文章编号: 1000−8152(2010)10−1399−05

# 线性广义系统基于一般形式观测器的严格耗散控制

董心壮[1], 张 玉[1], 艾 玲[2], 宋源清[3]

(1. 青岛大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266071; 2. 沈阳理工大学 理学院, 辽宁 沈阳 110168;

3. 青岛理工大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266033)

**摘要**: 本文主要研究线性广义系统基于一般形式状态观测器的严格耗散控制器的设计问题, 其中关于状态观测器需要同时设计3个系数矩阵. 利用线性矩阵不等式方法, 分别得到了满足要求的状态观测器及严格耗散控制器的存在条件及设计方法, 保证观测器能够渐近地跟踪系统状态并且闭环广义系统容许且严格耗散. 最后给出两个数值算例说明本文设计方法的有效性.

**关键词**: 线性广义系统; 严格耗散控制; 状态观测器; 线性矩阵不等式

**中图分类号**: TP273 **文献标识码**: A

# General state-observer-based strictly dissipative control for linear singular systems

DONG Xin-zhuang[1], ZHANG Yu[1], AI Ling[2], SONG Yuan-qing[3]

(1. College of Automation Engineering, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China;

2. College of Science, Shenyang Ligong University, Shenyang Liaoning 110168, China;

3. College of Automation Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao Shandong 266033, China)

**Abstract:** This paper mainly deals with the design of state-observer-based strictly dissipative controllers for linear singular systems, where three coefficient matrices are needed to be designed simultaneously for the state observers. By using the linear matrix inequality(LMI) method, we obtain the existence conditions and design methods for the state observers and the strictly dissipative controllers which guarantee the observers of tracking the system state asymptotically, and ensure the closed-loop singular systems to be admissible and strictly dissipative. Finally, two numerical examples are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** linear singular systems; strictly dissipative control; state observer; linear matrix inequality(LMI)

## 1 引言(Introduction)

耗散性理论于1972年被首次提出[1], 其后成为电路系统及控制理论中十分重要的概念. 研究耗散控制问题不但可以提供解决$\mathrm{H}_\infty$控制, 无源控制和正实控制问题的统一框架, 而且能够揭示很多更深刻的内容.

关于正常系统的耗散控制问题已得到较多的研究, 取得了许多有价值的成果[2~4]. 近年来, 耗散性概念又被推广到广义系统中, 而关于广义系统的耗散控制问题也已经得到了一些较好的研究成果[5~10], 其中有许多耗散控制器都是基于状态反馈的, 这就要求假设系统的状态变量如同系统的量测输出一样完全已知. 但由于状态变量通常不易直接测得或者由于受测量设备数目限制而无法测得, 上述假设实际上常常不能成立. 因此, 进一步研究广义系统的输出反馈耗散控制问题, 特别是基于观测器的耗散控制问题具有一定的实际意义.

笔者已经研究过线性广义系统基于状态观测器的严格耗散控制问题, 其中关于观测器仅需设计一个系数矩阵[11]. 而本文中的状态观测器则需同时设计3个系数矩阵, 更具有一般性. 本文的目的是设法找到满足要求的状态观测器和严格耗散控制器的存在条件及设计方法, 保证闭环系统容许且严格耗散.

## 2 预备知识(Preliminaries)

考虑如下形式的线性广义系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1\omega(t) + B_2u(t), \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}\omega(t) + D_{12}u(t), \\ y(t) = C_2x(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $\omega(t) \in \mathbb{R}^q$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$,

收稿日期: 2009−04−13; 收修改稿日期: 2010−07−20.

$z(t) \in \mathbb{R}^p$分别为系统的状态变量、控制输入、干扰变量、量测输出和控制输出; $E$, $A$, $B_1$, $B_2$, $C_1$, $C_2$, $D_{11}$, $D_{12}$为适当维数的已知实常数矩阵, 且rank $E = r \leqslant n$. 不失一般性, 可假设$E = \mathrm{diag}\{I_{\mathrm{r}}, 0\}$.

