

北斗一号/惯导组合导航算法的可控性分析

高法钦, 黄 静

(浙江理工大学 信息电子学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 为了提高组合导航系统的定位精度, 本文分析了影像北斗一号双星/惯导组合导航定位算法预测误差的重要因素可控性. 首先, 用一个例子说明了可控性分析的作用及其重要性, 并由组合导航滤波定位模型及其可控性的定义出发, 通过数学推导论证了卡尔曼滤波器满足可控性的条件. 接着, 提出、推导了定量分析各滤波器状态量可控度即可控性好坏的方法. 最后, 运用所提方法仿真了北斗双星/惯导组合导航滤波定位模型的可控性、各状态量的可控度, 并分析了各状态量预测精度及其与哪些因素有关, 所得结论可用于指导设计双星/惯导组合导航滤波定位模型, 以便提高组合导航系统定位输出的精度.

关键词: 组合导航系统; 卡尔曼滤波; 可控性; 可控度

中图分类号: TN967.2 **文献标识码:** A

Controllability of “BD-1” / INS integrated navigation algorithm

GAO Faqin, HUANG Jing

(School of Information and Electronic, Zhejiang Science-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: To improve the position precision of the integrated navigation system, this paper investigates the major factors that affect the errors in the position prediction algorithm for “BD-1 Twin-star” and INS integrated navigation system. We demonstrate the significance of the controllability through an example, and derive the controllable conditions for Kalman filter based on the integrated navigation system model and the definition of controllability. Next, we introduce the concept of controllability degree for the state of the filter for evaluating the controllability. Finally, simulation is carried out for the controllability and the controllability degree of each state of the “BD-1 Twin-star” and INS integrated navigation model. The prediction precision of each state is analyzed, and the relevant factors are determined. These conclusions can be applied to the design of the position filter model for the “Double-Star” and INS integrated navigation system in raising the position precision.

Key words: integrated navigation system; Kalman filter; controllability; the degree of controllability

1 引言(Introduction)

我国的北斗一号卫星定位通信系统的空间部分由两颗地球同步轨道卫星组成(含一颗备份星), 具有有源定位、数字通信和精密授时等功能. 为了充分利用我国的卫星定位导航资源解决境内机动载体的动态定位和远程航路导航问题, 国内研究了无源北斗双星组合导航系统. 本文研究无源双星/惯导组合导航滤波定位模型的可控性.

文献[1~10]都论述到卡尔曼滤波器(或由状态方程和观测方程描述的线性系统)的可控性. 其中, 文献[2]给出判断线性定常多输入系统(含状态方程和观测方程)可控性的一种简单、实用的快速算法, 并由理论的角度讨论了系统满足完全可控性的条件; 文献[3]证明了线性时不变系统一般不能通过先可

控分解, 再分别对可控和不可控子系统进行可观分解而得到Kalman标准型; 文献[5]讨论了组合导航滤波定位模型满足完全可控性的条件及其对算法稳定性的影响; 文献[7]基于拉普拉斯变换的方法, 从理论推导的角度讨论了线性系统的可控性、可观性和稳定性以及它们之间的关系; 文献[9]讨论了系统的完全可控性及其可控指数; 文献[10]采用一种类似三角形结构讨论了系统的完全可控性及其满足的条件. 但是, 它们都没有讨论卡尔曼滤波器状态向量中各状态量可控性的好坏, 更没有给出一种分析状态量可控性好坏的方法.

分析滤波定位模型的可控性非常必要, 他是判定滤波器设计是否合理、提高组合导航系统定位精度的思路之一^[5].

2 可控性分析的必要性(Necessity of controllability analysis)

研究组合导航定位解算模型的可控性, 目的是研究组合导航滤波器状态是否可由驱动输入影响和控制及其滤波外推误差^[1].

当组合导航定位解算模型对载体运动的建模与实际情况存在较大偏差时, 会因建模不准确而导致滤波预测产生较大误差, 进而影响到整个组合导航系统的定位精度(即滤波估计精度). 通过可控性分析, 可分析各种因素对滤波器各状态量预测精度的影响, 为设计和改进滤波器模型提供依据.

