

文章编号: 1000-8152(2010)08-1012-05

## 改进的多模型粒子滤波机动目标跟踪算法

鉴福升<sup>1,2,3</sup>, 徐跃民<sup>2</sup>, 阴泽杰<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学近代物理系, 安徽 合肥 230026; 2. 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100190;  
3. 92323部队, 山东 青岛 266003)

**摘要:** 传统的多模型粒子滤波算法(MMPF)在机动目标跟踪中存在模型粒子数难以控制的问题。本文提出了一种改进的多模型粒子滤波算法, 将模型估计和状态估计分开计算, 并用模型似然函数计算模型后验概率。各模型的粒子数根据模型特性预先选定, 在递推过程中保持不变, 且模型间的粒子不进行交互, 减少了计算量。仿真表明, 同MMPF相比, 该算法能用较少的粒子数获得更好的跟踪精度。

**关键词:** 粒子滤波; 多模型; 跟踪算法; 粒子数; 似然函数

中图分类号: TP391 文献标识码: A

## Enhanced multiple model particle filter for maneuvering target tracking

JIAN Fu-sheng<sup>1,2,3</sup>, XU Yue-min<sup>2</sup>, YIN Ze-jie<sup>1</sup>

(1. University of Science and Technology of China, Hefei Anhui 230026, China;  
2. Center for Space Science and Applied Research, CAS, Beijing 100190, China;  
3. 92323 Unit, Qingdao Shandong 266003, China)

**Abstract:** Classical multiple model particle filters(MMPF) can not effectively control particles of each mode in maneuvering target tracking. An enhanced multiple model particle filter(EMMPF) algorithm is proposed, which estimates the mode and state independently. The posterior probability of each mode is updated with the associate likelihood function. The number of particles of each mode is given in advance according to the mode property and is kept constant in the recursion. Simulation shows that the EMMPF achieves better tracking accuracy with fewer particles.

**Key words:** particle filter; multiple model; tracking algorithm; number of particles; likelihood function

## 1 引言(Introduction)

目标跟踪算法为了获得较高的跟踪精度, 需要建立与目标运动形式相匹配的模型, 并根据模型特性(如线性、非线性、机动性能等)选取合适的滤波算法。对于机动目标, 目前多采用基于跳跃马尔可夫系统(jump Markov systems, JMS)的多模型滤波算法<sup>[1,2]</sup>, 即用多个模型匹配目标的不同运动形式, 各模型间按照一个马尔可夫链相互转换, 目标的状态估计是各模型滤波估计的加权和。这其中的交互多模型(IMM)算法由于在跟踪性能和计算量上获得了较好的平衡, 因而得到了广泛应用。然而, 多模型算法中, 即使上一时刻每个模型的状态后验概率密度为高斯分布, 交互后的概率密度仍为高斯和(非高斯)的形式, 不能用标准的Kalman滤波方法进行滤波。IMM算法用高斯分布的一阶矩和二阶矩来近似状态后验概率密度, 这在系统模型高度非线性时难以取得好的滤波效果。

粒子滤波算法具有不受线性、高斯条件限制的特点, 能够对多模型系统的后验概率密度进行精确的描述。McGinnity等<sup>[3]</sup>把多模型与粒子滤波相结合提出了多模型粒子滤波(multiple model particle filter, MMPF)算法, 在非线性、非高斯系统中可获得优于IMM的跟踪精度; 但由于在状态维中引入模型序号(模型索引参数), 使得各模型中粒子数与模型概率成比例, 粒子数很少的模型容易退化。IMMPF算法<sup>[4,5]</sup>中粒子的数量没有参与模型的切换, 但是每次递推各模型间的粒子都要进行交互, 存在计算量过大的缺点。H.Driesssen等<sup>[6]</sup>利用IMM算法思想对MMPF改进, 能够对模型粒子数量进行控制, 但由于使用各模型的粒子权值总和去更新模型后验概率, 在模型粒子数量差别较大时会使模型切换变得难以执行。基于以上问题, 本文提出一种改进的多模型粒子滤波算法(enhanced MMPF, EMMPF), 给出了该算法的理论推导过程和详细步骤, 并通过仿真验证了新算法在机动目标跟踪中的有效性。

