

具有随机丢包的一类网络控制系统的故障检测

黄 鹤^{1,2}, 谢德晓^{1,2}, 韩笑冬¹, 张登峰¹, 王执铨¹

(1. 南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094; 2. 中国电子科技集团第二十八研究所, 江苏 南京 210007)

摘要: 针对存在随机数据包丢失的网络环境, 研究了一类网络控制系统的故障检测问题. 考虑随机丢包同时发生在传感器与控制器以及控制器与执行器之间, 将网络控制系统建模为含有 4 个模态的马尔可夫跳变线性系统. 基于此类模型, 构造了系统的残差发生器, 相应的故障检测问题转化为 H_∞ 滤波问题. 利用马尔可夫跳变线性系统理论, 设计了故障检测滤波器, 使得残差动态系统均方稳定, 且满足一定的扰动抑制水平. 数值算例表明, 在发生随机数据包丢失的情况下, 上述故障检测滤波器不仅对故障敏感, 同时对外界扰动具有鲁棒性.

关键词: 网络控制系统; 数据包丢失; 马尔可夫跳变系统; 故障检测

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Fault detection for networked control system with random packet dropout

HUANG He^{1,2}, XIE De-xiao^{1,2}, HAN Xiao-dong¹, ZHANG Deng-feng¹, WANG Zhi-quan¹

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China;

2. No. 28 Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing Jiangsu 210007, China)

Abstract: With the presence of stochastic packet dropout effects in the network, the problem of fault detection filter design for a class of networked control system is investigated. When the random packet dropout occurs in both the channel between sensor and controller and the channel between controller and actuator, we model the networked control system as a Markovian jump linear system with four operation modes. Based on this model, the residual generator is developed and the problem of fault detection and isolation is formatted as a problem of H_∞ filtering. By using the theory of Markovian jump linear system, we propose a design method for fault detection filter, which makes the residual generation system stable in the mean-square sense, satisfying a prescribed disturbance attenuation level. The numerical example shows that the proposed fault detection filter is sensitive to the fault but robust to exogenous disturbance.

Key words: networked control systems; random packet dropout; Markovian jump linear system; fault detection

1 引言(Introduction)

随着计算机技术、网络技术的迅猛发展以及控制系统规模的日益扩大, 将通讯网络应用到复杂控制系统当中, 已经成为自动化领域的发展趋势. 这种通过共享网络构成闭环反馈的系统被称为网络控制系统(networked control system, NCS)^[1]. NCS兼具网络和控制的特点, 既是计算机和网络技术向控制领域的延伸和发展, 又体现了控制系统向网络化、集成化、分布化、智能化的发展趋势, 具有结构灵活、易于系统扩展和维护等优点. 同时, 网络带来的时延和数据包丢失等问题, 使系统的分析变得复杂, 也使得其在工程应用中对安全性、可靠性的要求更高. 因此对于NCS的故障检测及相关问题的研究具有重要的理论和实际意义.

数据包丢失是网络控制系统中需要考虑的一个

重要问题. 近年来, 网络控制系统中的丢包问题是一个研究热点, 得到了越来越多的关注, 这方面已经发表了较多研究成果^[2~4]. 这些结果根据建模后的数学模型可分为 3 类: 异步动态系统(ADSs)、切换系统、马尔可夫跳变线性系统. 以上提到的文献仅考虑网络存在于传感器与控制器之间, 忽略了控制器与执行器之间的网络. 文献[5]考虑了传感器与控制器之间和控制器与执行器之间存在网络, 将闭环网络控制系统建模为有 4 个子系统的离散时间切换系统, 利用异步动态系统理论和平均停留时间方法, 给出了系统指数稳定的充分条件. 文献[6]将两个通道中的丢包建模为相互独立的马尔可夫过程. 而实际上, 这两个通道通常是一个共享的通信网络, 两个通道中的丢包是相互关联的.

在实际控制系统中, 由于网络引入而带来的复

杂性造成了系统故障比一般控制系统更为复杂,更加难以分离和辨识.因此,需要有新的适用于网络控制系统的故障检测和诊断方法.相对于网络控制系统的控制和稳定性方面丰富的研究成果而言,关于NCS的故障检测和诊断技术的研究还处于起步阶段.文献[7]利用鲁棒滤波的思路来降低丢包对故障检测的影响,根据马尔可夫跳变系统的有界实引理设计了最优观测器参数,但其针对仅存在传感器与控制器链路丢包的NCS.此外,文献[8]总结了当前NCS故障检测技术的最新进展.尽作者所知,对于存在随机丢包情况的NCS故障检测问题的研究还有待深入.

根据以上分析,本文结合更一般的网络环境,考虑了两个相关通道的丢包现象.将残差动态系统建模为马尔可夫跳变线性系统.从而利用马尔可夫跳变线性系统理论分析此类网络控制系统的故障检测问题.本文主要关注故障检测滤波器的设计,其中滤波器参数依赖于随机丢包过程(系统模态).本文的主要设计目标在于使残差和故障(加权故障)的差值尽可能小,从而增强残差对于扰动输入的鲁棒性.

