

一类非线性不确定系统的自适应鲁棒控制

郭 健¹, 陈庆伟¹, 吴益飞¹, 姚 斌²

(1. 南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094;

2. 普度大学 机械工程学院, 西拉法叶 IN 47907 美国)

摘要: 将一类结构和参数均未知且存在外界干扰的非线性系统, 等价于具有线性结构的时变系统, 在此基础上设计了自适应鲁棒控制器, 包括自适应模型补偿、反馈稳定控制和鲁棒反馈控制3部分, 实现闭环控制系统信号有界且跟踪误差在期望的精度范围内. 理论分析和仿真结果均验证了算法的有效性.

关键词: 非线性系统; 线性化; 自适应控制; 鲁棒控制

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Adaptive robust control for a class of uncertain nonlinear system

GUO Jian¹, CHEN Qing-wei¹, WU Yi-fei¹, YAO Bin²

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China;

2. School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN 47907, USA)

Abstract: A kind of nonlinear system with unknown structure and parameters in the presence of external disturbances is considered. We treat this type of nonlinear system as a time-varying system with a linear structure, and propose for it an adaptive robust control law which consists of the adaptive model compensation, the stabilization feedback and the robust feedback. It ensures that all signals in the closed-loop system to be bounded and the tracking errors being within a desired range. Theoretical analysis and simulation results validate the proposed controllers.

Key words: nonlinear system; linearation; adaptive control; robust control

1 引言(Introduction)

线性系统自适应控制理论研究日趋完善, 而对于非线性系统, 由于模型的复杂性以及缺乏有效的数学分析工具, 目前还没有统一的研究方法. 对于非线性不确定系统, 滑模控制是一种较为有效的鲁棒控制方法^[1,2], 但可能产生的抖振现象又制约了其实际应用; 文献[3~5]针对一类半严格反馈非线性系统, 设计了自适应鲁棒控制器, 能有效克服摩擦非线性的影响; 近似线性化方法^[6,7]也是非线性系统常用的控制方法, 但系统在大范围工作时, 不可避免地存在建模误差, 导致被控系统性能降低或失稳. 因此若能将非线性系统精确线性化, 将有利于系统的分析和控制. 文献[8]将一类非线性系统等价为具有线性结构的时变系统, 设计了自适应控制器.

对于实际系统而言, 主要控制目标是要求系统能有效克服各类不确定性, 控制器输出无抖振, 便于实现, 同时控制误差在要求的精度范围内. 基于这一思

想, 本文针对一类结构和参数均未知、具有未建模动态和外界扰动的非线性不确定系统, 将其等价于具有线性结构的时变系统, 在此基础上设计了自适应鲁棒控制器, 实现了闭环控制系统信号有界且跟踪误差在期望的精度范围内; 控制器结构简洁, 便于应用. 进一步将其推广到高阶非线性不确定系统, 理论分析和仿真结果均表明了所提方法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

2.1 系统模型(System model)

非线性不确定系统由如下方程描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, u) + \Delta(x_1, x_2, t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}=[x_1 \ x_2]^T$ 为状态向量, $u(t)$ 为控制量, $y(t)$ 为输出, $f(\cdot)$ 为结构和参数等均未知的非线性函数, $\Delta(\mathbf{x}, t)$ 为包含未建模动态和外界干扰的不确定项.

收稿日期: 2009-04-28; 收修改稿日期: 2009-10-18.

基金项目: 教育部博士点基金资助项目(20070288022); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2008404); 江苏省科技支撑计划资助项目(BE2009160); 空间智能控制技术国家级重点实验室资助项目.

控制目标: 设计控制器 $u(t)$, 使闭环系统跟踪误差 $\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(t)|$ 在任意期望的精度范围内.

