文章编号: 1000−8152(2011)06−0861−08

未知时变时滞非线性参数化系统自适应迭代学习控制

李俊民[1], 王元亮[1], 李新民[2]

(1. 西安电子科技大学 应用数学系, 陕西 西安 710071; 2. 西安科技大学 通信学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对含有未知时变参数和时变时滞的非线性参数化系统, 提出了一种新的自适应迭代学习控制方法. 该方法将参数分离技术与信号置换思想相结合, 可以处理含有时变参数和时滞相关不确定性的非线性系统. 设计了一种自适应控制策略, 使跟踪误差的平方在一个有限区间上的积分渐近收敛于零. 通过构造Lyapunov-Krasovskii型复合能量函数, 给出了闭环系统收敛的一个充分条件. 给出两个仿真例子验证了控制方法的有效性.

关键词: 非线性参数化系统; 自适应迭代学习控制; 时变参数; 时变时滞; 复合能量函数

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Adaptive iterative learning control for nonlinear parameterized-systems with unknown time-varying delays

LI Jun-min[1], WANG Yuan-liang[1], LI Xin-min[2]

(1. Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi’an Shannxi 710071 China;
2. School of Communication, Xi’an University of Science and Technology, Xi’an Shannxi, 710054)

Abstract: A new adaptive iterative learning control approach is proposed for a class of nonlinear systems with unknown time-varying parameters and time-varying delays. By using the parameter separation technique combined with the signal replacement mechanism, a novel adaptive control strategy is designed to ensure the tracking error for converging to zero in the mean-square sense on a finite time-interval. A sufficient condition for the convergence is also given by constructing a Lyapunov-Krasovskii-like composite energy function. The approach can be applied to the nonlinear systems with time-varying parameters and delay dependent uncertainties. Two simulation examples are provided to illustrate the efficacy of the proposed control algorithms.

Key words: nonlinearly parameterized systems; adaptive iterative learning control; time-varying parameters; time-varying delays; composite energy function(CEF)

1 引言(Introduction)

迭代学习控制是一种基于品质学习的高级控制方法, 能有效地处理重复跟踪控制问题, 实现在有限时间区间内目标轨线的精确跟踪[1~9]. 传统的迭代学习控制是基于压缩映射理论[1~3], 其主要思想是通过利用前次迭代的误差信息来修正当前的控制输入. 因此, 一方面传统的迭代学习控制仅采用很少的系统信息就能获得几何收敛速度, 但是另一方面, 它很难充分利用系统已知的结构或参数信息设计控制输入, 仅能处理满足全局Lipschitz条件的非线性不确定系统精确跟踪问题[4~7]. 为了克服传统方法的缺陷, 近年来人们把自适应技术引入迭代学习控制中, 吸收了自适应控制和学习控制的优点, 提出一种新的所谓自适应迭代学习控制. 这种新型的控制方法的优越之处在于, 它采用各种方法估计系统中不确定常值的或慢时变的参数, 例如, 参数估计在时间域中进行[7], 在迭代域中进行[6,8], 或者两个域中同时进行[9,10]. 该方法能够解决更广的非线性不确定系统的控制问题, 实现误差的渐近收敛. 值得一提的是, 基于Lyapunov函数或复合能量函数的自适应迭代学习控制, 搭起了时间域和迭代域之间的桥梁, 在处理对时变参数的学习估计中起了很重要的作用[11~13].

众所周知, 非线性参数化系统的自适应控制是一个没有很好解决的公开问题, 该类系统的自适应迭代学习控制同样研究结果不多见. 文献[14]对双线性参数化系统利用分段积分机制, 提出了一种新的自适应重复学习控制方法,通过构造新的复合能量函数证明了广义跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零. 文献[15]对一类非线性参数化系统, 利用分离原理和重新参数化方法, 设计了一类自适应迭代学习控制算法, 证明了跟踪误差在均方意义下

收稿日期: 2009−09−22; 收修改稿日期: 2010−10−16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60974139, 60804021); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(72103676).

收敛于零. 然而文献[14, 15]都没有考虑时滞因素对跟踪性能的影响.

由于时滞问题广泛存在于各类工程系统中, 例如液压系统、电网系统、核反应堆等, 时滞的存在降低了控制的性能, 甚至破坏了闭环系统的稳定性[16], 因此研究时滞系统先进有效的迭代学习控制显得尤为重要. 而对时滞系统的迭代学习控制大都局限于传统的研究框架内[17~20], 最近, 文献[21]对参数不确定时滞系统, 当存在初值漂移时, 利用初值修正方法[18], 提出了一种新的迭代学习控制方法, 利用2-D理论给出该方法收敛的充要条件; 文献[16, 22]对几类线性参数化非线性时滞系统, 基于Lyapunov-Krasoviskii泛函提出了自适应迭代学习控制算法, 这些算法仅对未知常参数或时滞已知的系统给出了跟踪性能结果. 文献[23]对周期已知的非线性参数化时滞系统, 提出了一种新的自适应重复学习控制算法, 证明了该系统对周期目标函数跟踪误差的平方在一个周期上的积分渐近收敛于零. 目前, 当系统中出现未知时变非线性参数化不确定性和未知时变时滞时, 还没有看到自适应迭代学习控制的任何结果, 这是一个挑战性的难题.

因此本文针对一类含有未知时变参数和未知时变时滞的非线性参数化系统, 提出了一种基于新型的Lyapunov-Krasovskii型复合能量函数(CEF)的自适应迭代学习控制方法, 主要的创新之处有: 1) 把复合能量函数概念应用到带有未知时变参数和未知时变时滞的非线性参数化系统. 2) 解决了控制器设计的两个困难: 一个是对未知时变时滞的处理, 策略是利用信号置换思想[24], 合并包括时滞项在内的所有时变参数为一未知时变参数; 另一个是对非线性参数化函数的处理, 利用参数分离技术构造一个Lyapunov-Krasovskii型CEF.

本文规定, $C[0,T]$和$C^n[0,T]$分别表示定义在区间$[0,T]$的连续函数空间和n阶连续可微函数空间; 向量$x(t)$的$L^2_{[0,T]}$范数定义为

$$\|x\|_{L^2_{[0,T]}} = (\int_0^T \|x(\sigma)\|^2 \mathrm{d}\sigma)^{\frac{1}{2}}.$$

若$\lim\limits_{i\to\infty}\int_0^T \|x_i\|^2\mathrm{d}\sigma = 0$, $i \in \mathbb{Z}_+$表示迭代次数, $\mathbb{Z}_+$表示非负整数集合, 则称$x_i(t)$在$L^2_{[0,T]}$范数意义下收敛于零; 若$\sup\limits_{i\in\mathbb{Z}_+}\int_0^T \|x_i\|^2\mathrm{d}\sigma < \infty$, 则称$x_i(t)$在$L^2_{N\times[0,T]}$范数意义下有界.