对系统(1)的自治系统(即令$u(t) = 0$)引入二次型能量函数

$$E(\omega, z, T) = \langle z, Qz\rangle_T + 2\langle z, S\omega\rangle_T + \langle \omega, R\omega\rangle_T .$$

其中: $\langle u, v\rangle_T = \int_0^T u^{\mathrm{T}}(t)v(t)\mathrm{d}t$, $\forall T \geqslant 0$, $Q$, $S$, $R$分别为适当维数的已知权矩阵, 且$Q$和$R$是对称矩阵.

**定义 1**[5] 如果对任意的$T \geqslant 0$, 存在某个正数$\alpha$, 使得在零初始条件下, 有下式成立:

$$E(\omega, z, T) \geqslant \alpha\langle \omega, \omega\rangle_T ,$$

则称系统(1)的自治系统为严格$(Q, S, R)$–耗散的.

**引理 1** 对于任意的$n$维向量$x$, $y$和任意正数$\varepsilon$, 有$2x^{\mathrm{T}}y \leqslant \varepsilon x^{\mathrm{T}}x + \varepsilon^{-1}y^{\mathrm{T}}y$.

不失一般性, 对系统(1)做如下假设:

**假设 1** $Q \leqslant 0$.

**假设 2** rank $B_2 = m$, rank $C_2 = l$, 即矩阵$B_2$列满秩, $C_2$行满秩.

**注 1** 若假设2成立, 则有$B_2^+ = (B_2^{\mathrm{T}}B_2)^{-1}B_2^{\mathrm{T}}$, $C_2^+ = C_2^{\mathrm{T}}(C_2C_2^{\mathrm{T}})^{-1}$.

本文的目的是: 在无法得到系统状态的前提下, 先利用系统的量测输出设计状态观测器, 然后利用观测器再设计严格耗散控制器, 即为系统设计基于观测器的严格耗散控制器, 保证闭环系统容许且严格$(Q, S, R)$–耗散, 即为

1) 当$\omega(t) = 0$时, 闭环系统容许;

2) 当$\omega(t) \neq 0$时, 闭环系统严格$(Q, S, R)$–耗散.

## 3 状态观测器设计(State observer design)

本文考虑为系统(1)设计如下形式的状态观测器:

$$\begin{aligned} E\dot{\xi}(t) &= N\xi(t) + Ly(t), \\ \hat{x}(t) &= \xi(t) + Gy(t). \end{aligned} \tag{2}$$

其中: $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$为状态$x(t)$的估计, $\xi(t) \in \mathbb{R}^n$为观测器的状态变量, $N$, $L$, $G$分别为待求的系数矩阵.

**引理 2** 若存在矩阵$H$满足如下方程组:

$$B_2 = HB_2, \tag{3}$$

$$HE = EGC_2, \tag{4}$$

$$N = A + NGC_2 - LC_2 - HA, \tag{5}$$

则估计误差$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$满足$E\dot{e}(t) = Ne(t)$.

