

具有零动态的SISO仿射非线性系统的神经网络自适应跟踪控制

郭 鹏¹, 胡 慧^{1,2}, 刘国荣¹, 刘洞波^{1,2}

(1. 湖南工程学院, 湖南 湘潭 411104; 2. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 针对具有零动态的SISO仿射非线性系统提出了一种神经网络直接自适应跟踪控制方法。采用梯度下降算法最小化未知理想控制器与神经网络控制器的误差代价函数以获得参数自适应律, 控制器中无需另加鲁棒控制项。基于Lyapunov稳定性定理证明了在该控制器的作用下能保证输出跟踪误差及相应闭环系统的所有状态最终一致有界及神经网络参数的收敛性。仿真结果验证了该文方法的有效性。

关键词: 神经网络; 零动态; 梯度下降算法; 仿射非线性

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Adaptive neural-network tracking control for SISO affine nonlinear systems with zero-dynamics

GUO Peng¹, HU Hui^{1,2}, LIU Guo-rong¹, LIU Dong-bo^{1,2}

(1. Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan 411104, China;
2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China)

Abstract: A direct adaptive neural-network tracking control scheme is presented for SISO affine nonlinear systems with zero-dynamics. Parameters in neural-networks are updated by using a gradient descent method for minimizing a quadratic cost function of the error between the unknown ideal controller and the current neural-networks controller. There is no robust-control term in the controller. By Lyapunov stability theorem, we prove the convergence of parameters as well as the uniform ultimate-boundedness of the tracking error and the states of the corresponding closed-loop system. Simulation results illustrate the feasibility of this method.

Key words: neural network; zero dynamics; gradient descent method; affine nonlinear

1 引言(Introduction)

近年来, 随着神经网络技术和模糊自适应控制理论的不断发展和完善, 使得非线性不确定系统的控制问题受到广泛研究^[1~6]。他们的研究方法各异, 但共通点是绝大部分方法均是基于Lyapunov稳定性分析获得自适应律, 一般自适应律包括3个部分: 线性控制项、神经网络控制项及补偿逼近误差及干扰的鲁棒控制项, 而且闭环系统的稳定性在很大程度上依赖于鲁棒控制项的设定, 因此如何降低系统对鲁棒控制项的要求是值得研究的。另外零动态存在于许多的实际系统, 如飞行轨迹跟踪控制, 而且与线性情况不一样, 在非线性系统中即使零动态是全局指数稳定的, 也不一定能保证闭环系统的全局稳定性或者甚至是大范围稳定性, 因此有必要研究他们的存在对控制系统设计的影响^[6~8]。

针对这一情况, 本文中考虑一类具有零动态的SISO仿射非线性系统, 采用无需离线处理过程,

可在线确定神经网络的初始结构和参数的GGAP-RBF(generalized growing and pruning, RBF)算法^[9]的神经网络直接自适应方法设计控制器, 其中神经网络参数自适应律采用梯度下降算法获得, 直接使用的是理想控制器和神经网络直接自适应控制器的误差量, 并且控制器中无需设计鲁棒控制项。在该控制器的作用下能保证输出跟踪误差及相应闭环系统的所有状态最终一致有界。最后从理论和仿真实验上证明了本文方法的有效性。

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下SISO仿射非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u, y \in \mathbb{R}$ 分别为状态、系统输入及输出, $\Omega_x \subset \mathbb{R}^n$, $\Omega_u \subset \mathbb{R}$ 为两紧集, 其中 $x \in \Omega_x$, $u \in \Omega_u$; $f(x), g(x)$ 为光滑向量场; $h(x) \in \mathbb{R}$ 为光滑标量函数; 系统具有强相对阶 $r < n$, $\forall (x, u) \in U$,

收稿日期: 2009-09-02; 收修改稿日期: 2010-05-05。

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(09JJ3094); 湖南省科技计划项目资助项目(2008FJ3029); 湖南省教育厅优秀青年项目(09B022);
省市联合社科基金重点资助项目(09JJ8006)。

其中 $U = \Omega_x \times \Omega_u$. 那么根据非线性系统微分几何理论可知, 存在非线性变换 $T(x) = (\xi^T, \eta^T)^T$, 使系统(1)变换为

$$\begin{cases} \frac{d\xi_i}{dt} = \xi_{i+1} & i = 1, \dots, r-1, \\ \frac{d\xi_r}{dt} = \alpha(\xi, \eta) + \beta(\xi, \eta)u, \\ \frac{d\eta}{dt} = q(\xi, \eta), \\ y = \xi_1. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\xi_i = L_f^{i-1}h(x)$, $\alpha(\xi, \eta) = L_f^r h(x)$ 和 $\beta(\xi, \eta) = L_g L_f^{r-1}h(x) \neq 0$. 由于 $\beta(\xi, \eta)$ 非零连续, 要么为正要么为负, 因此不失一般性, 假定存在正常数 c , 使得 $\beta(\xi, \eta) \geq c > 0$.

