

网络化最优预测状态估计

唐 斌, 曾启杰, 章 云

(广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006)

摘要: 当网络诱导时延和数据包丢失确定可知时, 提出了一种网络化最优预测状态估计器设计方法, 能够补偿网络诱导时延和数据包丢失对估计性能的影响, 理论分析表明了随着网络诱导时延或数据包丢失的增加, 该估计器在获得明显补偿效果的同时预测估计偏差略微递增, 并给出了估计系统的稳定性条件, 最后通过仿真和实验验证了所提出方法的有效性和理论分析的正确性.

关键词: 网络化控制系统; 网络诱导时延; 数据包丢失; 最优预测状态估计

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Networked optimal predictive state estimation

TANG Bin, ZENG Qi-jie, ZHANG Yun

(Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: When the network-induced time-delay and the packet-loss are known, we propose a method for designing the networked optimal predictive state-estimator in which the effects of the network-induced time-delay and the packet loss on the estimator performance can be compensated. Although the estimator is effectively compensated, however, theoretical analysis shows that the estimation error increases appreciably with the increment of network-induced time-delay and the packet loss. The stability condition of the estimation system is also explored. Simulation and experiment results are given to show the effectiveness of the proposed method and the validity of the theoretical analysis.

Key words: networked control systems; network-induced time-delay; packet loss; optimal predictive state estimation

1 前言(Introduction)

网络诱导时延和数据包丢失是网络化控制系统中难以避免的现象, 它们的存在导致状态估计性能的降低, 甚至引起估计系统的不稳定^[1~23]:

1) 基于单个传感器的估计. 文献[1, 2]对于反馈和控制通道存在的随机时延, 基于时变离散化系统模型考虑了最小方差意义下的时变Kalman滤波器设计问题; 文献[3]假定测量值丢包满足独立同一分布, 表明存在一个测量值到达率的关键值, 使得时变Kalman滤波估计误差协方差有界; 文献[4]考虑了网络时延和丢包满足Markovian链特性的情况; 文献[5]假定测量值丢包满足两状态的Markovian链特性, 提出了误差协方差峰值的概念及其与跳变率相关的稳定性充分条件; 文献[6]考虑了网络诱导时延和丢包同时存在于反馈通道的情况, 给出了时变Kalman滤波器的设计方法; 文献[7]对于网络化控制系统中存在的随机传感时延、多包丢失和测量值丢失, 考虑了自适应Kalman滤波问题; 文献[8]假定估计器维持一个 D 长度的缓冲器, 对于给定时延的

概率分布, 考虑了传感器具有和不具有必要的滤波更新计算能力的两种情况, 对于一个要求的概率上的性能, 给出了确定最小缓冲器长度的方法, 以及期望的滤波更新次数的估计.

2) 基于多传感器的估计. 文献[9]考虑了多传感器下的时变Kalman滤波的设计, 其中各传感器的测量值经由具有非规则传输时延的异步通讯通道传输到估计器; 基于特定网络传输实现下的状态可观测性, 给出了估计误差过程几乎必然稳定的条件.

3) 具有本地计算的估计. 文献[10~12]对于两反馈通道和其中一通道存在任意丢包的情况, 两反馈通道同时存在丢包的情况, 以及传感器到控制器的通讯由具有任意拓扑的模拟擦除通道组成的通讯网络实现的情况, 分别证明了分离定理的成立, 给出了基于传感器本地计算的最优编码器-解码器设计, 假定反馈通道丢包满足Markovian链特性, 分析了编码器-解码器算法的稳定性和性能; 文献[6]给出了基于有限范围缓冲器和智能传感器的分布式估计方法, 给出了与丢包率相关的估计系统稳定性判据和

估计性能上下界的计算方法, 以及关键丢包率的计算方法。

4) 基于定常增益的估计. 文献[13]假定测量值丢包是一个Bernoulli过程, 对于线性不确定离散时间随机系统, 基于Lyapunov方法给出了对于所有允许的参数不确定性和所有可能的不完整测量值, 滤波系统是均方有界的, 在此基础上文献[14]考虑了线性不确定随机系统的有限范围鲁棒滤波问题, 文献[15]考虑了不确定线性状态时滞随机系统的 H_∞ 滤波问题, 文献[16]考虑了离散时间受扰随机系统的非线性 H_∞ 滤波问题, 文献[17]考虑了不确定随机非线性时滞系统的滤波问题; 文献[18, 19]对于随机的反馈时延, 基于二元随机变量系统考虑了定常增益的状态估计器设计问题; 文献[20]基于输入时滞系统模型和时滞相关方法考虑了 H_∞ 状态估计问题, 给出了与闭环时滞上下界相关的估计器设计方法, 在此基础上文献[21]考虑了带宽受限网络化系统的广义 H_2 滤波。

5) 基于受控通讯的估计. 文献[22]考虑了基于多反馈通道和传感器调度的状态估计问题, 对于每个传感器被选择的概率分别为独立同一分布和Markovian链时, 给出了相应状态估计误差协方差的上下界; 文献[23]假定只有当传感数据变化大于一个给定值时才发送, 基于这种send-on-delta测量值发送方式, 提出了一个改进的Kalman滤波算法, 减少了传感数据流量, 但存在相对较小的估计性能降低。

