文章编号: 1000−8152(2010)10−1383−05

一类新的时滞混沌系统及其最小能量引导控制

涂建军, 何汉林
(海军工程大学 理学院, 湖北 武汉 430033)

摘要: 提出了一类时滞混沌系统. 从最大Lyapunov指数、相图和分叉图3个方面, 揭示这类系统随其参数变化所产生的丰富动力学行为, 并发现了大幅度拟周期(弱混沌)振荡现象, 分析了这种振荡在工业中的危害以及可能的用途. 提出了异时滞的高维混沌系统间的同步控制问题, 并提出一种基于变增益反馈的最小能量控制法, 用线性反馈控制器实现了快速的引导控制. 因为反馈增益由一个小量随着同步误差的减小逐渐增大, 本文提出的控制器可以有效减小控制所需的能耗.

关键词: 混沌系统; 时滞系统; 异时滞; 同步
中图分类号: O415.5, TP273　　**文献标识码**: A

A new type of time-delay chaotic systems and its minimal-energy guided control

TU Jian-jun, HE Han-lin
(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan Hubei 430033, China)

Abstract: A class of time-delay chaotic system is proposed. By altering its parameters, we can observe a variety of dynamical behaviors through its largest Lyapunov exponents, phase diagrams and bifurcation diagrams, and find a kind of violent quasi-periodic (weak chaotic) oscillatory motion. Its hazards and possible applications are analyzed. The problem of synchronization between two higher-order chaotic systems with unmatched time-delays is put forward. A varying gain feedback-based minimal-energy control method is presented to design a linear feedback controller, and a rapid guided control is realized. Because the feedback gain starts from a small value and gradually increases with the reduction of synchronization error, the energy consumption for control can be effectively reduced.

Key words: chaotic system; time-delay system; unmatched time-delays; synchronization

1 引言(Introduction)

人们已发现多种时滞混沌系统, 例如时滞Ghosh系统[1]、多时滞Chen系统[2]、多时滞Rössler系统[3]. 研究表明, 时滞是系统动力学行为变化乃至产生混沌的重要原因[4]. 这也为系统控制与同步的研究带来新的切入点.

以往对时滞系统混沌同步的研究, 大都是以两个系统的时滞相互匹配为前提的. 文献[5,6]初步涉及了时滞不同的系统间同步的问题, 但其讨论局限于一阶系统. 而在实际环境中, 要求两个系统时滞严格匹配再进行同步控制是不现实的.

最小能量控制(minimum energy control)是一种通过减少系统广义能量函数值实现控制的方法, 有着多种具体思想和实现手段. 例如文献 [7]提出一种通过直接改变状态变量实现系统能量最小化的方法, 但在某些控制过程中改变状态并非易事. 文献 [8]为高维系统设计了解析的控制器, 能够使得控制耗能最小化, 但是受控对象局限于线性单时滞系统. 本文首先提出了一类新的时滞混沌系统, 然后提出一种借助于数值求解的最小能量控制法, 其过程无需关注系统的解析模型, 适用于两个时滞不同的高维系统间的同步, 实现时滞混沌系统的引导控制.

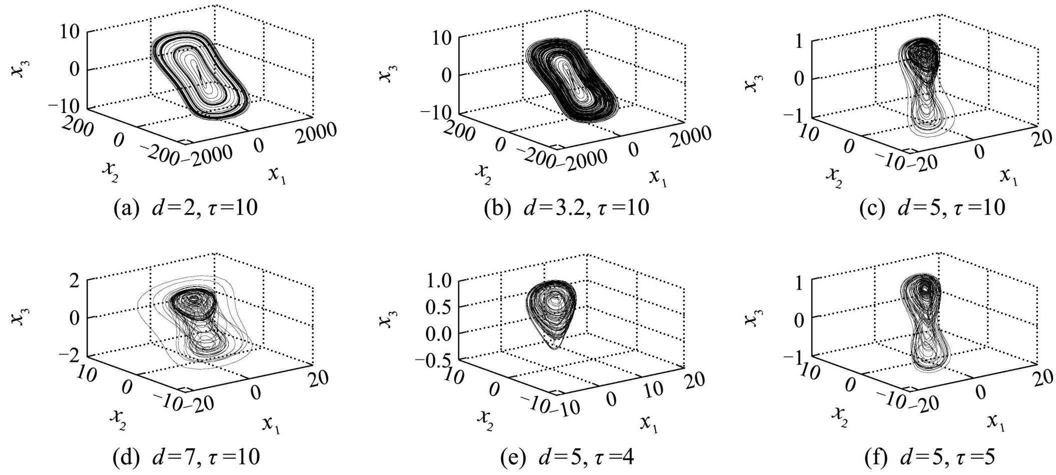
2 一类新的时滞混沌系统(A new type of time-delay chaotic systems)

