

# 冷连轧机厚度和张力系统的多变量解耦鲁棒控制

李仲德, 杨卫东

(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 针对冷连轧过程中多变量、强耦合、不确定的厚度和张力系统, 提出了基于不变性原理解耦的 $H_\infty$ 混合灵敏度鲁棒控制策略. 建立了厚度和张力系统的动态耦合模型, 应用不变性解耦原理实现了对厚度和张力系统的解耦, 以减弱系统的耦合影响, 并针对系统动态模型的参数摄动以及外部扰动等不确定性, 采用 $H_\infty$ 混合灵敏度方法设计了鲁棒控制器以保证系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能. 仿真结果验证了本算法对厚度和张力系统控制的有效性.

**关键词:** 厚度张力耦合模型;  $H_\infty$ 控制; 解耦; 混合灵敏度

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Multivariable decoupling robust control for the thickness and tension system of tandem cold rolling mill

LI Zhong-de, YANG Wei-dong

(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on the invariance-decoupling theory, a new robust control scheme using H-infinity mixed sensitivity is introduced for thickness and tension system with the features of multivariable, strong coupling and uncertainty in tandem cold rolling process. The thickness and tension dynamic coupling model is built, and the invariance-decoupling theory is used to decouple the MIMO system to weaken the coupling effects. Then a robust controller is designed using H-infinity mixed sensitivity method for system uncertainty of dynamic model parameter perturbation and external disturbance to insure the robust stability and robust performance. Simulation results show the effectiveness of the algorithm for the thickness and tension system.

**Key words:** thickness and tension coupling model; H-infinity control; decoupling; mixed sensitivity

### 1 引言(Introduction)

在带钢的冷连轧生产过程中, 大张力轧制是一个重要特点, 维持机架间张力恒定是保证轧制过程顺利进行和提高成品带钢厚度精度的关键<sup>[1]</sup>. 目前为止, 国内外对冷连轧过程中厚度和张力系统的控制研究<sup>[2~4]</sup>, 大多以交互作用的静态分析为基础, 并在此基础上采用单变量控制系统的设计原则独立进行设计, 这种方案由于没有考虑厚度和张力等变量间的耦合关系, 很难进一步提高成品带钢的厚度精度<sup>[5,6]</sup>. 同时由于轧机系统存在模型参数摄动和各种干扰等不确定性, 为了减小带钢厚度和张力间的相互影响, 进一步提高带钢的厚度和张力控制精度, 需要对由厚度和张力系统组成的多变量、强耦合、不确定系统设计行之有效的控制方案.

本文采用机理建模方法, 根据各变量间的耦合关系建立了厚度和张力系统的动态模型, 针对该多变量耦合模型以及动态模型中的参数摄动和各种干扰

等不确定因素, 以提高厚度和张力控制精度为性能指标, 提出了基于不变性解耦原理的 $H_\infty$ 混合灵敏度鲁棒控制策略. 理论分析与仿真结果表明这种方案可以实现对厚度和张力耦合系统很好的解耦并使系统对外部扰动和模型参数的不确定性具有良好的鲁棒性能.

### 2 厚度和张力系统的建模与解耦设计(Thickness and tension system modeling and decoupling design)

#### 2.1 系统建模(System modeling)

以5机架冷连轧机的第1机架为研究对象. 轧机的弹跳方程、轧制力方程、前滑方程和带钢的出口速度方程<sup>[7]</sup>为:

$$h = S + \frac{P - P_0}{M}, \quad (1)$$

$$P = P(H, B, h, \mu, K, \tau_b, \tau_f), \quad (2)$$

$$f = f(H, h, \tau_b, \tau_f, \mu, K), \quad (3)$$

$$v_1 = (1 + f)v_r, \quad (4)$$

其中:  $S$ 为辊缝仪信号;  $P$ 为轧制力;  $M$ 为轧机刚度;  $P_0$ 为压靠力;  $H$ 为来料厚度;  $B$ 为带钢宽度;  $h$ 为带钢出口厚度;  $\mu$ 为摩擦系数;  $K$ 为带钢硬度;  $\tau_b$ 为后张应力;  $f$ 为带钢前滑;  $\tau_f$ 为前张应力;  $v_1$ 为轧件出口速度;  $v_r$ 为轧辊转速.

