第 27 卷第 8 期
2010 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 8
Aug. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)08−0979−06

采样数据系统最优诊断观测器设计

邱爱兵[1], 文成林[2], 姜 斌[1]

(1. 南京航空航天大学 自动化科学学院, 江苏 南京 210016; 2. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018)

摘要: 研究采样数据(sampled-data, SD)系统最优诊断观测器的直接设计方法. 首先从传递函数角度分析一般离散时间系统诊断观测器的Luenberger条件, 由此构造出SD诊断观测器, 并推导出其混杂动态关系. 然后将SD故障检测问题定义为一个特定的比值型优化问题, 并应用互内外分解法和代数方法构制其最优诊断观测器, 使得产生的离散时间残差对连续时间未知输入具有鲁棒性, 但对故障却是敏感的. 仿真结果验证了所提设计方法的有效性.

关键词: 故障检测; 采样数据系统; 诊断观测器; 最优设计

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Optimal diagnostic observer for sampled-data systems

QIU Ai-bing[1], WEN Cheng-lin[2], JIANG Bin[1]

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;
2. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: The direct design method of optimal diagnostic observer for sampled-data systems is investigated. Firstly, the Luenberger condition of the diagnostic observer for the general discrete-time systems is studied from the transfer function viewpoint. By this condition, an appropriate diagnostic observer for sampled-data systems is built and its hybrid dynamics is derived. Then, the sampled-data fault detection problem is formulated as a ratio-type optimization problem. By using the co-inner-outer factorization technique and the algebra method, we obtain a general optimal solution which makes the discrete-time residuals robust to the continuous-time unknown inputs, but sensitive to faults. Simulation results of a numerical example are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: fault detection; sampled-data systems; diagnostic observer; optimal design

1 引言(Introduction)

随着计算机技术的快速发展, 采样数据(SD)系统越来越广泛地存在于工业过程中. 在这类系统中, 被控对象是连续时间过程, 而控制器则是通过计算机等数字技术实现, 因此, SD系统是包含连续和离散时间信号的混杂系统[1]. 和其他控制系统一样, SD系统也受到不同形式故障的影响, 这些故障可能会导致系统失效或不稳定, 所以及时检测出故障并实施合理补救措施是十分重要的. 常用方法是运用已知的离散或连续故障诊断技术来间接地求解SD故障问题, 一类是先基于连续时间过程设计连续时间残差产生器, 再对其进行离散化后应用于实际系统; 另一类是先对连续时间过程进行离散化, 再据此设计出离散时间残差产生器[2,3]. 然而由于这些方法均没有考虑系统的内采样特性, 存在着不同程度的近似, 因此都无法保证所设计出的诊断系统能够及时有效地检测出故障[4].

最近, SD系统故障检测的直接设计方法研究得到了人们的关注[5~8]. 张萍等人通过引入算子来刻画系统在采样间隔间的特性, 分别研究了SD系统的等价空间残差产生器和H_∞最优故障检测滤波器等, 并从频域角度给出了H_2最优残差产生器的一般形式[5~7]. 文献[5~7]中的方法在本质上都是对连续提升技术的扩展. 然而由于针对不同问题就需要采用不同算子, 并且设计出的算子在结构上常常比较复杂, 因此使得这些方法在面对具体问题时都因缺乏通用性而难以仿效. 为了克服上述不足, Iman等人基于范数不变变换将SD故障检测的问题等价转换为离散时间故障检测的问题[8], 此工作是基于残差产生器的一般形式完成的. 另一方面, 基于模型残差产生器的一般形式在具体实现上主要有故障检测滤波器、等价空间残差产生器和诊断观测器等3种类型[9]. 虽然这3类残差产生器都服从同样的参数化形式, 彼此之间存在一定关系, 但由于其构造形式不

收稿日期: 2009−06−23; 收修改稿日期: 2009−10−12.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60934009); 国家自然科学青年基金资助项目(60801048).

同, 因此各有利弊. 相比于等价空间残差产生器, 诊断观测器则无需存储过去的测量和输入数据, 并能理想地实现在线检测. 相比于故障检测滤波器, 诊断观测器系统的阶次不确定, 因此结构更加灵活, 设计自由度更高, 具有在线计算量小等优势, 并在故障诊断的优化问题中发挥了重要作用[9]. 由于诊断观测器自身的优势, 使得其在众多复杂的工业过程中得到了很好的应用[10].