首先, 对非线性系统和期望信号做如下假设:

假设 1 非线性函数 $f(\cdot)$ 关于 x_1, x_2 连续可导, 且偏导数有界, 位于如下已知的界内:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \in [\alpha_{i\min}, \alpha_{i\max}], \quad i = 1, 2.$$

假设 2 非线性函数 $f(\cdot)$ 关于 u 连续可导, 偏导数有界且符号已知, 不妨设为正. 设偏导数位于如下已知的界内:

$$\frac{\partial f}{\partial u} \in [\beta_{1\min}, \beta_{1\max}], \quad \beta_{1\min} > 0.$$

假设 3 $f(\cdot)$ 在原点处 $f(0, 0, 0)$ 有意义, 且值位于已知的界内: $|f(0, 0, 0)| \leq d_{0M}$.

假设 4 不确定项 $\Delta(\mathbf{x}, t)$ 满足: $|\Delta(\mathbf{x}, t)| \leq \delta(\mathbf{x})f_d(t)$, 式中 $\delta(\mathbf{x})$ 为已知函数, $f_d(t)$ 为未知但有界的时变函数, 不妨设 $|f_d(t)| \leq f_{dM}$.

假设 5 期望信号 $y_d(t)$ 为二阶可导.

注 1 假设1, 2表示非线性函数关于各变量的变化率有界; 假设3表示系统在原点有意义且值位于有界区域内; 假设4描述了具有一般意义的未建模动态和外界干扰. 这些假设是许多实际系统能满足的.

2.2 等价线性化(Equivalent linearization)

对于非线性系统(1), 由于 $f(\cdot)$ 结构和参数均未知, 一般的控制器设计方法难以应用. 文献[8]将一类非线性系统等价为具有线性结构的时变系统, 便于控制器的设计. 同样, 本文对系统(1)进行等价变换.

定理 1 满足假设1~3的非线性系统(1), 可等价表示为具有如下线性结构的时变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \alpha_1(t)x_1 + \alpha_2(t)x_2 + \beta_1(t)u + f(0, 0, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (2)$$

证

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, u) + \Delta(\mathbf{x}, t) = \\ &= f(x_1, x_2, u) - f(0, x_2, u) + \\ &= f(0, x_2, u) - f(0, 0, u) + \\ &= f(0, 0, u) - f(0, 0, 0) + f(0, 0, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t). \end{aligned}$$

利用微分中值定理可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \alpha_1(t)x_1 + \alpha_2(t)x_2 + \\ &= \beta_1(t)u + f(0, 0, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t), \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) &= \frac{\partial f}{\partial x_1}|_{(r_1, x_2, u)}, \quad \alpha_2(t) = \frac{\partial f}{\partial x_2}|_{(0, r_2, u)}, \\ \beta_1(t) &= \frac{\partial f}{\partial u}|_{(0, 0, r_3)}. \end{aligned}$$

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 分别为介于0与 x_1 之间、0与 x_2 之间、0与 u 之间的某个值. 由假设1, 2可知, 时变系数 $\alpha_1(t), \alpha_2(t), \beta_1(t)$ 均有界, 且位于已知的界内.

注 2 由定理1的推导过程可知, 对于假设条件4, 可放宽为 $f(\cdot)$ 的初值 $f(x_1(t_0), x_2(t_0), u(t_0))$ 位于已知的界内, 同样可得到等价的线性结构的时变系统, 只是在原来的 $\Delta(\mathbf{x}, t)$ 项基础上, 再增加一项跟初值有关的有界建模误差.

3 自适应鲁棒控制器设计(Design of adaptive robust controller)

定理1将非线性系统(1)等价转化为具有线性结构的时变系统(2). 在此基础上, 本节将设计自适应鲁棒控制器. 首先对有界时变参数进行辨识.

3.1 参数估计投影算法(Projection algorithm for parameter estimation)

设 $\hat{\theta}$ 表示 θ 的估计值, $\tilde{\theta}$ 表示参数估计误差: $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$. 本文采用如下参数估计投影算法^[9]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\Gamma\tau), \quad \hat{\theta}(0) \in \Omega_{\theta}, \\ \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\cdot) &= \begin{cases} 0, & \hat{\theta}_i = \theta_{i\max}, \cdot_i > 0, \\ 0, & \hat{\theta}_i = \theta_{i\min}, \cdot_i < 0, \\ \cdot_i, & \text{其他}. \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

其中: Γ 表示参数辨识速率对角阵, τ 为自适应函数. 对于参数辨识算法(3), 具有如下特性: $\forall t: \hat{\theta}(t) \in \Omega_{\theta}$, 即参数估计有界, 且位于已知的界内.