作如下符号说明:矩阵上标“T”和“-1”分别代表了矩阵转置和矩阵的逆. $\mathbb{R}^n$ 代表 n 维欧氏空间, $\mathbb{R}^{n \times m}$ 代表 $n \times m$ 阶实矩阵集合. $P > 0 (P \geq 0)$ 代表矩阵正定(半正定). $L_2[0, \infty)$ 表示 $[0, \infty)$ 上平方可积的函数集合.矩阵中“*”代表对称矩阵中的对称项.对于序列 $\varepsilon(k), k = 0, 1, \dots, \|\varepsilon(k)\|_{2,E}$ 定义为

$$\|\varepsilon(k)\|_{2,E} \triangleq \{E[\sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^T(k)\varepsilon(k)]\}^{1/2}.$$

2 问题描述(Problem formulation)

具有数据包丢失网络控制系统的基本结构如图1所示,离散时间被控对象由如下状态空间方程描述:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_d d(k) + B_g f(k), \\ y(k) = Cx(k) + D_d d(k) + D_g f(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态矢量, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 和 $y(k) \in \mathbb{R}^r$ 分别是控制输入和测量输出矢量; $d(k) \in \mathbb{R}^p$ 和 $f(k) \in \mathbb{R}^q$ 分别是外界扰动和故障矢量,且都包含于 $L_2[0, \infty)$. A, B_u, B_d, B_g, C 为具有适当维数的实值常数矩阵.在图1中,网络存在于传感器与控制器和控制器与执行器之间.设传感器、执行器和控制器都采用时间驱动,具有相同的采样时间且同步.

网络中存在丢包现象,影响着网络控制系统的控制性能.为了分析丢包的影响,下面对网络的丢包现象进行建模.在这里两个网络通道分别建模为开关 S_1 和 S_2 , 当 S_1 是关闭时,传感器输出 $y(k)$ 成功传输

到控制器,开关的输出 $\bar{y}(k)$ 变为 $y(k)$, 控制器读取开关输出计算控制信号;当开关断开时,开关输出保持前一个输出值 $\bar{y}(k-1)$, 此时即为数据包丢失.开关 S_1 的动态数学模型为

$$\bar{y}(k) = \begin{cases} \bar{y}(k-1), & \text{开关打开,} \\ y(k), & \text{开关断开.} \end{cases} \quad (2)$$

类似地,开关 S_2 的动态数学模型为

$$u(k) = \begin{cases} u(k-1), & \text{开关打开,} \\ v(k), & \text{开关断开.} \end{cases} \quad (3)$$

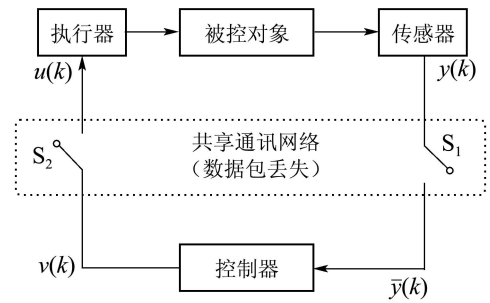


图1 包含随机丢包的网路控制系统结构图
Fig. 1 Block of networked control system with random packet dropout

注1 在传输信道中,由于物理网路传输误差,网络拥塞和数据包的错序等问题,使得网络中存在数据包丢失问题.现在已有多种方法处理丢包问题,如当出现丢包时,将控制器输入 $\bar{y}(k)$ 和执行器输入 $u(k)$ 设为 $0^{[9]}$, 或者基于预测、估计及多速率采样等传输更多的信息^[10]. 在本文中,当出现丢包时,利用丢包前一时刻 $\bar{y}(k-1)$ 和 $u(k-1)$ 的值.

系统的故障检测通常包含两个部分,一是残差产生;二是残差评估.结合图1所示的网络控制系统,可以构造如下形式的故障检测滤波器:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f \bar{y}(k), \\ r(k) = C_f x_f(k) + D_f \bar{y}(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_f \in \mathbb{R}^h$ 为滤波器状态矢量, $\bar{y}$ 为滤波器输入, r 为滤波器输出即残差. A_f, B_f, C_f, D_f 为待求的滤波器参数阵.故障检测的目的在于使得残差信号 r 跟踪上故障信号 f .事实上,为了提高系统的性能,通常利用一个加权的故障信号 $\tilde{f}$, 和连续时间域的情形相同,可以给定合适的加权函数 $Q(z) \in \mathbb{RH}_{\infty}^{[11]}$, 得到加权故障信号 $\tilde{f}(z) = Q(z)f(z)$, 其状态空间实现为

$$\begin{cases} x_Q(k+1) = A_Q x_Q(k) + B_Q f(k), \\ \tilde{f}(k) = C_Q x_Q(k) + D_Q f(k). \end{cases} \quad (5)$$

其中: $x_Q \in \mathbb{R}^b, x_Q(0) = 0$.

定义

$$\begin{aligned} e(k) &\triangleq r(k) - \tilde{f}(k), \\ z(k) &= [x^T(k) \bar{y}^T(k-1) x_Q^T(k) x_f^T(k)]^T, \end{aligned}$$

$$W(k) = [v^T(k) u^T(k-1) d^T(k) f^T(k)]^T.$$

那么, 根据网络通道的描述和式(1)~(5)可知, 残差系统可由如下4个子系统表示:

1) 传感器与控制器和控制器与执行器间没有数据包丢失.

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Phi_1 z(k) + \Gamma_1 W(k), \\ e(k) &= \Theta_1 z(k) + \Xi_1 W(k). \end{aligned}$$

其中:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 \\ B_f C & 0 & 0 & A_f \end{bmatrix}, \Gamma_1 = \begin{bmatrix} B_u & 0 & B_d & B_g \\ 0 & 0 & D_d & D_g \\ 0 & 0 & 0 & B_Q \\ 0 & 0 & B_f D_d & B_f D_g \end{bmatrix},$$

$$\Theta_1 = [D_f C \ 0 \ -C_Q \ C_f],$$

$$\Xi_1 = [0 \ 0 \ D_f D_d \ D_f D_g - D_Q].$$

2) 丢包发生在传感器与控制器之间.