总之, 由于SD系统故障检测间接设计方法在性能上的劣势, 以及诊断观测器在结构上的优势等原因, 开展SD系统的诊断观测器直接设计方法研究引起了不少学者的关注. 然而, 由于SD系统诊断观测器的直接设计方法的研究存在如何构造适用于SD系统的诊断观测器、残差信号与连续时间系统外部输入之间的内在动态关系确定及如何求解相应SD最优问题等难点, 使得SD系统诊断观测器直接设计方法研究成为“未答复的问题”[11]. 为了解决这一问题, 本文将开展针对SD系统的最优诊断观测器的直接设计方法研究,其基本思想是: 首先从传递函数角度分析诊断观测器的Luenberger条件; 基于此构造SD系统的诊断观测器, 求解离散时间残差信号与连续时间未知输入、故障之间的混杂动态关系; 最后将SD故障检测问题定义为一类比值型优化问题, 并应用因式分解技术和代数方法给出最优解.

2 问题描述和预备知识(Problem formulation and preliminaries)

2.1 系统描述(Systems description)

由图1给出的典型SD控制系统及其故障检测方案可知, SD系统模型主要是由连续时间对象、采样器S和保持器H等部分构成.

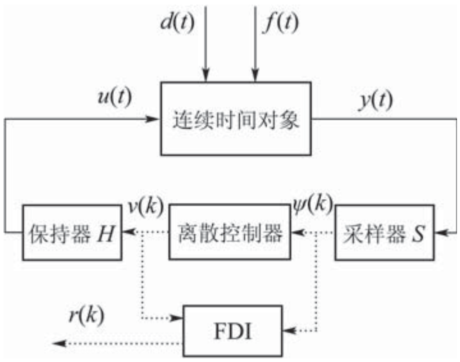

图 1 采样数据系统及其故障诊断(FDI)方案

Fig. 1 Fault detection and isolation(FDI) in a sampled-data framework

1) 连续线性时不变对象.

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=Ax(t)+B_{\mathrm{u}}u(t)+B_{\mathrm{d}}d(t)+B_{\mathrm{f}}f(t), \\ y(t)=Cx(t). \end{cases} \tag{1a}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$为系统状态, $y(t)\in\mathbb{R}^m$为系统输出, $u(t)\in\mathbb{R}^{n_{\mathrm{u}}}$为控制信号, $d(t)\in\mathbb{R}^{n_{\mathrm{d}}}$为未知干扰输入, $f(t)\in\mathbb{R}^{n_{\mathrm{f}}}$为待检测故障; 由于系统输出采样一般是在经过低通滤波器降噪后进行的, 所以可假设系统为严格正实的[1]; $A, B_{\mathrm{u}}, B_{\mathrm{d}}, B_{\mathrm{f}}, C$为已知适维矩阵. 令$G_{\mathrm{ab}}(s)$表示$b\to a$的传递函数, 则连续对象具有如下输入输出关系

$$y(t)=G_{\mathrm{yu}}u(t)+G_{\mathrm{yd}}d(t)+G_{\mathrm{yf}}f(t). \tag{1b}$$

记

$$[G_{\mathrm{yu}}\quad G_{\mathrm{yd}}\quad G_{\mathrm{yf}}]=[A\ \ [B_{\mathrm{u}}\ \ B_{\mathrm{d}}\ \ B_{\mathrm{f}}]\ \ C\ \ 0],$$

其中$G_{\mathrm{yu}}(s)=C(sI-A)^{-1}B_{\mathrm{u}}$. 类似的有$G_{\mathrm{yd}}(s)$和$G_{\mathrm{yf}}(s)$.

2) 采样器S.

$$\psi(k)=y(kh), \tag{2a}$$

其中: $\psi(k)$为采样输出, h为采样周期. 令S表示$\mathcal{L}(\mathbb{R})\to\ell(\mathbb{Z})$的线性变换, 则采样器输入输出关系可描述为

$$\psi(k)=Sy(t). \tag{2b}$$

3) 零阶保持器H.

$$u(t)=v(k), kh\leqslant t<(k+1)h. \tag{3a}$$

令H表示$\ell(\mathbb{Z})\to\mathcal{L}(\mathbb{R})$的线性变换, 则保持器输入输出关系为

$$u(t)=Hv(k). \tag{3b}$$

2.2 采样系统范数(Norms of sampled systems)