本文通过假定网络诱导时延和数据包丢失是确定可知的, 提出了一种网络化最优预测状态估计器设计方法, 以补偿时变网络诱导时延和数据包丢失对估计器性能的影响. 该方法避免了确定性设计人为扩大的时延, 所设计的估计器性能随着随机网络诱导时延和数据包丢失均方差的增大而不会明显地下降, 并且该方法能够处理网络反馈时延大于一个采样周期和连续数据包丢失的情况。

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下的离散时间线性系统:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + \nu(t), \quad (2)$$

其中: $t \in \mathbb{Z}^+$ 是采样步数, $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 和 $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 分别是系统的状态、控制输入和输出, A , B 和 C 分别是适当维数的矩阵, $\omega(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 和 $\nu(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 分别是系统扰动和测量噪声, $x(0)$ 是系统的初始状态. 假定:

1) $\omega(t)$ 和 $\nu(t)$ 均为零均值的白噪声向量, 且两者相互独立, 即

$$E\{\omega(t)\} = 0, \quad E\{\omega(t)\omega(t_0)\} = R_{\omega\omega}\delta(t-t_0),$$

$$E\{\nu(t)\} = 0, \quad E\{\nu(t)\nu(t_0)\} = R_{\nu\nu}\delta(t-t_0),$$

$$E\{\omega(t)\nu(t_0)\} = 0,$$

其中: $E(\cdot)$ 表示数学期望, $R_{\omega\omega}$ 和 $R_{\nu\nu}$ 分别为系统扰动和测量噪声的自协方差系数, $\delta(t-t_0)$ 是Dirac δ 函数, 即

$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} 1, & t = t_0, \\ 0, & t \neq t_0. \end{cases}$$

2) $x(t)$ 的初始值 $x(0)$ 是一个随机变量, $x(0)$ 的统计特性是已知的, 即

$$E\{x(0)\} = x_0, \quad E\{[x(0)-x_0][x(0)-x_0]^T\} = P(0).$$

3) $x(0)$ 与 $\omega(t)$ 和 $\nu(t)$ 相互独立, 即

$$E\{\omega(t)x(0)\} = 0, \quad E\{\nu(t)x(0)\} = 0.$$

假定采样周期为 h , 系统(1)(2)的输出测量值通过网络发送到状态估计器. 定义当前采样步数为 t , $k = \{1, 2, \dots\}$ 为经网络传送到状态估计器的测量值标号, $i_k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ 为相应的采样步数, $\tau_k \geq 0$ 为相应测量值所经历的网络诱导时延, 即估计器接收到的第 k 个数据包所经历的网络诱导时延; $Y_e(t) = \{y(i_1), y(i_2), \dots, y(i_k)\}$ 为估计器接收的测量值序列, $I(t) = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ 为相应采样步数序列; $T(t) = \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_k\}$ 为相应测量值数据包所经历的网络诱导时延序列; $Y(t) = \{y(0), y(1), \dots, y(t)\}$ 为传感器采样的测量值序列。

为了研究的方便, 首先假定估计器所接收测量值数据包经历的网络诱导时延, 以及从传感器发送至估计器的数据包接收状态是确定可知的. 该假设可以通过引入时间戳技术实现. 另外假定当数据包次序混乱时, 估计器根据时间戳对所接收的数据包重新排序, 保证较大的 k 总是对应较新的测量值, 即 $I(t) = \{i_1, \dots, i_k\}$ 是按升序排列的。

定义网络化最优预测状态估计问题为: 求解最优预测状态估计 $\hat{x}(t|i_k)$, 使得

$$E\{[\hat{x}(t|i_k) - x(t)][\hat{x}(t|i_k) - x(t)]^T | Y_e(t), I(t), T(t)\} \quad (3)$$

最小。

3 网络化最优预测状态估计器 (Networked optimal predictive state estimator)

3.1 传统最优状态估计算法 (Traditional optimal state estimation algorithm)

对于离散时间线性系统(1)(2), 传统最优状态估计算法给出如下:

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)[y(t) - C\hat{x}(t|t-1)], \quad (4)$$

$$\hat{x}(t|t-1) = A\hat{x}(t-1|t-1), \quad (5)$$

$$K(t) = P(t|t-1)C^T[CP(t|t-1)C^T + R_{\nu\nu}]^{-1}, \quad (6)$$

$$P(t|t-1) = AP(t-1|t-1)A^T + R_{\omega\omega}, \quad (7)$$

$$P(t|t) = [I - K(t)C]P(t|t-1)[I - K(t)C]^T + K(t)R_{\nu\nu}K^T(t), \quad (8)$$

其中: $K(t)$ 为最优滤波增益, $P(t|t-1)$ 为最优预测估计方差, $P(t|t)$ 为最优滤波估计方差.