**证** 利用上述等式直接推导即可, 故略去.

**引理 3** 在假设2下, 若有

$$(C_2^+C_2 - I)[(I - B_2B_2^+)Z_1^{\mathrm{T}} + B_2B_2^+] = 0 \tag{6}$$

成立, 则满足式(3)(4)的矩阵$H$, $G$存在且可表示为

$$H = B_2B_2^+ + Z[I - B_2B_2^+], \tag{7}$$

$$G = E^+HEC_2^+ + \varGamma_1 - E^+E\varGamma_1C_2C_2^+, \tag{8}$$

且若矩阵$G$满足

$$GC_2 + C_2^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}} - I < 0,$$

则满足式(5)的矩阵$N$, $L$存在且可表示为

$$N = (HA - A + WC_2)(GC_2 - I)^{-1}, \tag{9}$$

$$L = W + V(I - C_2C_2^+). \tag{10}$$

其中: $\varGamma_1, \varGamma_2, W, V$为适当维数的任意矩阵,

$$Z_1 = B_2B_2^+[I - C_2^+C_2][(I - B_2B_2^+)(C_2^+C_2 - I)]^+,$$

$$Z_2 = [I - B_2B_2^+][C_2^+C_2 - I][(I - B_2B_2^+)(C_2^+C_2 - I)]^+,$$

$$Z = Z_1 + \varGamma_2^{\mathrm{T}}(I - Z_2).$$

**证** 由假设2知, 式(3)必有解$H$且通解即为式(7). 由文献[12]得式(4)有解的充要条件为

$$EE^+HEC_2^+C_2 = HE.$$

将$H$的表达式及$E = E^+ = \mathrm{diag}\{I_{\mathrm{r}}, 0\}$代入上式得

$$(C_2^+C_2 - I)[(I - B_2B_2^+)Z^{\mathrm{T}} + B_2B_2^+] = 0. \tag{11}$$

同理, 式(11)有解的充要条件为式(6)成立, 因此满足式(11)的$Z^{\mathrm{T}}$存在, 转置后得$Z = Z_1 + \varGamma_2^{\mathrm{T}}(I - Z_2)$. 再由文献[12]知式(4)必定有解$G$且通解为式(8). 对式(5)进行适当处理得

$$N(GC_2 - I) - LC_2 = HA - A. \tag{12}$$

由文献[13]知, 式(12)有解的充分条件为

$$C_2^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}GC_2 - GC_2 - C_2^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}} + I > 0.$$

若$GC_2 + C_2^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}} - I < 0$, 即可保证式(12)的解存在且可表为式(9)(10). 证毕.

**注 2** 由系统(1)与状态观测器(2)可得

$$E\dot{\hat{x}}(t) = N\hat{x}(t) + (L - NG)y(t) + EGC_2\dot{x}(t).$$

若令$B_2 = 0$, 则式(3)中的矩阵$H$可任取. 取$H = 0$, 则有$G = 0$, $N = A - LC_2$且

$$E\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC_2)\hat{x}(t) + Ly(t).$$

这就是文献[11]中所设计的仅含一个系数矩阵的状态观测器. 因此, 本文中的观测器(2)更具有一般性.

**定理 1** 对于系统(1), 在假设2下, 若存在可逆

矩阵$P$和矩阵$\Omega, \Psi$满足

$$E^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}E \geqslant 0, \tag{13}$$

$$C_2^{\mathrm{T}}\Psi^{\mathrm{T}} + \Psi C_2 + Z_3 P + P^{\mathrm{T}} Z_3^{\mathrm{T}} - Z_4 \Omega^{\mathrm{T}} - \Omega Z_4^{\mathrm{T}} < 0, \tag{14}$$

则存在观测器(2), 使得估计误差$e(t)$渐近趋于零, 且观测器(2)的系数矩阵$N, G, L$可分别设计为

$$N = P^{-1}\Psi C_2 + A - HA, \tag{15}$$

$$G = E^{+}HEC_2^{+} + \Gamma_1 - E^{+}E\Gamma_1 C_2 C_2^{+}, \tag{16}$$

$$L = NG - P^{-1}\Psi. \tag{17}$$

其中: $\Gamma_1$为任意适维矩阵, $B = B_2 B_2^{+}$, $\Gamma_2 = \Omega^{\mathrm{T}} P^{-1}$, $Z_1, Z_2, Z, H$由引理3给出, 且

$$Z_3 = A^{\mathrm{T}} - A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} - A^{\mathrm{T}}Z_1^{\mathrm{T}} + A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Z_1^{\mathrm{T}},$$
$$Z_4 = A^{\mathrm{T}} - A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} - A^{\mathrm{T}}Z_2^{\mathrm{T}} + A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Z_2^{\mathrm{T}}.$$

**证**　由文献[5]知, 系统$E\dot{e}(t) = Ne(t)$容许的充要条件是存在可逆矩阵$P$满足式(13)及$N^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}N < 0$, 此时必有$e(t)$ 渐近趋于零. 令$L = NG - P^{-1}\Psi$, 代入式(5)得$N = P^{-1}\Psi C_2 + A - HA$, 将其与$H, Z$的表达式代入到$N^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}N < 0$, 并令$\Gamma_2 P = \Omega^{\mathrm{T}}$, 即为式(14).　　证毕.