为了说明可控性对组合导航定位精度的影响, 举例说明如下:

设某卡尔曼滤波模型为

$$\begin{cases} X_k = X_{k-1} + W_{k-1}, \\ Z_k = X_k + V_k, \end{cases}$$

其中: 状态向量 X_k 和观测向量 Z_k 都是一维的, 即它们都是标量, 驱动输入 W_{k-1} 和观测噪声 V_k 都是零均值的白噪声, 方差分别为 Q 和 R . 很明显, 如果上述滤波器模型可控, 那么驱动噪声 W_{k-1} 方差 Q 大于零^[1].

由卡尔曼滤波递推方程可得:

$$P_{k,k-1} = P_{k-1} + Q, K_k = \frac{P_{k,k-1}}{P_{k,k-1} + R}, P_k = (I - K_k H_k) P_{k,k-1}.$$

由上面的方程可知: 方差 Q 大于零, 则一步预测误差方差 $P_{k,k-1}$ 始终有值, 从而滤波增益 K_k 也始终不为零, 那么, 可以利用观测量对滤波器预测结果进行校正. 可见, 驱动噪声方差 Q 大于零为利用观测信息进行观测更新提供了条件, 也即卡尔曼滤波模型的可控性为利用观测信息校正预测误差提供了条件. 因此, 当滤波器模型不可控或可控性较差时, 会因不能(充分)利用观测信息校正预测误差而导致滤波估计误差逐渐增大.

因此, 在设计组合导航系统滤波定位模型时, 应该分析滤波器的可控性及各状态量的可控性好坏. 如果存在不可控的状态, 那么应该改进滤波器的设计, 如状态方程增广法^[8].

3 组合导航系统滤波定位模型(Filtering model of integrated navigation system)

如文献[1]所示, 组合导航系统的离散化卡尔曼滤波定位模型如下^[1,3]:

状态方程

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1}. \quad (1)$$

观测方程

$$Z_k = H_k X_k + V_k. \quad (2)$$

其中: X 为 n 维状态向量, $\Phi_{k,k-1}$ 为由第 $(k-1)$ 步向第 k 步转移的状态转移矩阵, $\Gamma_{k,k-1}$ 为驱动噪声转移阵, W 为 q 维驱动噪声向量, Z 为 m 维观测向量, V 为 m 维观测噪声向量, H 为观测矩阵. 下标 k 表示第 k 步滤波. 初始状态为 X_0 .

由于可控性分析仅涉及到状态方程, 因此, 仅讨论组合导航系统的状态方程.

本文考虑的状态有: 当地地理系下的位置误差 $(\Delta\lambda, \Delta\varphi, \Delta h)$ 、三维速度误差 $(\Delta v_e, \Delta v_n, \Delta v_u)$ 和三维姿态误差 (ϕ_e, ϕ_n, ϕ_u) . 北斗系统的误差状态有接收机的钟差和频漂 $(\Delta t, \delta)$, 气压高度表高度误差 Δh_b , 所以组合导航滤波模型的状态向量为

$$X[0 \ \cdots \ 11] = [\Delta\lambda \ \Delta\phi \ \Delta h \ \Delta v_e \ \Delta v_n \ \Delta v_u \ \varphi_e \ \varphi_n \ \varphi_u \ \Delta h_b \ \Delta t \ \delta].$$

$W = [0 \ 0 \ 0 \ w_{ve} \ w_{vn} \ w_{vu} \ w_{\phi_e} \ w_{\phi_n} \ w_{\phi_u} \ 0 \ w_\delta]$ 为系统驱动噪声向量. 本文采用惯导误差传播模型^[1]和接收机时钟滤波模型作为系统状态方程. 关于惯导误差传播模型, 可参考作者之前发表的文章等文献^[1,3]. 下面, 给出接收机时钟滤波模型: $\Delta \dot{t} = \delta, \dot{\delta} = -\alpha \cdot \delta + w_\delta(t)$, 其中: α 为相关时间常数, $w_\delta(t)$ 为频差驱动噪声.