对上述方程两边分别取相应的增量可得:

$$\Delta h = \Delta S + \frac{\Delta P}{M}, \quad (5)$$

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial P}{\partial B} \Delta B + \frac{\partial P}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial P}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial P}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial P}{\partial \tau_b} \Delta \tau_b + \frac{\partial P}{\partial \tau_f} \Delta \tau_f, \quad (6)$$

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial \tau_b} \Delta \tau_b + \frac{\partial f}{\partial \tau_f} \Delta \tau_f + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial f}{\partial K} \Delta K, \quad (7)$$

$$\Delta v_1 = \Delta v_r(1 + f) + v_r \left( \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial \tau_b} \Delta \tau_b + \frac{\partial f}{\partial \tau_f} \Delta \tau_f + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial f}{\partial K} \Delta K \right). \quad (8)$$

轧件的塑性刚度 $Q$ 为

$$Q = -\frac{\partial P}{\partial h}. \quad (9)$$

轧件的塑性刚度表征了使轧件产生单位压下量(mm),所需要的轧制压力(N).

对开卷机进行恒张力控制,即通过开卷机保持第1架后张应力 $\tau_b$ 恒定,同时把后张力对第1机架的影响视为扰动.由于带钢轧制前后沿宽度方向的形变很小,带钢宽度 $B$ 可视为常值.通过改变本机架轧辊转速来调节第1机架的前张力,改变第1机架负载辊缝大小来调节带钢的出口厚度,即选取第1机架带钢的前张力和带钢出口厚度为被控变量,操作变量选择第1机架轧辊转速和第1机架的辊缝.将式(6)(9)代入式(5)中可得增量形式的厚度方程,整理得

$$\Delta h = \frac{1}{M+Q} \frac{\partial P}{\partial \tau_f} \Delta \tau_f + \frac{M}{M+Q} \Delta S + \frac{1}{M+Q} \Delta W_1, \quad (10)$$

其中

$$\Delta W_1 = \frac{\partial P}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial P}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial P}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial P}{\partial \tau_b} \Delta \tau_b. \quad (11)$$

第1机架的前张应力由本机架带钢的出口速度 $v_1$ 和第2机架带钢的入口速度 $v_2$ 决定,即

$$\tau_f = \frac{E}{L} \int_0^t (v_2' - v_1) dt, \quad (12)$$

其中 $E$ 为带钢杨氏弹性模量.

相应的增量方程为

$$\Delta \tau_f = \frac{E}{L} \int_0^t (\Delta v_2' - \Delta v_1) dt. \quad (13)$$

对于第1机架带钢的前张应力变化,保持第2机架轧辊转速暂时不变,通过调节第1机架轧辊转速来使其保持稳定,因此有

$$\Delta v_2' = 0. \quad (14)$$

将式(8)(14)代入式(13),并对其进行拉氏变换,整理得:

$$\Delta \tau_f(s) = -\frac{E}{(sL + Ev_r \frac{\partial f}{\partial \tau_f})} v_r \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h - \frac{E}{(sL + Ev_r \frac{\partial f}{\partial \tau_f})} \Delta v_r(1 + f) - \frac{E}{(sL + Ev_r \frac{\partial f}{\partial \tau_f})} v_r \Delta W_2. \quad (15)$$

其中

$$\Delta W_2 = \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial f}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial f}{\partial \tau_b} \Delta \tau_b. \quad (16)$$

式(11)(16)中的 $\Delta W_1$ ,  $\Delta W_2$ 分别是与厚度和张应力相对应的扰动.