3.2 自适应鲁棒控制器(Adaptive robust controller)

对于具有未建模动态和外界扰动的非线性不确定系统, 采用连续、平滑的控制器一般无法实现渐近跟踪. 对实际系统而言, 主要控制目标是要求控制器连续、无抖振, 同时控制保持在要求的精度范围内. 为此, 本节将设计相应的自适应鲁棒控制器. 定义:

$$\begin{aligned} p &= \dot{e} + k_1 e = \dot{y} - \dot{y}_d + k_1 e = \\ &= \dot{y} - (\dot{y}_d - k_1 e) \triangleq x_2 - x_{2\text{eq}}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $k_1 > 0$, $e = y - y_d$, $x_{2\text{eq}} \triangleq \dot{y}_d - k_1 e$.

由(4)可知, 若 p 很小或收敛到零时, 由于 $G_p(s) = E(s)/P(s) = 1/(s + k_1)$, 则 e 也很小或收敛到零.

由式(2)(4)可得

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \beta_1 u - \dot{x}_{2\text{eq}} + \\ &= f(0, 0, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t), \end{aligned}$$

即

$$\frac{1}{\beta_1} \dot{p} = u + \vartheta^T \varphi + \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1}, \quad (5)$$

式中:

$$\vartheta = \left[\frac{\alpha_1}{\beta_1} \quad \frac{\alpha_2}{\beta_1} \quad \frac{1}{\beta_1} \quad \frac{f(0, 0, 0)}{\beta_1} \right]^T, \\ \varphi = [x_1 \quad x_2 \quad -\dot{x}_{2eq} \quad \mathbf{1}]^T.$$

自适应鲁棒控制器设计如下:

$$\begin{cases} u = u_a + u_s, u_a = -\hat{\vartheta}^T \varphi, \\ u_s = u_{s1} + u_{s2}, u_{s1} = -k_{s1} p, \end{cases} \quad (6)$$

$$\dot{\hat{\vartheta}} = \text{Proj}(\Gamma_{\hat{\vartheta}} \varphi p). \quad (7)$$

其中: u_a 表示由参数估计 $\hat{\vartheta}$ 得到的常规的模型补偿控制量; u_s 表示鲁棒控制部分, 其中, u_{s1} 为常见的比例反馈稳定控制部分 ($k_{s1} > 0$), u_{s2} 表示用于克服系统各种不确定因素的鲁棒反馈控制部分.

将式(6)代入式(5)可得:

$$\frac{1}{\beta_1} \dot{p} = -k_{s1} p + u_{s2} + \tilde{\vartheta}^T \varphi + \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1}. \quad (8)$$

由假设1~4以及自适应参数估计算法特性可得, 存在控制量 u_{s2} , 满足以下两个条件:

$$\text{i)} \quad p \cdot u_{s2} \leq 0, \quad (9)$$

$$\text{ii)} \quad p(u_{s2} + \tilde{\vartheta}^T \varphi + \frac{\Delta}{\beta_1}) \leq \varepsilon + \varepsilon_d f_d^2(t). \quad (10)$$

其中 ε 和 ε_d 均为正数, 是可按要求取值任意小的设计参数. 由式(10)不难看出, u_{s2} 用于克服系统参数不确定以及外界干扰等所引起的系统不确定性.