对其中零动力学系统作如下假设^[6].

假设 1 零动力子系统 $\frac{d\eta}{dt} = q(0, \eta)$ 指数稳定, 而且 $q(\xi, \eta)$ 在 ξ 是Lipschitz的. 即存在Lyapunov函数 $V_0(\eta)$ 满足

$$\sigma_1 \|\eta\|^2 \leq V_0(\eta) \leq \sigma_2 \|\eta\|^2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_0(\eta)}{\partial \eta} q(0, \eta) \leq -\sigma_3 \|\eta\|^2, \quad (4)$$

$$\left\| \frac{\partial V_0(\eta)}{\partial \eta} \right\| \leq \sigma_4 \|\eta\|, \quad (5)$$

其中 $\sigma_i, i = 1, 2, 3, 4$ 是适当的正常数.

$$\|q(\xi, \eta) - q(0, \eta)\| \leq L_\xi \|\xi\|, \quad (6)$$

其中 L_ξ 是Lipschitz常数.

定义参考向量 $\bar{y}_d = (y_d, \dot{y}_d, \dots, \ddot{y}_d^{(r-1)})^T \in \mathbb{R}^r$, 并假设期望输出 y_d 及其各阶导数光滑有界. 输出跟踪误差 $e = y_d - y$, 定义跟踪误差向量为 $\bar{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(r-1)})^T \in \mathbb{R}^r$, 那么在坐标变换作用下, 可得如下误差方程:

$$\dot{\bar{e}} = A_0 \bar{e} + b[y_d^{(r)} - \alpha(\xi, \eta) - \beta(\xi, \eta)u], \quad (7)$$

$$\text{其中 } A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{r \times 1}.$$

显然 (A, b) 能控, 则存在常数矩阵 $K = [k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{r-1}]^T$, 使得矩阵 $A_c = A_0 - bK^T$ 的特征根均具有负实部, 那么对于任意给定的正定对称矩阵 Q , 以下Lyapunov代数方程存在唯一的正定对称解 P :

$$A_c^T P + P A_c = -Q. \quad (8)$$

本文的控制目标: 针对具有零动态的SISO仿射非线性系统(1), 设计自适应神经网络控制器使得控

制系统稳定, 并使系统(1)的输出实际跟踪给定的期望参考输出, 同时保证神经网络参数的收敛性及闭环系统所有状态最终一致有界.

假设 2 期望输出 y_d 及其前 r 阶导数为已知有界, 即存在一个正常数 b_d , 有

$$\|(y_d, y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(r-1)})^T\| \leq b_d.$$

3 控制器设计(Design of controller)

定义信号 $\nu = y_d^{(r)} + K^T \bar{e} + \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)$, 其中 Ξ , λ 为正的设计参数, 可按需要的实际跟踪精度来决定. $\tanh(\cdot) \in (-1, 1)$, 当误差 \bar{e} 负大时, $\tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)$ 的值也是负大, 相反, 当误差 \bar{e} 正大时, $\tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)$ 的值也为正大, 当 $\bar{e} \rightarrow 0$ 时, $\tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) \rightarrow 0$. 在式(7)中加上和减去 ν , 经适当的调整, 误差方程为

$$\dot{\bar{e}} = (A_0 - bK^T)\bar{e} - b\lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) - b[\alpha(\xi, \eta) + \beta(\xi, \eta)u - \nu]. \quad (9)$$

由式(9)可知, 如果 α, β 已知, 那么存在理想控制器 $u^*(\xi, \eta, \nu)$ 满足下列等式:

$$u^*(\xi, \eta, \nu) = \beta^{-1}(\xi, \eta)(\nu - \alpha(\xi, \eta)), \quad (10)$$