本文提出一类新的单时滞混沌系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 15x_3 - 54.77x_3^3 + x_1(t-\tau), \\ \dot{x}_2 = x_1 - 7x_3 - 2.48x_3^3, \\ \dot{x}_3 = x_2 - dx_3 - 0.83x_3^3. \end{cases} \tag{1}$$

当$\tau \neq 0$, d两个参数在一定范围内变化时, 系统可以产生丰富的混沌现象. 选取一些特殊的参数点进行研究, 它们的参数和相图列于图1, 它们的Lyapunov指数分别为: (a)为−0.0730, (b)为0.0631, (c)为0.9173, (d)为0.7277, (e)为1.2138, (f)为0.1775.

收稿日期: 2009−07−01; 收修改稿日期: 2010−03−04.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60974136).



(a) $d=2, \tau=10$ (b) $d=3.2, \tau=10$ (c) $d=5, \tau=10$

(d) $d=7, \tau=10$ (e) $d=5, \tau=4$ (f) $d=5, \tau=5$

图 1 参数d, τ取不同值时系统(1)的相图

Fig. 1 Phase diagrams of the system (1) under the alteration of d and τ

以上相图的仿真都以$(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$作为初始状态, Lyapunov 指数均用小数据量法计算, 其中相空间重构的坐标延迟用C-C方法确定, 相空间重构的嵌入维数用G-P方法确定. 这些相图说明这类系统在一个很宽裕的参数变化范围中都可以产生混沌现象以及其他丰富的动力学行为, 同时也说明d与τ都对动力学行为有着决定性的影响. 为了进一步说明d与τ 对系统(1)的动力学行为的影响, 下面给出系统(1)随参数d与τ变化的分叉图(见图2,3所示).