4 滤波定位模型可控性的论证与分析(Reasoning and analysis to controllability of filtering model)

4.1 可控性的论证(Reasoning to controllability)

由式(1)所示状态方程可得

$$\begin{aligned} X_k &= \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1} = \\ &\Phi_{k,k-2} X_{k-2} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1} + \\ &\Phi_{k,k-1} \Gamma_{k-1,k-2} W_{k-2} \cdots = \\ &\Phi_{k,k-N} X_{k-N} + \sum_{i=k-N+1}^k \Phi_{k,i} \Gamma_{i,i-1} W_{i-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

移项后经整理并写成分块矩阵的形式如下:

$$\underbrace{[\Phi_{k,k-N+1} \Gamma_{k-N+1,k-N} \ \Phi_{k,k-N+2} \Gamma_{k-N+2,k-N+1} \ \cdots \ \Gamma_{k,k-1}]}_{Q_c}]^{n \times (q \times N)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} W_{k-N} \\ W_{k-N+1} \\ \vdots \\ W_{k-1} \end{bmatrix}}_{W}^{(q \times N) \times 1} = \underbrace{X_k - \Phi_{k,k-N} X_{k-N}}_{\Delta X_{k,k-N}}, \quad (4)$$

式中: n 是系统状态向量的维数, q 为系统驱动噪声向量的维数, 而 N 是某个特定的整数, 一般满足: $N \leq (n/q)$, 其物理意义是: 必须经过大于 $N \leq (n/q)$

步的转移才能使驱动输入 W_i 序列影响到所有的状态量.

经推导可得滤波器在时刻 $(k - N)$ 完全可控的充要条件为^[1]

$$\text{rank}(Q_c Q_c^T) = n. \quad (5)$$

4.2 可控度分析方法的推导(Derivation of controllability analysis)

式(4)中 $W_i(i = k - 1, \dots, k - N)$ 为驱动输入,对载体运动进行控制.由于一般情况下会存在控制误差,因此,在驱动输入的控制下,由状态 X_{k-N} 出发运动到状态 X_k 时会产生偏差.驱动输入误差对滤波器状态运动(预测)误差的影响,就是状态运动可控性好坏所研究的内容.

当驱动输入误差大小一定的情况下,状态量 N 步受控运动误差(N 步预测误差)越小,其可控性越好.

当驱动输入含有误差 $\Delta W_i(i = k - 1, \dots, k - N)$ 时,且设矩阵 Q_c 的第 j 列用列向量 q_j 表示,列向量 ΔW 的第 j 个元素表示为 Δw_j ,由式(4)推导可得

$$\begin{pmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & \cdots & q_{1,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \vdots \\ \Delta w_N \end{pmatrix} = \Delta \tilde{X}_{k,k-N}^i, \quad (6)$$

滤波器共有 q 个驱动输入, ΔW 是 N 个连续时刻下驱动误差向量 $\Delta W_j(j = 0, 1, \dots, N - 1)$ 顺序排

$$\text{cov}\{\Delta \tilde{X}_{k,k-N}^i\} = \begin{pmatrix} \sigma_{x,1,i}^2 & \sigma_{x,12,i} & \cdots & \sigma_{x,1n,i} \\ \sigma_{x,21,i} & \sigma_{x,2,i}^2 & \cdots & \sigma_{x,2n,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x,n1,i} & \sigma_{x,n2,i} & \cdots & \sigma_{x,n,i}^2 \end{pmatrix} = \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{s+q \cdot j} \cdot q_{s+q \cdot j}^T =$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{1,s+q \cdot j}^2 & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{1,s+q \cdot j} q_{2,s+q \cdot j} & \cdots & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{1,s+q \cdot j} q_{n,s+q \cdot j} \\ \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{2,s+q \cdot j} q_{1,s+q \cdot j} & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{2,s+q \cdot j}^2 & \cdots & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{2,s+q \cdot j} q_{n,s+q \cdot j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{n,s+q \cdot j} q_{1,s+q \cdot j} & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{n,s+q \cdot j} q_{2,s+q \cdot j} & \cdots & \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sigma_{w,s}^2 \sum_{j=0}^{N-1} q_{n,s+q \cdot j}^2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中: $\text{cov}\{\cdot\}$ 表示求协方差运算, $q_{i,j}$ 为矩阵 Q_c 第 i 行第 j 列交叉处的元素值.由矩阵相等则两个矩阵对应位置处的元素均相等,可得

$$\sigma_{x,k,i}^2 = \sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sum_{j=0}^{N-1} q_{k,s+q \cdot j}^2 \sigma_{w,s}^2 =$$

$$\left(\sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sum_{j=0}^{N-1} q_{k,s+q \cdot j}^2 \xi_s \right) \sigma_{w_i}^2, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