轧机辊缝和轧辊转速的调节分别由轧机的压下系统和速度调节系统来完成,二者可以分别用一个二阶环节来等效<sup>[7]</sup>与之对应的传递函数记为 $G_S(s)$ ,  $G_V(s)$ .综合式(10)(11)(15)(16)可得到冷轧机第1机架的张力厚度耦合系统结构如图1所示.

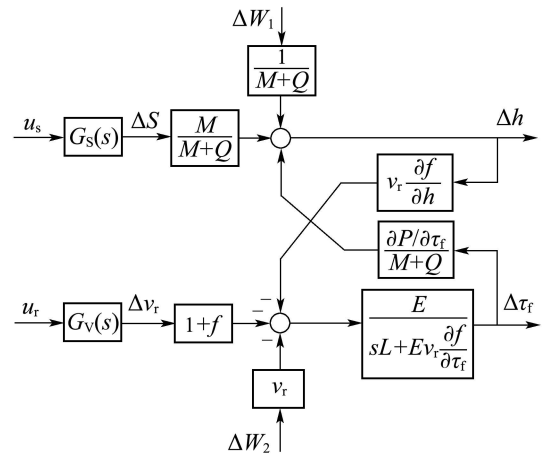


图1 厚度和张力系统耦合模型

Fig. 1 Thickness and tension system coupling model

实际轧制过程中,厚度和张力耦合模型中的轧机刚度 $M$ 和轧件塑性系数 $Q$ 因轧制条件的变化具有一定的参数不确定性,同时系统还存在来料厚度变化以及变形抗力变化等干扰,这些不确定性因素都会

导致系统性能恶化, 最终影响到成品带钢质量的控制精度。

### 2.2 解耦设计(Decoupling design)

不变性原理解耦方法<sup>[8]</sup>与常用的解耦方法相比, 具有解耦网络阶次低, 不受矩阵奇异性的限制等优点. 暂时不考虑外界扰动, 由前面分析得到张力厚度耦合系统传递函数矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} h(s) \\ \tau_f(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} u_s(s) \\ u_v(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s(s) \\ u_v(s) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中:

$$g_{11}(s) = \frac{M}{M+Q} \cdot G_S(s), \quad (18)$$

$$g_{12}(s) = G_V(s) \cdot \frac{-(1+f)E}{sL + Ev_r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \tau_f}, \quad (19)$$

$$g_{21}(s) = \frac{M}{M+Q} \cdot G_S(s) \cdot v_r \frac{\partial f}{\partial h} \cdot \frac{-E}{sL + Ev_r} \frac{\partial f}{\partial \tau_f}, \quad (20)$$

$$g_{22}(s) = G_V(s) \cdot \frac{-(1+f)E}{sL + Ev_r} \frac{\partial f}{\partial \tau_f}. \quad (21)$$

传递函数矩阵 $G(s)$ 满足不变性原理解耦条件, 即对象传递函数矩阵非奇异, 因此由不变性解耦原理可以求得相应的解耦网络:

$$k_{12}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} = \frac{G_V(s)}{G_S(s)} \cdot \frac{(1+f)E}{(sL + Ev_r) \frac{\partial f}{\partial \tau_f}} \cdot \frac{\partial P}{\partial \tau_f}, \quad (22)$$

$$k_{21}(s) = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} = -\frac{M}{M+Q} \cdot \frac{G_S(s)}{G_V(s)} \cdot v_r \frac{\partial f}{\partial h} \cdot \frac{1}{1+f}. \quad (23)$$

解耦后的系统传递函数矩阵为

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 \\ 0 & g_{22}(s) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

这样就消除了厚度和张力间的耦合影响, 在此基础上就可以对存在模型参数摄动和各种干扰等不确定性的张力和厚度系统分别进行单变量系统的鲁棒控制器设计, 包含解耦网络的张力和厚度系统框图如图2所示。