那么闭环误差动态变为

$$\dot{\bar{e}} = (A_0 - bK^T)\bar{e} - b\lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right), \quad (11)$$

对此误差动态考虑如下的Lyapunov函数:

$$V = \bar{e}^T P \bar{e}, \quad (12)$$

考虑式(8)和式(11)

$$\dot{V} = -\bar{e}^T Q \bar{e} - 2\lambda b^T P \bar{e} \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right), \quad (13)$$

其中 $b^T P \bar{e}$ 和 $\tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)$ 总是符号相同, 因此 $\dot{V} \leq 0$, 且只有 $e = 0$ 时, $\dot{V} = 0$, 这也就意味着 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e| = 0$, 实现跟踪目标. 然而在理想控制器(10)中, $\alpha(\xi, \eta)$ 和 $\beta(\xi, \eta)$ 未知, 故式(10)不可实现. 为此采用基于GGAP-RBF算法的神经网络 $u(z) = \varphi^T(z)\theta$, 其中 $z = [\xi^T \ \eta^T \ v]^T$ 逼近理想控制器 $u^*(z)$, 其中 $\theta = (\theta_1 \ \dots \ \theta_M)^T$ 为可调参数, $\varphi(z) = (\varphi_1(z) \ \dots \ \varphi_M(z))^T$ 为基函数向量. 为增强实时性, 减少神经网络的训练参数^[11, 12], 本文中采用GGAP-RBF算法在线确定神经网络的初始结构和参数, 无需离线训练过程, 且每次所需更新的仅是隐层中获胜神经元的参数, 从而大大提高了网络训练速度. 根据万能逼近定理, 在紧集 $\Omega(z)$ 内存在最优权值 θ^* 使得 $u(z)$ 能尽可能的逼近理想控制器 $u^*(z)$, 即得下式

$$u^*(z) = \varphi^T(z)\theta^* + \delta(z), \|\delta(z)\| \leq \bar{\delta}, \quad (14)$$

其中 $\delta(z)$ 为逼近误差, 其可通过增加隐层节点数目任意减小, $\bar{\delta}$ 为逼近误差上界, 其为正常量, θ^* 为最优参数向量. 本文中假设所使用的神经网络在紧集 $\Omega(z)$ 内遵循万能逼近特性, 其中紧集 $\Omega(z)$ 足够大以使得变量 z 位于闭环控制范围内, 因此假定对所有的 $z \in \Omega(z)$, 逼近误差有界即 $\|\delta(z)\| \leq \bar{\delta}$ 是合理的.

定义控制误差 e_u 为

$$e_u = u^*(z) - u(z) = \varphi^T(z)\tilde{\theta} + \delta(z), \quad (15)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$.

在式(9)中代入 $u^*(z)$, 并考虑式(10)可得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \\ A_c \bar{e} - b\lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) - b[\alpha(\xi, \eta) + \beta(\xi, \eta)u] - \\ b[\beta(\xi, \eta)u^*(z) - \beta(\xi, \eta)u^*(z) - \nu] &= \\ A_c \bar{e} - b\lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) - b\beta(\xi, \eta)(u(z) - u^*(z)). \end{aligned} \quad (16)$$

考虑到上式中 $A_c = A_0 - bK^T$, 将其展开即得到

$$\bar{e}^{(r)} + K^T \bar{e} + \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) = \beta(\xi, \eta)e_u. \quad (17)$$

为获得参数 θ 的更新律, 定义二次代价函数

$$J_\theta = \frac{1}{2}e_u^2 = \frac{1}{2}(u^*(z) - \varphi^T(z)\theta)^2. \quad (18)$$

采用梯度下降算法最小化代价函数式(18), 即可得参数的更新律为

$$\dot{\theta} = -\gamma\varphi(z)e_u. \quad (19)$$

由式(19)可知, 参数更新律中包含 e_u , 而 e_u 并不可得, 因此 $\dot{\theta}$ 不可得, 为了获得参数更新律, 同时考虑到式(17), 选择设计参数 $\gamma = \gamma_\theta\beta(\xi, \eta)$, 其中 γ_θ 为正常量, 将其代入(19), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -\gamma_\theta\varphi(z)\beta(\xi, \eta)e_u = \\ \gamma_\theta\varphi(z)\{\bar{e}^{(r)} + K^T \bar{e} + \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)\}. \end{aligned} \quad (20)$$

由文献[10]可知, 当系统存在逼近误差时, 参数更新律(20)无法保证参数 $\tilde{\theta}$ 的有界性, 而逼近误差是不可避免的, 因此为了改善系统存在逼近误差时参数更新律(20)的鲁棒性, 应用文献[10]的方法, 在参数更新律中引入 σ -修正项, 那么

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \gamma_\theta\varphi(z)\{\bar{e}^{(r)} + K^T \bar{e} + \\ \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right)\} - \gamma_\theta\sigma\theta, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 σ 为小的正常量.