2 一阶时滞系统自适应迭代学习控制(Adaptive iterative learning control for the first-order time-delay systems)

2.1 问题描述(Problem descriptions)

为了清楚地阐述本文的设计思想, 首先考虑以下运行在区间$[0,T]$(T为有限正常数)上的一阶非线性时滞系统(为了标记方便, 在不引起矛盾的情况下本文有时省略时间符号t)

$$\begin{cases} \dot{x} = f\left(x(t-\tau(t)), \theta(t)\right)\xi(x) + b(t)u, \\ x = \varpi(t),\ t \in [-\tau_{\max}, 0], \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x \in \mathbb{R}$是可测系统状态; $u \in \mathbb{R}$是系统控制输入; $\tau(t) \in C^1[0,T]$是未知时变时滞项, 并且满足$\tau(t) \leqslant \tau_{\max}, \forall t \in [0,T]$; $\tau_{\max}$是已知常数; $\theta(t) \in C[0,T]$为未知的时变连续参数; $b(t) \in C^1[0,T]$表示未知时变的输入增益; $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$是未知连续函数且关于第一个变量满足局部Lipschitz条件; $\xi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$为已知满足局部Lipschitz条件的连续函数; $x = \varpi(t), t \in [-\tau_{\max}, 0]$是一个已知连续函数, 表示系统的初始条件.

注 1 由于系统(1)中含有未知时变时滞$\tau(t)$和非线性参数化不确定函数$f\left(x(t-\tau(t)), \theta(t)\right)$, 该系统的迭代学习控制问题变得更加困难.

给定目标轨线$x_{\mathrm{r}}(t) \in C^1[-\tau_{\max}, T]$, 定义第$i$次迭代时的跟踪误差为$e_i = x_i - x_{\mathrm{r}}$, 控制目标是确定输入$u_i(t)(i \in \mathbb{Z}_+)$, 在区间$[0,T]$上, 当迭代次数$i$趋于无穷时, 跟踪误差$e_i$在$L^2_{[0,T]}$范数意义下收敛于零, 并且保证闭环系统所有信号在$L^2_{[0,T]}$范数意义下有界. 为了实现控制目标, 对系统(1)作如下假设:

假设 1 时变时滞$\tau(t)$满足$\dot{\tau}(t) \leqslant \eta < 1$, 即$-\dfrac{1-\dot{\tau}(t)}{1-\eta} \leqslant -1$.

假设 2 时变参数$b(t)$连续可微且满足$|b(t)| \geqslant b_0 > 0$, 不失一般性, 假定$b(t) > 0, \forall t \in [0,T]$.

假设 3 未知函数$f(\cdot,\cdot)$满足不等式[22]

$$|f(\chi,\theta) - f(\bar{\chi},\theta)| \leqslant |\chi - \bar{\chi}|\, h(\chi,\bar{\chi})\lambda(\theta), \tag{2}$$

其中: $h(\cdot,\cdot)$是已知的非负连续函数; $\lambda(\cdot)$为未知非负连续函数.

假设 4 系统的初始条件满足: $x_i(t) = x_{\mathrm{r}}(t)$, $t \in [-\tau_{\max}, 0]$, 即$e_i(t) = 0, t \in [-\tau_{\max}, 0], \forall i \in \mathbb{Z}_+$.

注 2 假设1要求时变时滞的变化率小于1, 这一要求是为了确保对复合能量函数求导时能恰好对消时滞项, 是一个关键性条件. 实际上, 在许多时变时滞系统中均有这一假设[25], 而且这个假设不难满足, 如$\tau(t) = \sin t, \tau(t) = \arctan t$, $\tau(t) = \mathrm{e}^{-t}$,等满足此要求. 如果$f(\cdot,\cdot)$可微, 对于任意给定$\theta \in \mathbb{R}$, 根据微分中值定理, 对任意$(\chi,\bar{\chi}) \in \mathbb{R}^2$, 有

$$f(\chi,\theta) - f(\bar{\chi},\theta) = (\chi - \bar{\chi})f_1'(\chi,\bar{\chi},\theta),$$

其中: $f_1'(\chi,\bar{\chi},\theta)$是$f(\cdot,\cdot,\cdot)$关于第一个分量的连续偏导函数, 又根据分离原理(定理2.1, 文献[26]), 存在光滑标量函数$h(\chi,\bar{\chi})$和$\lambda(\theta)$使得

$$|f_1'(\chi,\bar{\chi},\theta)| \leqslant h(\chi,\bar{\chi})\lambda(\theta).$$

注 3 假设4要求初始状态函数与对应目标函数一致. 当初始跟踪误差函数不恒为零时, 即$e(t)\neq 0, t\in[-\tau_{\max}, 0]$, 可以推广文献[27]中的轨迹初始化方法, 通过修改目标轨线的初始函数, 使得$e(t)=0, \forall t\in[-\tau_{\max}, 0]$满足, 这样本文提出的方法还是有效的. 众所周知, 在迭代学习控制中, 初始误差的鲁棒性问题一直是它的关键问题之一[3,18,28,29], French等在文献[29]中对几类常线性参数化非线性系统的自适应迭代学习控制的初始误差问题, 提出了基于死区技术的修改算法, 徐建新等对时变参数化非线性系统的自适应迭代学习控制的4类初值误差问题[28], 给出了基于投影技术的修正策略; 孙明轩等对迭代学习控制的初始误差问题提出了预测方法[30]和初始阶段修正法[18]等. 本文提出的迭代学习控制新方法对初始误差的鲁棒性问题是一个重要新问题, 将在未来的工作中深入系统地研究这一问题.