**注 3**　定理1中的$\Gamma_1$为任意的适维矩阵, 它只影响观测器(2)的系数矩阵$G$, $L$, 而不影响系数矩阵$N$, 故观测器(2)的设计不唯一. 由于观测器的估计误差$e(t)$的性质只取决于矩阵$E$和$N$, 因此$\Gamma_1$的不同选取不会影响观测器(2)跟踪系统状态的准确性.

## 4　严格耗散控制器设计(Strictly dissipative controller design)

基于状态观测器(2), 下面考虑为系统(1)设计如下形式的严格耗散控制器:

$$u(t) = -K\hat{x}(t), \tag{18}$$

则相应的闭环系统为

$$\begin{aligned} \bar{E}\dot{\eta}(t) &= \bar{A}\eta(t) + \bar{B}_1\omega(t), \\ z(t) &= \bar{C}_1\eta(t) + D_{11}\omega(t). \end{aligned} \tag{19}$$

其中: $\eta(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\ \ e^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 且

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix},\ \bar{A} = \begin{bmatrix} A - B_2K & B_2K \\ 0 & N \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_1 - HB_1 \end{bmatrix},\ \bar{C}_1 = [C_1 - D_{12}K\ \ D_{12}K].$$

首先给出由矩阵不等式形式描述的闭环系统(19)容许且严格$(Q, S, R)$–耗散的条件.

**定理 2**　对于给定的观测器(2)和矩阵$Q$, $S$, $R$, 且$Q$和$R$对称, 在假设1, 2下, 若存在可逆矩阵$F$, $M$和矩阵$K$满足

$$E^{\mathrm{T}}F = F^{\mathrm{T}}E \geqslant 0, \tag{20}$$

$$E^{\mathrm{T}}M = M^{\mathrm{T}}E \geqslant 0, \tag{21}$$

$$\begin{bmatrix} (A - B_2K)^{\mathrm{T}}F + F^{\mathrm{T}}(A - B_2K) & F^{\mathrm{T}}B_2K & F^{\mathrm{T}}B_1 - (C_1 - D_{12}K)^{\mathrm{T}}S & (C_1 - D_{12}K)^{\mathrm{T}}Q_1 \\ * & N^{\mathrm{T}}M + M^{\mathrm{T}}N & -K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}S + M^{\mathrm{T}}(B_1 - HB_1) & K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}Q_1 \\ * & * & -D_{11}^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D_{11} - R & D_{11}^{\mathrm{T}}Q_1 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{22}$$

其中: $Q_1 = (-Q)^{1/2}$, “$*$”代表对称矩阵的相应项, 则闭环系统(19)容许且严格$(Q, S, R)$–耗散.

**证**　记式(22)为$J < 0$. 令$\bar{M} = \mathrm{diag}\{F, M\}$. 由式(20)(21)知

$$\bar{E}^{\mathrm{T}}\bar{M} = \bar{M}^{\mathrm{T}}\bar{E} \geqslant 0.$$

由式(22)可知

$$\bar{A}^{\mathrm{T}}\bar{M} + \bar{M}^{\mathrm{T}}\bar{A} < 0.$$

则由文献[5]知, 当$\omega(t) = 0$时, 系统(19)是容许的.

当式(22)成立时, 总可找到充分小的正数$\alpha$, 使得$J_1 = J + \mathrm{diag}\{0, 0, \alpha I, 0\} < 0$. 令$V(\eta(t)) = \eta^{\mathrm{T}}(t)\bar{E}^{\mathrm{T}}\bar{M}\eta(t)$, 计算可得

$$\begin{aligned} &\dot{V}(\eta(t)) - z^{\mathrm{T}}(t)Qz(t) - 2z^{\mathrm{T}}(t)S\omega(t) - \\ &\omega^{\mathrm{T}}(t)R\omega(t) + \alpha\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t) = \\ &[x^{\mathrm{T}}(t)\ \ e^{\mathrm{T}}(t)\ \ \omega^{\mathrm{T}}(t)]J_2 \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{23}$$

其中$J_2$很容易写出. 由Schur补性质知, $J_1 < 0$即等价于$J_2 < 0$, 再利用定义1可得闭环系统(19)是严格$(Q, S, R)$–耗散的. 具体的证明思路可参考文献[11]中定理1的证明.　　证毕.

