试的评价公式为

$$\text{average_error} = \frac{1}{L} \sqrt{\sum_{i=1}^L (r_i - \hat{r}_i)^2}, \quad (50)$$

其中: L 表示测试样本数目, r_i 表示第 i 个测试样本的输出真实值, $\hat{r}_i$ 表示拟合值. 将其作为评价标准, 其仿真后的结果如图1, 2所示. 从中可以看出LS-SVRM的拟合误差整体小于NN(RBF)的拟合误差, 说明LS-SVRM的拟合性能要好于NN(RBF).

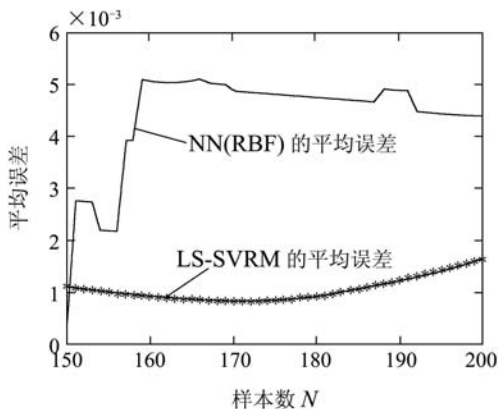


图1 $f(\vec{x})$ 的LS-SVRM拟合误差和NN(RBF)的拟合误差

Fig. 1 LS-SVRM regressive error values and NN(RBF) regressive error values for $f(\vec{x})$

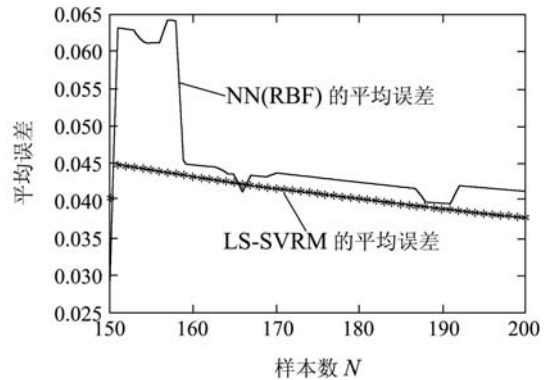


图2 $g(\vec{x})$ 的LS-SVRM拟合误差和NN(RBF)的拟合误差

Fig. 2 LS-SVRM regressive error values and NN(RBF) regressive error values for $g(\vec{x})$

为了测试本文提出的MSHMIO算法的优化性能, 分别用该算法和文献[13]的DMIP算法, 文献[14]的IMDCS策略以及文献[15]的HPSO算法对LS-SVRM的参数进行优化, 并对优化结果进行测试比较。

在测试时, 先用固定的200个样本对LS-SVRM进行训练, 训练时同样令 $\mu = 1$, 训练结果如表1所示. 由于 $\mu = 1$, 所以不需要对 μ 进行优化, 只需对 γ 和 σ^2 优化, 而LS-SVRM在训练时自行生成了 γ 和 σ^2 , 因此可以将这些 γ 和 σ 作为初始的 γ_{int} 和 σ_{int}^2 , 并可以确定优化时 γ 和 σ 的取值范围, 可取为: $\gamma \in [0.8\gamma_{\text{int}}, 1.2\gamma_{\text{int}}]$, $\sigma^2 \in [0.8\sigma_{\text{int}}^2, 1.2\sigma_{\text{int}}^2]$. 表1给出了用LS-SVRM拟合 $f(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$ 的训练结果。

表1 LS-SVRM的训练结果

Table 1 Training result of LS-SVRM

	$f(\vec{x})$	$g(\vec{x})$
σ^2	3.420	3.266
γ	738.834	739.471
平均误差	1.631×10^{-3}	8.118×10^{-2}

进行免疫算法优化时, 交叉率为0.8, 变异率为0.1, 初始群体规模 $N = 100$, 进化截止代数 $G = 150$, 每个样本的初始方差 $\rho^2 = 3$, 阈值 $d = 0.01$, 停止优化的条件是: 达到进化截止代数150或者达到进化精度 10^{-2} . 各种优化算法独立运行20次. 表2列出了各种指标的测试结果: 1) 以式(50)为评价标准, 用各种算法优化后的拟合精度要高于没有优化时的拟合精度; 而用MSHMIO算法优化后的拟合精度要高于其他几种优化算法; 2) 从最大代数, 最小代数, 平均代数, 平均收敛到最优值的代数这几个指标看, MSHMIO要优于其他几个算法。

表 2 4种优化算法的性能比较

Table 2 Comparison of capacity of four optimization algorithm

指标	$f(\vec{x})$				$g(\vec{x})$			
	IMDCS	DMIP	HIPSO	MSHMIO	IMDCS	DMIP	HIPSO	MSHMIO
σ^2	3.956	3.914	3.995	3.891	3.102	3.126	3.194	3.000
γ	725.580	710.254	740.306	737.002	739.548	738.161	740.122	737.639
平均误差	5.857e-4	5.866e-4	5.870e-4	5.824e-4	8.055e-2	8.065e-2	8.090e-2	8.015e-2
最大代数	88	76	81	73	21	14	18	14
最小代数	41	35	39	32	11	7	11	5
平均代数	59	55	57	51	19	10	14	9
平均收敛到最优值的代数	39	32	36	30	14	8	12	7

图3, 4是用MSHMIO优化后的LS-SVRM的仿真结果, 可以发现 $\hat{g}(\vec{x})$ 和 $g(\vec{x})$ 以及 $\hat{f}(\vec{x})$ 和 $f(\vec{x})$ 拟合程度很好.