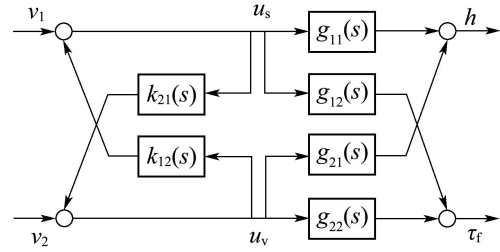


图2 厚度和张力系统不变性解耦

Fig. 2 Invariance-decoupling of thickness and tension system

### 2.3 鲁棒控制器设计(Robust controller design)

本文采用 $H_\infty$ 混合灵敏度<sup>[9]</sup>控制方法对解耦后存在模型参数摄动和各种干扰等不确定性的张力和厚度系统进行鲁棒控制器设计. 解耦后系统的 $H_\infty$ 混合灵敏度问题的标准结构如图3所示. 其中 $\hat{G}(s)$ 为解耦后存在模型参数摄动的系统传递函数矩阵,  $G_c(s)$ 为待设计的鲁棒控制器.

记

$$S = (I + \hat{G}G_c)^{-1}, \quad (25)$$

$$R = G_c(I + \hat{G}G_c)^{-1}, \quad (26)$$

$$T = \hat{G}G_c(I + \hat{G}G_c)^{-1}, \quad (27)$$

其中:  $S, R$ 和 $T$ 分别为灵敏度、输入灵敏度和补灵敏度函数,  $W_1, W_2, W_3$ 为对角加权函数矩阵.

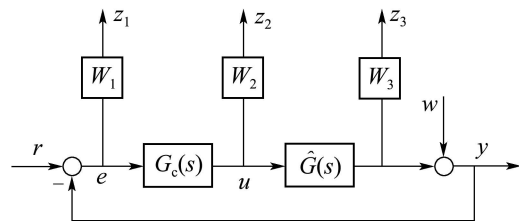


图3 鲁棒控制系统结构

Fig. 3 Structure of robust control system

$H_\infty$ 混合灵敏度问题就是对厚度和张力解耦系统的广义对象

$$P_0 = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1\hat{G} \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3\hat{G} \\ I & -\hat{G} \end{bmatrix}.$$

寻找对角实有理函数矩阵控制器 $G_c(s)$ 使得广义系统 $P_0$ 稳定, 且满足 $\|P\|_\infty < 1$ , 其中

$$P = \begin{bmatrix} W_1S \\ W_2R \\ W_3T \end{bmatrix}$$

是由广义对象 $P_0$ 和控制器 $G_c(s)$ 构成的闭环系统传递函数矩阵. 应用MATLAB鲁棒工具箱函数求解上述优化设计问题, 即可得到控制器 $G_c(s)$ 。

### 3 仿真试验(Simulation)

以文献[7]中某钢厂5机架冷连轧组第1机架的张力和厚度控制系统为例进行仿真研究. 轧机的主要参数为:

$$\begin{aligned} M &= 4700 \text{ kN/mm}, Q = 784 \text{ kN/mm}, \\ L &= 4750 \text{ mm}, B = 1000 \text{ mm}, \mu = 0.07, \\ f &= 0.0217, P_0 = 10000 \text{ kN}, v_r = 7.68 \text{ m/s}, \\ E &= 2.058 \times 10^5 \text{ N/mm}^2, \frac{\partial P}{\partial \tau_f} = -11.3, \\ \frac{\partial f}{\partial \tau_f} &= 0.00193, \frac{\partial f}{\partial h_1} = -0.0125, \\ H &= 3.5 \text{ mm}. \end{aligned}$$