2.2 控制律与自适应律设计(Design of control law and adaptive law)

为了处理时滞非线性参数化不确定函数$f(x(t-\tau(t)), \theta(t))$, 利用信号置换思想[31], 在第$i$次迭代时, 系统的跟踪误差动态方程表示为

$$\begin{aligned}\dot{e}_i=&f\left(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),\theta\right)\xi(x_i)+b(t)u_i-\dot{x}_{\mathrm{r}}+\\&(f\left(x_i(t-\tau(t)),\theta\right)-f\left(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),\theta\right))\xi(x_i)=\\&\Theta(t)\xi(x_i)+b(t)u_i-\dot{x}_{\mathrm{r}}+\Lambda_i\xi(x_i),\end{aligned}\tag{3}$$

其中:

$$\Theta(t)=f(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),\theta(t)),$$
$$\Lambda_i=f\left(x_i(t-\tau(t)),\theta(t)\right)-f\left(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),\theta(t)\right),$$

由假设3可知置换误差项Λ_i满足

$$\begin{aligned}|\Lambda_i|\leqslant&|e_i(t-\tau(t))|\cdot\\&h\left(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),x_i(t-\tau(t))\right)\lambda(\theta(t)).\end{aligned}\tag{4}$$

为了处理时滞项, 遵循标准的时滞系统控制器设计过程, 考虑第i次迭代时的Lyapunov-Krasovskii泛函

$$\begin{aligned}V_i=&\frac{1}{2}b^{-1}(t)e_i^2+\\&\frac{1}{2(1-\eta)}\int_{t-\tau(t)}^{t}e_i^2(\sigma)h^2\left(x_{\mathrm{r}}(\sigma),x_i(\sigma)\right)\mathrm{d}\sigma.\end{aligned}\tag{5}$$

对等式(5)两边求导, 由式(3)得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i=&e_ib^{-1}(t)(\Theta(t)\xi(x_i)+b(t)u_i-\dot{x}_{\mathrm{r}}+\Lambda_i\xi(x_i))-\\&\frac{1}{2}\dot{b}(t)b^{-2}(t)e_i^2+\frac{1}{2(1-\eta)}e_i^2h^2(x_{\mathrm{r}},x_i)-\\&\frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\eta)}e_i^2\left(t-\tau(t)\right)h^2(x_{\mathrm{r}}(t-\\&\tau(t)),x_i(t-\tau(t))).\end{aligned}\tag{6}$$

利用Young不等式$\bar{x}\bar{y}\leqslant\frac{1}{2}\bar{x}^2+\frac{1}{2}\bar{y}^2, \forall(\bar{x},\bar{y})\in\mathbb{R}^2$和式(4), 得

$$\begin{aligned}&e_ib^{-1}(t)\Lambda_i\xi(x_i)\leqslant\\&|e_ib^{-1}(t)||e_i(t-\tau(t))|h(x_{\mathrm{r}}(t-\\&\tau(t)),x_i(t-\tau(t)))\lambda(\theta(t))|\xi(x_i)|\leqslant\\&\frac{1}{2}b^{-2}(t)\lambda^2(\theta(t))\xi^2(x_i)e_i^2+\\&\frac{1}{2}e_i^2(t-\tau(t))h^2(x_{\mathrm{r}}(t-\tau(t)),x_i(t-\tau(t))).\end{aligned}\tag{7}$$

将式(7)代入式(6), 利用假设1, 则

$$\begin{aligned}\dot{V}_i\leqslant&e_i[b^{-1}(t)\Theta(t)\xi(x_i)+u_i-b^{-1}(t)\dot{x}_{\mathrm{r}}-\\&\frac{1}{2}\dot{b}(t)b^{-2}(t)e_i+\frac{1}{2(1-\eta)}e_ih^2(x_{\mathrm{r}},x_i)+\\&\frac{1}{2}b^{-2}(t)\lambda^2(\theta(t))\xi^2(x_i)e_i]=\\&e_i[\beta^{\mathrm{T}}(t)\phi_i+u_i+\frac{1}{2(1-\eta)}e_ih^2(x_{\mathrm{r}},x_i)],\end{aligned}\tag{8}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\beta(t)=\\&(b^{-1}(t)\Theta,-b^{-1}(t),-\dot{b}(t)b^{-2}(t),b^{-2}(t)\lambda^2(\theta(t)))^{\mathrm{T}},\\&\phi_i=(\xi(x_i),\dot{x}_{\mathrm{r}},\frac{1}{2}e_i,\frac{1}{2}\xi^2(x_i)e_i)^{\mathrm{T}}.\end{aligned}$$

基于式(8), 设计第i次迭代的控制律如下:

$$u_i=-ke_i-\frac{1}{2(1-\eta)}e_ih^2(x_i,x_{\mathrm{r}})-\hat{\beta}_i^{\mathrm{T}}\phi_i,\tag{9}$$

其中$k>0$为设计常参数, 第i次迭代的时变参数自适应律设计为

$$\hat{\beta}_i=\hat{\beta}_{i-1}+q\phi_ie_i,\ \hat{\beta}_{-1}(t)=0,\ \forall t\in[0,T],\tag{10}$$

其中$q>0$是常增益.

注 4 控制律(9)和自适应律(10)可以看出, 所设计的控制器只与系统状态x、参考信号x_{r}, $\dot{x}_{\mathrm{r}}$有关, 没用到时变时滞$\tau(t)$的信息, 即控制器是时滞无关的. 另外, 所估计的时变参数$\beta(t)$含有未知的时变时滞$\tau(t)$, 即未知时变时滞作为未知时变参数的一部分来估计, 这是本文的一个特点. 将式(9)代入式(8), 得

$$\dot{V}_i\leqslant-ke_i^2+\tilde{\beta}_i^{\mathrm{T}}\phi_ie_i,\tag{11}$$

其中$\tilde{\beta}_i=\beta(t)-\hat{\beta}_i$.

2.3 收敛性分析(Analysis of convergence)

定理 1 在假设1～4条件下, 由系统(1)、控制律(9)和时变参数自适应律(10)组成的闭环自适应系统, 具有以下特性: i) 在区间$[0,T]$上, 当迭代次数i趋于无穷时, 跟踪误差$e_i(t)$在$L_{[0,T]}^2$范数意义下收敛于零, 即$\lim\limits_{i\to\infty}\int_0^Te_i^2(\sigma)\mathrm{d}\sigma=0$. ii) 闭环系统所有信号$x_i$, $\hat{\beta}_i$和u_i在$L_{[0,T]}^2$范数意义下有界.