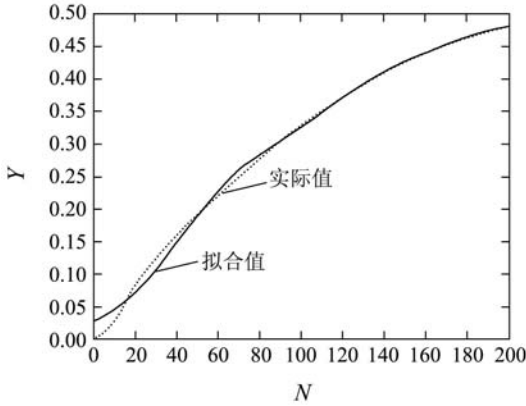


图 3 $f(\vec{x})$ 的LS-SVRM输出值和 $f(\vec{x})$ 实际值
Fig. 3 Output values of LS-SVRM of $f(\vec{x})$ and actual values of $f(\vec{x})$

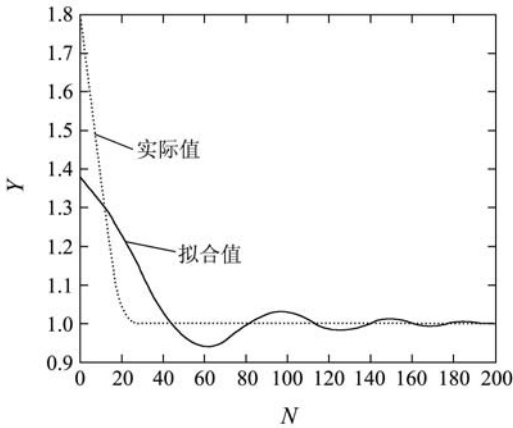


图 4 $g(\vec{x})$ 的LS-SVRM输出值和 $g(\vec{x})$ 实际值
Fig. 4 Output values of LS-SVRM of $g(\vec{x})$ and actual values of $g(\vec{x})$

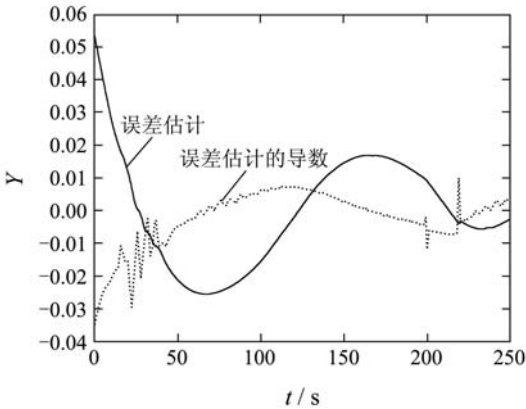


图 5 估计误差 $\hat{e}$ (实线)和估计误差的导数 $\dot{\hat{e}}$ (虚线)
Fig. 5 Estimation of errors $\hat{e}$ (solid) and derivative of estimated errors $\dot{\hat{e}}$ (dashed)

为了说明LS-SVRM的跟踪能力, 令反馈增益向量 $K_{u^*} = [3, 3]$, 观测增益向量 $K_o = [100, 194]$, 控制律中的参数 $\varepsilon_i = 1 (i = 1, 2, 3, 4)$, 选择正定矩阵 $Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 那么可以求得 $P_2 = \begin{bmatrix} 0.96 & -0.50 \\ -0.50 & 0.26 \end{bmatrix}$, 调节参数的初始值为 $\hat{m}_f(0) = \hat{m}_g(0) = \hat{c}_g(0) = \hat{c}_f(0) = 1$, 期望的输出为 $0.5[\sin(0.5t) + \sin t]$. 从图5中可以看出误差估计 $\hat{e}$ 和其导数收敛到小的零邻域内, 这就表示LS-SVRM的输出值能很好地跟踪实际输出值, 验证了本文的观测器设计的合理性.