4 控制系统收敛性和稳定性分析(Convergence and stability analysis of control system)

在讨论系统稳定性之前, 首先来分析一下神经网络权值的收敛性. 考虑如下Lyapunov函数:

$$V_\theta = \frac{1}{2\gamma_\theta}\tilde{\theta}^T\tilde{\theta}. \quad (22)$$

考虑式(15)(19), 并对(22)进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= -\tilde{\theta}^T(\varphi(z)\beta(\xi, \eta)e_u - \sigma\theta) = \\ -\varphi^T(z)\tilde{\theta}\beta(\xi, \eta)e_u + \sigma\tilde{\theta}^T\theta &= \\ -\beta(\xi, \eta)e_u^2 + \beta(\xi, \eta)\delta(z)e_u + \sigma\tilde{\theta}^T\theta. \end{aligned} \quad (23)$$

考虑到以下关系:

$$\begin{aligned} \sigma\tilde{\theta}^T\theta &= -\frac{\sigma}{2}\|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{\sigma}{2}\|\theta\|^2 + \frac{\sigma}{2}\|\tilde{\theta} + \theta\|^2 \leq \\ -\frac{\sigma}{2}\|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} -e_u^2 + \delta(z)e_u &= \\ -\frac{1}{2}e_u^2 + \frac{1}{2}\delta^2(z) - \frac{1}{2}(e_u - \delta(z))^2 &\leq \\ -\frac{1}{2}e_u^2 + \frac{1}{2}\delta^2(z). \end{aligned} \quad (25)$$

将式(24)(25)代入(23)中, 那么

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &\leq -\frac{1}{2}\beta(\xi, \eta)e_u^2 + \\ \frac{1}{2}\beta(\xi, \eta)\delta^2(z) - \frac{\sigma}{2}\|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2, \end{aligned} \quad (26)$$

其中: θ^* 是有界的, $\delta(z)$ 和 $\beta(\xi, \eta)$ 也假定有界, 定义正的有界常量 ψ 为

$$\psi = \sup_t(\frac{1}{2}\beta(\xi, \eta)\delta^2(z)) + \frac{\sigma}{2}\|\theta^*\|^2, \quad (27)$$

因此

$$\dot{V}_\theta \leq -\frac{1}{2}\rho V_\theta + \psi - \frac{1}{2}\beta(\xi, \eta)e_u^2, \quad (28)$$

其中 $\rho = \sigma\gamma_\theta$. 由式(28)可知, 当 $V_\theta > \psi/\rho$ 时, $\dot{V}_\theta < 0$, 因此 $\tilde{\theta}$ 是有界的. 积分(28)可得

$$\|\tilde{\theta}\|^2 \leq \|\tilde{\theta}(0)\|^2 e^{-\rho t} + 2\gamma_\theta \frac{\psi}{\rho}, \quad (29)$$

这也就意味着 $\tilde{\theta}$ 是收敛到留数集 $\Omega_\theta = \{\tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\|^2 \leq 2\gamma_\theta \frac{\psi}{\rho}\}$. 由式(29)还可以得到

$$\|\tilde{\theta}\| \leq \|\tilde{\theta}(0)\| e^{-0.5\rho t} + \sqrt{2\gamma_\theta \psi / \rho}, \quad (30)$$

$$\beta(\xi, \eta)(\varphi^T(z)\tilde{\theta} + \delta(z)) \leq \psi_0 e^{-0.5\rho t} + \psi_1, \quad (31)$$

其中 ψ_0, ψ_1 为有界正常量.