## 2 系统建模(System modeling)

建立机动目标的模型集时应该考虑到模型的精确性和复杂性,一般地说模型的选取应顾及到目标运动状态所有可能的变化情况,即模型集应覆盖目标的所有运动特征。但实际上,由于受计算负荷、滤波性能等因素的影响,模型选取更多的是考虑到目标的主要运动特征,而不宜选取得过细,通常至少包括一个非机动模型(如CV模型)和一个机动模型(如CA模型、CT模型)。在设计目标机动模型的噪声系数时,需要按照跟踪性能要求,根据预期的机动幅度和机动模型数来合理地选择噪声的大小。本文将机动目标的跟踪问题用如下的非线性跳跃马尔可夫系统模型来表示:

$$\mathbf{x}_k = f(r_k, \mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1}(r_k), \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = h(r_k, \mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k, \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{x}_k$ ,  $\mathbf{z}_k$  分别为  $k$  时刻系统的状态和量测向量,  $\mathbf{v}_{k-1}(r_k)$ ,  $\mathbf{w}_k$  代表过程噪声和量测噪声, 它们都是零均值的高斯噪声, 方差分别为  $Q(r_k)$ ,  $R_k$ ,  $r_k = 1, 2, \dots, M$  为系统在  $k$  时刻的模型序号,  $M$  是模型总数。模型转移由马尔可夫链表示:

$$P(r_k = j | r_{k-1} = i) = \Pi_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

其中  $\Pi_{ij}$  为模型  $i$  到模型  $j$  的马尔可夫转移概率。

采用合适的滤波算法获取上述随机混合系统的后验概率密度  $p(x_k, r_k | Z_k)$ , 从而可以得到目标的最优状态估计, 其中  $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$  为直到  $k$  时刻的量测序列。

## 3 改进的MMPF算法(EMMPF algorithm)

传统的MMPF算法在应用于上述随机混合系统时通过对粒子群进行扩维, 状态估计和模型估计同步进行, 粒子总数是固定的, 各模型的粒子数按模型概率分布自动调整。若某一模型概率很小, 其粒子数量也相应很少, 一方面难以充分近似该模型的概率密度, 降低了滤波性能, 甚至在重采样后该模型的粒子数为零, 失去了多模型的特点; 另一方面在目标发生机动时, 模型无法及时切换, 容易导致滤波发散。本文提出的改进的多模型粒子滤波(EMMPF)算法, 其基本思想是根据模型特性预先固定各模型的粒子数, 把模型估计和状态估计分开进行, 利用模型的似然函数更新模型的后验概率, 从而用相对较少的粒子总数获得了对机动目标较好的滤波性能。

假设已知  $k-1$  时刻的模型后验概率  $P(r_{k-1} | Z_{k-1})$  及各模型的状态后验概率密度  $p(\mathbf{x}_{k-1} | r_{k-1}, Z_{k-1})$ , 为求得  $k$  时刻的后验概率密度  $p(\mathbf{x}_k, r_k | Z_k)$  有以下递推过程:

### 1) 混合阶段.

利用马尔可夫转移概率矩阵和  $k-1$  时刻的模型后验概率  $P(r_{k-1} | Z_{k-1})$  计算  $k$  时刻的模型预测概率

$$P(r_k | Z_{k-1}) = \sum_{r_{k-1}=1}^M P(r_k | r_{k-1}) P(r_{k-1} | Z_{k-1}). \quad (4)$$

接着计算模型混合概率

$$P(r_{k-1} | r_k, Z_{k-1}) = \frac{P(r_k | r_{k-1}) P(r_{k-1} | Z_{k-1})}{P(r_k | Z_{k-1})}. \quad (5)$$

再由  $k-1$  时刻各模型的状态后验概率密度  $p(\mathbf{x}_{k-1} | r_{k-1}, Z_{k-1})$  计算  $k$  时刻模型条件的状态初始概率密度

$$p(\mathbf{x}_{k-1} | r_k, Z_{k-1}) = \sum_{r_{k-1}=1}^M P(r_{k-1} | r_k, Z_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | r_{k-1}, Z_{k-1}). \quad (6)$$