结论 1 下式给出了一种满足条件(9)(10)的 u_{s2} :

$$u_{s2} = -\left(\frac{1}{4\varepsilon} h^2 + \frac{1}{4\varepsilon_d} \bar{\delta}^2(\mathbf{x})\right) \cdot p, \quad (11)$$

式中:

$$h \geq \|\tilde{\vartheta}_{\max}\| \|\varphi\|, \quad \tilde{\vartheta}_{\max} = \vartheta_{\max} - \vartheta_{\min}, \\ \vartheta_{\max} = \left[\frac{\alpha_{1\max}}{\beta_{1\min}} \quad \frac{\alpha_{2\max}}{\beta_{1\min}} \quad \frac{1}{\beta_{1\min}} \quad \frac{d_{0M}}{\beta_{1\min}} \right]^T, \\ \vartheta_{\min} = \left[\frac{\alpha_{1\min}}{\beta_{1\max}} \quad \frac{\alpha_{2\min}}{\beta_{1\max}} \quad \frac{1}{\beta_{1\max}} \quad \frac{-d_{0M}}{\beta_{1\max}} \right]^T, \\ \bar{\delta}(\mathbf{x}) = \frac{\delta(\mathbf{x})}{\beta_{1\min}}.$$

证 式(11)显然满足第1个条件式(9). 对于条件2, 将式(11)代入式(10)左边可得

$$p(u_{s2} + \tilde{\vartheta}^T \varphi + \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1}) = \\ -\frac{1}{4\varepsilon} h^2 \cdot p^2 + \tilde{\vartheta}^T \varphi p + p \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1} f_d - p^2 \frac{1}{4\varepsilon_d} \bar{\delta}^2(\mathbf{x}) \leq$$

$$-(\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} \|\tilde{\vartheta}_{\max}\| \|\varphi\| |p| - \sqrt{\varepsilon})^2 + (\sqrt{\varepsilon})^2 - \\ (\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_d}} p \bar{\delta}(\mathbf{x}) - \sqrt{\varepsilon_d} f_d)^2 + (\sqrt{\varepsilon_d} f_d)^2 \leq \\ \varepsilon + \varepsilon_d f_d^2.$$

定理 2 由系统(1)、控制器(6)(11)以及参数估计(7)组成的自适应鲁棒控制闭环系统信号有界, 动态和稳态跟踪误差可满足任意期望的精度要求, 且动态跟踪误差指数 p 满足下式:

$$p^2(t) \leq e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t} p^2(0) + \\ \frac{\beta_{1\max}(\varepsilon + \varepsilon_d f_{dM}^2)}{\beta_{1\min} k_{s1}} [1 - e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t}]. \quad (12)$$

证 构造如下Lyapunov函数:

$$V(t) = \frac{1}{2\beta_{1\min}} p^2(t). \quad (13)$$

由式(8)(10)可得

$$\dot{V} = \frac{1}{\beta_{1\min}} p \dot{p} = \\ -k_{s1} \frac{\beta_1}{\beta_{1\min}} p^2 + \frac{\beta_1}{\beta_{1\min}} p(u_{s2} + \tilde{\vartheta}^T \varphi + \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1}) \leq \\ -k_{s1} p^2 + \frac{\beta_{1\max}}{\beta_{1\min}} (\varepsilon + \varepsilon_d f_d^2),$$

即

$$\dot{V} \leq -2\beta_{1\min} k_{s1} V + \frac{\beta_{1\max}}{\beta_{1\min}} (\varepsilon + \varepsilon_d f_{dM}^2), \quad (14)$$

可得

$$V(t) \leq e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t} V(0) + \\ \frac{\beta_{1\max}(\varepsilon + \varepsilon_d f_{dM}^2)}{2\beta_{1\min}^2 k_{s1}} [1 - e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t}], \quad (15)$$

将式(13)代入式(15)可得式(12). 进一步可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p^2(t) \leq \frac{\beta_{1\max}}{\beta_{1\min}} \frac{\varepsilon + \varepsilon_d f_{dM}^2}{k_{s1}}. \quad (16)$$

由于 $\beta_{1\min}$, $\beta_{1\max}$ 和 f_{dM} 均已知, 因此, 由式(12)(16)可知, 通过分别设置 ε , ε_d 和 k_{s1} , 可以使输出跟踪动态和稳态误差在期望的范围内.

4 高阶系统自适应鲁棒控制(Adaptive robust controller for higher-order system)

前面主要针对二阶非线性不确定系统. 本节将其推广应用于一般的高阶非线性系统.