其中: $\sigma_{w_i}^2$ 为第 i 种单位量纲型驱动输入的公共方

列构成的向量,而且向量 ΔW 第 $(i + q \cdot j)(i = 1, \dots, q, j = 0, \dots, N - 1)$ 个分量对应第 i 个驱动输入在第 $(k - (N - 1 - j))$ 时刻下的误差.将驱动输入分组,设驱动输入中不同单位量纲的数目为 ζ ,相同单位量纲类型的驱动输入在驱动输入向量中连续排列,且第 i 种单位量纲型的驱动输入在滤波器驱动输入向量中的最小位置坐标和最大位置坐标分别为 γ_i, η_i .当只考虑第 i 种单位量纲型的驱动输入误差时,由式(6)可得

$$\begin{pmatrix} q_{1,\gamma_i} & \cdots & q_{1,\gamma_i+q(N-1)} & \cdots & q_{\eta_i} & \cdots & q_{\eta_i+q(N-1)} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \Delta w_{\gamma_i} \\ \vdots \\ \Delta w_{\gamma_i+q(N-1)} \\ \vdots \\ \Delta w_{\eta_i} \\ \vdots \\ \Delta w_{\eta_i+q(N-1)} \end{pmatrix} = \Delta \tilde{X}_{k,k-N}^i, \quad i = 1, \dots, \zeta, \quad (7)$$

其中: $\Delta \tilde{X}_{k,k-N}^i$ 为在第 i 种单位量纲型驱动输入误差的影响下状态受控运动误差.

驱动输入误差具有随机性,且均值为零,不同时刻下同一驱动输入互相独立、方差相同.设第 s 个驱动输入方差为 $\sigma_{w,s}^2$,在第 i 种单位量纲型驱动输入误差的影响下状态量 j 的受控运动方差为 $\sigma_{x,j,i}^2$ 、状态量 j 与 k 的受控运动协方差为 $\sigma_{x,jk,i}$.由式(7)可得

差项,第 s 个驱动输入方差可表示为 $\sigma_{w,s}^2 = \xi_s \sigma_{w_i}^2$.

定义当只考虑第 i 种单位量纲型驱动输入的影响时第 k 个状态量的可控度为

$$cc'_{k,i} = \left(\sqrt{\left(\sum_{s=\gamma_i}^{\eta_i} \sum_{j=0}^{N-1} q_{k,s+q \cdot j}^2 \xi_s \right)} \right)^{-1}, \quad (10)$$

可控度 $cc'_{k,i}$ 越大,表明在第 i 种单位量纲型驱动输入的控制下,第 k 个状态量的运动误差会越小,其可控性越好.

5 状态量可控性的分析(Controllability analysis of states)

5.1 状态量可控制度分析的方法与步骤(Method and steps of state controllability analysis)

由上面状态量可控制度的推导可知, 可控制度分析步骤为: 首先, 计算矩阵 Q_c . 先计算当前时刻下的状态转移阵 $\Phi_{k,k-1}$ 和驱动噪声转移阵 $\Gamma_{k,k-1}$, 再计算当前时刻的矩阵 Q_c :

$$Q_c = [\Phi_{k,k-N+1}\Gamma_{k-N+1,k-N} \quad \Phi_{k,k-N+2} \cdot \Gamma_{k-N+2,k-N+1} \quad \cdots \quad \Gamma_{k,k-1}]$$

然后, 由式(10)计算各个状态量的可控制度. 1) 计算各轴向驱动外力方差相对东向驱动外力方差的倍数 $\xi_i (i = 1, 2, 3)$, 由式(10)计算只考虑驱动外力误差时各状态量的可控制度. 2) 计算各轴向驱动力矩

方差相对东向驱动力矩方差的倍数 $\xi_i (i = 4, 5, 6)$, 由式(10)计算只考虑驱动力矩误差时各状态量的可控制度.

为了使分析结论具有直观性, 将地理系下经度、纬度误差状态的可控制度 cc_λ, cc_φ 转换为东向定位误差和北向定位误差的可控制度 cc_d, cc_b , 有如下转换关系:

$$cc_e = \frac{cc_\lambda}{(R_N + h) \cos \varphi}, \quad cc_n = \frac{cc_\varphi}{(R_M + h)}. \quad (11)$$

5.2 状态量可控制度分析的方法与步骤(Method and steps of state controllability analysis)

仿真基本设置: 滤波间隔时间为0.25 s, 惯导系统参数设置参见表1所述, 北斗接收机伪距测量误差为10 m(1 σ), 接收机时钟稳定度为 1×10^{10} (1 σ), 高度观测误差为100 m(1 σ).