本小节将故障检测方法中经常涉及到连续时间系统的H_∞和H_2范数以及衡量故障灵敏度的重要指标H_-指标等推广到采样系统中. 假设$G=(A, B, C, 0)$为一个p输入、m输出的连续时间严格真的稳定系统, 则其H_∞, H_2范数和H_-指标分别定义为[12]:

$$\|G\|_\infty=\sup_{\|u\|_2=1}\|Gu\|_2, \|G\|_2=(\sum_{i=1}^{p}\|G\delta(t)e_{\mathrm{i}}\|_2^2)^{1/2},$$
$$\|G\|_-=\inf_{Gu\neq0,\|u\|_2=1}\|Gu\|_2.$$

其中: $\|G\|_2$中$\delta(t)$为单位脉冲函数, e_{i}为$\mathbb{R}^p$的单位基向量. 上述范数或指标满足如下不等式, 即给定适维系统G_1, G_2, 有[14]

$$\|G_1G_2\|_\eta\leqslant\|G_1\|_\infty\|G_2\|_\eta, \eta=\infty,2,-. \tag{4}$$

采样系统$SG:\mathcal{L}(\mathbb{R})\to\ell(\mathbb{Z})$将连续时间信号映射为离散时间信号, 与连续时间系统类似, 相应的H_∞, H_2范数和H_-指标分别定义为

$$\|SG\|_\infty = \sup_{\|u\|_2=1} \|SGu\|_2\,,$$
$$\|SG\|_2 = (\sum_{i=1}^{p} \|SG\delta(t)e_{\rm i}\|_2^2)^{1/2},$$
$$\|SG\|_- = \inf_{SGu\neq 0, \|u\|_2=1} \|SGu\|_2\,.$$

上述范数或指标的计算可通过如下引理完成.

引理 1　对于任意连续时间严格真的稳定系统$G=(A,B,C,0)$, 存在严格真的离散时间系统$G_{\rm J}=(A_{\rm D},B_{\rm J},C,0)$, 使得

$$\|SG\|_\eta = \|G_{\rm J}\|_\eta\,, \tag{5}$$

其中: $A_{\rm D}={\rm e}^{Ah}, B_{\rm J}B_{\rm J}^{\rm T}=\int_0^h {\rm e}^{A\tau}BB^{\rm T}{\rm e}^{A^{\rm T}\tau}{\rm d}\tau$.

证　当$\eta=\infty$, 2时, 证明可参考文献[8], 而$\eta=-$的证明与$\eta=\infty$的证明类似.

3 主要结果(Main results)

3.1 采样数据故障诊断观测器构造(Constructions of diagnostic observer for sampled-data systems)

本节首先回顾离散时间系统诊断观测器的构造. 假设有任意离散时间系统$G=(A,B,C,D)$, 其输入为$v(k)\in\mathbb{R}^{n_{\rm u}}$, 输出为$\psi(k)\in\mathbb{R}^m$, 则构造如下形式的诊断观测器

$$\begin{cases}\lambda(k+1)=F\lambda(k)+Ev(k)+L\psi(k),\\ r(k)=-W\lambda(k)-Qv(k)+V\psi(k).\end{cases} \tag{6}$$

其中$\lambda(k)\in\mathbb{R}^s$和$r(k)\in\mathbb{R}^r$分别是诊断观测器的状态向量和残差向量. 对于诊断观测器(6), 需要满足如下基本条件: 即对于所有$v(k)$, 有

$$\lim_{k\to\infty} r(k)=0. \tag{7}$$

上式的成立意味着需要诊断观测器的系数矩阵满足著名的Luenberger条件. 需要特别指出的是, Luenberger条件的证明一般是基于系统状态空间描述完成的, 此处为了下文更清晰地构造SD系统的观测器, 将从传递函数角度证明该条件.

引理 2　式(6)可作为离散时间系统$G=(A,B,C,D)$诊断观测器的条件为, 存在矩阵$T\in\mathbb{R}^{s\times n}$使得诊断观测器的系数矩阵满足如下Luenberger条件:

I)　F是Hurwitz矩阵, (8)

II)　$TA-FT=LC, VC-WT=0,$ (9)

III)　$E=TB-LD, Q=VD.$ (10)

证　将式(6)写成传递函数形式:

$$\begin{aligned}r(k)=&G_{\rm rv}v(k)+G_{{\rm r}\psi}\psi(k)=\\ &(G_{{\rm r}\psi}G+G_{\rm rv})v(k).\end{aligned} \tag{11}$$