设系统模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = \\ f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), u(t)) + \Delta(\mathbf{x}, t), \\ y = x(t). \end{cases} \quad (17)$$

控制目标: 设计控制器 $u(t)$, 使系统状态向量 $\mathbf{x} =$

$[x \ \dot{x} \ \cdots \ x^{(n-1)}]^T$ 与期望值 $\mathbf{x}_d = [x_d \ \dot{x}_d \ \cdots \ x_d^{(n-1)}]^T$ 的误差在期望的范围内.

对系统和期望信号同样作如下假设:

假设 6 非线性函数 $f(\cdot)$ 关于 $x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}$ 连续可导, 且偏导数有界, 位于如下已知的界内:

$$\frac{\partial f}{\partial x^{(i)}} \in [\alpha_{i\min}, \alpha_{i\max}], \quad i = 0, \dots, n-1.$$

假设 7 非线性函数 $f(\cdot)$ 关于 u 连续可导, 偏导数有界且符号已知, 不妨设为正. 设偏导数位于已知的界内: $\frac{\partial f}{\partial u} \in [\beta_{1\min}, \beta_{1\max}], \beta_{1\min} > 0$.

假设 8 $f(\cdot)$ 在原点处 $f(0, \dots, 0)$ 有意义, 且值位于已知的界内: $|f(0, \dots, 0)| \leq d_{0M}$.

假设 9 不确定项 $\Delta(\mathbf{x}, t)$ 满足: $|\Delta(\mathbf{x}, t)| \leq \delta(\mathbf{x})f_d(t)$ 式中 $\delta(\mathbf{x})$ 为已知函数, $f_d(t)$ 为未知但有界的时变函数, 同样, 不妨设 $|f_d(t)| \leq f_{dM}$.

假设 10 期望信号 $y_d(t)$ 为 n 阶可导.

定理 3 满足假设6~8的非线性系统(17), 可等价表示为如下线性结构的时变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = \alpha_0(t)x(t) + \cdots + \alpha_{n-1}(t)x^{(n-1)}(t) + \\ \quad \beta_1(t)u(t) + f(0, \dots, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t), \\ y = x(t). \end{cases} \quad (18)$$

式中:

$$\begin{aligned} \alpha_i(t) &= \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^{(i)}}|_{(0, \dots, 0, \gamma_i, x^{(i+1)}, \dots, x^{(n-1)}, u(t))}, \\ i &= 0, \dots, n-1, \\ \beta_1(t) &= \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u}|_{(0, \dots, 0, \gamma_n)}. \end{aligned}$$

$\gamma_i, i = 0, \dots, n-1$ 为介于0与 $x^{(i)}$ 之间的某个值, γ_n 为介于0与 u 之间的某个值. 由假设6和7可知, 时变系数 $\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}, \beta_1$ 均有界. 证明同定理1, 略.

定义

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} x_e(t), \quad \lambda > 0, \quad (19)$$

即

$$s(t) = A^T X_e(t), \quad (20)$$

其中: $A^T = [\lambda^{n-1} \ (n-1)\lambda^{n-2} \ \cdots \ 1]$,

$$\mathbf{x} = [x(t) \ \dot{x}(t) \ \cdots \ x^{(n-1)}(t)]^T,$$

$$\mathbf{x}_d = [x_d(t) \ \dot{x}_d(t) \ \cdots \ x_d^{(n-1)}(t)]^T,$$

$$X_e = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d.$$

由式(18)~(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= A_\nu^T X_e(t) + x_e^{(n)}(t) + \\ &\quad \beta_1 u(t) + f(0, \dots, 0) + \Delta(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $A_\nu^T = [0 \ \lambda^{(n-1)} \ \cdots \ (n-1)\lambda]$, 即

$$\frac{1}{\beta_1} \dot{s}(t) = u(t) + \vartheta^T \varphi + \frac{1}{\beta_1} \Delta(\mathbf{x}, t), \quad (22)$$