表1 一阶马尔可夫过程的参数取值

Table 1 Parameter of first-order Markov process

惯性元器件误差量	初始取值(1 σ)	参数 σ 的取值	相关系数 β
东向陀螺漂移	0.02°/3600	0.02°/3600	1/(10800 s)
北向陀螺漂移	0.04°/3600	0.04°/3600	1/(10800 s)
天向陀螺漂移	0.03°/3600	0.03°/3600	1/(10800 s)
东向加速度计误差	(5.0×10^{-5}) g	(5.0×10^{-5}) g	1/(3600 s)
北向加速度计误差	(5.0×10^{-5}) g	(5.0×10^{-5}) g	1/(3600 s)
天向加速度计误差	(5.0×10^{-5}) g	(5.0×10^{-5}) g	1/(3600 s)
频差等效距离率误差	0.03 m/s	0.03 m/s	1/(3600 s)

仿真程序模拟的飞行路线如下:

飞机的起始位置为东经116°, 北纬30°(或北纬30°), 在高度10000 m的高空中平飞; 航向角为 $\alpha = -45^\circ$, 全速为 $V = 300$ m/s. 整个飞行过程中以平飞为主, 根据需要, 在飞行期间引入10~30 m/s²大小不等的加/减速机动.

根据式(5)所示方法, 经仿真分析知, 北斗一号双星/惯导组合导航滤波定位模型是完全可控的.

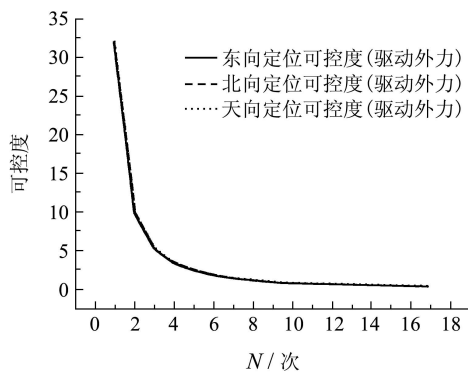


图1 各轴向定位的可控制度

Fig. 1 Controllability of positioning in each axis

然后, 分析了各状态量的可控制度以及位置、飞行速度、预测步数 N 等对可控制度的影响, 结论是:

1) 3个轴向上位置误差、速度误差、平台偏移角等状态量的可控制度受运动步数 N 的影响较大, 随状态转移步数 N 的增大而明显减小, 参见图1~8所示, 图的纵坐标为无量纲单位, 横坐标 N 的单位为次数. 由图可见, 随着滤波预测步数 N 的增大, 滤波器状态量的预测误差越来越大.