### 2) 预测阶段.

得到初始概率密度后, 按照各模型对应的状态方程进行状态预测, 得到  $k$  时刻模型条件的状态预测概率密度

$$p(\mathbf{x}_k | r_k, Z_{k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, r_k) p(\mathbf{x}_{k-1} | r_k, Z_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}. \quad (7)$$

### 3) 更新阶段.

获得  $k$  时刻的量测值  $z_k$  后, 计算模型后验概率

$$P(r_k | Z_k) = \frac{p(z_k | r_k, Z_{k-1}) P(r_k | Z_{k-1})}{p(z_k | Z_{k-1})}, \quad (8)$$

其中

$$p(z_k | r_k, Z_{k-1}) = \int p(z_k | r_k, \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | r_k, Z_{k-1}) d\mathbf{x}_k$$

为模型的似然函数,

$$p(z_k | Z_{k-1}) = \sum_{r_k=1}^M p(z_k | r_k, Z_{k-1}) P(r_k | Z_{k-1})$$

为归一化量。

同时计算出  $k$  时刻模型条件的状态后验概率密度

$$p(\mathbf{x}_k | r_k, Z_k) = \frac{p(z_k | \mathbf{x}_k, r_k) p(\mathbf{x}_k | r_k, Z_{k-1})}{p(z_k | r_k, Z_{k-1})}, \quad (9)$$

最终得到  $k$  时刻的后验概率密度为

$$p(\mathbf{x}_k, r_k | Z_k) = P(r_k | Z_k) p(\mathbf{x}_k | r_k, Z_k). \quad (10)$$

由上述递推过程可以看出, 该算法在混合阶段既不像IMMPF算法那样对各模型的粒子进行交互计算, 也不像传统的MMPF算法那样通过马尔可夫转移概率对各模型粒子进行重新分配, 而是按照模型混合概率在上一时刻各模型滤波得到的后验

粒子群中进行重采样,重建当前时刻各模型的初始粒子群。例如,使用两个模型对跟踪目标进行滤波,模型1有 $N_1$ 个粒子,模型2有 $N_2$ 个粒子。假定混合阶段计算出的 $k$ 时刻模型混合概率矩阵为[0.8, 0.1; 0.2, 0.9],即 $k$ 时刻模型1的粒子分别有80%和20%的概率来自 $k-1$ 时刻模型1和模型2的粒子群,而模型2的粒子分别有10%和90%的概率来自 $k-1$ 时刻模型1和模型2的粒子群。要获得 $k$ 时刻模型1的初始粒子群 $\{\tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,1}\}_{n=1,\dots,N_1}$ ,首先通过概率采样确定这 $N_1$ 个粒子 $k-1$ 时刻的模型索引 $\{r_{k-1}^n\}_{n=1,\dots,N_1}$ ,即它们分别来自上一时刻哪个模型的粒子群,然后在对应粒子群中抽取粒子。同样方法得到 $k$ 时刻模型2的初始粒子群 $\{\tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,2}\}_{n=1,\dots,N_2}$ 。各模型的初始粒子群经预测成为 $k$ 时刻的状态预测粒子群,按模型各自计算归一化权值后进行重采样,得到 $k$ 时刻各模型的后验粒子群。模型的概率由模型的似然函数计算得出,既避免了小概率模型粒子数过少的情况,也没有改变模型的马尔可夫性质。算法具体步骤可描述如下:

### 1) 计算各模型的预测概率和混合概率。

由式(4)(5)分别得到模型预测概率 $P(r_k|Z_{k-1})$ 和混合概率 $u_{ij} = P(r_{k-1}=i|r_k=j, Z_{k-1})$ 。

2) 获取各模型的初始粒子群 $\{\tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$ ,其中 $n$ 是粒子序号, $j = 1, \dots, M$ , $N_j$ 是模型 $j$ 的粒子数。