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Phi_2 z(k) + \Gamma_2 W(k), \\ e(k) &= \Theta_2 z(k) + \Xi_2 W(k). \end{aligned}$$

其中:

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 \\ 0 & B_f & 0 & A_f \end{bmatrix}, \Gamma_2 = \begin{bmatrix} B_u & 0 & B_d & B_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_2 = [0 \ D_f \ -C_Q \ C_f], \Xi_2 = [0 \ 0 \ 0 \ -D_Q].$$

3) 丢包发生在控制器与执行器之间.

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Phi_3 z(k) + \Gamma_3 W(k), \\ e(k) &= \Theta_3 z(k) + \Xi_3 W(k). \end{aligned}$$

其中:

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 \\ B_f C & 0 & 0 & A_f \end{bmatrix}, \Gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & B_u & B_d & B_g \\ 0 & 0 & D_d & D_g \\ 0 & 0 & 0 & B_Q \\ 0 & 0 & B_f D_d & B_f D_g \end{bmatrix},$$

$$\Theta_3 = [D_f C \ 0 \ -C_Q \ C_f],$$

$$\Xi_3 = [0 \ 0 \ D_f D_d \ D_f D_g - D_Q].$$

4) 丢包同时发生在传感器与控制器和控制器与执行器之间.

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Phi_4 z(k) + \Gamma_4 W(k), \\ e(k) &= \Theta_4 z(k) + \Xi_4 W(k). \end{aligned}$$

其中:

$$\Phi_4 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 \\ 0 & B_f & 0 & A_f \end{bmatrix}, \Gamma_4 = \begin{bmatrix} 0 & B_u & B_d & B_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_4 = [0 \ D_f \ -C_Q \ C_f], \Xi_4 = [0 \ 0 \ 0 \ -D_Q].$$

从以上的分析可知, 随着网络条件的变化, 存在着4个不同的子系统. 由于网络具有突发性, 在一次丢包后, 下个时刻更有可能也发生丢包^[12]. 在传感器与控制器和控制器与执行器之间的链路是共享网络, 因此可以说以上4种情况是相互依赖的. 同时可以看到, 形如式(4)的检测滤波器可以构造为如下模态依赖的形式:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_f(\sigma_k) x_f(k) + B_f(\sigma_k) \bar{y}(k), \\ r(k) = C_f(\sigma_k) x_f(k) + D_f(\sigma_k) \bar{y}(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中随机切换信号 $\sigma(k) \in S = \{1, 2, 3, 4\}$ 是分段常函数, $\sigma(k)$ 满足离散马尔可夫链分布, 其完全概率空间为 (Ω, ζ, P) , 转移概率矩阵为 $\Pi = (\pi_{ij}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, 这里 $\pi_{ij} = P\{\sigma(k+1) = j | \sigma(k) = i\} \geq 0, i, j \in S$. 并且有 $\sum_{j=1}^4 \pi_{ij} = 1$ 对任何 $i \in S$. 同时设初始状态 $\sigma(0) = \sigma_0$. 现在考虑将所有的子系统统一起来, 残差系统可以归为如下一般结构的离散时间马尔可夫跳变线性系统:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Phi(\sigma_k) z(k) + \Gamma(\sigma_k) W(k), \\ e(k) &= \Theta(\sigma_k) z(k) + \Xi(\sigma_k) W(k). \end{aligned} \quad (7)$$

对于任意 $\sigma(k) = i \in S$, 记:

$$A_f(\sigma_k) = A_{fi}, B_f(\sigma_k) = B_{fi}, C_f(\sigma_k) = C_{fi},$$

$$D_f(\sigma_k) = D_{fi}, \Phi(\sigma_k) = \Phi_i, \Gamma(\sigma_k) = \Gamma_i,$$

$$\Theta(\sigma_k) = \Theta_i, \Xi(\sigma_k) = \Xi_i.$$

注2 闭环系统(7)是离散时间马尔可夫跳变线性系统, 含有马尔可夫参数 $\sigma(k)$, 4个子系统在 $\sigma(k)$ 的切换规则下进行转移变化. 这样系统表示使得可以利用离散马尔可夫跳变线性系统的稳定性分析方法^[13], 同时可以看到检测滤波器参数依赖与系统模态, 即滤波器的参数矩阵不是常值, 而是随着系统模态的变化而变化. 由于丢包情况直接决定了系统模态, 因此检测滤波器和丢包相关, 这样设计较为合理.

综上所述, 本文的目的在于设计故障检测滤波器(6), 使得系统(7)满足如下条件:

- 1) $W(k) = 0$ 时, 残差系统(7)均方稳定.
- 2) 对任意非零 $W(k) \in L_2[0, \infty)$, 残差系统(7)满足如下 H_∞ 性能指标:

$$\bar{J} \triangleq \frac{\|e\|_{2,E}}{\|W\|_{2,E}} < \gamma. \quad (8)$$

为了达到故障检测的效果, 在完成检测滤波器设计之后, 还需要对残差信号进行评估. 本文中残差信号的评估函数和故障检测阈值如下式所示:

$$J_{th} = \sup_{W \in L_2[0, \infty), f=0} \|r(k)\|_{2,E}, \quad (9)$$

$$J(r) = \left(\sum_{k=0}^L r^T(k)r(k) \right)^{1/2}. \quad (10)$$

回顾如下定义.