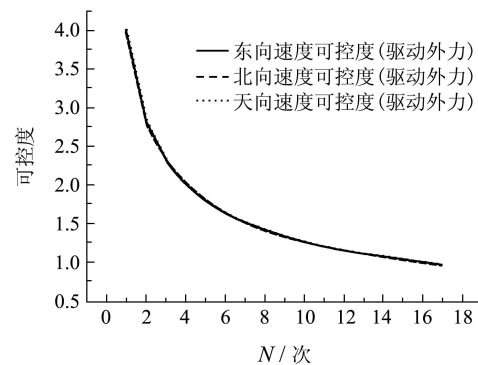


图2 各轴向速度误差状态量的可控制度

Fig. 2 Controllability of speed in each axis

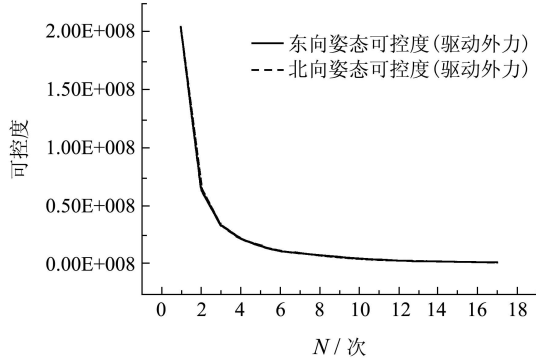


图3 东向、北向平台偏移角的可控度

Fig. 3 Controllability of east and north attitudes

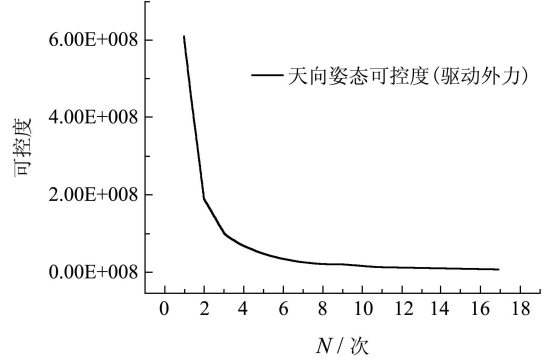


图4 天向平台偏移角的可控度

Fig. 4 Controllability of vertical attitude

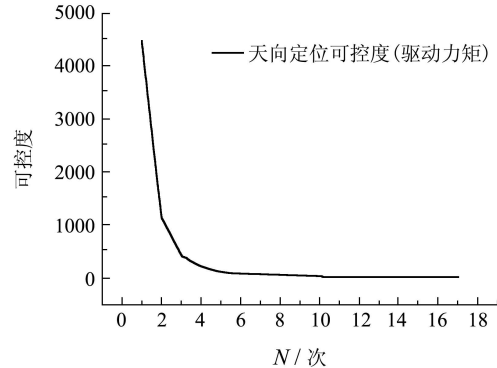
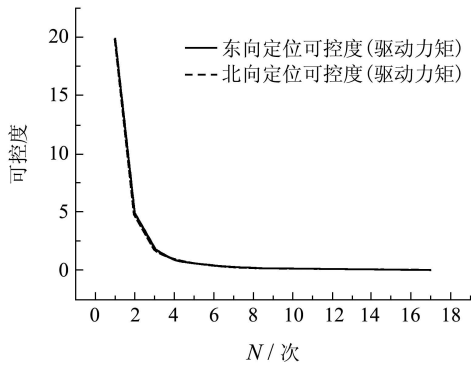


图5 驱动力矩误差影响下各轴向定位的可控度

Fig. 5 Controllability vary of positioning in each axis with the effect of drive moment

另外, 由仿真还可得到下述结论: ① 由图1~4可知, 各轴向定位、各轴向速度误差状态量的可控度较低, 而各轴向平台偏移角状态量的可控度非常大(约 $10^6 \sim 10^8$). 这说明: 惯导系统的加速度计测量误差(对应驱动外力误差)明显影响滤波器的三维位置误差、三维速度误差, 而基本上不影响平台偏移角. 可见, 提高惯导系统加速度的测量精度可以明显提高惯导系统的定位和测速精度, 但不能明显提高姿态精度. ② 由图5~8可知, 东向、北向定位和东向、北向速度误差的可控度较低, 各轴向平台偏移角的可控度也较低, 而天向定位和天向速度误差的可控度较大. 这说明: 陀螺漂移等误差(对应驱动力矩误差)明显影响东向、北向位置误差和东、北向速度误差、以及三维平台偏移角, 而对天向定位和天向速度的影响很小. 可见, 提高惯导陀螺精度可以明显提高惯导系统的平面定位精度, 但不能提高其垂向定位精度.

2) 北斗双星/惯导组合导航滤波定位模型各状态量的可控度几乎不受用户位置的影响. 经仿真可知, 除北向定位、天向平台偏移角状态量的可控度外, 北斗/惯导组合导航系统各状态量的可控度几乎不受用户位置变化的影响.