出口厚度设定值为  $h = 2.55 \text{ mm}$ , 张应力设定值为  $\tau_f = 102 \text{ MPa}$ , 轧机压下系统的传递函数为

$$G_S = \frac{20000}{s^2 + 200s + 20000},$$

速度调节系统的传递函数为

$$G_V = \frac{800}{s^2 + 40s + 800}.$$

采用上述方法对张力和厚度系统进行解耦, 并对

解耦后的系统选取如下加权函数矩阵:

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{20000}{s^2 + 1200s} & 0 \\ 0 & \frac{700}{s^2 + 100s} \end{bmatrix},$$

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 10^{-2} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}, W_3(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{3000} & 0 \\ 0 & \frac{s}{200} \end{bmatrix},$$

应用MATLAB鲁棒控制工具箱, 编制程序得到控制器:

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \text{ 其中:}$$

$$A_1 = \frac{1673.6304(s + 1205)(s^2 + 200s + 20000)}{s(s + 1200)(s^2 + 881.7s + 2.253 \times 10^5)},$$

$$A_2 = \frac{-7106.5823(s + 642.2)(s + 102.9)(s^2 + 40s + 800)}{s(s + 562)(s + 304.5)(s^2 + 162.31s + 6231)}.$$

将设计好的解耦控制器和鲁棒控制器代入系统中, 首先研究模型准确时系统对厚度和张力的设定值跟踪响应, 其控制效果如图4所示, 可见系统具有很好的动态跟踪性能, 同时张力和厚度之间的耦合作用大为减小, 达到了比较理想的解耦控制效果.