证 第i次迭代时, 定义一个Lyapunov-Krasovskii型的复合能量函数:

$$E_i(t)=V_i(t)+\frac{1}{2q}\int_0^t\tilde\beta_i^{\rm T}\tilde\beta_i{\rm d}\sigma. \tag{12}$$

a) 计算$E_i(t)$在第i次和第$i-1$次迭代的差分

$$\Delta E_i(t)=E_i(t)-E_{i-1}(t)=\\ V_i(t)+\frac{1}{2q}\int_0^t(\tilde\beta_i^{\rm T}\tilde\beta_i-\tilde\beta_{i-1}^{\rm T}\tilde\beta_{i-1}){\rm d}\sigma-V_{i-1}(t). \tag{13}$$

根据假设4, 式(5)和式(11), 得式(13)右边第一项

$$V_i(t)=\int_0^t\dot V_i{\rm d}\sigma+V_i(0)\leqslant\\ \int_0^t(-ke_i^2+\tilde\beta_i^{\rm T}\phi_ie_i){\rm d}\sigma=-k\int_0^te_i^2{\rm d}\sigma+\int_0^t\mu_i{\rm d}\sigma. \tag{14}$$

其中$\mu_i=\tilde\beta_i^{\rm T}\phi_ie_i$, 利用恒等式$(a-b)^{\rm T}(a-b)-(a-c)^{\rm T}(a-c)=(c-b)^{\rm T}[2(a-b)+(b-c)]$, 以及式(10), 可得式(13)右边第二项

$$\frac{1}{2q}\int_0^t(\tilde\beta_i^{\rm T}\tilde\beta_i-\tilde\beta_{i-1}^{\rm T}\tilde\beta_{i-1}){\rm d}\sigma=\\ \frac{1}{2q}\int_0^t(\hat\beta_{i-1}-\hat\beta_i)^{\rm T}(2(\beta_i-\hat\beta_i)+(\hat\beta_i-\hat\beta_{i-1})){\rm d}\sigma=\\ -\int_0^t\mu_i{\rm d}\sigma-\frac{q}{2}\int_0^t\|\phi_i\|^2e_i^2{\rm d}\sigma. \tag{15}$$

将式(14)和式(15)代入式(13), 利用式(5), 得

$$\Delta E_i(t)\leqslant\\ -k\int_0^te_i^2{\rm d}\sigma-\frac{q}{2}\int_0^t\|\phi_i\|^2e_i^2{\rm d}\sigma-V_{i-1}(t)\leqslant\\ -k\int_0^te_i^2{\rm d}\sigma-\frac{q}{2}\int_0^t\|\phi_i\|^2e_i^2{\rm d}\sigma-\frac12b^{-1}(t)e_{i-1}^2\leqslant\\ -\frac12b^{-1}(t)e_{i-1}^2. \tag{16}$$

b) 证明跟踪误差的收敛性. 重复利用式(13), 得$E_i(t)=E_0(t)+\sum\limits_{j=1}^{i}\Delta E_j(t)$, 由式(16)可知, 只要$E_0(t)$是有界的, 就能保证$E_i(t)$的有界性. 由$E_0(t)$的定义可知, $E_0(t)$是t的连续函数, 它在闭区间[0, T]上有界. 又由式(16), 从而可得$E_i(t)$的有界性.

现证e_i的收敛性. 重复利用式(16), 可得:

$$E_i(t)\leqslant E_0(t)-\frac12b^{-1}(t)\sum_{j=1}^{i}e_{j-1}^2(t), \tag{17}$$

$$\lim_{i\to\infty}E_i(t)\leqslant E_0(t)-\frac12b_{\max}^{-1}\lim_{i\to\infty}\sum_{j=1}^{i}e_{j-1}^2(t), \tag{18}$$

其中: $b_{\max}=\max\limits_{t\in[0,T]}b(t)<\infty$, 由于$E_0(t)$有界且$E_i(t)$为正, 由式(18)可知$\sum\limits_{j=1}^{\infty}e_{j-1}^2(t)$收敛, 根据级数收敛的必要条件, 有$\lim\limits_{i\to\infty}e_i(t)=0, \forall t\in[0,T]$, 从而可得$\lim\limits_{i\to\infty}\int_0^Te_i^2(\sigma){\rm d}\sigma=0$.

c) 证明闭环系统所有信号的有界性. e_i的收敛性保证了x_i是有界的, E_i的有界性使得$\int_0^t\|\hat\beta_i\|^2{\rm d}\sigma$有界, 即$\hat\beta_i$在$L_{[0,T]}^2$范数意义下有界. 因为$h(x_i,x_{\rm r})$和$\phi_i$均是关于$x_i$和$x_{\rm r}$的连续函数, 并注意到$x_{\rm r}$有界, 由式(9)可得控制输入$u_i$在$L_{[0,T]}^2$范数意义下有界.

证毕.

3 高阶混合参数时滞系统自适应迭代学习控制(Adaptive iterative learning control for higher-order hybrid parametric time-delay systems)

上一节仅讨论了一阶非线性时滞系统, 本节进一步将设计思想推广到高阶混合参数非线性时滞系统. 考虑以下一类运行在区间$[0,T]$上的高阶状态时滞系统:

$$\begin{cases}\dot X=AX+B_{\rm c}(bu+\varphi^{\rm T}(X)\vartheta+\\ \qquad f^{\rm T}(X(t-\tau(t)),\theta(t))\xi(X),\\ X=\varpi(t),\ t\in[-\tau_{\max},0],\end{cases} \tag{19}$$

其中: $X=(x_1,\cdots,x_n)^{\rm T}\in\mathbb R^n$是可测系统状态; $u\in\mathbb R$为系统控制输入; b是未知常数, 满足$|b|>0$, 不失一般性, 假设$b>0$; $\varphi:\mathbb R^n\to\mathbb R^p$和$\xi:\mathbb R^n\to\mathbb R^m$是已知的满足局部Lipschitz条件的连续向量值函数; $\vartheta\in\mathbb R^p$是一个未知常值向量; $f:\mathbb R^{n+q}\to\mathbb R^m$为一个未知连续向量值函数且关于$X$满足局部Lipschitz条件; $\tau(t)$和$\tau_{\max}$的定义与上节一样; $\theta(t)\in\mathbb R^q$是未知连续时变向量; $\varpi(t):[-\tau_{\max},0]\to\mathbb R^n$是一连续的向量值函数, 表示系统的初始条件.

注 5 系统(19)出现常值参数向量ϑ, 也就是说, 系统含有混合未知参数, 即常值参数ϑ和时变参数$\theta(t)$. 控制器设计的关键是如何处理混合参数和时滞状态.