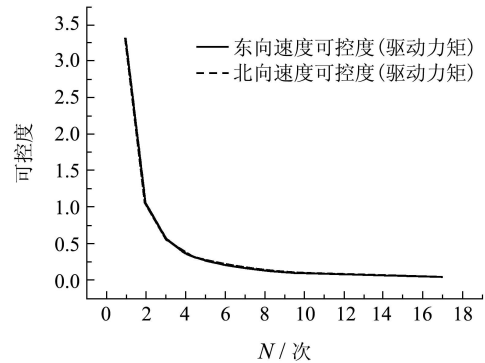


图6 东、北向速度误差的可控度

Fig. 6 Controllability of east and north speed error

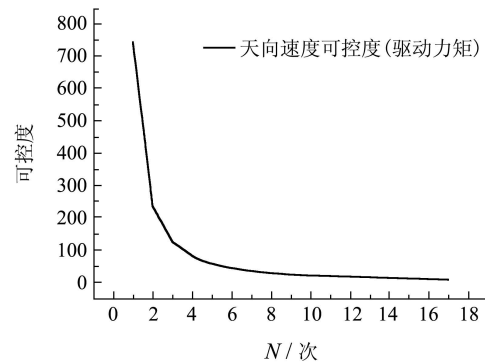


图7 天向速度误差的可控度

Fig. 7 Controllability of vertical speed error

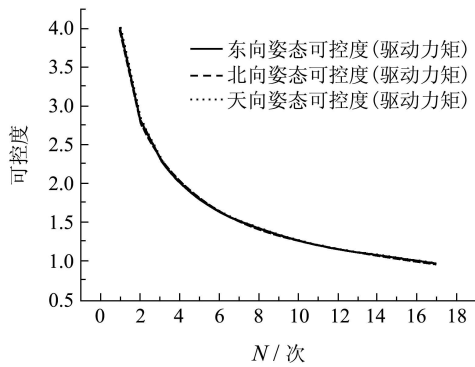


图8 三轴向平台偏移角的可控制度

Fig. 8 Controllability of attitude in each axis

3) 计算驱动外力误差相对大小的变化对滤波器状态量可控制度的影响, 如下所述:

① 只考虑驱动外力误差的影响, 并以东向驱动外力方差为公共方差计算可控制度, 当调整不同轴向上驱动外力误差的相对大小时, 各状态量的

可控制度会发生相应的变化, 其中: a) 增大北向驱动外力误差将会降低北向定位、北向速度误差和东向平台偏移角等状态量的可控制度, 而其他状态量的可控制度基本不变; b) 增大天向驱动外力误差将会降低天向定位、天向速度误差等状态量的可控制度, 而其他状态量的可控制度基本不变, 具体仿真结果参见表2所示。

② 只考虑驱动力矩误差的影响, 并以东向驱动力矩方差为公共方差计算可控制度, 当调整不同轴向上驱动力矩误差的相对大小时, 滤波器各状态量的可控制度会发生相应的变化: a) 增大北向驱动力矩误差将会降低东向定位、东向速度误差和北向平台偏移角等状态量的可控制度, 而其他状态量的可控制度基本不变; b) 增大天向驱动力矩误差将会降低天向平台偏移角状态量的可控制度, 而其他状态量的可控制度基本不变, 具体仿真结果参见表3所示。

表2 驱动外力误差相对大小变化对状态量可控制度的影响

Table 2 Effect to state controllability of external-drive force error change

各轴向 驱动比	东向定位/ m	北向定位/ m	天向定位/ m	东向速度/ (m·s ⁻¹)	北向速度/ (m·s ⁻¹)	天向速度/ (m·s ⁻¹)	东向偏移 角/ rad	北向偏移 角/ rad	天向偏移 角/ rad
1:01:01	5.42	5.39	5.41	2.31	2.31	2.31	3.4×10 ⁷	3.4×10 ⁷	6×10 ⁷
1:01:05	5.42	5.39	2.42	2.31	2.31	1.03	3.4×10 ⁷	3.4×10 ⁷	6×10 ⁷
1:01:03	5.42	5.39	3.12	2.31	2.31	1.33	3.4×10 ⁷	3.4×10 ⁷	6×10 ⁷
1:05:01	5.42	2.41	5.41	2.31	1.03	2.31	1.5×10 ⁷	3.4×10 ⁷	6×10 ⁷
1:03:01	5.42	3.11	5.41	2.31	1.33	2.31	1.9×10 ⁷	3.4×10 ⁷	6×10 ⁷

表3 驱动力矩误差相对大小变化对状态量可控制度的影响

Table 3 Effect to state controllability of external-moment error change

各轴向 驱动比	东向定位/ m	北向定位/ m	天向定位/ m	东向速度/ (m·s ⁻¹)	北向速度/ (m·s ⁻¹)	天向速度/ (m·s ⁻¹)	东向偏移 角	北向偏移 角/ rad	天向偏移 角/ rad
1:01:01	1.80	1.80	8757.5	0.552	0.552	2558.7	2.31	2.31	2.31
1:01:03	1.80	1.80	8757.5	0.552	0.552	2558.7	2.31	2.31	1.33
1:05:01	0.80	1.80	5646.1	0.247	0.552	1582.1	2.31	1.03	2.31
1:03:01	1.05	1.80	6711.0	0.320	0.552	1903.0	2.31	1.33	2.31