首先用类似于bootstrap滤波器中重采样的方式<sup>[3,7]</sup>,从 $u_{ij}$ 中抽取 $N_j$ 个模型索引 $\{r_{k-1}^n\}_{n=1,\dots,N_j}$ ,其伪代码可表示为:

```

FOR j = 1 : M
    c(1, j) = u1j
    FOR i = 1 : M - 1
        c(i + 1, j) = c(i, j) + u(i+1)j //模型混合概率累加
    END FOR
    FOR n = 1 : Nj
        抽取un //un服从区间(0, 1]上的均匀分布
        m(n, j) = 1
        WHILE c(m, j) ≤ un
            m(n, j) = m(n, j) + 1
        END WHILE
        //m(n, j)是要分配给模型j的第n个粒子的模型索引
    END FOR
END FOR

```

然后按照模型索引 $r_{k-1}^n$ 从上一时刻对应的后验粒子群中随机抽取状态粒子给模型 $j$ 。也就是说,如果 $r_{k-1}^n = i$ ,就从 $k-1$ 时刻模型 $i$ 的后验粒子群 $\{\hat{x}_{k-1/k-1}^{n,i}\}_{n=1,\dots,N_i}$ 中随机抽取一个粒子。如此进行

$N_j$ 次,就得到了 $k$ 时刻模型 $j$ 的初始粒子群

$$\{\tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}.$$

### 3) 各模型条件滤波。

各模型对应的过程噪声分布已知,故可以按照模型 $j$ 的过程噪声 $v_{k-1}^j$ 分布,随机抽取 $N_j$ 个抽样值 $\{v_{k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$ ,再由初始粒子群 $\{\tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$ 和状态方程可得预测粒子群 $\{\hat{x}_{k/k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$

$$\hat{x}_{k/k-1}^{n,j} = f(r_k = j, \tilde{x}_{k-1/k-1}^{n,j}) + v_{k-1}^{n,j}, \quad (11)$$

得到量测 $z_k$ 后,计算各粒子的残差(新息)

$$e_k^{n,j} = z_k - \hat{x}_{k/k-1}^{n,j} = z_k - h(\hat{x}_{k/k-1}^{n,j}), \quad (12)$$

其中 $\hat{z}_{k/k-1}^{n,j} = h(\hat{x}_{k/k-1}^{n,j})$ 是粒子的预测量测。由于量测噪声是高斯噪声,故残差 $e_k^{n,j}$ 符合正态分布,于是可求粒子权值

$$q_k^{n,j} = p(z_k | \hat{x}_{k/k-1}^{n,j}) = \mathcal{N}(e_k^{n,j}; 0, R_k), \quad (13)$$

以及归一化的粒子权值

$$\tilde{q}_k^{n,j} = q_k^{n,j} / \sum_{n=1}^{N_j} q_k^{n,j}. \quad (14)$$

其中 $\mathcal{N}(e_k^{n,j}; 0, R_k)$ 表示以 $e_k^{n,j}$ 为自变量,均值为0,方差为 $R_k$ 的高斯函数。

根据 $\tilde{q}_k^{n,j}$ 对粒子群 $\{\hat{x}_{k/k-1}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$ 进行 $N_j$ 次重采样,复制权值较大的 $\hat{x}_{k/k-1}^{n,j}$ ,舍弃权值较小的 $\hat{x}_{k/k-1}^{n,j}$ ,得到 $k$ 时刻模型 $j$ 的后验粒子群 $\{\hat{x}_{k/k}^{n,j}\}_{n=1,\dots,N_j}$ ,粒子权值均为 $1/N_j$ 。于是求得模型 $j$ 的状态估计

$$\hat{x}_{k/k}^j = \frac{1}{N_j} \sum_{n=1}^{N_j} \hat{x}_{k/k}^{n,j}. \quad (15)$$

### 4) 模型概率更新。

模型 $j$ 的新息协方差

$$S_k^j =$$

$$R + \frac{1}{N_j} \sum_{n=1}^{N_j} [\hat{z}_{k/k-1}^{n,j} - \hat{z}_{k/k-1}^j][\hat{z}_{k/k-1}^{n,j} - \hat{z}_{k/k-1}^j]^T, \quad (16)$$

其中 $\hat{z}_{k/k-1}^j = \frac{1}{N_j} \sum_{n=1}^{N_j} \hat{z}_{k/k-1}^{n,j}$ 为模型 $j$ 的预测量测。