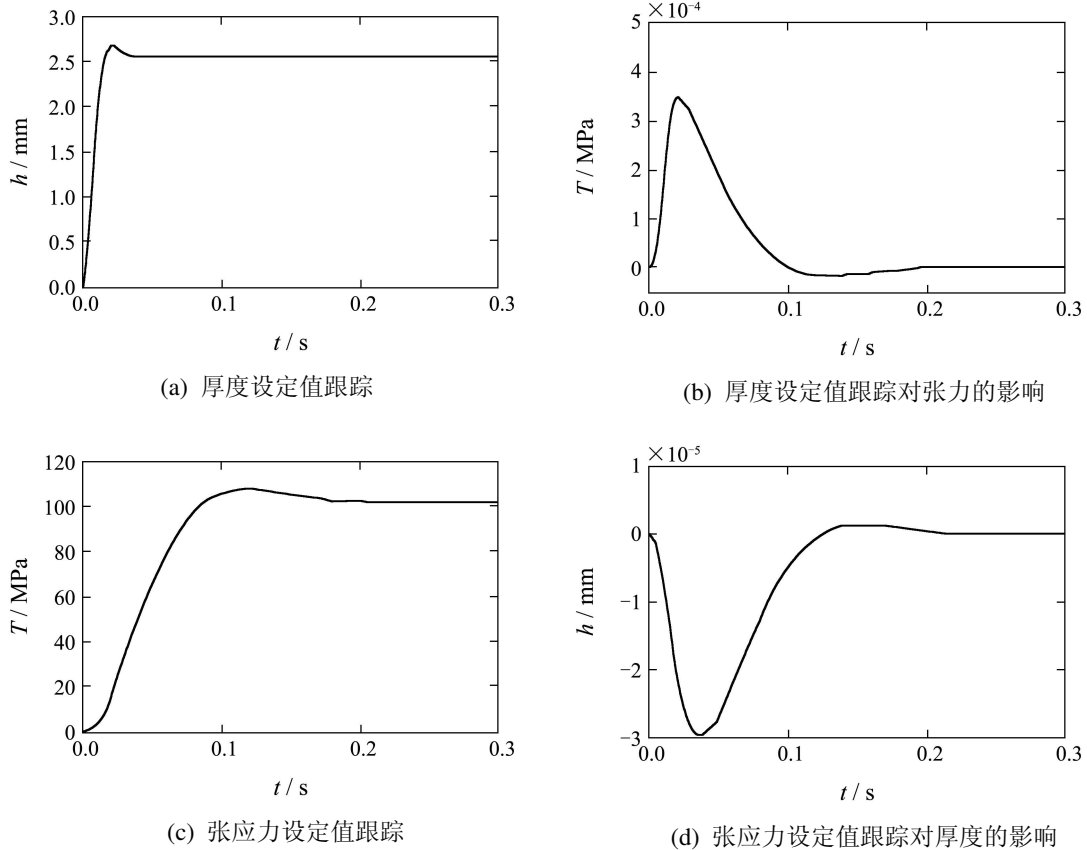


图4 模型准确时的设定值响应

Fig. 4 Dynamic performance of thickness and tension system when model is accurate

其次研究模型不按时系统对张力和厚度的设定值跟踪响应. 设轧机刚度 $M$ 相对标称值在20%内的变化, 带材塑性系数 $Q$ 相对标称值在10%内变化, 且用正弦函数表示参数摄动, 摄动频率为0.5 rad/s. 为了便于比较,图5给出了当参数摄动达到最大幅值时的跟踪响应, 可见即使存在较大的模型参数摄动, 系统仍然具有比较理想的解耦控制效果.

接下来研究系统对扰动的鲁棒性能. 来料带钢的厚度不均和变形抗力波动是导致带钢出口厚度和张力波动的主要因素. 设来料厚度偏差扰动

与变形抗力偏差扰动分别是幅值为 $350\ \mu\text{m}$ 和20 MPa, 频率为1.256 rad/s的正弦信号. 在模型准确时系统厚度和张应力的扰动响应曲线如图6的(a)和(b)所示. 当轧机刚度相对标称值在20%内变化, 带材塑性系数 $Q$ 相对标称值在10%内变化, 用正弦函数表示参数摄动, 摄动频率为0.5 rad/s, 此时厚度和张力的扰动响应曲线如图6的(c)和(d)所示. 可见即使模型存在较大的参数摄动, 控制系统仍能将带钢的出口厚度偏差控制在 $\pm 10\ \mu\text{m}$ 之内, 张应力波动控制在几十千帕以内, 表明本文设计的控制器使系统具有很好的鲁棒性与鲁棒稳定性.