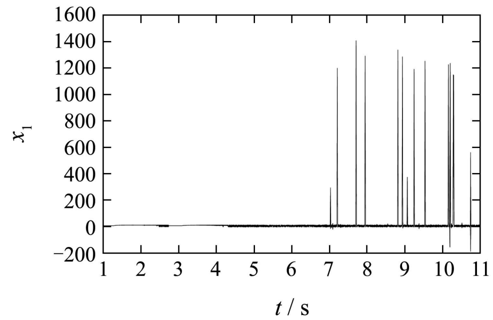


图 2 $d = 5,\ \tau = 1, \cdots, 11$ s的分叉图

Fig. 2 Bifurcation diagram at $d = 5,\ \tau = 1, \cdots, 11$ s

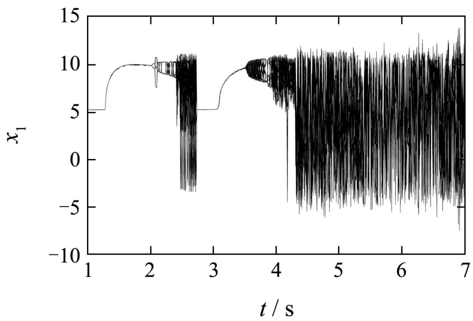


图 3 $d = 5,\ \tau = 1, \cdots, 7$ s的分叉图

Fig. 3 Bifurcation diagram at $d = 5,\ \tau = 1, \cdots, 7$ s

图2为$d = 5$, τ由1 s变化到11 s系统(1)的分叉图, 而图 3 为图 2 的局部(τ由1 s变化到7 s). 可以看出, τ在[1 s, 1.2 s]和[2.8 s, 3 s]两个区间中变化时, 系统(1)具有稳定的焦点; τ在[1.2 s, 2 s]和[3 s, 3.5 s]两个区间中变化时, 系统(1)呈现单周期运动; τ在区间[2 s, 2.4 s]中变化时, 系统(1)出现倍周期分叉, 为进入[2.4 s, 2.7 s]区间的混沌运动进行过渡; τ在区间[3.5 s, 4.3 s]中变化时, 系统经历间歇性混沌的过程, 并且混沌吸引子呈现独特的不对称形状(如图1(e)所示). τ进入区间[3.5 s, 11 s]时, 系统 (1) 进入了很宽的混沌带, 但其中还穿插着一些大幅度振荡的窄带, 多为倍周期运动, 其中也有周期倍数接近无穷类似于图1(b)的弱混沌运动(如图4所示). 由此可见, 随着时滞量τ的变化, 系统(1)会产生非常丰富的动力学行为.

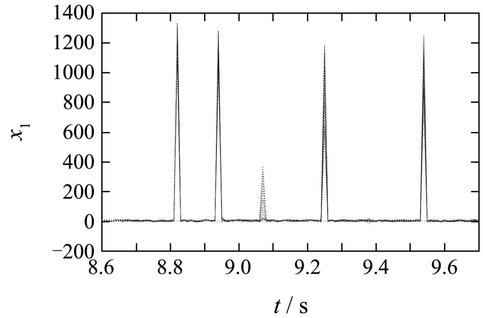


图 4 $d = 5,\ \tau = 8.6, \cdots, 9.7$ s的分叉图

Fig. 4 Bifurcation diagram at $d = 5,\ \tau = 8.6, \cdots, 9.7$ s

图5为$\tau = 10$ s, d由0.5变化到8的系统(1)分叉图. 可以看出, d在区间[0.5, 1.3]中变化时, 系统呈现大幅度倍周期运动; 当d进入到区间[1.3, 3.2]中, 系统(1)产生大幅度的、周期倍数不定的拟周期运动, 其中也含有弱混沌运动, 如图1(b); 当d进入区

间[3.2, 8]以后, 系统(1)进入了很宽的混沌带, 不再有大幅度的振荡.

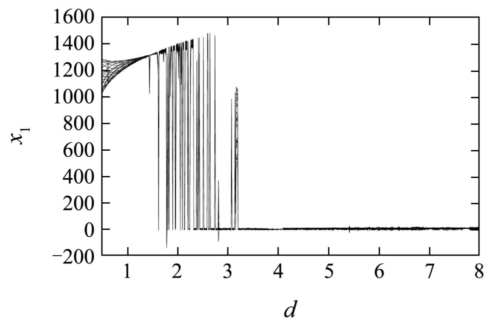


图 5　$d = 0.5, \cdots, 8,\ \tau = 10$ s的分叉图
Fig. 5　Bifurcation diagram at $d = 0.5, \cdots, 8,\ \tau = 10$ s

由上面的仿真和叙述, 可以注意到, 在如方程(1)所示的这类时滞系统中, 当d或τ变化时, 可能产生这种大幅度拟周期振荡. 这在一般的工业过程中是非常危险的, 例如本文中研究的系统就是从Lurie系统演变而来的, 这个系统还能概括工业中的许多实际系统(为此, Int. J. of Bifur. & Chaos杂志的主编Chua等也曾建议在Lurie系统绝对稳定性理论框架中研究混沌同步问题, 以寻求同步控制的一般结论). 所以因时滞因素而产生大幅振荡的危险也是客观存在的, 应设法避免; 但从另一个角度来说, 这也是产生高强度冲击的一个途径. 可以用这类系统作为引导系统, 控制其他系统与之同步, 就能以小的代价产生所需要的高强度运动, 例如舰载飞机的弹射和飞机导弹的弹射就需要这类瞬间高强度的推动.