其中:

$$G_{\rm rv}=(F,E,-W,-Q), G_{{\rm r}\psi}=(F,L,-W,V).$$

又根据式(9)有

$$\begin{aligned}&G_{{\rm r}\psi}(z)\cdot G(z)=\\ &[-W(zI-F)^{-1}L+V]\cdot[C(zI-A)^{-1}B+D]=\\ &-W(zI-F)^{-1}LC(zI-A)^{-1}B-W(zI-F)^{-1}\cdot\\ &LD+VC(zI-A)^{-1}B+VD=\\ &-W(zI-F)^{-1}(TA-FT)(zI-A)^{-1}B-\\ &W(zI-F)^{-1}LD+WT(zI-A)^{-1}B+VD=\\ &W(zI-F)^{-1}[(zI-F)T-(TA-FT)]\cdot\\ &(zI-A)^{-1}B-W(zI-F)^{-1}LD+VD=\\ &W(zI-F)^{-1}(TB-LD)+VD.\end{aligned} \tag{12}$$

进一步地, 根据式(10)有

$$G_{\rm rv}+G_{{\rm r}\psi}\cdot G=0.$$

因此, $r(k)$与$v(k)$无关. 又F是Hurwitz矩阵, 则有式(7)成立.

接下来, 要构造SD系统的诊断观测器, 对于SD系统(1)~(3), 诊断观测器(6)只能利用离散时间控制输入$v(k)$和采样输出$\psi(k)$来产生残差信号; 因此将式(1)~(3)代入式(11), 有

$$\begin{aligned}&r(k)=G_{\rm rv}v(k)+G_{{\rm r}\psi}\psi(k)=\\ &G_{\rm rv}v(k)+G_{{\rm r}\psi}\cdot Sy(t)=\\ &(G_{\rm rv}+G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yu}H)v(k)+\\ &G_{{\rm r}\psi}\cdot SG_{\rm yd}d(t)+G_{{\rm r}\psi}\cdot SG_{\rm yf}f(t).\end{aligned} \tag{13}$$

上式中, $SG_{\rm yu}H$是连续时间系统$G_{\rm yu}$的阶跃不变转换[1], 易知

$$SG_{\rm yu}H=(A_{\rm D},B_{\rm uD},C,0),$$

其中$B_{\rm uD}=\int_0^h {\rm e}^{A\tau}{\rm d}\tau B_{\rm u}$. 为了使诊断观测器满足式(7), 即$G_{\rm rv}+G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yu}H=0$. 根据引理2的证明, 需要对Luenberger条件做一些微调.

推论 1　式(6)可作为SD系统(1)~(3)诊断观测器的条件为存在矩阵$T\in\mathbb{R}^{s\times n}$使得诊断观测器的系数矩阵满足式(8)成立, 并且

$$TA_{\rm D}-FT=LC, VC-WT=0, \tag{14}$$
$$E=TB_{\rm uD}, Q=0. \tag{15}$$

证　该证明与引理2的证明类似.

在上述条件下, 式(13)可进一步写为

$$r(k)=G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yd}d(t)+G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yf}f(t). \tag{16}$$

式(16)描述了连续时间信号$d(t)$和$f(t)$与离散时间

残差信号$r(k)$之间的动态关系, 这也意味着诊断观测器(6)在一定意义上可看成一个混杂系统.

3.2 最优采样数据故障诊断观测器设计(Optimal diagnostic observer design)

设计故障检测方案的一条基本准则是使残差信号对故障信号敏感且对未知输入鲁棒. 最理想的情况是残差信号仅依赖于故障信号, 而与未知输入无关, 即完全解藕. 对于采样数据系统来说, 完全解藕的充要条件为$SG_{\rm yf}$所张成的空间不是由$SG_{\rm yd}$所张成的空间的子空间, 即$\mathrm{Im}(SG_{\rm yf})\not\subset\mathrm{Im}(SG_{\rm yd})$.

从实际工程角度来说, 上述条件非常严格[9]. 根据引理1可知, 对应于采样系统$SG_{\rm yd}$有$B_{\rm dJ}B_{\rm dJ}^{\rm T}=\int_0^h \mathrm{e}^{A\tau}B_{\rm d}B_{\rm d}^{\rm T}\mathrm{e}^{A^{\rm T}\tau}\mathrm{d}\tau$成立, 因此有$\dim(SG_{\rm yd})\geqslant\dim(G_{\rm yd})$, 这说明采样给系统完全解藕增加了困难. 特别的, 当$(A,B_{\rm d})$完全可控时, 有

$$\mathrm{rank}\,B_{\rm dJ}=\mathrm{rank}\int_0^h \mathrm{e}^{A\tau}B_{\rm d}B_{\rm d}^{\rm T}\mathrm{e}^{A^{\rm T}\tau}\mathrm{d}\tau=n,\tag{17}$$

此时由于对于任意的$B_{\rm f}$, 都有$\mathrm{Im}(SG_{\rm yf})\subseteq\mathrm{Im}(SG_{\rm yd})$, 因此故障诊断观测器不可能实现完全解藕.