对于给定的状态参考信号

$$X_{\rm r}(t)=(x_{{\rm r},1}(t),\cdots,x_{{\rm r},n}(t))^{\rm T}=\\ (y_{\rm r}(t),\dot y_{\rm r}(t),\cdots,y_{\rm r}^{(n-1)}(t))^{\rm T},$$

这里$y_{\rm r}(t)\in C^n[0,T]$, 控制目标是找出控制序列$u_i(t)$, $i\in\mathbb Z_+$, 在$[0,T]$上, 当迭代次数i趋于无穷时, 跟踪误差$e_i=X_i-X_{\rm r}$在$L_{[0,T]}^2$范数意义下收敛于零, 并且保证闭环系统所有信号在$L_{[0,T]}^2$范数意义下有界. 由于时滞项$f(X(t-\tau(t)),\theta(t))$是一向量值函数, 假设3相应地修改为假设3′.

假设 3′ 未知函数$f(\cdot,\cdot)$满足不等式[24]

$$\|f(\chi,\theta)-f(\bar\chi,\theta)\|\leqslant\|\chi-\bar\chi\|h(\chi,\bar\chi)\lambda(\theta), \tag{20}$$

其中: $\lambda(\cdot)$是未知非负连续函数, $h(\cdot,\cdot)$为已知非负连续有界函数.

第i次迭代时, 系统的跟踪误差动态方程为

$$\dot e_i=A_{\rm c}e_i+B_{\rm c}[a^{\rm T}e_i-y_{\rm r}^{(n)}+bu_i+\varphi^{\rm T}(X_i)\vartheta+\\ f^{\rm T}(X_i(t-\tau(t)),\theta(t))\xi(X_i)]=\\ A_{\rm c}e_i+bb_{\rm c}[u_i+\beta_1^{\rm T}\psi_i+b^{-1}\Theta^{\rm T}(t)\xi(X_i)+\\ b^{-1}\Lambda_i\xi(X_i)], \tag{21}$$

其中:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I_{(n-1)\times(n-1)} \\ \vdots & \vdots \\ -a_1 \cdots & -a_n \end{bmatrix},$$

$$b_c = (0, \cdots, 0, 1)^T \in \mathbb{R}^n,\ a = (a_1, \cdots, a_n)^T$$

$$\beta_1 = [b^{-1}\ \ b^{-1}\vartheta]^T,\ \psi_i = [a^T e_i - y_r^{(n)}\ \ \varphi^T(X_i)]^T,$$

$$\Theta(t) = f(X_r(t-\tau(t)), \theta),$$

$$\Lambda_i = f^T(X_i(t-\tau(t)), \theta) - f^T(X_r(t-\tau(t)), \theta).$$

选择a使得多项式$s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n$为Hurwitz多项式, 从而对于给定的常数$l > 0$, I表示单位矩阵, 必存在正定矩阵$P > 0$, 满足

$$A_c^T P + P A_c = -lI. \tag{22}$$

考虑第i次迭代时跟踪误差系统(21)的一个Lyapunov-Krasovskii泛函

$$V_i = \frac{1}{2b}e_i^T P e_i + \frac{1}{2q_1}\tilde{\beta}_{1,i}^T\tilde{\beta}_{1,i} + \frac{\varepsilon}{2(1-\eta)}\int_{t-\tau(t)}^{t} e_i^T(\sigma)e_i(\sigma)h^2(X_i(\sigma), X_r(\sigma))\,d\sigma, \tag{23}$$

其中: $\varepsilon > 0$为设计参数, $\tilde{\beta}_{1,i} = \beta_1 - \hat{\beta}_{1,i}$, 对式(23)两边求导, 利用式(21), 有

$$\begin{aligned}\dot{V}_i = & -\frac{l}{2b}e_i^T e_i + \frac{\varepsilon h^2(X_i, X_r)}{2(1-\eta)}e_i^T e_i + e_i^T P b_c(u_i + \\ & \beta_1^T\psi_i + b^{-1}\Theta^T(t)\xi(X_i) + b^{-1}\Lambda_i\xi(X_i)) + \\ & \frac{1}{q_1}\tilde{\beta}_{1,i}^T\dot{\hat{\beta}}_{1,i} - \varepsilon\frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\eta)}e_i^T(t-\tau(t))e(t- \\ & \tau(t))h^2(X_i(t-\tau(t)), X_r(t-\tau(t))).\end{aligned} \tag{24}$$

类似于式(7)的推导, 利用假设3′可得

$$\begin{aligned}& \left|e_i^T P b_c b^{-1}\Lambda_i\xi(X_i)\right| \leqslant \\ & \left(e_i^T P b_c\right)^2 \xi^T(X_i)\xi(X_i)\frac{1}{2b^2\varepsilon}\lambda^2(\theta(t)) + \\ & \varepsilon\frac{1}{2}e_i^T(t-\tau(t))e_i(t-\tau(t)) \cdot \\ & h^2(X_i(t-\tau(t)), X_r(t-\tau(t))).\end{aligned} \tag{25}$$

又由于$h(X_i, X_r)$是连续有界函数, 可知存在一个有限常数$H > 0$满足

$$\left|h^2(X_i, X_r)\right| \leqslant H < \infty. \tag{26}$$

将式(25)(26)代入式(24), 得

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant & -\left(\frac{l}{2b} - \frac{\varepsilon H}{2(1-\eta)}\right)e_i^T e_i + \\ & e_i^T P b_c\left[u_i + \beta_1^T\psi_i + \beta_2^T(t)\phi_i\right] + \frac{1}{q_1}\tilde{\beta}_{1,i}^T\dot{\hat{\beta}}_{1,i},\end{aligned} \tag{27}$$

其中:

$$\beta_2(t) = [b^{-1}\Theta^T(t)\ \ \frac{1}{2b^2\varepsilon}\lambda^2(\theta(t))]^T,$$

$$\phi_i = \left[\xi(X_i)\ \ e_i^T P b_c \xi^T(X_i)\xi(X_i)\right]^T.$$

根据式(27), 设计第i次迭代的控制律如下:

$$u_i = -\hat{\beta}_{1,i}^T\psi_i - \hat{\beta}_{2,i}^T(t)\phi_i. \tag{28}$$

第i次迭代的常值参数自适应律设计为:

$$\dot{\hat{\beta}}_{1,i} = q_1 e_i^T P b_c \psi_i,\ \hat{\beta}_{1,i}(0) = \hat{\beta}_{1,i-1}(T),\ \hat{\beta}_{1,0}(0) = 0. \tag{29}$$

第i次迭代的时变参数的自适应律设计为:

$$\hat{\beta}_{2,i} = \hat{\beta}_{2,i-1} + q_2 e_i^T P b_c \phi_i,\ \hat{\beta}_{2,-1}(t) = 0,\ \forall t \in [0, T], \tag{30}$$

其中$q_1 > 0$和$q_2 > 0$均是设计增益, 选取合适的参数l, ε使得

$$c = \frac{l}{2b} - \frac{\varepsilon H}{2(1-\eta)} > 0,$$

将式(28)(29)代入式(27), 得

$$\dot{V}_i \leqslant -c e_i^T e_i + e_i^T P b_c \tilde{\beta}_{2,i}^T \phi_i, \tag{31}$$

其中$\tilde{\beta}_{2,i} = \beta_2(t) - \hat{\beta}_{2,i}$.