定义 1 当 $W(k) = 0$ 时, 如果对于任意的初始 (z_0, σ_0) , 有 $\lim_{k \rightarrow \infty} E(\|z(k)\|^2 | z_0, \sigma_0) = 0$, 则称闭环网络控制系统(7)是均方稳定的.

3 主要结论(Main results)

在本节中, 给出了具有随机丢包的网络控制系统的故障检测滤波器的设计方法. 首先给出下面引理.

引理 1^[14] 考虑系统(7), 令 $\gamma > 0$ 为给定常数, 零初始条件下系统(7)均方稳定且满足 $\|e\|_{2,E} < \gamma \|W\|_{2,E}$, 当且仅当存在矩阵 $P_i > 0, i \in S$, 使得如下不等式满足:

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & \Gamma_i \\ \Theta_i & \Xi_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{P}_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_i & \Gamma_i \\ \Theta_i & \Xi_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_i & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

其中 $\bar{P}_i = \sum_{j=1}^4 \pi_{ij} P(j)$.

引理 2 考虑系统(7), 令 $\gamma > 0$ 为给定常数, 零初始条件下系统(7)均方稳定且满足 $\|e\|_{2,E} < \gamma \|W\|_{2,E}$, 当且仅当存在矩阵 $P_i > 0, G_i > 0, i \in S$, 使得如下不等式满足

$$\begin{bmatrix} -P_i & 0 & \Phi_i^T G_i^T & \Theta_i^T \\ * & -\gamma^2 I & \Gamma_i^T G_i^T & \Xi_i^T \\ * & * & -G_i - G_i^T + \bar{P}_i & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

其中 $\bar{P}_i = \sum_{j=1}^4 \pi_{ij} P(j)$.

证 由Schur补可得, 引理1中式(11)等价于

$$\begin{bmatrix} -P_i & 0 & \Phi_i^T \bar{P}_i^T & \Theta_i^T \\ * & -\gamma^2 I & \Gamma_i^T \bar{P}_i^T & \Xi_i^T \\ * & * & -\bar{P}_i & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

则证明此引理, 只需证明式(12)等价于式(13)即可.

式(13) $\Rightarrow$ 式(12):

对任意 $i \in S$, G_i 和 P_i 为确定实矩阵. 若(13)成立, 选择 $G_i = G_i^T = \bar{P}_i$ 代入(13)则可知式(12)成立.

式(12) $\Rightarrow$ 式(13):

由 $-G_i - G_i^T + \bar{P}_i < 0$ 和 $\bar{P}_i > 0$ 可知 $(G_i - \bar{P}_i)^T \bar{P}_i^{-1} (G_i - \bar{P}_i) \geq 0$, 因此 $G_i^T \bar{P}_i^{-1} G_i \leq -G_i - G_i^T + \bar{P}_i$. 则由式(12)成立可得下式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_i & 0 & \Phi_i^T G_i^T & \Theta_i^T \\ * & -\gamma^2 I & \Gamma_i^T G_i^T & \Xi_i^T \\ * & * & G_i^T \bar{P}_i^{-1} G_i & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

用 $\text{diag}\{I, I, G_i^{-T}, I\}$ 对此式不等号左边进行全等变换即可得式(13).

证毕.

定理 1 对于给定常数 $\gamma > 0$, 任意非零 $W(k) \in L_2[0, \infty)$, 以及所有 $i \in S$, 存在形如式(6)的故障检测滤波器, 使得系统(7)均方稳定, 且满足性能指标(8), 当且仅当存在矩阵 $Q_i = \begin{bmatrix} Q_{1i} & Q_{2i} \\ Q_{2i}^T & Q_{3i} \end{bmatrix} > 0$ 以

及 $\bar{G}_i = \begin{bmatrix} U_i & A_i \\ \Psi_i^T & W_i^T \end{bmatrix}$ 满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} -Q_i & 0 & \begin{bmatrix} \tilde{A}_{1i}^T U + \tilde{A}_{3i}^T \bar{B}_{fi}^T & \tilde{A}_{1i}^T A + \tilde{A}_{3i}^T \bar{B}_{fi}^T \\ \tilde{A}_{fi}^T & \tilde{A}_{fi}^T \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{C}_{1i}^T \\ \tilde{C}_{fi}^T \end{bmatrix} \\ * & -\gamma^2 I & \begin{bmatrix} \tilde{B}_{1i}^T U + \tilde{B}_{3i}^T \bar{B}_{fi}^T & \tilde{B}_{1i}^T A + \tilde{B}_{3i}^T \bar{B}_{fi}^T \\ \tilde{B}_{2i}^T U + \tilde{B}_{4i}^T \bar{B}_{fi}^T & \tilde{B}_{2i}^T A + \tilde{B}_{4i}^T \bar{B}_{fi}^T \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{D}_{1i}^T \\ \tilde{D}_{2i}^T \bar{D}_{fi}^T - D_Q^T \end{bmatrix} \\ * & * & -\bar{G}_i - \bar{G}_i^T + \bar{Q}_i & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