当系统不能完全解藕, 为了权衡故障灵敏度与未知输入鲁棒性, 基于式(16), SD故障检测问题可定义为一类比值型优化问题:

$$\min J_{\infty,\eta}=\min_{F,E,L,W,V}\frac{\|G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yd}\|_\infty}{\|G_{{\rm r}\psi}SG_{\rm yf}\|_\eta},\eta=\infty,2,-.\tag{18}$$

由引理1可知

$$\|SG_{\rm yd}\|_\infty=\|G_{\rm dJ}\|_\infty,\|SG_{\rm yf}\|_\eta=\|G_{\rm fJ}\|_\eta.$$

其中:

$$[G_{\rm dJ}\ G_{\rm fJ}]=(A_{\rm D},[B_{\rm dJ}\ B_{\rm fJ}],C,0),$$

$$B_{\rm fJ}B_{\rm fJ}^{\rm T}=\int_0^h \mathrm{e}^{A\tau}B_{\rm f}B_{\rm f}^{\rm T}\mathrm{e}^{A^{\rm T}\tau}\mathrm{d}\tau.$$

因此, SD系统故障检测问题就可等价转化为

$$\min J_{\infty,\eta}=\min_{F,E,L,W,V}\frac{\|G_{{\rm r}\psi}G_{\rm dJ}\|_\infty}{\|G_{{\rm r}\psi}G_{\rm fJ}\|_\eta}.\tag{19}$$

接下来对最优SD故障诊断观测器问题进行重新描述. 寻求F,H,L,W,V使得故障诊断观测器(6)渐进稳定并满足式(14)(15), 同时求解式(19). 为了更清晰地求解该问题, 将引入一些引理.

引理 3 对于离散时间系统$G=(A,B,C,D)$和适维矩阵K, 有如下等式成立:

$$G_k(z)G(z)=G^k(z).$$

上式中:

$$G_k=(A-KC,K,-C,I),$$
$$G^k=(A-KC,B-KD,C,D).$$

证 引理3通过简单的代数运算可验证.

文献[13]给出了离散系统的内外分解方法, 该方法放松了对系统的直通项秩的约束. 下面给出其对偶形式, 即系统的互内外分解.

引理 4 给定离散系统$G=(A,B,C,D)$满足单位圆上无不变零点且无不可控模态, 原点无不可观模态, 则$G(z)$具有互内外分解:

$$G(z)=G_{\rm o}(z)G_{\rm i}(z),$$

上式中$G_{\rm o}=(A,-M^{\rm T}N,C,N)$, 内积矩阵$G_{\rm i}=(A+M^{\rm T}C,B-M^{\rm T}D,N^{\#}C,N^{\#}D)$, (X,M)是如下离散时间代数Riccati系统(DTARS)的

$$\begin{bmatrix}AXA^{\rm T}-X+BB^{\rm T} & AXC^{\rm T}+BD^{\rm T}\\ CXA^{\rm T}+DB^{\rm T} & CXC^{\rm T}+DD^{\rm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\ M\end{bmatrix}=0$$

的稳定解, 并且$CXC^{\rm T}+DD^{\rm T}\geqslant0$, $NN^{\rm T}=CXC^{\rm T}+DD^{\rm T}$, $N^{\#}$为N的左逆. 进一步的有

$$G_{\rm o}^{\#}=(A+M^{\rm T}C,M^{\rm T},N^{\#}C,N^{\#}).$$

证 通过文献[13]中定理2对$G^{\rm T}(z)$做内外分解:

$$G^{\rm T}(z)=\tilde G_{\rm i}(z)\tilde G_{\rm o}(z),$$

则

$$G(z)=\tilde G_{\rm o}^{\rm T}(z)\tilde G_{\rm i}^{\rm T}(z)\triangleq G_{\rm o}(z)G_{\rm i}(z).$$

应用上述引理, 就可求解优化问题(19).