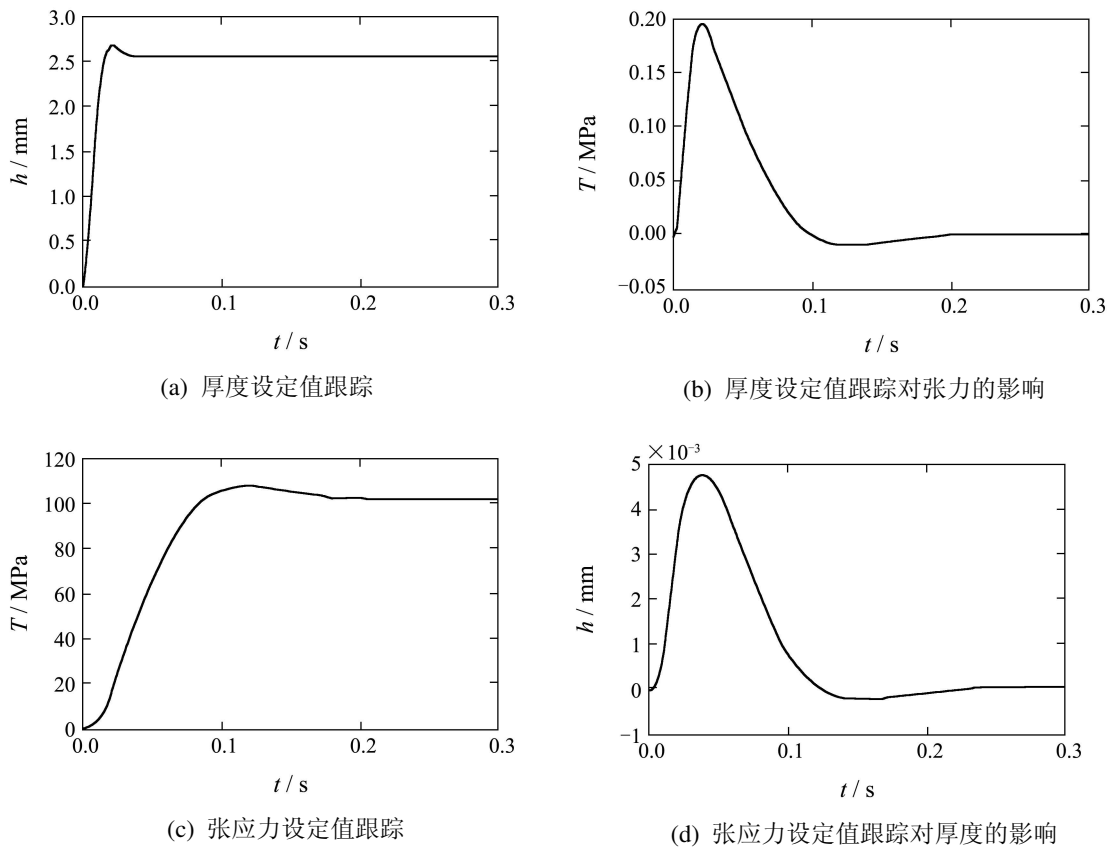
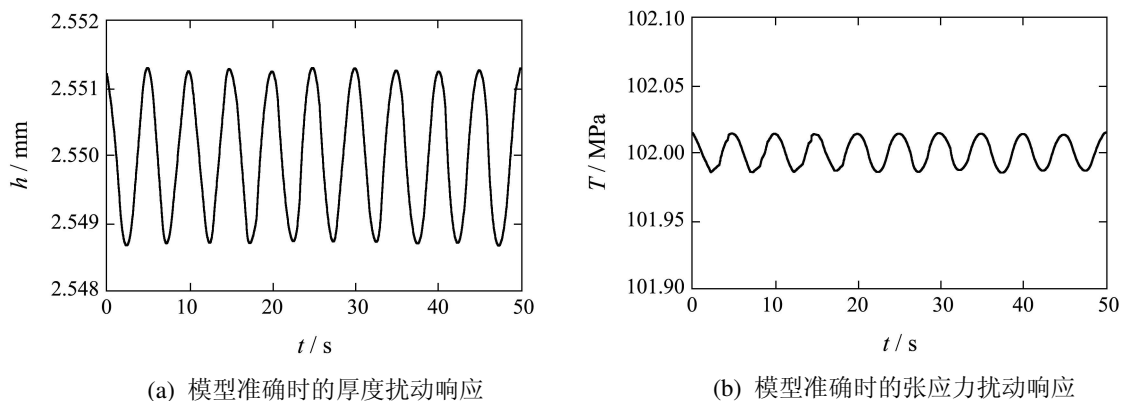
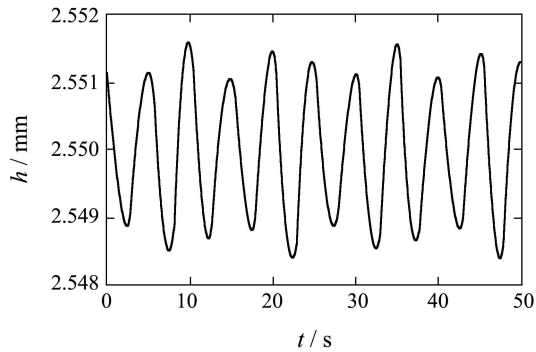