其中 $\bar{Q}_i = \sum_{j=1}^4 \pi_{ij} Q_j$. 当 $i \in S = \{1, 2, 3, 4\}$ 时,

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{11} &= \tilde{A}_{13} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_{12} = \tilde{A}_{14} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & A_Q \end{bmatrix}, \\ \tilde{A}_{31} &= \tilde{A}_{33} = [C \ 0 \ 0], \quad \tilde{A}_{32} = \tilde{A}_{34} = [0 \ I \ 0], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{11} &= \begin{bmatrix} B_u & 0 & B_d \\ 0 & 0 & D_d \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{12} = \begin{bmatrix} B_u & 0 & B_d \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_{13} &= \begin{bmatrix} 0 & B_u & B_d \\ 0 & 0 & D_d \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{14} = \begin{bmatrix} 0 & B_u & B_d \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\tilde{B}_{21} = \tilde{B}_{23} = \begin{bmatrix} B_g \\ D_g \\ B_Q \end{bmatrix}, \tilde{B}_{22} = \tilde{B}_{24} = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \\ B_Q \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_{31} = \tilde{B}_{33} = [0 \ 0 \ D_d], \tilde{B}_{32} = \tilde{B}_{34} = [0 \ 0 \ 0],$$

$$\tilde{B}_{41} = \tilde{B}_{43} = D_g, \tilde{B}_{42} = \tilde{B}_{44} = 0,$$

$$\tilde{C}_{11} = \tilde{C}_{13} = [C \ 0 - C_Q], \tilde{C}_{12} = \tilde{C}_{14} = [0 \ I - C_Q],$$

$$\tilde{D}_{11} = \tilde{D}_{13} = [0 \ 0 \ D_d], \tilde{D}_{12} = \tilde{D}_{14} = [0 \ 0 \ 0],$$

$$\tilde{D}_{21} = \tilde{D}_{23} = D_g, \tilde{D}_{22} = \tilde{D}_{24} = 0.$$

同时形如式(6)的故障检测滤波器参数为:

$$\begin{bmatrix} A_{fi} & B_{fi} \\ C_{fi} & D_{fi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_i^{-T} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{fi} & \bar{B}_{fi} \\ \bar{C}_{fi} & \bar{D}_{fi} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

证 由引理2可知, 若式(15)等价于式(12)则定理成立, 首先证明式(12) $\Rightarrow$ 式(15):

式(12)成立, 则存在矩阵 $P_i > 0, G_i > 0, i \in S = \{1, 2, 3, 4\}$ 满足式(12), 受文献[15]的启发, 将 P_i, G_i 进行如下分解:

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{1i} & P_{2i} \\ P_{2i}^T & P_{3i} \end{bmatrix}, G_i^T = \begin{bmatrix} G_{1i} & G_{2i} \\ G_{4i} & G_{3i} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

其中:

$$\{P_{1i}, G_{1i}\} \in \mathbb{R}^{(n+r+b) \times (n+r+b)},$$

$$\{P_{2i}, G_{2i}\} \in \mathbb{R}^{(n+r+b) \times h},$$

$$\{P_{3i}, G_{3i}\} \in \mathbb{R}^{h \times h},$$

$$G_{4i} \in \mathbb{R}^{h \times (n+r+b)},$$

$$i \in S = \{1, 2, 3, 4\},$$

G_{3i}, G_{4i} 非奇异. 定义下列矩阵:

$$J \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G_{3i}^{-1} G_{4i} \end{bmatrix}, Q_i \triangleq \begin{bmatrix} Q_{1i} & Q_{2i} \\ Q_{2i}^T & Q_{3i} \end{bmatrix} = J^T P_i J. \quad (18)$$

则易知 J 非奇异. 用 $\text{diag}\{J, I, J, I\}$ 对式(12)不等号左边进行全等变换, 可得:

$$\begin{bmatrix} -J^T P_i J & 0 & J^T \Phi_i^T G_i^T J & J^T \Theta_i^T \\ * & -\gamma^2 I & \Gamma_i^T G_i^T J & \Xi_i^T \\ * & * & J^T (-G_i - G_i^T + \bar{P}_i) J & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

根据式(17)(18)可得下列等式成立:

$$J^T \Phi_i^T G_i^T J = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{1i}^T G_{1i} + \tilde{A}_{3i}^T B_{fi}^T G_{4i} & \tilde{A}_{1i}^T G_{2i} G_{3i}^{-1} G_{4i} + \tilde{A}_{3i}^T B_{fi}^T G_{4i} \\ ((G_{3i}^{-1} G_{4i})^T A_{fi}^T G_{4i} & (G_{3i}^{-1} G_{4i})^T A_{fi}^T G_{4i} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\Gamma_i^T G_i^T J = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{1i}^T G_{1i} + B_{3i}^T B_{fi}^T G_{4i} & \tilde{B}_{1i}^T G_{2i} G_{3i}^{-1} G_{4i} + B_{3i}^T B_{fi}^T G_{4i} \\ \tilde{B}_{2i}^T G_{1i} + \tilde{B}_{4i}^T B_{fi}^T G_{4i} & \tilde{B}_{2i}^T G_{2i} G_{3i}^{-1} G_{4i} + \tilde{B}_{4i}^T B_{fi}^T G_{4i} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

$$J^T \Theta_i^T = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{1i}^T \\ (G_{3i}^{-1} G_{4i})^T C_{fi}^T \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\Xi_i^T = \begin{bmatrix} \tilde{D}_{1i}^T \\ \tilde{D}_{2i}^T D_{fi}^T - D_Q^T \end{bmatrix}. \quad (23)$$

其中 $\tilde{A}_{1i}, \tilde{A}_{3i}, \tilde{B}_{1i}, \tilde{B}_{2i}, \tilde{B}_{3i}, \tilde{B}_{4i}, \tilde{C}_{1i}, \tilde{D}_{1i}, \tilde{D}_{2i}$ 的定义同式(15).