式中:

$$\vartheta = \left[\frac{\alpha_0}{\beta_1} \ \cdots \ \frac{\alpha_{n-1}}{\beta_1} \ \frac{1}{\beta_1} \ \frac{f(0, \dots, 0)}{\beta_1} \right]^T,$$

$$\varphi = [x \ \cdots \ x^{(n-1)} \ A_\nu^T X_e(t) - x_d^{(n)}(t) \ 1]^T.$$

自适应鲁棒控制器 u 设计如下:

$$\begin{cases} u = u_a + u_s, u_a = -\hat{\vartheta}^T \varphi, \\ u_s = u_{s1} + u_{s2}, u_{s1} = -k_{s1}s, \end{cases} \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\vartheta}} = \text{Proj}(\Gamma_{\hat{\vartheta}} \varphi s). \quad (24)$$

同样, 存在控制量 u_{s2} , 满足以下两个条件:

$$\text{i)} \quad s \cdot u_{s2} \leq 0, \quad (25)$$

$$\text{ii)} \quad s(u_{s2} + \tilde{\vartheta}^T \varphi + \frac{\Delta(\mathbf{x}, t)}{\beta_1}) \leq \varepsilon + \varepsilon_d f_d^2, \quad (26)$$

其中 ε 和 ε_d 均为正数, 可按要求取值任意小.

结论 2 下式给出了一种满足条件(25)和(26)的 u_{s2} :

$$u_{s2} = -\left(\frac{1}{4\varepsilon} h^2 + \frac{1}{4\varepsilon_d} \bar{\delta}^2(\mathbf{x})\right) \cdot s, \quad (27)$$

式中:

$$h \geq \|\tilde{\vartheta}_{\max}\| \|\varphi\|, \quad \tilde{\vartheta}_{\max} = \vartheta_{\max} - \vartheta_{\min},$$

$$\vartheta_{\max} = \left[\frac{\alpha_{0\max}}{\beta_{1\min}} \ \cdots \ \frac{\alpha_{n-1\max}}{\beta_{1\min}} \ \frac{1}{\beta_{1\min}} \ \frac{d_{0M}}{\beta_{1\min}} \right]^T,$$

$$\vartheta_{\min} = \left[\frac{\alpha_{0\min}}{\beta_{1\max}} \ \cdots \ \frac{\alpha_{n-1\min}}{\beta_{1\max}} \ \frac{1}{\beta_{1\max}} \ \frac{-d_{0M}}{\beta_{1\max}} \right]^T,$$

$$\bar{\delta}(\mathbf{x}) = \frac{\delta(\mathbf{x})}{\beta_{1\min}}.$$

定理 4 由系统(17)、控制器(23)(27)以及参数估计(24)组成的自适应鲁棒控制闭环系统信号有界, 且动态及稳态输出跟踪误差指数 s 满足下式:

$$\begin{aligned} s^2(t) &\leq e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t} s^2(0) + \\ &\quad \frac{\beta_{1\max}(\varepsilon + \varepsilon_d f_{dM}^2)}{\beta_{1\min} k_{s1}} [1 - e^{-2\beta_{1\min} k_{s1} t}]. \end{aligned} \quad (28)$$

证明略. 定理4表明, 通过分别设置 $\varepsilon, \varepsilon_d$ 和 k_{s1} , 使输出跟踪满足要求的精度.

5 仿真结果(Simulation results)

仿真研究取非线性系统模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, u) + \Delta(\mathbf{x}, t), \\ y = x_1. \end{cases}$$

其中 $f(x_1, x_2, u)$ 未知. 已知:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \in [-1 \ 1.5], \frac{\partial f}{\partial x_2} \in [-2 \ 2],$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} \in [0.5 \ 1.5], |f(0, 0, 0)| \leq 0.1,$$

实际非线性函数 $f(x_1, x_2, u)$ 为

$$f(x_1, x_2, u) = \frac{1 - e^{-x_1}}{1 + e^{-x_1}} + 2x_2 \sin t + x_1 \sin(3t) + u.$$

外界扰动为

$$\Delta(x, t) = 0.05 \sin t.$$

期望信号为

$$y_d(t) = 0.5[\sin t + \sin(2t) + \sin(3t)].$$

系统初始条件为

$$\mathbf{x}(0) = [0.1 \ 1]^T, u(0) = -1,$$

$$\Gamma_\vartheta = 10I_4, k_{s1} = 15, \varepsilon = \varepsilon_d = 0.01.$$

仿真时采样周期取为 $T = 0.001$ s, 仿真结果如图1~3所示.