3.2 存在网络诱导时延的情况 (Case of network-induced time-delay)

3.2.1 定常网络诱导时延 (Constant network-induced time-delay)

假定 $y(i_k)$ 为估计器在 t 步接收的测量值数据包. 不难发现, 定常网络诱导时延 τ 使得估计器在 t 步计算的最优滤波状态为 $\hat{x}(i_k|i_k)$, 即 $\hat{x}(t-\tau|t-\tau)$, 而不是 $\hat{x}(t|t)$. 但对于当前的可用信息 $\{Y_e(t), I(t), T(t)\}$, 它不影响传统状态估计算法的结构和参数, 因此根据(4)~(8)直接给出存在定常网络诱导时延的最优滤波状态估计算法如下:

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t-\tau|t-\tau) = \\ &\hat{x}(t-\tau|t-\tau-1) + K(t-\tau) \cdot \\ &[y(t-\tau) - C\hat{x}(t-\tau|t-\tau-1)], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t-\tau|t-\tau-1) = \\ &A\hat{x}(t-\tau-1|t-\tau-1) + Bu(t-\tau-1), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &K(t-\tau) = \\ &P(t-\tau|t-\tau-1)C^T \cdot \\ &[CP(t-\tau|t-\tau-1)C^T + R_{\nu\nu}]^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &P(t-\tau|t-\tau-1) = \\ &AP(t-\tau-1|t-\tau-1)A^T + R_{\omega\omega}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &P(t-\tau|t-\tau) = \\ &[I - K(t-\tau)C]P(t-\tau|t-\tau-1) \cdot \\ &[I - K(t-\tau)C]^T + K(t-\tau)R_{\nu\nu}K^T(t-\tau). \end{aligned} \quad (13)$$

状态 $x(t)$ 的最优预测估计为

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t|t-\tau) = \\ &A^\tau \hat{x}(t-\tau|t-\tau) + \sum_{j=0}^{\tau-1} A^{\tau-1-j} Bu(t-\tau+j). \end{aligned}$$

最优预测估计方差为

$$\begin{aligned} &P(t|t-\tau) = A^\tau P(t-\tau|t-\tau)(A^\tau)^T + \\ &\sum_{j=0}^{\tau-1} A^j R_{\omega\omega} (A^j)^T. \end{aligned}$$

3.2.2 时变有界网络诱导时延 (Bounded time-varying network-induced time-delay)

定义最大网络诱导时延为 τ_{\max} , 因此每一步网络正在传送的数据包个数不超过 $\tau_{\max} + 1$. 定义 $\alpha_j (j = 0, \dots, \tau_{\max}) \in \{0, 1\}$ 分别表示数据包 $y(t), \dots,$

$y(t - \tau_{\max})$ 到达估计器的状态, 其中1表示到达, 0表示未到达, 显然 $\alpha_0 = 1$ 总是成立; $\hat{x}(t) = [\hat{x}(t|i_k) \dots \hat{x}(t - \tau_{\max}|i_k)]^T$ 为依赖于 $\{Y_e(t), I(t), T(t)\}$ 的最优预测状态估计向量. 时变有界网络诱导时延下的最优预测状态估计算法给出如下:

对于 $j=0, \dots, \tau_{\max}$,

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t-j|t-\tau_{\max}) = \\ &A\hat{x}(t-j-1|t-\tau_{\max}) + \alpha_j K(t-j)[y(t-j) - \\ &CA\hat{x}(t-j-1|t-\tau_{\max})], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &K(t-j) = \\ &P(t-j|t-j-1)C^T [CP(t-j|t-j-1)C^T + R_{\nu\nu}]^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &P(t-j|t-j-1) = AP(t-j-1|t-j-1)A^T + R_{\omega\omega}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &P(t-j|t-j) = \\ &[I - \alpha_j K(t-j)C]P(t-j|t-j-1)[I - \\ &\alpha_j K(t-j)C]^T + \alpha_j K(t-j)R_{\nu\nu}K^T(t-j). \end{aligned} \quad (17)$$

3.3 存在数据包丢失的情况 (Case of packet loss)

3.3.1 不存在网络诱导时延的情况 (Case without network-induced time-delay)

当 $t = i_k$ 时, 估计器接收到一个测量值数据包, 并进行一次最优滤波状态估计; 当 $t \in [i_k + 1, i_{k+1} - 1]$ 时, 由于估计器没有获得新的测量值信息, 只进行最优预测状态估计. 对于区间 $[i_k, i_{k-1}]$, 假定已知 $K(i_{k-1}), \hat{x}(i_{k-1}|i_{k-1})$ 和 $P(i_{k-1}|i_{k-1})$. 当 $t = i_{k-1} + 1$ 时,

$$\begin{aligned} &\hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1}) = A\hat{x}(i_{k-1}|i_{k-1}), \\ &\tilde{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1}) = A\tilde{x}(i_{k-1}|i_{k-1}) + \omega(i_{k-1}), \\ &P(i_{k-1} + 1|i_{k-1}) = AP(i_{k-1}|i_{k-1})A^T + R_{\omega\omega}. \end{aligned}$$

假定此时的最优滤波状态估计

$$\begin{aligned} &\hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1} + 1) = \\ &\hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1}) + \\ &K(i_{k-1} + 1)[y(i_{k-1}) - C\hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1})]. \end{aligned}$$

由于数据包丢失的发生, 估计器不能获得新的测量值修正预测状态估计 $\tilde{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1})$, 根据 $\tilde{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1} + 1)$ 与 $y(i_{k-1})$ 的正交性, 即 $E[\tilde{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1} + 1)y^T(i_{k-1})] = 0$, 易得此时的滤波增益 $K(i_{k-1} + 1) = 0$. 因此, 对于 $i_{k-1} + 1$ 步, 可得

$$\begin{aligned} &\hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1} + 1) = \hat{x}(i_{k-1} + 1|i_{k-1}), \\ &P(i_{k-1} + 1|i_{k-1} + 1) = P(i_{k-1} + 1|i_{k-1}). \end{aligned}$$