闭环系统的控制性能总结如下:

定理 2 在假设1, 2, 3′和4条件下, 由系统(19), 控制律(28)和参数自适应律(29), (30)组成的自适应闭环系统, 具有如下特性: i) 在区间$[0, T]$上, 当迭代次数i趋于无穷时, 跟踪误差$e_i(t)$在$L_{[0,T]}^2$范数意义下收敛于零, 即$\lim\limits_{i\to\infty}\int_0^T e_i^T e_i d\sigma = 0$. ii) 闭环系统所有信号$X_i$, $\hat{\beta}_{1,i}$, $\hat{\beta}_{2,i}$和u_i均在$L_{[0,T]}^2$范数意义下有界.

证 类似于定理1的证明.

4 仿真研究(Simulation study)

例 1 考虑下列运行在区间$[0, 2\pi]$上的一阶时滞系统:

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = b(t)u(t) + (2x^2(t) + 1)e^{-\theta(t)x^2(t-\tau(t))}, \\ x(t) = 0,\ t \in [-\tau_{\max}, 0],\end{cases} \tag{32}$$

其中:

$$b(t) = 3 + \sin t,\ \theta(t) = |\cos(2t)\sin t|,$$

$$\tau(t) = 1 - 0.5\sin t,\ \tau_{\max} = 1,\ \dot{\tau}(t) \leqslant 0.5,$$

参考轨迹取$x_r(t) = \sin^3(0.5t)$, 非线性参数化不确定项满足

$$\begin{aligned}& |e^{-\theta(t)x^2(t-\tau(t))} - e^{-\theta(t)x_r^2(t-\tau(t))}| \leqslant \\ & |x(t-\tau(t)) - x_r(t-\tau(t))|\sqrt{2|\theta(t)|}e^{-0.5}.\end{aligned}$$

假设1∼4均满足, 基于式(9)(10), 控制律和自适应律

分别设计为:

$$u_i = -ke_i - \frac{1}{2(1-\eta)} e_i h^2(x_i, x_{\mathrm{r}}) - \hat{\beta}_i^{\mathrm{T}} \phi_i,$$

$$\hat{\beta}_i = \hat{\beta}_{i-1} + q\phi_i e_i, \hat{\beta}_{-1}(t) = 0,\ \forall t \in [0, T],$$

其中:

$$\eta = 0.5,\ e_i = x_i - x_{\mathrm{r}},$$

$$\phi_i = (2x_i^2 + 1, \frac{1}{2} e_i (2x_i^2 + 1)^2, \frac{1}{2} e_i, \dot{x}_{\mathrm{r}})^{\mathrm{T}}.$$

仿真中, 选取$k = 0.1$, $q = 0.5$, 迭代50次的仿真结果见图1, i表示迭代次数. 图1(a)和(c)表明, 经过50次, 迭代跟踪误差在$[0, T]$上最大值已经足够小, 图1(b)和(d)分别给出了第50次迭代的控制曲线和时变参数估计曲线, 表明控制和参数估计量均是有界的.

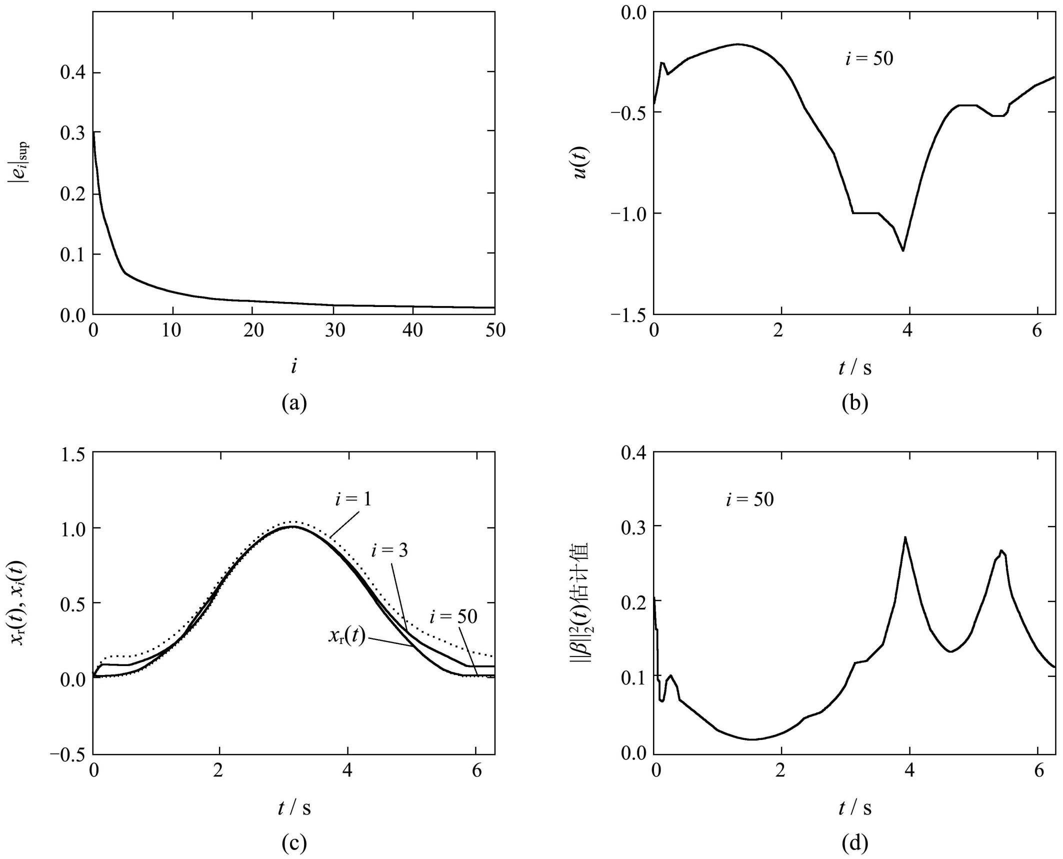

图 1 系统(32)的仿真结果

Fig. 1 Simulation results of system(32)