3　时滞混沌系统的能量最小化引导控制 (Minimal energy control method of time-delay chaotic system)

针对上节提出的实际问题, 需要引导一个系统与已知时滞混沌系统同步以产生所需的运动. 这里概括地考虑两个具有不同时滞的高阶系统间的同步问题. 设两个时滞系统分别为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + A_1\boldsymbol{x}(t-\tau) - B\varphi(C\boldsymbol{x}), \tag{2}$$

$$\dot{\bar{\boldsymbol{x}}} = A\bar{\boldsymbol{x}} + A_1\bar{\boldsymbol{x}}(t-\tau') - B\varphi(C\bar{\boldsymbol{x}}). \tag{3}$$

其中式(3)为引导系统, 目标是控制系统(2)与之同步, $\boldsymbol{x}, \bar{\boldsymbol{x}}, B \in \mathbb{R}^{n\times 1},\ A, A_1 \in \mathbb{R}^{n\times n},\ C \in \mathbb{R}^{1\times n}$, 映射$\varphi$: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. 在系统(2)上加入控制$\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$后, 令$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x}(t) - \bar{\boldsymbol{x}}(t)$, 则受控系统和引导系统间的误差系统为

$$\dot{\boldsymbol{e}} = A\boldsymbol{e} + A_1\big[\boldsymbol{x}(t-\tau) - \bar{\boldsymbol{x}}(t-\tau')\big] - B\big[\varphi\big(C\boldsymbol{x}\big) - \varphi\big(C\bar{\boldsymbol{x}}\big)\big] + \boldsymbol{u}. \tag{4}$$

受文献[15]的启发, 本文利用最小能量控制法的基本思想进行研究. 但文献[15]的方法出发点是开环控制, 需要在控制的中途对状态变量不断修改, 这在实际工程中是不易实现的. 因而考虑用最简单的线性状态负反馈$\boldsymbol{u} = -K\boldsymbol{e}(t)$进行控制, 其中$K$为可变的反馈增益矩阵. 控制算法的步骤为:

Step 1　根据系统参数或系统变量设定一个广义能量泛函E, 满足$E > 0$, 且为$\boldsymbol{e}(t)$的径向无界函数.

Step 2　在一个初始时刻t_0设定一个初始的反馈控制增益矩阵K_0, 并对系统施以控制.

Step 3　一段时间T后, 对这段时间中系统的状态进行等间隔采样, 设样本个数为m, 求出各样本能量的平均值$E_{\rm av}$.

Step 4　计算Step 3的后$\dfrac{m}{2}$或$\dfrac{m+1}{2}$个采样值的平均能量$E'_{\rm av}$.

Step 5　计算Step 3第m个采样值的瞬时能量E'. 如果$E' < \varepsilon$(ε 为给定的小正值), 进入Step 7; 否则, 进入Step 6.

Step 6　如果$E'_{\rm av} > \dfrac{E_{\rm av}}{2}$, 则按预定的规则增大反馈增益, 进入Step 3; 否则, 保持原来的反馈增益不变, 进入Step 3.

Step 7　控制结束.

注 1　1) 对不同类的控制对象(例如机械、电路、粒子等)和不同的控制效果要求(例如是否需要快速控制), Step 2中初始反馈增益的选取也不同. 一般要比控制这一类对象所需的恒定反馈增益(可对同类问题的其他设计方法进行调查)小一个数量级.

2) 对控制的效果和经济性的权衡可在Step 3中体现. 如果更注重控制效果, 则可以在Step 3中减小T, 或者增加初始反馈控制增益.

3) 广义能量函数为$\boldsymbol{e}(t)$的径向无界函数, 因此当$E' < \varepsilon$时, 误差系统稳定. Step 5中的ε可根据需要的同步精度进行选取.

4) Step 6中“预定的规则”, 可以是每次增加初始反馈增益的一倍.

5) 以上控制过程能够在保证控制效果的前提下, 采用尽可能小的反馈增益, 能够有效地减小控制所消耗的能量.