计算模型似然函数

$$A_k^j = \frac{1}{N_j} \sum_{n=1}^{N_j} \mathcal{N}(e_k^{n,j}; 0, S_k^j). \quad (17)$$

利用 $A_k^j$ 更新模型概率

$$P(r_k = j | Z_k) = \frac{A_k^j P(r_k = j | Z_{k-1})}{\sum_{j=1}^M A_k^j P(r_k = j | Z_{k-1})}. \quad (18)$$

### 5) 输出系统状态估计。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \sum_{j=1}^M P(r_k = j | Z_k) \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^j. \quad (19)$$

与传统的MMPF算法模型的粒子数随模型概率变化不同, 本算法各模型的粒子数是预先根据模型特性选定的, 在递推过程中保持不变。对非线性、机动性较强的模型可用较多的粒子, 以更好地近似其状态后验概率密度, 保证跟踪精度; 而对线性、非机动的模型可用较少的粒子, 不影响跟踪精度, 但可以减少计算量。

#### 4 仿真(Simulation)

设目标运动场景为: 初始位置(74,30) km, 初始速度(-283,-63) m/s, 在0~20 s, 40~60 s, 80~100 s时间范围做匀速运动, 在20~40 s之间做2g转弯, 60~80 s做3g转弯, 运动持续时间共100 s。根据设置的运动场景, 选取一个线性、非机动模型—匀速(CV)模型和一个非线性、机动模型—扩维转弯(ACT)模型<sup>[1]</sup>作为匹配目标运动形式的模型集, 对MMPF, EMMPF两种算法的跟踪性能进行了仿真比较。其中CV模型状态向量为 $\mathbf{x}_k = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]^T$ , ACT模型状态向量为 $\mathbf{x}_k = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \omega_k]^T$ , 过程噪声方差分别为 $Q_{CV} = 25 \text{ m}^2/\text{s}^4$ ,  $Q_{ACT} = 400 \text{ m}^2/\text{s}^4$ , 转弯率 $\omega_k$ 的变化范围为[2, 6](°)/s。两模型的初始概率分别为0.8, 0.2, 马尔可夫转移概率矩阵[0.9 0.1; 0.02 0.98]。

雷达量测得到距离和方位:

$$h(\mathbf{x}_k) = [\sqrt{x_k^2 + y_k^2} \ \tan^{-1}(y_k/x_k)]^T,$$

距离量测标准差为15 m, 方位量测标准差为2 m·rad. 3 dB波束宽度 $B$ 取2°, 采样间隔为 $T = 1.2$  s。仿真过程中, 目标真实位置与波束指向误差超过 $B/2$ , 或与预测点距离误差大于600 m, 均认为不能产生有效量测, 连续5次不能产生有效量测就认为跟踪失败。仿真100次, 只计算没有发生失跟时的结果。

首先比较粒子总数相同时两种算法的滤波精度。两种算法都使用600个粒子, 其中EMMPF算法CV模型使用200个粒子, ACT模型使用400个粒子, 而MMPF算法各模型的粒子数与模型概率相关, 其变化情况如图1所示。跟踪过程中位置和速度误差的比较结果如图2所示。

由图2可以看出, 在第60 s之前, 目标只在20~40 s间做小的机动, 因而两算法精度近似。但60 s后, 目标做3g转弯, EMMPF算法的位置误差开始明显小于MMPF算法, 特别是在第80 s目标再次转为匀速运动之后。从图1可知, 这是由于此时MMPF算法对目标的机动没有做出及时的响应所致。速度误差也有类似的结果。

模型未能及时切换不仅会使滤波精度下降, 跟踪误差变大, 而且会导致失跟。笔者发现在100次仿真中MMPF出现了39次失跟, 而EMMPF没有失跟发生。由于EMMPF算法的粒子数不受模型概率变化的影响, 不会出现某一模型粒子数过少的情况, 因而其跟踪性能整体好于MMPF。