当 $t = i_{k-1} + j < i_k$, 其中 $j \geq 1$ 时,

$$\begin{aligned} \hat{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1}) &= A^j \hat{x}(i_{k-1} | i_{k-1}), \\ \tilde{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1}) &= \\ x(i_{k-1} + j) - \hat{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1}) &= \\ A^j \tilde{x}(i_{k-1} | i_{k-1}) + \sum_{i=0}^{j-1} A^{j-1-i} \omega(i_{k-1} + i), \\ P(i_{k-1} + j | i_{k-1}) &= \\ E\{\tilde{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1}) \tilde{x}^T(i_{k-1} + j | i_{k-1})\} &= \\ A^j P(i_{k-1} | i_{k-1}) (A^j)^T + \sum_{i=0}^{j-1} A^i R_{\omega\omega} (A^i)^T, \\ K(i_{k-1} + j) &= 0, \\ \hat{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1} + j) &= \hat{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1} + j - 1), \\ P(i_{k-1} + j | i_{k-1} + j) &= P(i_{k-1} + j | i_{k-1}). \end{aligned}$$

综合上述, 在存在数据包丢失并且数据包没有网络诱导时延的情况下, 假定在当前 t 步接收一个新的数据包, 其采样步数为 i_k , 即 $t = i_k$, 则网络化最优预测状态估计算法给定如下:

$$\begin{aligned} \hat{x}(i_k | i_k) &= \\ \hat{x}(i_k | i_k - 1) + K(i_k) [y(i_k) - C \hat{x}(i_k | i_k - 1)], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(i_k | i_k - 1) &= \\ \hat{x}(i_k | i_{k-1}) = A^{i_k - i_{k-1}} \hat{x}(i_{k-1} | i_{k-1}) + \\ \sum_{j=0}^{i_k - i_{k-1} - 1} A^{i_k - i_{k-1} - 1 - j} B u(i_{k-1} + j), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} K(i_k) &= \\ P(i_k | i_k - 1) C^T [C P(i_k | i_k - 1) C^T + R_{\nu\nu}]^{-1}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} P(i_k | i_k - 1) &= P(i_k | i_{k-1}) = \\ A^{i_k - i_{k-1}} P(i_{k-1} | i_{k-1}) (A^{i_k - i_{k-1}})^T + \\ \sum_{j=0}^{i_k - i_{k-1} - 1} A^j R_{\omega\omega} (A^j)^T, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} P(i_k | i_k) &= \\ [I - K(i_k) C] P(i_k | i_k - 1) \cdot \\ [I - K(i_k) C]^T + K(i_k) R_{\nu\nu} K^T(i_k). \end{aligned} \quad (22)$$

其中最优预测状态估计 $\hat{x}(i_{k-1} + j | i_{k-1})$ 可由式(14)~(17)求取, 只是 α_j 都设置为0.

3.3.2 存在时变网络诱导时延的情况 (Case with time-varying network-induced time-delay)

假定网络存在数据包丢失的现象, 同时估计器接收的数据包经历时变的网络诱导时延. 在数据包次序不发生混乱的假定条件下, 当估计器接收到一个新的数据包时, 当前采样步数 $t = i_k + \tau_k$, 网络化最优预测状态估计算法可以分两步进行: 首先采用

式(18)~(22)来补偿数据包丢失的影响, 然后采用如下算法补偿网络诱导时延的影响:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t | t - \tau_k) &= A^{\tau_k} \hat{x}(t - \tau_k | t - \tau_k) + \\ &\sum_{j=0}^{\tau_k - 1} A^{\tau_k - 1 - j} B u(t - \tau_k + j), \\ P(t | t - \tau_k) &= A^{\tau_k} P(t - \tau_k | t - \tau_k) (A^{\tau_k})^T + \\ &\sum_{j=0}^{\tau_k - 1} A^j R_{\omega\omega} (A^j)^T. \end{aligned}$$

4 网络化最优预测状态估计系统的稳定性 (Stability of networked optimal predictive state estimation system)

本节研究不准确的初始值假设对最优预测状态估计的影响, 即估计的稳定性问题. 首先不加证明地给出与传统最优状态估计系统的稳定性相关的定义和判据^[24], 在此基础上考虑在各种网络条件下传送数据时的网络化最优预测状态估计系统的稳定性问题.

4.1 传统最优状态估计系统的稳定性 (Stability of traditional optimal state estimation system)

对线性离散时间系统(1)(2), 滤波方程为

$$\begin{aligned} \hat{x}(t | t) &= \\ \hat{x}(t | t - 1) + K(t) [y(t) - C \hat{x}(t | t - 1)] &= \\ A \hat{x}(t - 1 | t - 1) + K(t) [y(t) - C A \hat{x}(t - 1 | t - 1)], \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \hat{x}(t | t) &= \\ [I - K(t) C] A \hat{x}(t - 1 | t - 1) + K(t) y(t) &= \\ \Psi(t, t - 1) \hat{x}(t - 1 | t - 1) + K(t) y(t), \end{aligned}$$

其中: $\Psi(t, t - 1) = [I - K(t) C] A$ 为滤波器的转移矩阵, $K(t) y(t)$ 为滤波器的输入项. 滤波器是一个线性系统, 其稳定性可以通过相应的齐次方程

$$\hat{x}(t | t) = \Psi(t, t - 1) \hat{x}(t - 1 | t - 1) \quad (23)$$

来研究. 齐次方程(23)是一致渐近稳定时, 滤波才是稳定的. 对于齐次方程(23), 一致渐近稳定的充要条件是: 存在常数 $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, 使得对所有 $t \geq l \geq 0$, 范数

$$\|\Psi(t, l)\| \leq c_2 e^{-c_1(T_t - T_l)}, \quad (24)$$

其中 T_t 和 T_l 分别为采样步数 t 和 l 所对应的连续时域的时间点. 该充要条件的依据在于: 式(24)表明式(23)的状态转移矩阵的最不稳定特征根在单位圆内, 反之亦成立.