4　引导控制实例(Examples of guided control)

设受控系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 15x_3 - 54.77x_3^3 + x_1(t-1) + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 7x_3 - 2.48x_3^3 + u_2, \\ \dot{x}_3 = x_2 - cx_3 - 0.83x_3^3 + u_3. \end{cases} \tag{5}$$

取初始状态为$(x_1, x_2, x_3) = (2, 2, 2)$. 设引导系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = 15\bar{x}_3 - 54.77\bar{x}_3^3 + \bar{x}_1(t-10), \\ \dot{\bar{x}}_2 = \bar{x}_1 - 7\bar{x}_3 - 2.48\bar{x}_3^3, \\ \dot{\bar{x}}_3 = \bar{x}_2 - c\bar{x}_3 - 0.83\bar{x}_3^3. \end{cases} \tag{6}$$

取初始状态为$(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) = (1, 1, 1)$, 取$c = 5$ 时, 系统(5)(6)的相图分别如图6、图1(c)所示.

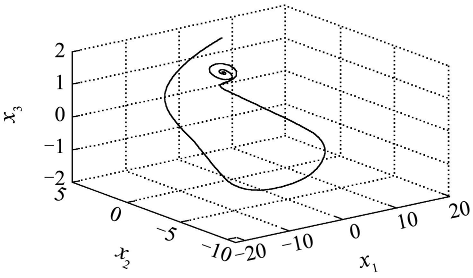


图 6 系统(5)的相图($c = 5,\ \boldsymbol{u} = 0$)

Fig. 6 Phase diagram of the system(5)($c = 5,\ \boldsymbol{u} = 0$)

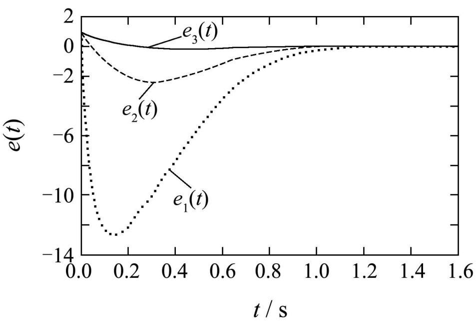


图 7 采用最小能量控制, 系统(5)(6)的误差–时间关系图

Fig. 7 Error curves of system(5)(6) with under minimal energy control

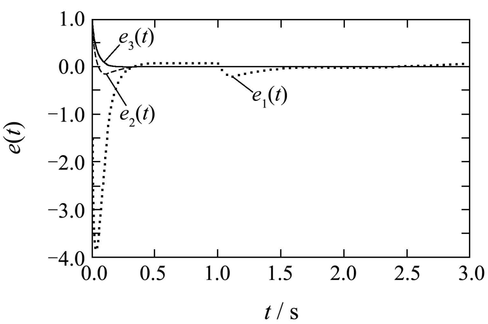


图 8 恒定反馈控制增益下系统(5)(6)的误差–时间关系图

Fig. 8 Error curves of system(5)(6) with stationary feedback gain

取初始负反馈增益矩阵$K = \mathrm{diag}\{1\ \ 1\ \ 1\}$, 设广义能量泛函$E\big(e(t)\big) = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}(t)$, 按照前面所述的程序步骤进行控制. 其中, Step 3取$T = 0.1$ s, 步长取为10^{-6} s, 用四阶Runge-Kutta法进行积分. 在第(6)步中, 如果需要增加反馈增益, 则按每次$K+I$进行变化, 其中I为三阶单位矩阵. 经过仿真得到的误差-时间关系图如图7所示, 在结束控制前最后的反馈增益为$K = \mathrm{diag}\{16\ \ 16\ \ 16\}$, 达到收敛所用的时间为$t_{\mathrm{s}} = 1.5$ s, 定义控制消耗的广义能量为

$$E_C = \int_0^{t_s} \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{u}(t)\mathrm{d}t.$$

这时控制消耗的能量为53.56; 若一开始就施以反馈增益不变的控制, $K \equiv \mathrm{diag}\{16\ \ 16\ \ 16\}$, 则经过仿真得到的误差–时间关系图如图8所示, 可以看到, 这时收敛效果不佳, 精度也差, 即使认为误差系统在1.5 s达到收敛, 经过仿真和计算, 控制消耗的能量为1309.15.

为了实现对控制的经济性或是控制效果的偏重, 可以在每次执行流程Step 3时, 减小T或增大初始反馈增益. 作为例子, 如果偏重于控制的效果, 可以取$T = 0.05$ s, 得到的误差-时间关系图如图9所示; 也可以取更大的初始反馈控制增益, $K = \mathrm{diag}\{4, 4, 4\}$, 得到的误差–时间关系图如图10所示. 由图9可见, 减小T可以缩短误差收敛的时间t_s, 增大初始反馈控制增益, 可以减小误差曲线的超调量. 当然, 这都是以控制耗能增加为代价的.