本文也曾仿真分析过转弯、盘旋、抖翼等机动情况对滤波器各状态量的可控制度、预测精度的影响, 结论是影响很小. 原因分析: 从对滤波影响的角度分析, 滤波器建模误差可以等效为滤波器驱动输入误差, 而转弯、盘旋、抖翼等机动会影响滤波器建模误差, 导致各轴向驱动误差的相对大小发生了变化. 由表2和表3可知, 转弯、盘旋、抖翼等机动情况下, 各状态量的可控制度也会发生变化, 但变化不明显。

6 结论(Conclusion)

针对北斗一号双星/惯导组合导航系统, 本文分析了各种情况下组合系统滤波器各状态量的可控制度及其与哪些因素有关, 可得以下研究结论:

1) 减少惯导系统加速度计测量误差(对应驱动外力误差)可提高惯导系统的定位和测速精度, 但不能明显提高姿态精度;

2) 减少惯导陀螺漂移(对应驱动力矩误差)可提高惯导系统的平面定位精度, 但不能提高其垂

向定位精度;

3) 东向陀螺漂移(驱动力矩误差)相对明显影响北向速度误差状态量的滤波预测精度, 北向陀螺漂移(驱动力矩误差)相对明显影响东向定位、东向速度误差、北向偏移角等状态量的预测精度。

上述结论对分析和提高双星/惯导组合导航系统的定位精度提供了理论上的指导。

参考文献(References):

- [1] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998: 141 – 154.
(QIN Yongyuan, ZHANG Hongyun, WANG shuhua. *Kalman Filter and Principle of Integrated Navigation*[M]. Xi'an: Press of University of Northwest Industry, 1998: 141 – 154.)
- [2] 高遵海, 陈绵云. 线性多输入系统可控性判断的快速算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005, 33(5): 4 – 6.
(GAO Zunhai, CHEN Mianyun. Fast algorithm of judging the controllability in the time-invariant linear system[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science Edition)*, 2005, 33(5): 4 – 6.)
- [3] 曾建平, 程鹏. 线性时不变系统Kalman标准分解中的几个问题[J]. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(1): 41 – 44.
(ZENG Jianping, CHENG Peng. Some questions on kalman standard decomposition of linear time-invariable system[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2000, 26(1): 41 – 44.)
- [4] 宾洋, 李克强, 王建强, 等. 低速行驶重型车辆的动力学系统建模与非线性控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(1): 265 – 272.
(BIN Yang, LI Keqiang, WANG Jianqiang, et al. Nonlinear dynamic modeling and control of low speed heavy-duty vehicles[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(1): 265 – 272.)
- [5] 高法钦, 谈展中. 北斗/惯导组合导航算法性能分析[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(4): 1149 – 1154.
(GAO Faqin, TAN Zhanzhong. Performance analyse of “BeiDou” integrated dynamic positioning algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(4): 1149 – 1154.)
- [6] HU Y N, SUN F C, LIU H P, et al. ε -dependent controllability for two time-scale systems[J]. *Tsinghua Science and Technology*, 2009, 14(2): 271 – 280.
- [7] JOHN M D, IAN A G, BILLY J J, et al. Marks II. controllability, observability, realizability, and stability of dynamic linear systems[J]. *Electronic Journal of Differential Equations*, 2009, 2009(37): 1 – 32.
- [8] 潘泉, 张磊, 崔培玲, 等. 一类动态多尺度系统的最优滤波[J]. 中国科学(E辑: 信息科学), 2004, 34(2): 433 – 447.
(PAN Quan, ZHANG Lei, CUI Peiling, et al. Optimal filter of a class of dynamic multiscale system[J]. *Science in China(Series E)*, 2004, 34(2): 433 – 447.)
- [9] LI J N, ZHANG Q L, LI Y. Controllability and observability of networked control systems with time-varying delays[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2009, 20(2): 800 – 806.
- [10] SUN Y M, MEI S W, LU Q. On global controllability of affine nonlinear systems with a triangular-like structure[J]. *Science in China(Series F)*, 2007, 50(3): 831 – 845.

作者简介:

高法钦 (1974—), 男, 博士, 讲师, 研究方向为卫星导航与组合导航系统、阵列信号处理、战术综合电子系统等, Email: wenxuli6@126.com;

黄静 (1965—), 女, 博士, 教授, 研究方向为嵌入式系统、噪声源识别及噪声主动控制等, Email: syhj_sy@163.com.