由于滤波状态转移矩阵 $\Psi(t, t - 1)$ 依赖滤波增益 $K(t)$, 因此采用滤波稳定的条件(24)判断滤波的稳定性比较困难. Kalman 等从原系统出发, 获得了滤

波稳定性的充分条件: 如果系统是一致完全随机可控和一致完全随机可观测的, 那么相应的线性最优滤波系统是一致渐近稳定的.

对线性离散时间系统(1)(2), 定义完全随机可控的条件为: 如果存在正整数 N 和正数 $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0$, 使得对所有 $t \geq N$, 有

$$\alpha_1 I \leq W(t - N + 1, t) \leq \beta_1 I, \quad (25)$$

其中

$$W(t - N + 1, t) = \sum_{i=t-N+1}^t A^{t-i} R_{\omega\omega} (A^{t-i})^T > 0,$$

则称系统(1)是一致完全随机可控.

定义完全随机可观测的条件为: 如果存在正整数 N 和正数 $\alpha_2 > 0, \beta_2 > 0$, 使得对所有 $k \geq N$, 有

$$\alpha_2 I \leq M(t - N + 1, t) \leq \beta_2 I, \quad (26)$$

其中

$$M(t - N + 1, t) = \sum_{j=t-N+1}^t (A^{j-t})^T C^T R_{\nu\nu}^{-1} C A^{j-t} > 0,$$

则称系统(1)(2)是一致完全随机可观测.

对于线性离散时间系统(1)(2), 传统最优状态估计算法的最优滤波误差方差阵上下界定理为: 假定 $P(0|0) \geq 0$, 如果系统(1)(2)是一致完全随机可控和一致完全随机可观测的, 即存在 $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0, \alpha_2 > 0, \beta_2 > 0$ 和正整数 N , 使得对所有 $t \geq N$, 有

$$\alpha_1 I \leq W(t - N + 1, t) \leq \beta_1 I, \\ \alpha_2 I \leq M(t - N + 1, t) \leq \beta_2 I,$$

那么对于所有 $t \geq N$, 最优滤波误差方差阵 $P(t|t)$ 有一致的上界

$$P(t|t) \leq \frac{1 + n^2 \beta_1 \beta_2}{\alpha_2} I \quad (27)$$

和一致的下界

$$P(t|t) \geq \frac{\alpha_1}{1 + n^2 \beta_1 \beta_2} I. \quad (28)$$

对于系统(1)(2), 结合式(27)(28), 采用Lyapunov第二方法判断传统最优状态估计算法的滤波稳定性, 可得滤波稳定性定理为: 如果系统(1)(2)为一致完全随机可控和一致完全随机可观测, 则它的线性最优滤波方程(4), 即

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)[y(t) - C\hat{x}(t|t-1)]$$

是一致渐近稳定的. 即存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$, 使得对所有 $t \geq l \geq 0$, 有

$$\|\Psi(t, l)\| \leq c_2 e^{-c_1(T_t - T_l)}.$$

4.2 存在网络诱导时延的情况(Case of network-induced time-delay)

4.2.1 定常网络诱导时延(Constant network-induced time-delay)

结合定常网络诱导时延的影响, 可得原被估计系统(1)(2)的扩展系统

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), \quad (29)$$

$$y_c(t) = y(t - \tau) = Cx(t - \tau) + \nu(t - \tau), \quad (30)$$

其中 $y_c(t)$ 为在 t 步估计器接收到的测量值. 假定原系统(1)(2)一致完全随机可控, 对比系统(29)(30)与(1)(2)可以发现, 扩展系统的系统方程与原系统的相同, 因此扩展系统一致完全随机可控. 然而由于网络诱导时延的影响, 扩展系统的随机可观测性与原系统的存在时间区间上的差别. 假定原系统(1)(2)是一致完全随机可观测, 则对于扩展系统(29)(30), 存在正整数 $N_e = N + \tau$, 使得对于所有 $t \geq N_e$, 有

$$\alpha_2 I \leq M(t - N_e + 1, t - \tau) \leq \beta_2 I,$$

其中 $M(t - N_e + 1, t - \tau)$ 形式上与原系统的相同, 即扩展系统仍是一致完全随机可观测. 因而相应的网络化线性最优滤波系统是一致渐近稳定的.