下面给出由线性矩阵不等式(LMI)形式描述的控制器(18)的存在条件和设计方法.

**定理 3**　对于给定的观测器(2)和矩阵$Q$, $S$, $R$, 且$Q$和$R$对称, 在假设1,2下, 若存在可逆矩阵$\tilde{F}$和矩阵$\tilde{K}$, 以及正数$\varepsilon_i$, $i$ =1, 2, $\cdots$, 5, 满足式(24)和(25), 且存在可逆矩阵$M$满足式(26)和(27):

$$\tilde{F}E^{\mathrm{T}} = E\tilde{F}^{\mathrm{T}} \geqslant 0, \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \Sigma_{13} \\ * & \Sigma_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{25}$$

$$E^{\mathrm{T}}M = M^{\mathrm{T}}E \geqslant 0, \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} N^{\mathrm{T}}M + M^{\mathrm{T}}N & K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}Q_1 & K^{\mathrm{T}} & K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}Q_1 & K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}Q_1 & K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}} & M^{\mathrm{T}} \\ * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_3 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_4 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_5 I \end{bmatrix} < 0. \tag{27}$$

其中:

$$\Sigma_{11} = \tilde{F}A^{\mathrm{T}} + A\tilde{F}^{\mathrm{T}} - \tilde{K}B_2^{\mathrm{T}} - B_2\tilde{K}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_1 B_2 B_2^{\mathrm{T}},$$
$$\Sigma_{12} = B_1 - (\tilde{F}C_1^{\mathrm{T}} - \tilde{K}D_{12}^{\mathrm{T}})(QD_{11} + S),$$
$$\Sigma_{13} = (\tilde{F}C_1^{\mathrm{T}} - \tilde{K}D_{12}^{\mathrm{T}})Q_1,$$
$$\Sigma_{22} = -D_{11}^{\mathrm{T}}QD_{11} - D_{11}^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D_{11} - R - \varepsilon_3 D_{11}^{\mathrm{T}}QD_{11} + \varepsilon_4 S^{\mathrm{T}}S + \varepsilon_5(B_1 - HB_1)^{\mathrm{T}}(B_1 - HB_1),$$
$$K = \tilde{K}^{\mathrm{T}}\tilde{F}^{-\mathrm{T}},$$

则存在控制器(18), 使得闭环系统(19)容许且严格$(Q,S,R)$–耗散, 且其增益矩阵$K$可设计为

$$K = \tilde{K}^{\mathrm{T}}\tilde{F}^{-\mathrm{T}}. \tag{28}$$

**证** 定理2中式(22)左端矩阵中的非线性项主要来源于式(23). 利用引理1, 对式(23)中的部分项进行适当的放大处理:

$$2x^{\mathrm{T}}(t)F^{\mathrm{T}}B_2Ke(t) \leqslant \varepsilon_1 x^{\mathrm{T}}(t)F^{\mathrm{T}}B_2B_2^{\mathrm{T}}Fx(t) + \varepsilon_1^{-1}e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}Ke(t),$$
$$-2x^{\mathrm{T}}(t)(C_1 - D_{12}K)^{\mathrm{T}}QD_{12}Ke(t) \leqslant -\varepsilon_2^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)(C_1 - D_{12}K)^{\mathrm{T}}Q(C_1 - D_{12}K)x(t) - \varepsilon_2 e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}QD_{12}Ke(t),$$
$$2e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}(-Q)D_{11}\omega(t) \leqslant -\varepsilon_3\omega^{\mathrm{T}}(t)D_{11}^{\mathrm{T}}QD_{11}\omega(t) - \varepsilon_3^{-1}e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}QD_{12}Ke(t),$$
$$-2e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}S\omega(t) \leqslant \varepsilon_4^{-1}e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}D_{12}^{\mathrm{T}}D_{12}Ke(t) + \varepsilon_4\omega^{\mathrm{T}}(t)S^{\mathrm{T}}S\omega(t),$$
$$2e^{\mathrm{T}}(t)M^{\mathrm{T}}(B_1 - HB_1)\omega(t) \leqslant \varepsilon_5^{-1}e^{\mathrm{T}}(t)M^{\mathrm{T}}Me(t) + \varepsilon_5\omega^{\mathrm{T}}(t)(B_1 - HB_1)^{\mathrm{T}}(B_1 - HB_1)\omega(t).$$

用上述不等式的右端取代式(23)中的相应项, 其余证明思路同文献[11]中的定理2, 故略去.