定理 1 给定采样系统(1)~(3)满足(A,C)可检测, 且采样是非病态的, 并且$G_{\rm dJ}=(A_{\rm D},B_{\rm dJ},C,0)$在单位圆上无不变零点且无不可控模态, 在原点处无不可观模态. 则优化问题(19)的一个最优解为:

$$F=T_t\begin{bmatrix}A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C & 0\\ 0 & A_{\rm d}\end{bmatrix}T_t^{-1},$$

$$L=T_t\begin{bmatrix}-M_{\rm D}^{\rm T}\\ L_{\rm d}\end{bmatrix},T=T_t\begin{bmatrix}I\\ T_{\rm d}\end{bmatrix},$$

$$W=[N_{\rm D}^{\#}C\ \ 0]T_t^{-1},V=N_{\rm D}^{\#},E=TB_{\rm uD}.$$

其中$N_{\rm D}N_{\rm D}^{\rm T}=CXC^{\rm T}$, $(X,M_{\rm D})$是如下DTARS:

$$\begin{bmatrix}A_{\rm D}XA_{\rm D}^{\rm T}-X+B_{\rm dJ}B_{\rm dJ}^{\rm T} & A_{\rm D}XC^{\rm T}\\ CXA_{\rm D}^{\rm T} & CXC^{\rm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\ M_{\rm D}\end{bmatrix}=0\tag{20}$$

的镇定解. $T_t\in\mathbb{R}^{s\times s}$为任意非奇异阵, $A_{\rm d}\in\mathbb{R}^{(s-n)\times(s-n)}$为任意Hurwitz矩阵, 并有

$$L_{\rm d}=-g(A_{\rm d})Y,T_{\rm d}=[Y\ A_{\rm d}Y\cdots A_{\rm d}^{n-1}Y]J,\tag{21}$$

式中, $Y\in\mathbb{R}^{(s-n)\times m}$为任意阵,

$$g(z)=\det(zI-A_{\rm D})=a_nz^n+\cdots+a_1z+a_0,$$

$$J=\begin{bmatrix}a_nCA_{\rm D}^n+\cdots+a_2CA_{\rm D}+a_1C\\ a_nCA_{\rm D}^{n-1}+\cdots+a_2C\\ \vdots\\ a_nC\end{bmatrix}.$$

证　由于(A,C)可检测, 且采样是非病态的, 则$(A_{\rm D},C)$可检测[1], 又$G_{\rm dJ}=(A_{\rm D},B_{\rm dJ},C,0)$在单位圆上无不变零点且无不可控模态, 在原点处无不可观模态. 应用引理4对$G_{\rm dJ}$做互内外分解: $G_{\rm dJ}=G_{\rm do}G_{\rm di}$, 其中:

$$G_{\rm do}=(A_{\rm D},-M_{\rm D}^{\rm T}N_{\rm D},C,N_{\rm D}),$$
$$G_{\rm di}=(A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C,B_{\rm dJ},N_{\rm D}^{\#}C,0),$$
$$N_{\rm D}N_{\rm D}^{\rm T}=CXC^{\rm T},$$

$N_{\rm D}^{\#}$为$N_{\rm D}$的左逆, $(X,M_{\rm D})$是式(20)的镇定解, 并且$A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C$为Hurwitz矩阵. 进一步有

$$G_{\rm do}^{\#}=(A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C,M_{\rm D}^{\rm T},N_{\rm D}^{\#}C,N_{\rm D}^{\#}).\tag{22}$$

令$G_{{\rm r}\psi}(z)=O(z)G_{\rm do}^{\#}(z)$, 根据式(4)有

$$\frac{\|G_{{\rm r}\psi}G_{\rm dJ}\|_\infty}{\|G_{{\rm r}\psi}G_{\rm fJ}\|_\eta}=\frac{\|O\|_\infty}{\|OG_{\rm do}^{\#}G_{\rm fJ}\|_\eta}\geqslant\frac{\|O\|_\infty}{\|O\|_\infty\|G_{\rm do}^{\#}G_{\rm fJ}\|_\eta}=\frac{1}{\|G_{\rm do}^{\#}G_{\rm fJ}\|_\eta}.$$

当$O(z)=I$时, 等号显然成立. 根据引理3有

$$G_{\rm do}^{\#}G_{\rm fJ}=(A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C,B_{\rm fJ},C,0).$$

注意到上式与F,E,L,W,V无关, 因此只要能寻求F,E,L,W,V使之满足式(14)(15)和

$$G_{{\rm r}\psi}(z)=G_{\rm do}^{\#}(z),\tag{23}$$

则$1/\|G_{\rm do}^{\#}G_{\rm fJ}\|_\eta$为故障检测性能指标的最优值.