4.2.2 时变有界网络诱导时延(Bounded time-varying network-induced time-delay)

根据系统(1)(2)可得扩展系统

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), \quad (31)$$

$$y(i_k) = Cx(t - \tau_k) + \nu(t - \tau_k), \quad (32)$$

其中 $y(i_k)$ 为在 t 步及其以前采样步数估计器最新接收到的测量值. 假定原系统(1)(2)一致完全随机可控, 显然扩展系统(31)(32)一致完全随机可控, 但可观性与原系统的也存在时间区间上的差别. 假定原系统一致完全可观测, 则对于扩展系统(31)(32), 存在正整数 $N_e = N + \tau_{\max}$, 使得对于所有 $t \geq N_e$, 有

$$\alpha_2 I \leq M(t - N_e + 1, t - \tau_{\max}) \leq \beta_2 I,$$

其中 $M(t - N_e + 1, t - \tau_{\max})$ 形式上与原系统的相同, 即扩展系统仍是一致完全随机可观测. 因而相应的网络化线性最优滤波系统是一致渐近稳定的.

4.3 存在数据包丢失的情况(Case of packet loss)

4.3.1 不存在网络诱导时延的情况(Case without network-induced time-delay)

根据系统(1)(2)可得扩展系统

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), t \in [i_k, i_{k+1}), \quad (33)$$

$$y_c(t) = \begin{cases} y(i_k), & t = i_k, \\ 0, & t \neq i_k, \end{cases} \quad (34)$$

即估计器只在采样步数 $i_k \{k = 1, 2, \dots\}$ 接收到来自原系统的测量值数据包. 扩展系统的随机可控性与原系统的一致, 在此主要是基于估计器接收的测量值数据包, 讨论扩展系统的随机可观性. 当 $t = i_k$ 时, 根据系统(34)可得

$$y_c(t) = y(i_k) = Cx(i_k) + \nu(i_k).$$

依次类推可得

$$\begin{aligned} y(i_{k+j}) &= Cx_{i_{k+j}} + \nu_{i_{k+j}} = \\ & CA^{i_{k+j}-i_k} x(i_k) + \\ & \sum_{i=0}^{i_{k+j}-i_k-1} CA^{i_{k+j}-i_k-1+i} \omega(i_k+i) + \nu(i_{k+j}). \end{aligned}$$

假定原系统(1)(2)一致完全随机可控和一致完全随机可观, 则对于扩展系统(33)(34), 存在正整数 N , 使得对于所有 $t \geq i_{k-N+1}$, 有

$$\hat{\alpha}_2 I \leq M(i_{k-N+1}, i_k) \leq \hat{\beta}_2 I,$$

其中:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_2 &> 0, \hat{\beta}_2 > 0, \\ M(i_{k-N+1}, i_k) &= \\ & \sum_{j=k-N+1}^k (A^{i_j-i_k})^T C^T R_{\nu\nu}^{-1} C A^{i_j-i_k} > 0, \end{aligned}$$

即扩展系统仍是一致完全随机可观. 因而相应的网络化线性最优滤波系统是一致渐近稳定的.

4.3.2 存在时变网络诱导时延的情况(Case with time-varying network-induced time-delay)

根据系统(1)(2)可得扩展系统

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + \omega(t), \\ t &\in [i_k + \tau_k, i_{k+1} + \tau_{k+1}), \end{aligned} \quad (35)$$

$$y_c(t) = \begin{cases} y(i_k), & t - \tau_k = i_k, \\ 0, & t - \tau_k \neq i_k. \end{cases} \quad (36)$$

此时的网络化最优预测滤波系统的稳定性证明与不存在网络诱导时延情况下的相同, 在此不详述.

5 仿真(Simulation)

仿真实例的数学模型来自一个二阶振荡环节的稳定的模拟电路, 以0.2 s为采样时间, 求得二阶振荡环节的离散时间状态空间方程为

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + B_\omega \omega(t), \\ y(t) &= Cx(t) + \nu(t), \end{aligned}$$

其中: $\omega(t)$ 为系统扰动, $\nu(t)$ 为测量噪声,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.8999 & 0.1916 \\ -0.1921 & 0.9803 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.1929 \\ 0.01979 \end{bmatrix}, \\ B_\omega &= \begin{bmatrix} -0.1929 & -0.01972 \\ 0.01979 & -0.201 \end{bmatrix}, C = [0 \ 1]. \end{aligned}$$

仿真过程假定所有控制量序列 $u(t) = -1$, 通过离散时间传递函数来模拟定常网络诱导时延, 即传递函数的分子设定为1; 而分母的第二个元素也设定为1, 分母的其他元素均设定为0, 分母中0的个数即为仿真的网络诱导时延的步数; 对于时变的网络诱导时延, 可以在传感器和控制器中分别构造一个随机数产生器和一个数据缓冲器, 每个反馈信号和控制信号根据随机数在数据缓冲器中相应地经历随机数大小的延迟步数. 仿真过程通过丢弃接收到的数据包来模拟网络中的数据包丢失现象. 限于篇幅, 仅给出第一个状态分量的仿真结果.