通过定义:

$$\begin{cases} U_i \triangleq G_{1i}, \Lambda_i \triangleq G_{2i} G_{3i}^{-1} G_{4i}, \\ \Psi_i \triangleq G_{4i}^T G_{3i}^{-1} G_{4i}, \\ \bar{G}_i \triangleq J^T G_i^T J = \begin{bmatrix} G_{1i} & G_{2i} G_{3i}^{-1} G_{4i} \\ G_{4i}^T G_{3i}^{-1} G_{4i} & G_{4i}^T G_{3i}^{-1} G_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_i & \Lambda_i \\ \Psi_i^T & \Psi_i \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \bar{A}_{fi} & \bar{B}_{fi} \\ \bar{C}_{fi} & \bar{D}_{fi} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} G_{4i}^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{fi} & B_{fi} \\ C_{fi} & D_{fi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{3i}^{-1} G_{4i} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (24)$$

并将(20)~(23)代入(19), 则易得式(15).

(15) $\Rightarrow$ (12): 由式(15)成立可知 $-\bar{G}_i - \bar{G}_i^T + \bar{Q}_i < 0$, 进一步可知 Ψ_i 非奇异, 因此始终可以找到非奇异方阵满足 $\Psi_i = G_{4i}^T G_{3i}^{-1} G_{4i}$. 给出如下定义:

$$G_i^T \triangleq \begin{bmatrix} U_i & \Lambda_i G_{4i}^{-1} G_{3i} \\ G_{4i} & G_{3i} \end{bmatrix}, J \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G_{3i}^{-1} G_{4i} \end{bmatrix},$$

$$Q_i \triangleq \begin{bmatrix} Q_{1i} & Q_{2i} \\ Q_{2i}^T & Q_{3i} \end{bmatrix} = J^T P_i J,$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{fi} & \bar{B}_{fi} \\ \bar{C}_{fi} & \bar{D}_{fi} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} G_{4i}^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{fi} & B_{fi} \\ C_{fi} & D_{fi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{3i}^{-1} G_{4i} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}.$$

则经过一些简单的计算和替换可知式(15)成立等价于式(19)成立, 用 $\text{diag}\{J^{-1}, I, J^{-1}, I\}$ 对其不等号左边进行全等变换, 即得式(12).

对于任意 $i \in S = \{1, 2, 3, 4\}$, 将状态空间表达的故障检测滤波器(6)表示为 $\bar{y}(k)$ 到 $r(k)$ 的传递函数的形式:

$$T_{\bar{y}r}(z) = C_{fi}(zI - A_{fi})^{-1} B_{fi} + D_{fi}. \quad (25)$$

由上述证明过程可知, 若存在矩阵 $\bar{A}_{fi}, \bar{B}_{fi}, \bar{C}_{fi}, \bar{D}_{fi}$ 使得式(15)成立, 则由式(24)可知, 存在故障检测滤波器(6)使得系统(7)均方稳定, 且满足性能指标(8). 将式(24)所表示关系代入式(25), 并考虑 Ψ_i

$= G_{4i}^T G_{3i}^{-1} G_{4i}$ 可得

$$T_{\bar{y}r}(z) = \bar{C}_{fi}(zI - \Psi_i^{-1} \bar{A}_{fi})^{-1} \Psi_i^{-1} \bar{B}_{fi} + \bar{D}_{fi}.$$

由此可知, 式(16)表示了一个有效的故障检测滤波器. 证毕.

注3 定理1的证明过程中, 矩阵下标 i 满足 $i \in S = \{1, 2, 3, 4\}$, 所设计的故障检测滤波器的维数满足 $h = n + r + b$. 那么对于给定的 $\gamma > 0$, 故障检测滤波器参数 $(A_{fi}, B_{fi}, C_{fi}, D_{fi})$ 的设计, 以线性矩阵不等式的解形式给出. 可以运用MATLAB线性矩阵不等式工具箱求解. 同时, 不等式组(15)不仅是关于矩阵变量, 也是关于标量 γ 的线性矩阵不等式组, 因此可将 γ 作为优化变量来得到对外界扰动信号的最优 H_∞ 抑制水平, 即求解如下凸优化问题来设计系统(7)的最优故障检测滤波器

$$\min \gamma \text{ subject to (15),}$$

从而得到最优扰动抑制水平 γ^* .

4 数值算例(Numerical examples)

为了说明上述设计方法的有效性, 考虑如下参数的网络控制系统(1)^[15]:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9719 & -0.0013 \\ -0.0304 & 0.8628 \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} -0.0839 & 0.0232 \\ 0.0761 & 0.4144 \end{bmatrix}, B_d = D_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_g = \begin{bmatrix} -0.0839 \\ 0.0761 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}.$$

考虑到网络信道中的数据包丢失, 将其模型化为马尔可夫跳变系统状态随机切换信号, 其概率转移矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

随机切换信号如图2所示.