例 2 考虑下列运行在区间$[0, 2\pi]$上的二阶时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = bu + \vartheta \dfrac{x_1 x_2}{2 + \cos(x_1 x_2)} + \\ \qquad \sin(x_1) x_2 \mathrm{e}^{-\theta(t)\left[x_1^2(t-\tau(t)) + x_2^2(t-\tau(t))\right]}, \\ x_i(t) = 0,\ t \in [-\tau_{\max}, 0],\ i = 1, 2, \end{cases} \tag{33}$$

其中: $b = 4$, $\theta(t) = |\cos(2t)|$, $\vartheta = -1.5$, $\tau(t) = 1 - 0.5\sin(t)$, $\tau_{\max} = 1$, $|\dot{\tau}(t)| \leqslant 0.5$, 参考信号$X_{\mathrm{r}}(t) = [x_{\mathrm{r},1}(t)\ \ x_{\mathrm{r},2}(t)]^{\mathrm{T}} = [y_{\mathrm{r}}(t)\ \ \dot{y}_{\mathrm{r}}(t)]^{\mathrm{T}} = [\sin t\ \ \cos t]^{\mathrm{T}}$, 基于式(28)～(30), 设计控制律和参数自适应律如下:

$$u_i = -\hat{\beta}_{1,i}^{\mathrm{T}} \psi_i - \hat{\beta}_{2,i}^{\mathrm{T}}(t) \phi_i,\ \dot{\hat{\beta}}_{1,i} = q_1 e_i^{\mathrm{T}} P b_{\mathrm{c}} \psi_i,$$

$$\hat{\beta}_{1,i}(0) = \hat{\beta}_{1,i-1}(T),\ \hat{\beta}_{1,0}(0) = 0,\ \hat{\beta}_{2,-1}(t) = 0,$$

$$\hat{\beta}_{2,i} = \hat{\beta}_{2,i-1} + q_2 e_i^{\mathrm{T}} P b_{\mathrm{c}} \phi_i, \forall t \in [0, T],$$

其中:

$$e_i = [x_{1,i} - x_{\mathrm{r},1}\ \ x_{2,i} - x_{\mathrm{r},2}]^{\mathrm{T}},\ b_{\mathrm{c}} = (0, 1)^{\mathrm{T}},$$

$$\psi_i = [a^{\mathrm{T}} e_i - \ddot{y}_{\mathrm{r}}\ \ \frac{x_{1,i} x_{2,i}}{2 + \cos(x_{1,i} x_{2,i})}]^{\mathrm{T}},$$

$$\phi_i = [\frac{1}{2} x_{1,i} x_{2,i}\ \ e_i^{\mathrm{T}} P b_{\mathrm{c}} \sin^2(x_{1,i}) x_{2,i}^2]^{\mathrm{T}}.$$

仿真中, 取$a = [1\ \ 2]^{\mathrm{T}}$, $q_1 = 0.2$, $q_2 = 1.5$. 当$l = 8$时, 求解方程(24)得$P = \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$, 迭代50次的仿真结果见图2, i表示迭代次数.

图2(a)表明, 经过50次, 迭代跟踪误差在$[0, T]$上最大值已经足够小, 图2(b), (c)和(d)分别给出了第50次迭代的控制曲线、时不变和时变参数估计曲线, 表明控制和参数估计量均是有界的.

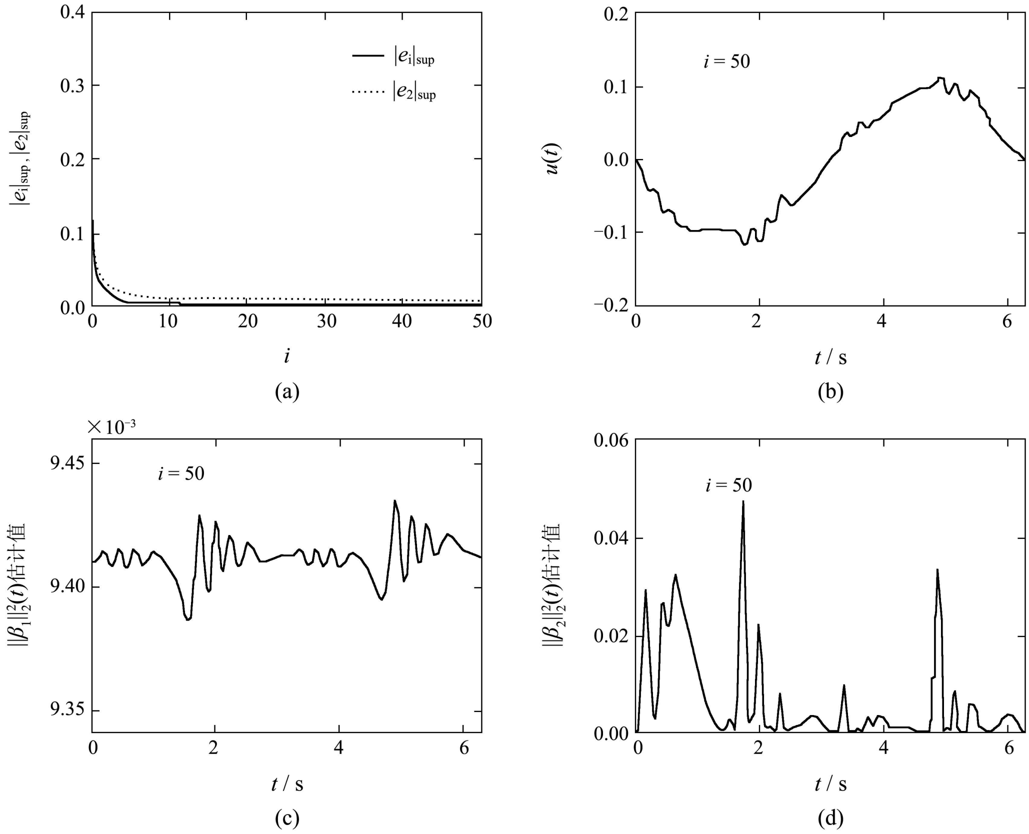

图 2 系统(33)的仿真结果

Fig. 2 Simulation results of system (33)

以上两个仿真结果表明了系统跟踪误差的收敛性和闭环系统所有信号的有界性, 从而验证了本文所设计的控制方法的可行性和有效性.