二阶振荡环节的传统最优状态估计算法的仿真结果如图1中的实线、虚线和点划线, 分别对应于传统的情况、 $\tau = 5$ 的情况和 $l = 5$ 的情况. 此时 $x(0) = [0 \ 5]^T$, $\hat{x}(0|0) = [0 \ 0]^T$; $\omega(t)$ 和 $\nu(t)$ 满足

$$\begin{aligned} R_{\omega\omega} &= \begin{bmatrix} 0.040497 & -0.00050035 \\ -0.00050035 & 0.037642 \end{bmatrix}, \\ R_{\nu\nu} &= [0.039808]. \end{aligned}$$

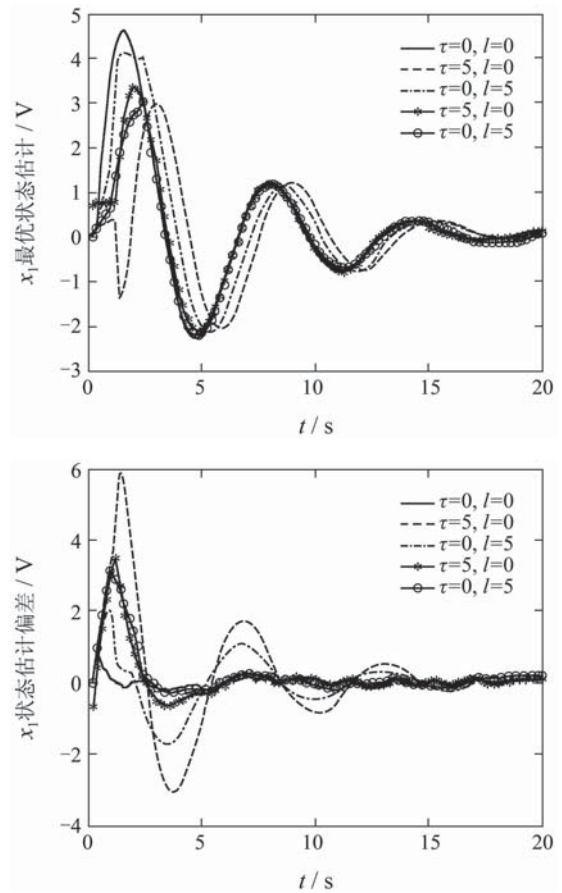


图1 二阶振荡环节的状态估计算法仿真结果

Fig. 1 Simulation results of state estimation algorithms for a second-order oscillating link

由图可知, 传统情况下传统状态估计算法是有效的; 当存在网络诱导时延和数据包丢失时, 传统状态估计算法的性能降低, 其状态估计偏差明显增大.

二阶振荡环节的网络化最优预测状态估计算法的仿真结果如图1中的实星线和实圈线, 分别对应于 $\tau = 5$ 的情况和 $l = 5$ 的情况, 其中 $x(0)$, $\hat{x}(0|0)$, $\omega(t)$ 和 $\nu(t)$ 的设置与传统算法相同. 由图可知, 存在网络诱导时延和数据包丢失的情况下, 网络化最优预测状态估计算法相对于传统估计算法明显改善了估计性能, 但比传统情况下传统估计算法性能有略微的降低.

6 实验(Experiment)

本节通过对实际模拟电路的实验, 验证理论分析的正确性和算法的有效性. 实验中的状态估计算法采用与仿真一样的参数设置; 实验中的系统扰动 $\omega(t)$ 和测量噪声 $\nu(t)$ 的每个分量都对应一个随机信号源, 其均值为0, 协方差为0.2. 实验结果与仿真结果之间存在的差别主要由3个原因引起: 首先, 实验中的状态估计偏差明显大于仿真的情况, 这是由于仿真模型与实际对象的动态特性之间存在着差别引起的; 另外, 受实验条件限制, 实验过程在初始阶段进行最优预测状态估计时, 利用了初始采样步数以前的控制量序列, 该序列中控制量 $u(t) = 5$, 而不是仿真过程中假定的 $u(t) = -1$; 最后, 实验中的系统扰动和测量噪声与仿真的不是相同的随机信号源. 限于篇幅, 仅给出第一个状态分量的实验结果.

二阶振荡环节的传统最优状态估计算法的实验结果如图2中的实线、虚线和点划线, 分别对应于传统的情况、 $\tau = 5$ 的情况和 $l = 5$ 的情况. 实验结果与仿真结果类似, 表明了在传统情况下传统最优状态估计算法是有效的; 在存在网络诱导时延和数据包丢失的情况下传统最优状态估计算法的性能明显降低, 状态估计偏差增大.

二阶振荡环节的网络化最优预测状态估计算法的实验结果如图2所示. 图中实星线和实圈线, 分别对应于 $\tau = 5$ 的情况和 $l = 5$ 的情况. 由图可知, 实验结果与仿真结果类似, 表明了存在网络诱导时延和数据包丢失的情况下网络化最优预测状态估计算法是有效的, 其状态估计偏差相对于该情况下传统估计算法明显减少.