根据定理1和定理3, 下面给出对系统(1)设计基于状态观测器(2)的严格耗散控制器(18)的具体算法, 主要利用MATLAB中的LMI工具箱进行求解.

**步骤 1** 求解式(13)和(14), 若有可行解 $P$, $\Omega$ 和 $\Psi$, 转步骤 2.

**步骤 2** 由式(15)∼(17)求出观测器(2)的系数矩阵$N$, $G$和$L$, 转步骤 3.

**步骤 3** 求解式(24)和(25), 若有可行解$\tilde{F}$, $\tilde{K}$, $\varepsilon_i$, $i=1,2,\cdots,5$, 转步骤 4.

**步骤 4** 由式(28)求出$K$, 求解式(26)和式(27), 若有可行解$M$, 则存在严格耗散控制器式(18).

## 5 数值算例(Numerical examples)

首先通过例1来说明本文设计的状态观测器(2)的有效性.

**例 1** 设系统(1)中的各系数矩阵如下:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0.8 \end{bmatrix},$$
$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.5 \end{bmatrix},\ C_1 = [1.3 \quad 0.4],$$
$$C_2 = [2 \quad 0.8],\ D_{11} = 0.4, D_{12} = 0.8.$$

对系统(1)设计状态观测器(2). 求解式(13)及式(14), 可得一组可行解. 由定理1知, 存在观测器(2)使得跟踪误差$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$渐近趋于零, 且其系数矩阵$N$, $G$, $L$可分别设计为(取$\Gamma_1 = [1 \quad 1]^{\mathrm{T}}$)

$$G = \begin{bmatrix} 0.3233 \\ 1.0000 \end{bmatrix},\ L = \begin{bmatrix} 0.3837 \\ -1.5066 \end{bmatrix},$$
$$N = \begin{bmatrix} -0.4986 & 0.3206 \\ -1.2053 & -1.7821 \end{bmatrix}.$$

若对如上的系统(1)设计形如文献[11]中的状态观测器, 可以发现其不存在.

下面, 通过例2来说明本文所设计的基于观测器(2)的严格耗散控制器(18)的有效性.

**例 2** 设系统(1)中的各系数矩阵如下:

$$E=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}-2&1\\1&3\end{bmatrix},\ B_1=\begin{bmatrix}1.5\\1.2\end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix}1.4\\0.9\end{bmatrix},\ C_1=[0.6\ \ 1.2],$$

$$C_2=[2.2\ \ 0.8],\ D_{11}=0.4,\ D_{12}=0.8.$$

并取$Q=-0.1, S=0.1, R=2.$

首先对系统(1)设计状态观测器(2). 可知满足要求的观测器(2)存在, 且其系数矩阵$N, G, L$可分别设计为(取$\varGamma_1=[1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$)

$$G=\begin{bmatrix}0.3254\\1.0000\end{bmatrix},\ L=\begin{bmatrix}-1.0342\\1.8918\end{bmatrix},$$

$$N=\begin{bmatrix}-1.1865&-0.8812\\-0.7981&0.9466\end{bmatrix}.$$

然后为系统(1)设计控制器(18). 依次求解式(24)~(27), 可得一组可行解. 由定理3知, 存在控制器(18), 保证闭环系统(19)容许且严格$(-0.1, 0.1, 2)$–耗散, 且控制器(18)的增益矩阵可设计为

$$K=[0.8494\ \ 1.6243].$$

由于篇幅所限, 故略去该例中的跟踪误差变化曲线.