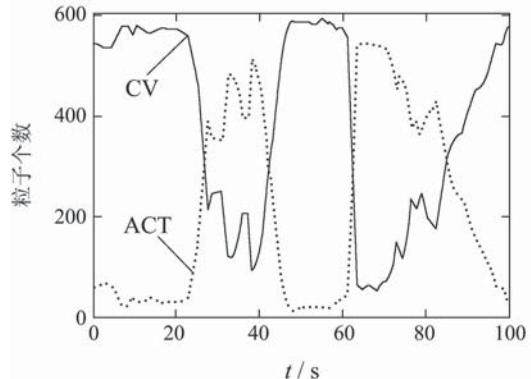
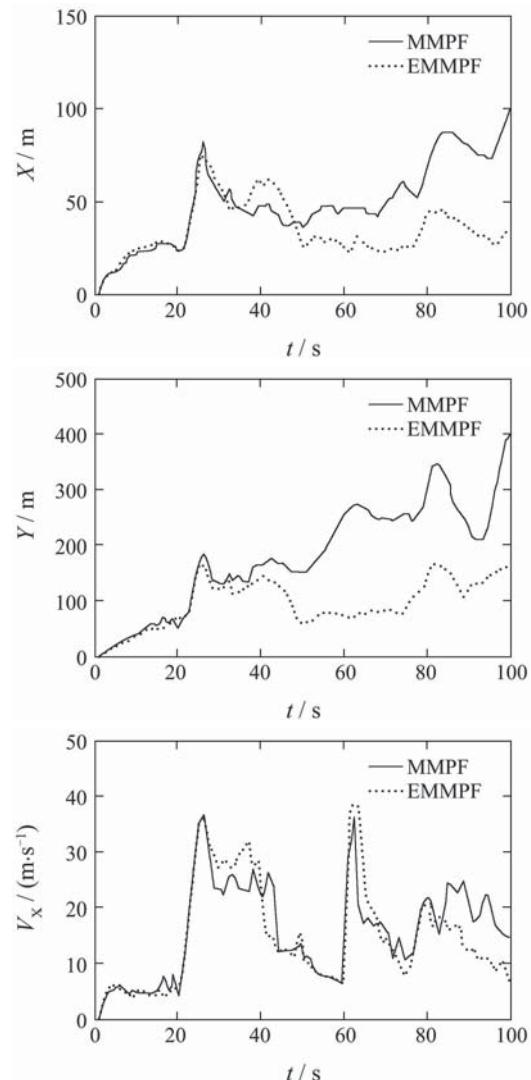


图1 MMPF跟踪过程中粒子数变化情况

Fig. 1 Variation of number of particles in MMPF



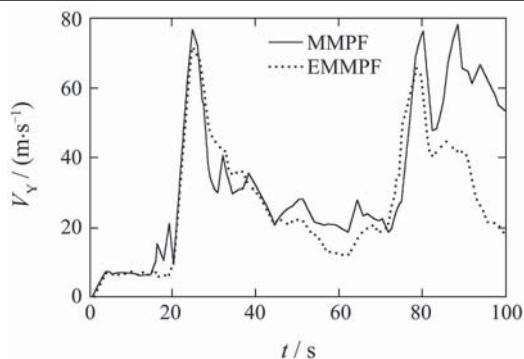


图2 粒子数相同时两种算法的位置与速度误差比较  
Fig. 2 Comparison of MMPF and EMMPF with the same particles

如果维持EMMPF粒子数不变(600个粒子),而把MMPF粒子总数增加到1600,仿真比较结果如图3所示。可见EMMPF的整体跟踪精度仍然略好于MMPF,但所用粒子数却不到MMPF算法的一半。