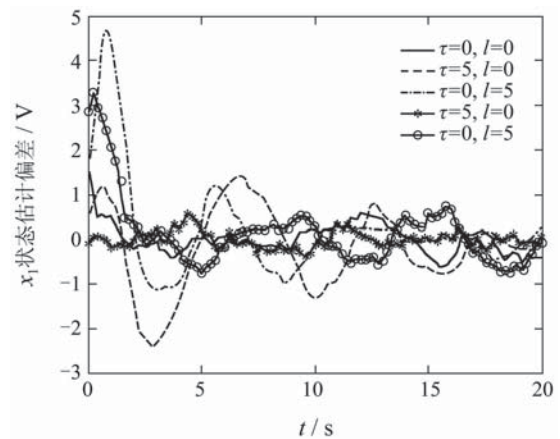


图2 二阶振荡环节的状态估计算法实验结果

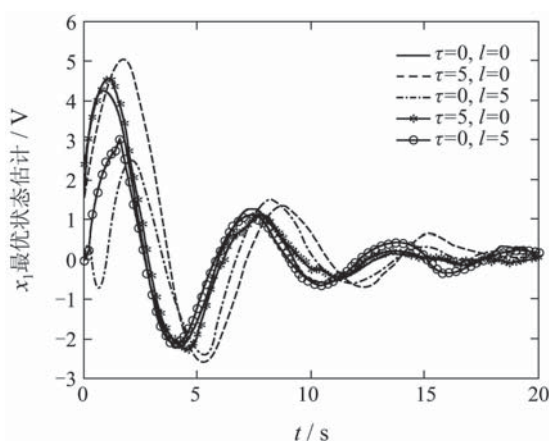
Fig. 2 Experiment results of state estimation algorithms for a second-order oscillating link

7 结论(Conclusion)

本文面向网络化控制系统存在的时变网络诱导时延和数据包丢失, 提出了网络化最优预测状态估计方法, 该方法能够有效地处理网络反馈时延大于一个采样周期和连续数据包丢失的情况, 理论分析指出了随着网络诱导时延的增大和连续数据包丢失的增加, 网络化最优预测状态估计性能略微下降, 仿真和实验结果表明了理论分析的正确性和最优预测状态估计器设计方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] NILSSON J, BERNHARDSSON B, WITTENMARK B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 57 – 64.
- [2] HU S S, ZHU Q X. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay[J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1877 – 1884.
- [3] SINOPOLI B, SCHENATO L, FRANCESCETTI M, et al. Kalman filtering with intermittent observations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1453 – 1464.
- [4] 王宝凤, 郭戈. 具有Markovian时延与丢包的离散系统的状态估计[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(12): 1331 – 1336.
(WANG Baofeng, GUO Ge. State estimation for discrete-time systems with Markovian time-delay and packet loss[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(12): 1331 – 1336.)
- [5] HUANG M, DEY S. Stability of Kalman filtering with Markovian packet losses[J]. *Automatica*, 2007, 43(4): 598 – 607.
- [6] SCHENATO L. Optimal estimation in networked control systems subject to random delay and packet drop[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(5): 1453 – 1464.
- [7] MOAYEDI M, FOO Y K, SOH Y C. Adaptive kalman filtering in networked systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1577 – 1588.
- [8] SHI L, XIE L H, MURRAY R M. Kalman filtering over a packet-delaying network: a probabilistic approach[J]. *Automatica*, 2009, 45(9): 2134 – 2140.
- [9] MATVEEV A S, SAVKIN A V. The problem of state estimation via asynchronous communication channel with irregular transmission times[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(4): 670 – 676.



- [10] GUPTA V, HASSIBI B, MURRAY R M. Optimal LQG control across packet-dropping links[J]. *Systems & Control Letters*, 2007, 56(6): 439 – 446.
- [11] GUPTA V, MARTINS N C, BARAS J S. Optimal output feedback control using two remote sensors over erasure channels[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(7): 1463 – 1476.
- [12] GUPTA V, DANA A F, HESPANHA J P, et al. Data transmission over networks for estimation and control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(8): 1807 – 1819.
- [13] WANG Z, HO D W C, LIU X H. Variance-constrained filtering for uncertain stochastic systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(7): 1254 – 1258.
- [14] WANG Z, YANG F W, HO D W C, et al. Robust finite-horizon filtering for stochastic systems with missing measurements[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(6): 437 – 440.
- [15] WANG Z, YANG F W, HO D W C, et al. Robust H-inf filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2579 – 2586.
- [16] SHEN B, WANG Z, SHU H S, et al. On nonlinear H-inf filtering for discrete-time stochastic systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2170 – 2180.
- [17] WEI G L, WANG Z, SHU H S. Robust filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements[J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 836 – 841.
- [18] WANG Z, HO D W C, LIU X H. Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2004, 51(6): 320 – 326.
- [19] YANG F W, WANG Z, HUNG Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 511 – 518.
- [20] GAO H J, CHEN T W. H-inf estimation for uncertain systems with limited communication capacity[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(11): 2070 – 2084.
- [21] 张丹, 俞立, 张文安. 带宽受限网络化系统的广义 H_2 滤波[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(3): 377 – 381.
(ZHANG Dan, YU Li, ZHANG Wenan. Generalized H-two filtering for networked systems with bandwidth constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(3): 377 – 381.)
- [22] GUPTA V, CHUNG T H, HASSIBI B, et al. On a stochastic sensor selection algorithm with applications in sensor scheduling and sensor coverage[J]. *Automatica*, 2006, 42(2): 251 – 260.
- [23] SUH Y S, NGUYEN V H, RO Y S. Modified Kalman filter for networked monitoring systems employing a send-on-delta method[J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 332 – 338.
- [24] 王志贤. 最优状态估计与系统辨识[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.
(WANG Zhixian. *Optimal State Estimation and System Identification*[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2004.)

作者简介:

唐斌 (1979—), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为网络化控制系统, E-mail: tangbin316@163.com;

曾启杰 (1977—), 男, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为网络化控制、智能控制, E-mail: gduzeng@126.com;

章云 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制与信息处理技术、控制网络与集成、机器人技术与自动化装备, E-mail: yz@gdut.edu.cn.