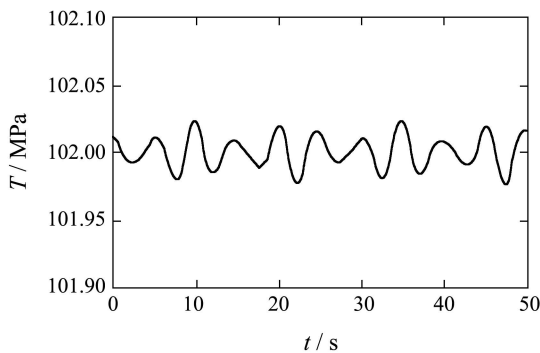
图 5 模型不准确的设定值响应

Fig. 5 Dynamic performance of thickness and tension system when model is inaccurate





(c) 模型不准时的厚度扰动响应



(d) 模型不准时的张应力扰动响应

图6 厚度和张力系统的干扰抑制

Fig. 6 Anti-disturbance performance of thickness and tension system

#### 4 结论(Conclusion)

为了提高冷轧带钢的厚度精度,在建立冷连轧厚度和张力系统耦合模型的基础上,基于不变性原理对耦合系统进行了解耦,有效地降低了张力和厚度控制系统之间的相互影响,基于 $H_\infty$ 混合灵敏度方法设计的鲁棒控制器能够有效抑制模型参数摄动以及外部扰动等不确定性给系统性能带来的不利影响,实现了对冷连轧过程中厚度和张力的高精度解耦控制.仿真结果表明了该控制策略的有效性,具有潜在的应用前景.

#### 参考文献(References):

- [1] 刘玠,孙一康,童朝南,等.冷轧生产自动化技术[M].北京:冶金工业出版社,2006:54-67.  
(LIU Jie, SUN Yikang, TONG Chaonan, et al. *Automation Technology on Cold Rolling Production*[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2006: 54-67.)
- [2] HE J J, YU S Y, ZHONG J. Decoupling control of tension based on pole assignment for temper mill[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(2): 244-248.
- [3] 孙文权,杨荃,彭鹏,等.全连续冷连轧机张力控制系统[J].冶金自动化.2009,33(3):20-24.  
(SUN Wenquan, YANG Quan, PENG Peng, et al. Automatic tension control system for continuous tandem cold mill[J]. *Metallurgical Industry Automation*, 2009, 33(3): 20-24.)
- [4] 赵琳琳,方一鸣,仲伟峰,等.冷带轧机厚控系统自适应鲁棒输出反馈动态控制器设计[J].控制理论与应用.2008,25(4):787-790.  
(ZHAO Linlin, FANG Yiming, ZHONG Weifeng, et al. Design of adaptive robust output feedback dynamic controller for thickness control in a cold strip rolling mill[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 787-790.)
- [5] BILKHU T S. Dynamic control of tension, thickness and flatness for a tandem cold mill[J]. *AISE Steel Technology*, 2001, 78(10): 49-54.
- [6] ASANO K, MORARI M. Interaction measure of tension-thickness control in tandem cold rolling[J]. *Control Engineering Practice*, 1998, 6(8): 1021-1027.
- [7] 孙一康.带钢冷连轧计算机控制[M].北京:冶金工业出版社,2002:119-125  
(SUN Yikang. *Computer Control for Strip Tandem Cold Rolling*[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2002: 119-125.)
- [8] 王修岩,葛平,王正林,等.基于分段线性化模型的冷连轧机PID解耦控制[J].北京科技大学学报,2004,26(2):181-183.  
(WANG Xiuyan, GE Ping, WANG Zhenglin, et al. PID decoupling control based on the subsection liner model of fgc for tandem cold rolling[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2004, 26(2): 181-183.)
- [9] 黄曼磊.鲁棒控制理论及应用[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2007:32-41  
(HUANG Manlei. *Robust Control Theory and Applications*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2007: 32-41.)

#### 作者简介:

李仲德 (1976—),男,博士研究生,目前研究方向为带钢连轧计算机控制, E-mail: lizhongde1976@163.com;

杨卫东 (1952—),男,教授,博士生导师,目前研究方向为带钢连轧计算机控制, E-mail: ywd1952@126.com.