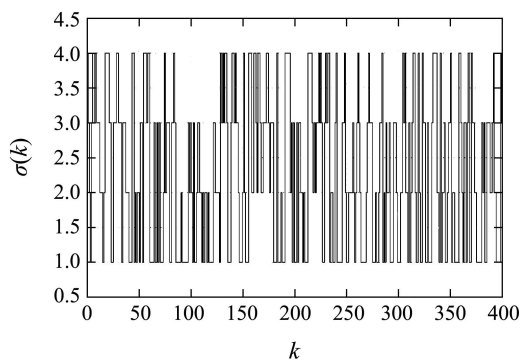


图2 马尔可夫随机切换信号

Fig. 2 Markovian stochastic switching signal

故障加权矩阵为 $Q(z) = 0.125/(z - 0.1)$, 其状态空间表达为:

$$x_Q(k+1) = 0.1x_Q(k) + 0.25f(k),$$

$$\tilde{f}(k) = 0.5x_Q(k).$$

则根据定理1可以得到如下参数的故障检测滤波器(6):

$$A_{f1} = \begin{bmatrix} -0.0084 & 0.0078 & -0.0225 & -0.0039 & -0.0034 \\ 0.0052 & 0.0156 & 0.0001 & -0.0133 & -0.011 \\ -0.0163 & -0.0009 & -0.0278 & 0.0097 & -0.0004 \\ -0.0096 & 0.0036 & 0.0028 & 0.0006 & 0.008 \\ 0.0027 & -0.0056 & -0.0047 & -0.0018 & 0.0058 \end{bmatrix},$$

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} -0.9599 & 0.033 \\ 0.0562 & -0.8408 \\ -0.9892 & 0.0302 \\ 0.0209 & -0.8741 \\ 0.0139 & -0.017 \end{bmatrix}, C_{f1} = \begin{bmatrix} -2.8277 \\ -1.9411 \\ 1.0508 \\ 0.8344 \\ -0.1065 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_{f1} = [-1.5419 \ -1.4899];$$

$$A_{f2} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.435 & -0.0241 & 0.049 & 0.0047 & -0.0165 \\ -0.0387 & -0.026 & -0.0158 & 0.049 & 0.018 \\ 0.1618 & -0.026 & -0.0172 & -0.0047 & 0.0071 \\ -0.0126 & 0.144 & -0.0135 & 0.0107 & 0.005 \\ -0.0073 & 0.0154 & 0.0025 & -0.0017 & -0.0071 \end{bmatrix},$$

$$B_{f2} = \begin{bmatrix} -0.4297 & 0.0225 \\ 0.0168 & -0.2977 \\ -0.7908 & 0.0051 \\ 0.0091 & -0.704 \\ 0.0098 & 0.007 \end{bmatrix}, C_{f2} = \begin{bmatrix} 0.9056 \\ -1.3106 \\ 0.3663 \\ 0.167 \\ 2.6441 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_{f2} = [-1.6722 \ -1.2389];$$

$$A_{f3} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.0522 & -0.0106 & 0.245 & 0.0038 & 0.0107 \\ 0.0196 & 0.005 & -0.0183 & -0.0008 & 0.0061 \\ 0.0104 & 0.0048 & 0.0075 & -0.0075 & -0.0044 \\ 0.0187 & 0.001 & 0.0002 & 0.0032 & -0.0103 \\ -0.0064 & -0.0006 & 0.0037 & 0.0045 & 0.0004 \end{bmatrix},$$

$$B_{f3} = \begin{bmatrix} -0.9585 & 0.0155 \\ 0.0564 & -0.8275 \\ -0.9246 & 0.0249 \\ 0.0404 & -0.878 \\ 0.0157 & -0.004 \end{bmatrix}, C_{f3} = \begin{bmatrix} 1.5052 \\ 2.8966 \\ -0.4803 \\ -1.125 \\ -1.797 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_{f3} = [0.4241 \ 1.5195];$$

$$A_{f4} = \begin{bmatrix} 0.4221 & -0.0251 & 0.0707 & -0.013 & -0.0163 \\ -0.0404 & 0.4464 & -0.0142 & 0.0433 & -0.0007 \\ 0.136 & -0.0203 & 0.0514 & 0.0065 & -0.0124 \\ -0.0177 & 0.1178 & 0.0088 & 0.0288 & 0.0101 \\ -0.0146 & 0.0042 & -0.0091 & -0.0014 & 0.008 \end{bmatrix},$$

$$B_{f4} = \begin{bmatrix} -0.4133 & 0.0112 \\ 0.023 & -0.2744 \\ -0.7404 & 0.0229 \\ 0.0294 & -0.6869 \\ -0.0083 & -0.0063 \end{bmatrix}, C_{f4} = \begin{bmatrix} -1.906 \\ -0.1757 \\ 0.0751 \\ -0.2569 \\ -1.0365 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_{f4} = [-1.916 \ -1.3627], \gamma = 1.07.$$

为了验证上述故障检测滤波器的设计, 设故障信号和控制输入信号如下式所示:

$$f(k) = \begin{cases} 1, & k = 100, \dots, 200, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

$$u(k) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, & k = 50, \dots, 300, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

并且未知扰动输入信号 $d(k)$ 为幅值小于0.2的随机信号, 如图3所示。

则当步长 $k = 0, \dots, 300$ 时, 图4表示了上述故障信号以及输入信号 $u(k)$, $d(k)$ 情况下, 所设计的故障检测滤波器中的残差信号。图5为按照式(10)计算的残差评价函数示意图, 其中实线表示有故障时的残差评价函数曲线, 虚线表示无故障时的曲线。从上述结果可以看出, 残差信号反映了故障的发生, 从而说明所设计的故障检测滤波器能够检测出故障, 且对外部扰动具有一定的鲁棒性。