引理 1^[13] 不等式

$$0 \leq |\varsigma| - \varsigma \cdot \tanh\left(\frac{\varsigma}{\Xi}\right) \leq K_c \Xi \quad (32)$$

对任何 $\Xi > 0$ 和 $\varsigma \in \mathbb{R}$ 都成立. 其中 K_c 是满足 $K_c =$

$e^{-(K_c+1)}$ 的常数, 即 $K_c = 0.2785$.

定理1 如果系统(1)满足假设1, 那么在神经网络控制器及参数更新律(21)的作用下, 能保证系统(1)的输出实际跟踪给定的期望参考输出, 同时保证神经网络参数的收敛性及闭环系统的所有状态最终一致有界.

证 考虑Lyapunov候选函数

$$V(\bar{e}, \eta) = \bar{e}^T P \bar{e} + \mu V_0(\eta), \quad (33)$$

$\mu > 0$ 为设计参数. $V(\bar{e}, \eta)$ 对时间求导, 并考虑式(8) (15) (16) (31)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \eta) = & \\ & \bar{e}^T (A_c^T P + P A_c) \bar{e} - 2b^T P \bar{e} \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) + \\ & 2b^T P \bar{e} \beta(\xi, \eta)(u^* - u) + \mu \dot{V}_0(\eta) \leqslant \\ & -\bar{e}^T Q \bar{e} - 2b^T P \bar{e} \lambda \tanh\left(\frac{b^T P \bar{e}}{\Xi}\right) + \\ & 2|b^T P \bar{e}| (\psi_0 e^{-0.5\rho t} + \psi_1) + \mu \dot{V}_0(\eta). \end{aligned} \quad (34)$$

假定设计参数 λ 足够大以使得 $\lambda \geqslant \psi_1$, 考虑假设1, 并应用引理1得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \eta) \leqslant & \\ & -\bar{e}^T Q \bar{e} + 2|b^T P \bar{e}| \psi_0 e^{-0.5\rho t} + \\ & 2\psi_1 K_c \Xi + \mu \frac{\partial V_0(\eta)}{\partial \eta} [q(0, \eta) + q(\xi, \eta) - q(0, \eta)] \leqslant \\ & -\bar{e}^T Q \bar{e} - \mu \sigma_3 \|\eta\|^2 + \mu \sigma_4 L_\xi \|\xi\| \|\eta\| + \\ & 2\psi_1 K_c \Xi. \end{aligned} \quad (35)$$

考虑假设2, 以及

$$\begin{aligned} 2|b^T P \bar{e}| \psi_0 e^{-0.5\rho t} &\leqslant 0.5\|\bar{e}\|^2 + 2|b^T P|^2 \psi_0^2 e^{-\rho t}, \\ \|\xi\| &\leqslant \|\bar{e}\| + \|(y_d \ y_d^{(1)} \ \cdots \ y_d^{(r-1)})^T\| \leqslant \\ &\|\bar{e}\| + b_d, \end{aligned}$$

那么有

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \eta) \leqslant & \\ & -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5) \|\bar{e}\|^2 - \mu \sigma_3 \|\eta\|^2 + \\ & \mu \sigma_4 L_\xi \|\bar{e}\| \|\eta\| + \mu \sigma_4 L_\xi b_d \|\eta\| + \cdots + \\ & 2|b^T P|^2 \psi_0^2 e^{-\rho t} + 2\psi_1 K_c \Xi. \end{aligned} \quad (36)$$

由于有

$$\begin{aligned} \mu \sigma_4 L_\xi \|\bar{e}\| \|\eta\| &\leqslant \frac{1}{2} \mu \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1 \|\eta\|^2 + \\ & \frac{1}{2\varepsilon_1} \mu \sigma_4 L_\xi \|\bar{e}\|^2, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\mu \sigma_4 L_\xi b_d \|\eta\| \leqslant (\mu \sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2 \|\eta\|^2 + \frac{1}{4\varepsilon_2^2}, \quad (38)$$