根据式(23), 显然有

$$V=N_{\rm D}^{\#},\tag{24}$$

进一步地, 为了能表示出$G_{{\rm r}\psi}$的代数形式, 假设诊断观测器(6)的阶次不小于系统G的阶次, 即$s\geqslant n$. 任意选取Hurwitz矩阵$A_{\rm d}\in\mathbb{R}^{(s-n)\times(s-n)}$, 令

$$F=\begin{bmatrix}A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C&0\\0&A_{\rm d}\end{bmatrix},W=[N_{\rm D}^{\#}C\ \ 0],\tag{25}$$

$$L=\begin{bmatrix}-M_{\rm D}^{\rm T}\\L_{\rm d}\end{bmatrix},\quad T=\begin{bmatrix}T_{\rm D}\\T_{\rm d}\end{bmatrix}.\tag{26}$$

式中$L_{\rm d},T_{\rm D},T_{\rm d}$为适维待定矩阵, 对于任意$L_{\rm d},T_{\rm D},T_{\rm d}$, 式(23)显然成立并有$F$为Hurwitz矩阵. 将式(24)~(26)代入式(14)有

$$\begin{bmatrix}T_{\rm D}\\T_{\rm d}\end{bmatrix}A_{\rm D}-\begin{bmatrix}A_{\rm D}+M_{\rm D}^{\rm T}C&0\\0&A_{\rm d}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{\rm D}\\T_{\rm d}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-M_{\rm D}^{\rm T}C\\L_{\rm d}C\end{bmatrix},\tag{27}$$

$$N_{\rm D}^{\#}C=\begin{bmatrix}N_{\rm D}^{\#}C&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{\rm D}\\T_{\rm d}\end{bmatrix}.\tag{28}$$

由式(27)(28)进行展开可得$T_{\rm D}=I$, 同时式(27)转换为如下方程:

$$T_{\rm d}A_{\rm D}-A_{\rm d}T_{\rm d}=L_{\rm d}C.\tag{29}$$

不难验证式(21)是式(27)的代数解, 则Luenberger条件同样成立.

综上, 式(24)~(26)是式(19)的一个最优解. 又因为诊断观测器的传递函数在非奇异变换T_t下保持不变并且变换后的系数矩阵满足Luenberger条件[9], 因此定理1得证.

注 1　定理1给出了高阶诊断观测器的一般形式, 它包涵了最优故障检测滤波器. 另外, 该最优诊断观测器中由于矩阵$T_t,A_{\rm d},Y$等获取的任意性, 因此大大增加了设计上的自由度, 这将对解决更高级的故障诊断任务, 如故障隔离等问题发挥重要作用. 对于降阶诊断观测器或者是最小阶诊断观测器, 可以基于所获得的高阶诊断观测器应用MATLAB控制工具箱中的相关命令直接求解.

注 2　式(19)本质上是一个离散时间问题, 因此, 应用引理2和3可以很容易地将定理1推广应用到一般的非严格正实的离散时间系统的故障检测设计中.

4　仿真(Simulation)

考虑由式(1)描述的连续系统, 其参数为[5]

$$A=\begin{bmatrix}-1&5\\0&-2\end{bmatrix},B_{\rm u}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},B_{\rm d}=\begin{bmatrix}0.1\\1\end{bmatrix},$$
$$B_{\rm f}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}.$$

采样周期$h=1$ s, 通过定理1有

$$F=\begin{bmatrix}-0.56&0\\0.13&-0.28\end{bmatrix}\times10^{-16},H=\begin{bmatrix}1\\0.43\end{bmatrix},$$
$$L=\begin{bmatrix}0.38&1.16\\0&0.14\end{bmatrix},W=\begin{bmatrix}0.90&-0.90\\0&2.86\end{bmatrix},$$
$$V=\begin{bmatrix}0.90&-0.90\\0&2.86\end{bmatrix}.$$

仿真中, $u(t)$为单位阶跃信号, $d(t)$为方差1的白

噪声, $f(t)$为60 s发生的阶跃信号, 幅值为10. 本文所提出的方法仿真结果如图2所示, 为了比较, 图3给出了第2种间接方法设计的故障诊断观测器的残差信号, 即对连续线性时不变对象G直接进行离散化, 然后基于定理1的推广设计故障诊断观测器. 对图2和图3比较分析, 容易看出直接方法能够及时有效的检测出故障, 而间接方法根本不能检测是否发生故障.