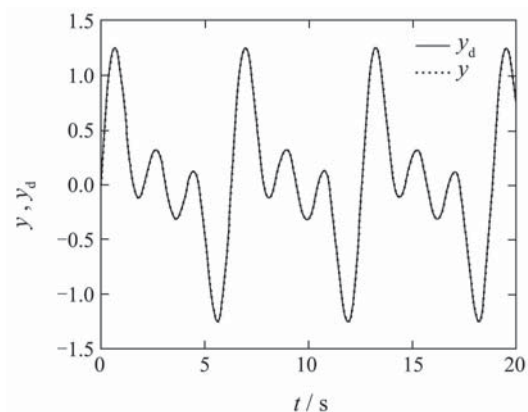


图 1 期望输出与实际跟踪曲线

Fig. 1 Desired and tracking results

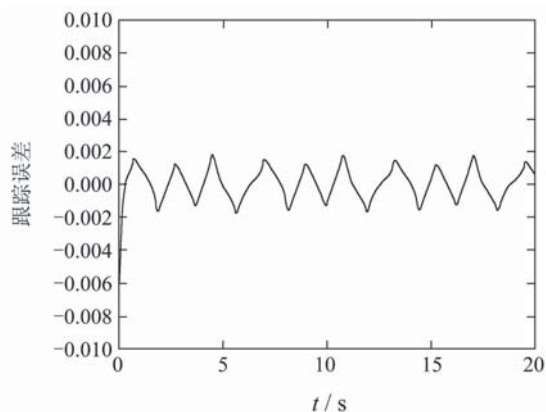


图 2 跟踪误差曲线

Fig. 2 Output tracking error

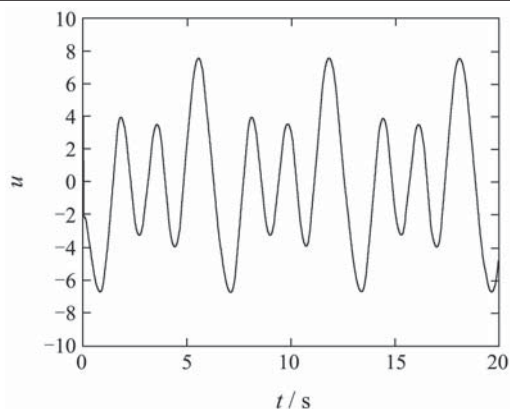


图 3 控制器输出

Fig. 3 Output of controller

仿真结果表明本文所给出的控制方法能有效克服系统不确定因素, 取得较好的跟踪效果. 控制器结构简单, 且输出无抖振, 便于实际应用.

6 结论(Conclusion)

非线性不确定系统控制一直是控制理论研究的热点和难点. 本文针对一类结构和参数均未知, 且具有未建模动态和外界扰动的非线性系统, 将其等价转化为具有线性结构的时变系统. 在此基础上, 设计了自适应鲁棒控制器, 控制器结构简单, 能够实现闭环控制系统信号有界, 并且可通过调整控制器参数, 使得动态和稳态跟踪误差在期望的范围内. 理论分析和仿真研究均验证了方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] YOUNG K D, ZGURER O U. *Variable Structure Systems, Sliding Mode, and Nonlinear Control*[M]. London & New York: Springer, 1999.
- [2] HU Y M, SAN S Z, SU C Y. Stabilization of uncertain nonholonomic systems via time-varying sliding mode control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(5): 757 – 763.
- [3] BIN Y, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of siso nonlinear systems in a semi-strict feedback form[J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 893 – 900.
- [4] BIN Y. High performance adaptive robust control of nonlinear systems: a general framework and new schemes[C] // *Proceedings of 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: [s.n.], 1997: 2489 – 2494.
- [5] BIN Y, LI X. Output feedback adaptive robust control of uncertain linear systems with disturbances[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems and Control*, 2006, 128(4): 1 – 9.
- [6] 孙维, 李晓理, 王伟. 基于多模型的非线性系统自适应最小方差控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(4): 639 – 643.
(SUN Wei, LI Xiaoli, WANG Wei. Multiple model based adaptive minimum variance control of nonlinear system[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 639 – 643.)