5 结论(Conclusion)

本文针对一类SISO非线性系统提出了一种基于LS-SVR观测器的自适应鲁棒控制算法, 并用一种新型的变尺度混合变异免疫优化算法对LS-

SVRM的参数进行优化. 最后应用李雅普诺夫综合法证明了系统的收敛性并获得了相应的自适应调节律. 仿真结果证实了本文设计方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] CHEN W H, BALANCED D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for two-link robotic manipulators[J]. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 – 938.
- [2] HUANG Y H, WILLIAM M. Novel disturbance observer design for magnetic hard drive servo system with a rotary actuator[J]. *IEEE Transaction on Magnetics*, 1998, 34(4): 1892 – 1894.
- [3] CHEN B S, LEE C H, CHANG Y C. H_{∞} tracking design of uncertain nonlinear SISO systems adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 32 – 43.
- [4] TONG S C, LI H X. Direct adaptive fuzzy out tracking control of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 128(1): 107 – 115.
- [5] TONG S C, LI H X, WANG W. Observer-based adaptive fuzzy control for SISO nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 148(3): 355 – 376.
- [6] 李世敬, 王解法, 冯祖仁, 等. 基于动态观测器的不确定机器人鲁棒控制研究[J]. 兵工学报, 2005, 26(2): 263 – 266.
(LI Shijing, WANG Jiefa, FENG Zuren, et al. A study on the uncertain robust control of robot based on dynamic observer[J]. *ACTA Armamentari*, 2005, 26(2): 263 – 266.)
- [7] 杨晋勇, 贾英民. 基于动态神经网络的一类非线性不确定系统的自适应观测器[J]. 控制与决策, 2002, 17(4): 447 – 449.
(YANG Jinyong, JIA Yingmin. Adaptive observer for a class of nonlinear uncertain systems based on dynamical neural networks[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(4): 447 – 449.)
- [8] 朱亮, 姜长生, 薛雅丽. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应轨迹线性化控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 24(4): 723 – 727.
(ZHU Liang, JIANG Changsheng, XUE Yali. Robust adaptive trajectory linearization control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 723 – 727.)
- [9] LUENBERGER D G. An introduction to observers[J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1971, 16(6): 596 – 602.
- [10] 朱瑞军, 柴天佑. 基于动态神经网络的非线性系统鲁棒观测器设计[J]. 信息与控制, 1998, 27(6): 421 – 425.
(ZHU Ruijun, CHAI Tianyou. Robust observer design for a class of uncertain nonlinear systems using recurrent dynamic neural networks[J]. *Information and Control*, 1998, 27(6): 421 – 425.)
- [11] 张鹏, 李颖晖, 肖蕾. 基于递归神经网络的伺服系统自适应反步控制[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(6): 1475 – 1478.
(ZHENG Peng, LI Yinghui, XIAO Lei. Adaptive-backstepping control for servo system based on recurrent-neural-network[J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(6): 1475 – 1478.)
- [12] VAPNIK V. *The Nature of Statistical Learning Theory*[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [13] 薛文涛, 吴晓蓓, 徐志良. 基于双变异算子的免疫规划[J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 1411 – 1416.
(XUE Wentao, WU Xiaobei, XU Zhiliang. Immune programming based on double mutation operators[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(12): 1411 – 1416.)
- [14] 刘若辰, 贾建, 赵梦玲, 等. 一种免疫记忆动态克隆策略算法[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 777 – 784.
(LIU Ruochen, JIA Jian, ZHAO Mengling, et al. An immune memory dynamic clonal strategy algorithm[J]. *Control Theory & Application*, 2007, 24(5): 777 – 784.)
- [15] 罗飞, 林小兰, 许玉格, 等. 基于免疫粒子群混合优化算法的新型派梯策略[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2008, 36(8): 1 – 5.
(LUO Fei, LIN Xiaolan, XU Yuge, et al. New elevator dispatching strategy based on hybrid immune particle swarm optimization algorithm[J]. *Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition)*, 2008, 36(8): 1 – 5.)
- [16] 黄晓滨, 邹书蓉, 张洪伟. 免疫遗传算法及其在VRP中的应用[J]. 成都信息工程学院学报, 2008, 23(6): 637 – 641.
(HUANG Xiaobin, ZOU Shurong, ZHANG Hongwei. Immune genetic algorithm and its application to VRP[J]. *Journal of Chengdu University of Information Technology*, 2008, 23(6): 637 – 641.)
- [17] 张家超, 孔媛媛. 结合SVM与免疫遗传算法设计IDS的检测算法[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(10): 206 – 209.
(ZHANG Jiachao, KONG Yuanyuan. Algorithm design of IDS model based on SVMs and IGA[J]. *Microelectronics & Compute*, 2008, 25(10): 206 – 209.)
- [18] 唐正, 胡珉. 空间自适应免疫克隆选择优化算法[J]. 计算机应用, 2009, 29(2): 561 – 564.
(TANG Zheng, HU Min. Space self-adaptive immune clonal selection optimization algorithm[J]. *Journal of Computer Applications*, 2009, 29(2): 561 – 564.)
- [19] ZHOU S S, FENG G, FENG C B. Robust control for a class of uncertain nonlinear systems: adaptive fuzzy approach based on backstepping[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 151(1): 1 – 20.

作者简介:

杨 红 (1967—), 男, 博士研究生, 副教授, 目前研究方向为非线性控制、智能控制等, E-mail: yhenryh@sina.com;

罗 飞 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为控制系统的分析与综合、智能控制理论与应用、运动控制系统、模式识别与信息处理等;

许玉格 (1978—), 女, 博士, 讲师, 目前研究方向为智能控制等;

叶洪涛 (1978—), 男, 博士研究生, 讲师, 目前研究方向为遗传算法等.