式(36)满足

$$\dot{V}(\bar{e}, \eta) \leqslant$$

$$\begin{aligned} & -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5) \|\bar{e}\|^2 - \mu \sigma_3 \|\eta\|^2 + \frac{1}{2} \mu \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1 \|\eta\|^2 + \\ & \cdots + \frac{1}{2\varepsilon_1} \mu \sigma_4 L_\xi \|\bar{e}\|^2 + (\mu \sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2 \|\eta\|^2 + \\ & \frac{1}{4\varepsilon_2^2} + 2|b^T P|^2 \psi_0^2 e^{-\rho t} + 2\psi_1 K_c \Xi \leqslant \\ & -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5 - \frac{1}{2\varepsilon_1} \mu \sigma_4 L_\xi) \|\bar{e}\|^2 - \\ & \mu [\sigma_3 - \frac{1}{2} \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1 - \mu (\sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2] \|\eta\|^2 + \\ & \frac{1}{4\varepsilon_2^2} + 2|b^T P|^2 \psi_0^2 e^{-\rho t} + 2\psi_1 K_c \Xi, \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 为适当正数, 调整 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, 使 $\sigma_3 - \frac{1}{2} \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1 - \mu (\sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2 > 0$, 令 $\varepsilon = \frac{1}{4\varepsilon_2^2} + 2|b^T P|^2 \psi_0^2 e^{-\rho t} + 2\psi_1 K_c \Xi$. 取 $\mu = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_3 - \frac{1}{2} \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1)}{(\sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2}$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \eta) \leqslant & -(\lambda_{\min}(Q) - 0.5 - \frac{1}{2\varepsilon_1} \mu \sigma_4 L_\xi) \|\bar{e}\|^2 - \\ & \frac{1}{4} \frac{(\sigma_3 - \frac{1}{2} \sigma_4 L_\xi \varepsilon_1)^2}{(\sigma_4 L_\xi \varepsilon_2 b_d)^2} \|\eta\|^2 + \varepsilon. \end{aligned} \quad (40)$$

调整 Q , 使 $\lambda_{\min}(Q) - 0.5 - \frac{1}{2\varepsilon_1} \mu \sigma_4 L_\xi > 0$, 则由上式可知, 跟踪误差及内部状态 η 为最终一致有界, 又由于 $\|\xi\| \leqslant \|\bar{e}\| + \|(y_d \ y_d^{(1)} \ \cdots \ y_d^{(r-1)})^T\| \leqslant \|\bar{e}\| + b_d$, 则外部状态 ξ 也是最终一致有界的. 证毕.

5 仿真算例(Simulation example)

考虑如下具有零动态的SISO仿射非线性系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4x_1 + 2x_1 x_2^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \sin x_1 \end{bmatrix} + \\ \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \sin x_2 \end{bmatrix} \right) u, \\ y = x_2. \end{cases} \quad (41)$$

要求输出 y 能实际跟踪期望输出 $y_d = 2 \sin(0.5t)$.

可计算系统相对阶 $r = 1$. 取坐标变换为 $T(x) = [\xi^T \ \eta^T]^T = [x_2 \ x_1]^T$, 则系统零动态为 $\dot{x}_1 = -4x_1$, 它是指数稳定的. 系统初始条件为 $x(0) = [0 \ 0.6]^T$, 仿真参数选择如下: $Q = \text{diag}[10 \ 10]$, $P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$, 选择控制器参数 $K = [1 \ 2]^T$, $\Xi = 0.01$, $\gamma_\theta = 9$, $\sigma = 0.05$. 采用MATLAB进行仿真实验, 实验结果如图1, 2所示.

图1给出了系统输出跟踪曲线, 由图可知系统输出实际跟踪了期望输出.