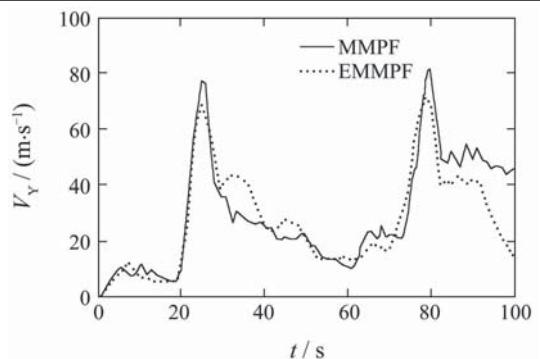
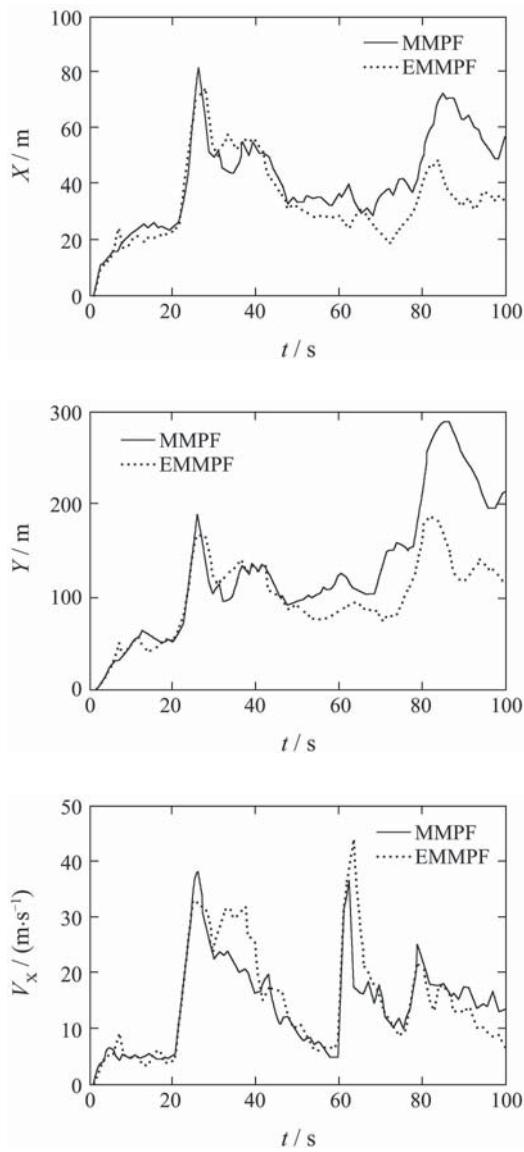


图3 粒子数不同时两种算法的位置与速度误差比较  
Fig. 3 Comparison of MMPF and EMMPF

## 5 结论(Conclusions)

本文所提出的改进的多模型粒子滤波算法通过将模型估计和状态估计分开计算,并用模型似然函数计算模型后验概率,克服了MMPF算法小概率模型粒子数过少、近似性不好、难以及时切换的不足,用较少的粒子总数就可获得理想的跟踪性能。虽然这种算法是基于机动目标跟踪提出的,但对于其他一些动态系统,例如模式识别、故障检测等问题的研究也具有一定的应用价值。

## 参考文献(References):

- [1] BLACKMAN S S, POPOLI R. *Design and Analysis of Modern Tracking System*[M]. Norwood MA: Artech House, 1999: 221–252.
- [2] LI X R, BAR-SHALOM Y. Performance prediction of the interacting multiple model algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(3): 755–771.
- [3] MCGINNITY S, IRWIN G W. Multiple model bootstrap filter for maneuvering target tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(3): 1006–1012.
- [4] 刘贵喜, 高恩克, 范春宇. 改进的交互式多模型粒子滤波跟踪算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(12): 2810–2813.  
(LIU Guixi, GAO Enke, FAN Chunyu. Tracking algorithms based on improved interacting multiple model particle filter[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(12): 2810–2813.)
- [5] BOERS Y, DRIESSEN H. Interacting multiple model particle filter[J]. *IEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation*, 2003, 150(5): 344–349.
- [6] DRIESSEN H, BOERS Y. Efficient particle filter for jump Markov nonlinear systems[J]. *IEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation*, 2005, 152(5): 323–326.
- [7] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174–188.

## 作者简介:

鉴福升 (1973—),男,博士研究生,研究方向为雷达信号与数据处理, E-mail: jianfushengdoc@163.com;

徐跃民 (1959—),男,研究员,博士生导师,研究方向为信号与数据处理,空间等离子体等, E-mail: xuym@nc.poac.ac.cn;

阴泽杰 (1956—),男,教授,博士生导师,研究方向为物理电子学、计算机技术应用等, E-mail: zjyin@ustc.edu.cn.