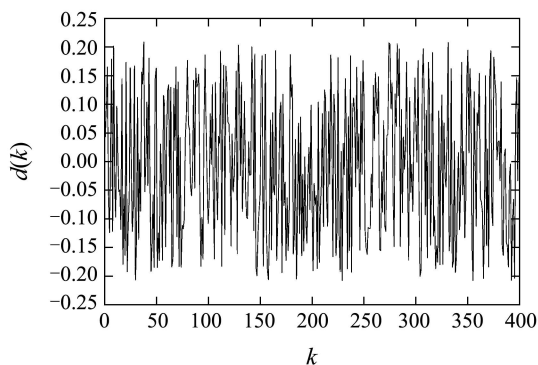


图3 未知扰动输入

Fig. 3 Unknown disturbance input

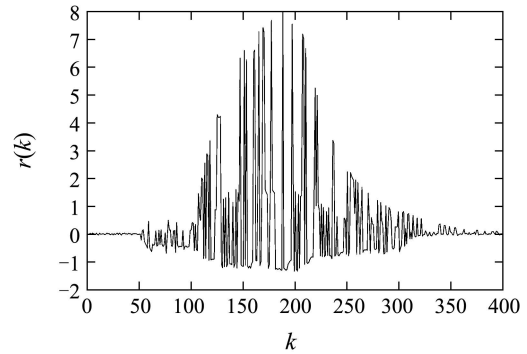


图4 残差信号

Fig. 4 Residual signal

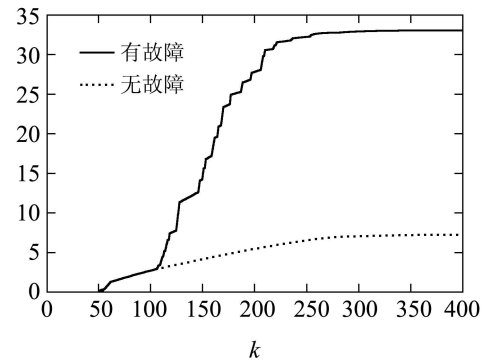


图5 残差评估函数

Fig. 5 Residual evaluation function

5 结语(Conclusions)

在包含马尔可夫随机丢包的网络环境中, 本文研究了一类网络控制系统的故障检测滤波器的设计问题。考虑丢包发生在前向通道和后向通道中, 且采用时间驱动的控制。在这种情况下, 将NCS建模为马尔可夫跳变线性系统, 提出了残差产生系统均方稳定的充要条件, 并给出了故障检测滤波器的设计方法。数值算例说明了本文提出方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y G. A survey of recent results in networked control systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 138 – 162.
- [2] ZHANG W, BRANICKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems[J]. *IEEE Control System Magazine*, 2001, 21(1): 84 – 99.
- [3] YU M, WANG L, XIE G M, et al. Stabilization of networked control systems with data packet dropout via switched system approach[C] // *Proceedings of IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*. Taipei: IEEE, 2004: 362 – 367.
- [4] SEILER P, SENGUPTA R. An H_∞ approach to networked control[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2005, 50(3): 356 – 364.

- [5] WU J, CHEN T W. Design of networked control systems with packet dropouts[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2007, 52(7): 1314 – 1319.
- [6] ZHANG W A, YU L. Output feedback stabilization of networked control systems with packet dropouts[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1705 – 1710.
- [7] ZHANG P, DING S X, FRANK P M, et al. Fault detection of networked control systems with missing measurements[C] // *Proceedings of the 5th Asian Control Conference*. Melbourne, Australia: IEEE, 2004: 1258 – 1263.
- [8] 王永强, 叶昊, 王桂增. 网络化控制系统故障检测技术最新进展[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(4): 400 – 409.
(WANG Yongqiang, YE Hao, WANG Guizeng. Recent development of fault detection techniques for networked control systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 400 – 409.)
- [9] HADJICOSTIS C N, TOURI R. Feedback control utilizing packet dropping network links[C] // *The 41st Conference on Decision and Control*. Las Vegas, Nevada: IEEE, 2002, 2: 1205 – 1210.
- [10] GEORGIEV D, TILBURY A D. Packet-based control[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Boston, Massachusetts: IEEE, 2004: 329 – 336.
- [11] CASAVOLA A, FAMULARO D, FRANZE G. A robust deconvolution scheme for fault detection and isolation of uncertain linear systems: an LMI approach[J]. *Automatica*, 2005, 41(8): 1463 – 1472.
- [12] PAUL A K, ANDREW G A. Stability and feedback control of wireless networked systems[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Portland, Oregon: IEEE, 2005: 2953 – 2959.
- [13] COSTA O L. Stability results for discrete-time linear systems with Markovian jumping parameters[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1993, 179(1): 154 – 178.
- [14] SEILER P, SENGUPTA R. A bounded real lemma for jump linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(9): 1651 – 1654.
- [15] GAO H J, CHEN T, WANG L. Robust fault detection with missing measurements[J]. *International Journal of Control*, 2008, 81(5): 804 – 819.

作者简介:

黄 鹤 (1981—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为网络控制系统的故障诊断及容错控制, E-mail: hh.huanghe@gmail.com;

谢德晓 (1984—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为网络控制系统建模及容错控制;

韩笑冬 (1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为复杂系统的多指标容错控制;

张登峰 (1973—), 男, 副教授, 主要研究方向为动态系统的故障检测与诊断、容错控制理论、控制性能监控与评估;

王执铨 (1939—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂大系统的建模与控制、动态系统的容错控制, E-mail: wangzqwhz@yahoo.com.cn.