图2表明了应用GGAP-RBF算法隐层节点自动产生和删除的过程, 最终隐层节点数为21个. 图3表明

尽管网络结构和参数在线调节,但权值在整个控制过程中是有界的。仿真结果表明本文的神经网络自适应控制器具有快速的跟踪能力并能保证系统的稳定性。

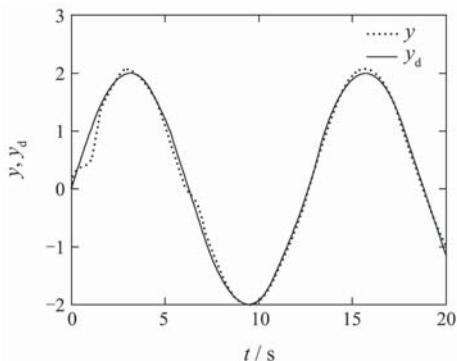


图1 系统输出跟踪曲线

Fig. 1 Plots of output tracking of system

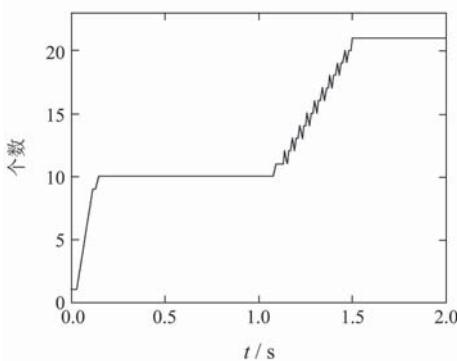


图2 隐层节点个数图

Fig. 2 Node number of hidden layer

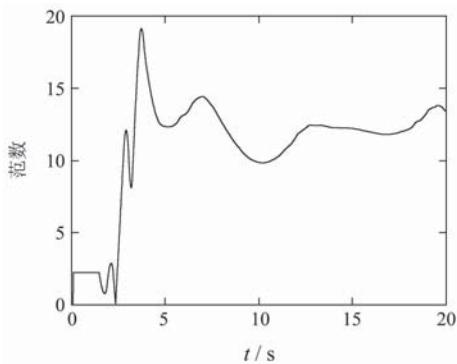


图3 权值 θ 的范数

Fig. 3 Norm of the weight vectors θ

6 结论(Conclusion)

本文针对一类具有零动态的SISO仿射非线性系统提出了一种新的神经网络自适应控制方法。在该控制器中无需另加鲁棒控制项来补偿理想控制器与神经网络控制器之间误差对系统性能的影响,从而降低了系统对鲁棒控制项的要求。神经网络参数的更新律采用梯度下降算法获得,并且神经网络的初始结构与初始参数采用GGAP-RBF算法在线获得无

需离线处理过程。最后基于Lyapunov稳定性定理证明了在该控制器的作用下能保证输出跟踪误差最终一致有界性。仿真结果验证了方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] CHANG Y C, YEN H M. Adaptive output feedback tracking control for a class of uncertain nonlinear systems using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part B: Cybernetics*, 2005, 35(6): 1311 – 1316.
- [2] SUNAN N HUANG, TAN K K, LEE T H. Further results on adaptive control for a class of nonlinear systems using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Network*, 2003, 14(3): 719 – 722.
- [3] 佟绍成, 曲连江. 一类非线性MIMO系统的模糊自适应输出反馈控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 781 – 793.
(TONG Shaocheng, QU Lianjiang. Fuzzy adaptive output feedback control for a class of MIMO nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(7): 781 – 793.)
- [4] 刘国荣, 万百五. 一类非线性MIMO系统的直接自适应模糊鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 693 – 698.
(LIU Guorong, WAN Baiwu. Direct adaptive fuzzy robust control for a class of nonlinear MIMO systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(5): 693 – 698.)
- [5] SALIM LABIOD, THIERRY MARIE GUERRA. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(10): 1126 – 1137.
- [6] SHUZHI SAM GE, JIN ZHANG. Neural-network control of non-affine nonlinear system with zero dynamics by state and output feedback[J]. *IEEE Transaction on Neural Networks*, 2003, 14(4): 900 – 918.
- [7] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [8] SLOTINE J E, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [9] HUANG G B, SARATCHANDRAN, NARASIMHAN SUN-DARARAJAN. A generalized growing and pruning RBF(GGP-RBF) neural network for function approximation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 57 – 67.
- [10] IOANNOU P, SUN J. *Robust Adaptive Control*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [11] WANG M, CHEN B, ZHANG S Y. Adaptive neural tracking control of nonlinear time-delay systems with disturbances[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2009, 23(11): 1031 – 1049.
- [12] CHEN B, LIU XP, LIU KF, et al. Novel adaptive neural control design for nonlinear MIMO time-delay systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1554 – 1560.
- [13] POLYCARPOU M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447 – 452.

作者简介:

郭 鹏 (1978—), 男, 讲师, 从事非线性系统控制、神经网络控制、无线传感器网络及移动计算等方面的研究, E-mail: onlymyhui@126.com;

胡 慧 (1979—), 女, 博士研究生, 从事非线性系统控制和神经网络控制等方面的研究, E-mail: onlymyhui@126.com;

刘国荣 (1957—), 博士, 教授, 博士生导师, 从事智能控制和不确定非线性系统控制等方面的研究, E-mail: lgr@hnue.edu.cn;

刘洞波 (1974—), 男, 博士研究生, 从事多传感器信息融合、机器人定位和导航、智能控制等方面的研究。