(下转第1092页)

参考文献(References):

- [1] 金士尧, 黄红兵, 范高俊. 面向涌现的多AGENT系统研究及其进展[J]. 计算机学报, 2008, 31(6): 881 – 895.
(JIN Shiyao, HUANG Hongbing, FAN Gaojun. Emergence: oriented research on multi-agent systems and its state of arts[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2008, 31(6): 881 – 895.)
- [2] MORRELLA L J, JAMES R. Mechanisms for aggregation in animals: rule success depends on ecological variables[J]. *Behavioral Ecology*, 2008 19(1): 193 – 201.
- [3] WU Y, ZHOU K, SU J, et al. Kinetic parameter mining of swarm behavior based on rough set[J]. *Communications of SIWN*, 2008, 4(1): 64–69.
- [4] KWONG H, JACOB C. Evolutionary exploration of dynamic swarm behaviour[C] // *Proceedings of 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Canberra: IEEE, 2003: 367 – 374.
- [5] SEEL R. Emergence in organisations[EB/OL]. <http://www.newparadigm.co.uk/emergence-2.htm>, 2006.
- [6] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
(WANG Xiaofan, LI Xiang, CHEN Guanrong. *Complex Network Theory and Application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)
- [7] 唐孝威. 情绪的数学公式[J]. 应用心理学, 2001, 7(2): 50 – 51.
(TANG Xiaowei. A mathematical formula of emotion[J]. *Chinese Journal of Applied Psychology*. 2001, 7(2): 50 – 51.)
- [8] PUJOL T, FORT J. States of maximum entropy production in a one – dimensional vertical model with convective adjustment[J]. *Tellus A*, 2002, 54(4): 363 – 369.
- [9] 袁地, 侯越. 一个三维非线性系统的混沌运动及其控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 395 – 399.
(YUAN Di, HOU Yue. Chaotic movement and its control of a three-dimensional nonlinear system[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 395 – 399.)
- [10] PEDRAMI R, GORDON B W. Control and analysis of energetic swarm systems[C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 1894 – 1899.

作者简介:

- 吴 渝 (1970—), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络智能、数据挖掘, E-mail: wuyu@cqupt.edu.cn;
- 周 凯 (1985—), 男, 硕士研究生, 研究方向为网络智能, E-mail: kii.zhou@gmail.com;
- 李银国 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为人工智能、模式识别研究, E-mail: liyg@cqupt.edu.cn.

(上接第1085页)

- [7] LU P. Approximate nonlinear receding-horizon control laws in closed form[J]. *International Journal of Control*, 1998, 7(1): 19 – 34.
- [8] 郭健, 陈庆伟, 朱瑞军, 等. 一类非线性系统的自适应预测控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 68 – 72.
(GUO Jian, CHEN Qingwei, ZHU Ruijun, et al. Adaptive predictive control of a class of nonlinear system[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 68 – 72.)
- [9] GOODWIN G C, MAYNE D Q. A parameter estimation perspective of continuous time model reference adaptive control[J]. *Automatica*, 1987, 23(1): 57 – 70.

作者简介:

- 郭 健 (1974—), 男, 工学博士, 副教授, 主要研究领域为自适应控制、预测控制等, E-mail: guoj1002@mail.njust.edu.cn;
- 陈庆伟 (1963—), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为伺服系统控制、机器人技术等, E-mail: cqw1002@mail.njust.edu.cn;
- 吴益飞 (1979—), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究领域为运动控制、自适应控制等, E-mail: wuyifei@mail.njust.edu.cn;
- 姚 斌 (1969—), 男, 教授, 工学博士, 主要研究领域为高性能自适应鲁棒控制理论与应用, E-mail: Byao@purdue.edu.