5 结论(Conclusions)

本文针对一类含有未知时变参数和未知时变时滞的非线性参数化不确定系统, 提出了一种新的自适应迭代学习控制方案. 通过构造一个Lyapunov-Krasovskii型的复合能量函数证明了系统跟踪误差的收敛性和闭环系统所有信号的有界性. 并给出仿真例子验证了该控制方案的有效性. 本文只是考虑单时滞变量的非线性系统的情况, 但多时滞变量的非线性系统, 该方法也适用.

参考文献(References):

[1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 12(2): 123 – 140.

[2] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.

[3] MOORE K L. *Iterative Learning Control for Deterministic Systems*[M]. London: Springer-Verlag, 1993.

[4] XU J X, QU Z H. Robust iterative learning control for a class of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(8): 983 – 988.

[5] SUN M, GE S S, MAREELS I M Y. Adaptive repetitive learning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2006, 22(3): 563 – 568,.

[6] CHEN Y, GONG Z, WEN C. Analysis of a high-order iterative learning control algorithm for tracking control of delayed repeated systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(3): 345 – 353.

[7] KUC T Y, HAN W G. An adaptive PID learning control of robot manipulators[J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 717 – 725.

[8] CHEN H F, FANG H T. Output tracking for nonlinear stochastic systems by iterative learning control[J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2004, 49(4): 583 – 588.

[9] PARK B H, KUC T Y, LEE J S. Adaptive learning control of uncertain robotic systems[J]. *International Journal of Control*, 1996, 65(5): 725 – 744.

[10] CHOI J Y, LEE J S. Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems[J]. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2000, 147(2): 217 – 223.

[11] XU J X, XU J. On iterative learning from different tracking tasks in the presence of time-varying uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 2004, 33(1): 589 – 597.

[12] XU J X, TAN Y. A composite energy function based learning control approach for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 2002, 47(11): 1940 – 1945.

[13] 李俊民, 孙云平, 刘赟. 非一致目标跟踪的混合自适应迭代学习控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 100 – 104.
(LI Junmin, SUN Yunping, LIU Yun. Hybrid adaptive iterative learning control of non-uniform trajectory tracking[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 100 – 104.)

[14] 孙云平, 李俊民, 李靖. 一类非线性参数化系统自适应重复学习控制[J], 控制理论与应用, 2009, 26(2): 228 – 232.

(SUN Yunping, LI Junmin, LI Jing. Adaptive repetitive learning control for a class of honlinearly parameterized uncertain systems[J]. *Journal of Control Theory & Applications*, 2009, 26(2): 228 – 232.)

[15] 王元亮, 李俊民, 孙云平. 非线性参数化系统自适应迭代学习控制[J], 控制工程, 2009, 16(5): 594 – 597.
(WANG Yuanliang, LI Jun-min, SUN Yunping. Adaptive iterative learning control for nonlinearly parameterized system[J]. *Control Engineering of China*, 2009, 16(5): 594 – 597.)

[16] LI J M, DANIEL HO. Adaptive iterative learning control of time delay nonlinear output feedback systems[C] //*The 4th International Conference on Control and Automation*. Piscataway, NJ: IEEE, 2003: 471 – 475.

[17] 孙明轩, 黄宝健, 张学智. 任意初态下不确定时滞系统的PD型迭代学习控制[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(6): 853 – 858.
(SUN Mingxuan, HUANG Baojian, ZHANG Xuezhi. PD-type iterative learning control for uncertain time-delay systems with arbitry initial states[J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(6): 853 – 858.)

[18] SUN M X, WANG D W. Initial condition issues on iterative learning control for non-linear systems with time delay[J]. *International Journal of Systems Science*, 2001, 32(11): 1365 – 1375.

[19] PARK K H, BIEN Z, HWANG D H. Design of an iterative learning controller for a class of linear dynamic systems with time delay[J]. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 1998, 145(6): 507 – 512.

[20] LI X D, CHOW T W S, HO J K L. 2-D system theory based iterative learning control for linear continuous systems with time delays[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems: I*, 2005, 52(7): 1421 – 1430.

[21] MENG D Y, JIA Y M, DU J P, et al. Robust design of a class of time-delay iterative learning control systems with initial shifts[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2009, 56(8): 1744 – 1757.

[22] LI J M, LI X M, XING K Y. Hybrid adaptive iterative learning control of non-uniform trajectory tracking for nonlinear time-delay systems[C] //*Proceedings of 26th Chinese Control Conference*. Beijing: Bei Hang Press, 2007: 515 – 519.

[23] 陈为胜, 王元亮, 李俊民. 周期时变时滞非线性参数化系统的自适应学习控制[J], 自动化学报, 2008, 34(12): 1556 – 1560.
(CHEN Weisheng, WANG Yuanliang, LI Junmin. Adaptive learning control for nonlinearly parameterized systems with periodically time-varying delays[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(12): 1556 – 1560.)

[24] NARENDA K S, OLENG N. Exact output tracking in decentralized adaptive control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(2): 390 – 395.

[25] HUA C C, WANG Q G, GUAN X P. Robust adaptive controller design for nonlinear time-delay systems via T-S fuzzy approach[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(4): 901 – 910.

[26] LIN W, QIAN C. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: the smooth feedback case[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(8): 1249 – 1266.

[27] KRSTIC M, KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. NewYork: Wiley, 1995.

[28] XU J X, YAN R. On initial conditions in iterative learning control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 2005, 50(9): 1349 – 1354.

[29] FRENCH M, ROGERS E. Non-linear iterative learning by an adaptive Lyapunov technique[J]. *International Journal of Control,* 2000, 73(10): 840 – 850.

[30] SUN M X, WANG D W. Anticipatory iterative learning control for nonlinear systems with arbitrary relative degree[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(5): 783 – 788.

[31] NICULESCU S I. *Delay Effects on Stability: A Robust Control Approach*[M]. London: Spring Verlay , 2001.

作者简介:

李俊民 (1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为自适应控制与学习控制、最优控制理论与算法、混合系统理论和网络化控制等, E-mail: jmli@mail.xidian.edu.cn;

王元亮 (1985—), 男, 硕士, 目前研究方向为自适应控制与学习控制, E-mail: wyl111@126.com;

李新民 (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为网络化控制与通信, E-mail: yekailee@vip.sina.com.