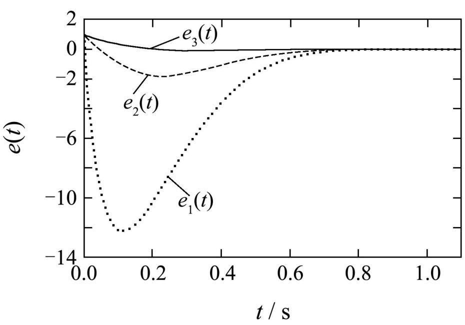


图 9 减小T后的收敛情况

Fig. 9 The convergence when T reduces

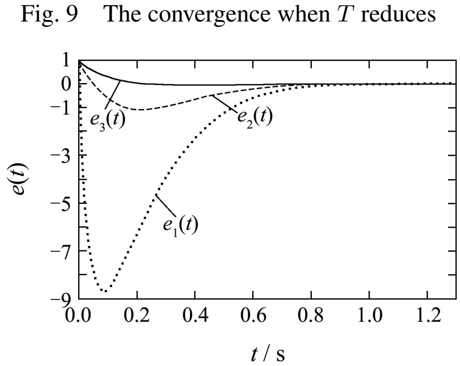


图 10 增大初始反馈增益后的收敛情况

Fig. 10 The convergence when the initial feed back gain increases

5 结论(Conclusion)

本文提出了一类新的时滞混沌系统, 随着参数的变化, 能够呈现出稳定点、极限环、拟周期运动、弱混沌和混沌运动等非常丰富的动力学现象. 其中拟周期和弱混沌运动都是大幅度的振荡, 有可能在工业过程中引发危害, 但也可以应用在需要高强度冲击的场合. 本文还提出了不同时滞系统间的同步控制问题, 并提出了一种新的最小能量控制法, 设计了易于实现的线性反馈控制器. 仿真表明, 这种控制策略可以快速准确地实现同步, 并且能够非常有效地节约控制消耗的能量. 通过对T或初始反馈增益等参数的调节, 可以在经济性和控制效果间自由权衡.

参考文献(References):

[1] GHOSH D, SAHA P, A ROY CHOWDHURY. On synchronization of a forced delay dynamical system via the galerkin approximation[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2007, 12(6): 928 – 941.

[2] CHENG C K, KUO H H, HOU Y Y. Robust chaos synchronization of noise-perturbed chaotic systems with multiple time-delays[J]. *Physica A*, 2008, 387(13): 3093 – 3102.

[3] GHOSH D, CHOWDHURY A R, SAHA P. Multiple delay rössler system-bifurcation and chaos control[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2008, 35(3): 472 – 485.

[4] SUN Z K, XU W, YANG X L, et al. Effects of time delays on bifurcation and chaos in a non-autonomous sy stem with multiple time delays[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, 31(1): 39 – 53.

[5] SHAHVERDIEV E M, NURIEV R A, HASHIMOV R H, et al. Chaos synchronization between the mackey-glass systems with multiple time delays[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 29(4): 854 – 861.

[6] SHAHVERDIEV E M, NURIEV R A, HASHIMOVA L H, et al. Complete inverse chaos synchronization, parameter mismatches and generalized synchronization in the multi-feedback ikeda model[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, 36(2): 211 – 216.

[7] LUO X S, FANG J Q, WANG L H. A new strategy of chaos control and a unified mechanism for several kinds of chaos control methods[J]. *Acta Physica Sinica(Overseas Edition)*, 1999, 48(12): 895 – 901.

[8] KLAMKA J. Stochastic controllability and minimum energy control of systems with multiple delays in control[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 206(2): 704 – 715.

作者简介:

涂建军 (1984—), 男, 博士研究生, 研究方向为非线性系统、鲁棒控制、分叉与混沌控制, E-mail: tujianjun1984@163.com;

何汉林 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统、鲁棒与最优控制等.