对如上的系统(1), 设计形如文献[11]中的基于观测器的严格耗散控制器, 可以发现虽然能够设计出状态观测器, 但无法设计出严格耗散控制器. 因此本文中所设计的严格耗散控制器更具有一般性.

## 6 结论(Conclusion)

本文主要研究了线性广义系统基于一般形式状态观测器的严格耗散控制问题. 分别给出了满足要求的状态观测器及严格耗散控制器存在的充分条件和相应的设计方法, 保证闭环广义系统容许且严格耗散. 值得指出的是, 本文所考虑的状态观测器需要同时设计3个系数矩阵, 更具有灵活性和一般性.

## 参考文献(References):

[1] WILLEMS J C. Dissipative dynamical systems-part1: general theory[J]. *Archive for Mechanics Analysis*, 1972, 45(5): 321 – 351.

[2] XIE S, XIE L, DE SOUZA C E. Robust dissipative control for linear systems with dissipative uncertainty[J]. *International Journal of Control*, 1998, 70(2): 169 – 191.

[3] TAN Z Q, SOH Y C, XIE L H. Dissipative control for linear discrete-time systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(9): 1557 – 1564.

[4] 刘飞, 苏宏业, 褚健. 线性离散时滞系统鲁棒严格耗散控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 897 – 903.
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust strictly dissipative control for linear discrete time-delay systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 897 – 903. )

[5] 董心壮, 张庆灵. 线性广义系统的鲁棒严格耗散控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(2): 195 – 198.
(DONG Xinzhuang, ZHANG Qingling. Robust strictly dissipative control for linear singular systems[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 195 – 198.)

[6] MASUBUCHI I. Dissipativity inequalities for continuous-time descriptor systems with applications to synthesis of control gains[J]. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(2): 158 – 164.

[7] MASUBUCHI I. Output feedback controller synthesis for descriptor systems satisfying closed-loop dissipativity[J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 339 – 345.

[8] DONG X Z. Robust strictly dissipative control for discrete singular systems[J]. *IET Proceedings: Control Theory and Applications*, 2007, 1(4): 1060 – 1067.

[9] 董心壮, 张庆灵. 滞后离散广义系统的鲁棒严格耗散控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 743 – 747.
(DONG Xinzhuang, ZHANG Qingling. Robust strictly dissipative control for linear discrete delay singular systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 743 – 747. )

[10] YANG L, ZHANG Q L, LIU G Y, et al. Robust impulse dissipative control of singular systems with uncertainties[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(5): 554 – 556.

[11] 张玉, 董心壮. 线性广义系统基于观测器的严格耗散控制[J]. 计算技术与自动化, 2009, 28(2): 13 – 18.
(ZHANG Yu, DONG Xinzhuang. Observer-based strictly dissipative control for linear singular systems[J]. *Computing Technology and Automation*, 2009, 28(2): 13 – 18.)

[12] 徐仲, 张凯院, 陆全, 等. 矩阵论简明教程[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 142 – 153.
(XU Zhong, ZHANG Kaiyuan, LU Quan, et al. *Concise Tutorial of Matrix Theory*[M]. Beijing: Science Press, 2005: 142 – 153.)

[13] 许德祥. 矩阵方程的解(Ⅱ)[J]. 吉林化工学院学报, 2000, 17(1): 72 – 74.
(XU Dexiang. Solution of matrix equations(Ⅱ)[J]. *Journal of Jilin Insititute of Chemical Technology*, 2000, 17(1): 72 – 74.)

作者简介:

**董心壮** (1973— ), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为广义系统控制理论、滑动模控制和鲁棒控制等, E-mail: xzdong@hotmail.com, 本文通讯作者;

**张 玉** (1985— ), 女, 硕士, 主要研究方向为广义系统的耗散控制, E-mail: yyaiyyyyaiyy@126.com;

**艾 玲** (1969— ), 女, 硕士, 副教授, 主要研究方向为广义系统的无源控制, E-mail: al-ailing@sohu.com;

**宋源清** (1984— ), 男, 硕士, 主要研究方向为控制工程, E-mail: yyaiyymail@126.com.