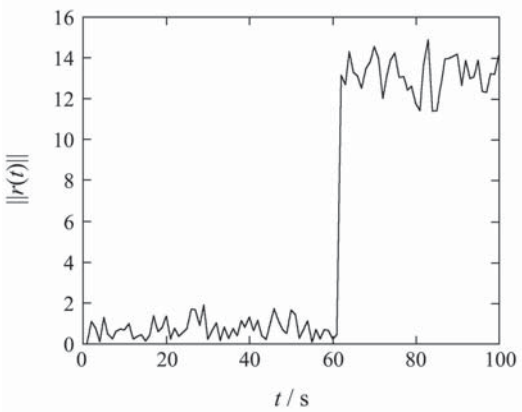

图 2 使用直接方法的故障检测

Fig. 2 Fault detection result of the direct method

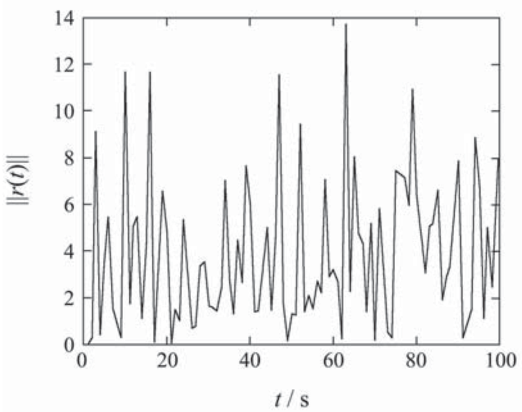

图 3 使用间接方法的故障检测

Fig. 3 Fault detection result of the indirect method

5 结论 (Conclusion)

本文提出了一种SD系统的最优诊断观测器设计方法. 通过合理地构造SD系统诊断观测器并求解离散时间残差信号与连续时间未知输入和故障之间的直接动态关系, 在权衡未知输入鲁棒性和故障灵敏度的基础上给出了最优诊断器. 设计过程中不存在近似, 为直接设计方法, 仿真验证了所提方案的有效性. 接下来的工作主要是基于本文所得到的最优诊断观测器, 利用其设计自由度来完成SD系统的故障隔离等问题. 另外, 由于降阶诊断观测器在计算量方面的优势, 因此寻求SD系统最优降阶诊断观测器的一般形式也是未来主要工作之一.

参考文献(References):

[1] CHEN T, FRANCIS B. *Optimal Sample-Data Systems*[M]. New York: Springer, 1995.

[2] ZHONG M, YE H, DING S, et al. Observer-based fast rate fault detection for a class of multirate sampled-data systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(3): 520 – 525.

[3] FADALI M. Observer-based robust fault detection of multirate linear system using a lifting reformulation[J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2003, 29(1): 235 – 243.

[4] ZHANG P. *Fault detection of sampled-data control systems*[D]. Beijing: Tsinghua University, 2002.

[5] ZHANG P, DING S, WANG G, et al. An FDI approach for sampled-data systems[C] //*Proceeding of the American Control Conference*. Arlington: [s.n.], 2001: 2702 – 2707.

[6] 张萍, DING S, 王桂增, 等. 采样数据系统故障检测的H_∞方法[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 361 – 366.
(ZHANG P, DING S, WANG G, et al. H_∞ appraoch to fault detecion in sampled-data systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 361 – 366.)

[7] ZHANG P, DING S, WANG G, et al. A frequency domain approach to fault detection in sampled-data systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1303 – 1308.

[8] IMAN I, CHEN T, ZHAO Q. Norm invariant discretization for sampled-data fault detection[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1633 – 1637.

[9] DING S. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*[M]. Berlin: Springer, 2008.

[10] DING S, DING E, JEINSCH T. An approach to analysis and design of observer and parity relation based FDI systems[C] //*Proceeding of 14th IFAC World Congress*. Beijing, China: [s.n.], 1999: 37 – 42.

[11] IMAN I. *Fault diagnosis in sampled-data systems*[D]. Alberta, Canada: University of Alberta, 2006.

[12] LIU J, WANG J, YANG G. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1995 – 2004.

[13] IONESCU V, OARA C. Spectral and inner-outer factorization for discrete-time systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(11): 1840 – 1845.

[14] DING S, JEINSCH T, FRANK P, et al. A unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2000, 14(7): 725 – 745.

作者简介:

邱爱兵 (1982—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为采样数据系统及多速率采样系统的故障诊断, E-mail: aibqiu@hdu.edu.cn;

文成林 (1963—), 男, 2002年清华大学控制科学与工程博士后流动站出站, 现为杭州电子科技大学自动化学院特聘教授, 博士生导师, 主要研究方向为多源同步和异步信息的建模理论与融合技术, 系统安全检测、监控与故障诊断技术, E-mail: wencl@hdu.edu.cn;

姜 斌 (1966—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为故障诊断与容错控制、飞行控制等, E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn.