

## 带摆动机构的多线切割机的线性 $H_\infty$ 张力控制

彭思齐<sup>1,2</sup>, 戴瑜兴<sup>1</sup>, 秦 硕<sup>3</sup>

(1. 湘潭大学 信息工程学院, 湖南 湘潭 411105;

2. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082; 3. 空军航空大学 航空理论系, 吉林 长春 130021)

**摘要:** 针对常规张力控制在带摆动机构的多线切割机系统中精度不高, 非线性干扰不稳定的问题, 本文分析了系统结构和控制难点, 采用干扰观测的线性 $H_\infty$ 张力控制建立子系统模型, 充分考虑系统中具有子系统模型的动态干扰和未建模动态干扰以及参数和结构的不确定性引起的误差, 并给出解决方案. 研究了线性 $H_\infty$ 控制系统的稳定性, 并在系统稳定的条件下, 利用Chelosky分解方法, 得到动态方程的解, 大幅提高系统响应速度. 样机的实验结果表明该系统具有系统张力波动小, 稳定性能好, 断线率低的特点.

**关键词:** 摆动机构; 多线切割机; 非线性干扰; 线性 $H_\infty$ 控制; Chelosky分解

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## The linear H-infinity tension control of multi-wire saw with rocking mechanism

PENG Si-qi<sup>1,2</sup>, DAI Yu-xing<sup>1</sup>, QIN Shuo<sup>3</sup>

(1. College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan Hunan 411105, China;

2. College of Electric and Information Engineering, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China;

3. Department of the Aviation Theory, Air-force Aviation University, Changchun Jilin 130021, China)

**Abstract:** To deal with the low control precision and the nonlinear interference in the normal control of a multi-wire saw with rocking mechanism, a linear H-infinity control algorithm with disturbance observer is proposed. The algorithm gives a solving project in considering both errors caused by dynamic disturbances of the subsystem model and unmodeled dynamic disturbances, along with the uncertainties in parameters and the structure of the multi-wire saw with rocking mechanism. The stability of linear H-infinity control systems is studied; and under the conditions of the system stability, the analytical solution of dynamic equation is obtained by using the method of Chelosky decomposition. The speed of system response is improved significantly. Experimental results on a model machine show a small tension variation, a desirable stability performance and a low value of the break line ratio.

**Key words:** rocking mechanism; multi-wire saw; nonlinear disturbance; linear H-infinity control; Chelosky decomposition

### 1 引言(Introduction)

带摆动装置的多线切割机(以下简称摆动机)是多线切割机的一种, 是用于超硬材料(如蓝宝石)的专用切割装备. 现有的多线切割机采用平面升降方式切割, 对于超硬材料切割效率低, 甚至切不动. 摆动机是对传统多线切割机的改良, 变平面升降为摆动升降, 使得切割线与待切工件由原来的平面接触变为弹性点接触, 进一步增强切割力, 提高工效, 如图1所示.

多线切割机床中, 走线系统是其核心部分, 而对走线系统金属丝的张力控制更是关系到加工质量和后续加工能否顺利进行的关键技术. 由于加工晶片厚度很薄, 使用的钢丝线直径为0.2 mm~0.08 mm,

张力过大会发生断线, 张力过小则会松脱, 从而使昂贵的晶体材料报废. W. Wolfermann<sup>[1]</sup>提出了一种自适应PID控制算法, 其是通过张力偏差的大小来决定自适应控制是否加入. 如果切换到自适应PID控制算法, 则调速器的张力偏差将不再等于给定张力与实际张力之差, 而是等于自适应机构的输出与实际张力之差. 张义兵等<sup>[2]</sup>将张力控制转化为多电机同步控制, 引入虚拟模型自适应地调整控制器, 使放线电机与主轴电机具有类似的动态特性, 取得较好的控制效果. 上述方法可以满足一般多线切割机张力控制需求. 但摆动机张力系统结构复杂、影响因素众多, 在不同工况下张力系统的参数存在着较大的非线性、时变性和不确定性, 上述方法很难取得最

优控制效果. 本文采用干扰观测的线性 $H_\infty$ 张力控制建立子系统模型, 充分考虑系统中具有子系统模型的动态干扰和未建模动态干扰以及参数和结构的不确定性引起的误差, 并给出解决方案, 有效地解决了摆动机最关键的张力控制问题.

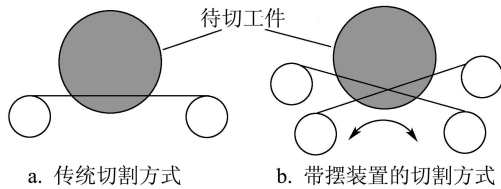


图1 切割方式示意图

Fig. 1 Sketch map of cutting mode

## 2 控制系统分析(Analysis of control system)

摆动机机械结构组成如图2所示, 图中只画出放线轮, 收线轮与放线轮结构对称, 下文分析放线轮, 收线轮是放线轮的逆过程. 主动轮通过皮带带动3个加工辊做高速往返运动, 同时摆动轴做 $\pm 5^\circ$ 摆动. 放线轮以相同线速度跟随主轴运动, 则张力控制运动方程如下:

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - \eta\omega - T_l, \quad (1)$$

式中:  $T_m$ 为电磁转矩,  $T_l$ 为负载转矩,  $\omega$ 为转子角速度,  $J$ 折算到放线轮的转动惯量,  $\eta$ 粘滞摩擦系数.

由此可得到被控对象的数学模型为

$$P(s) = \frac{1}{J_0 s + B_0}, \quad (2)$$

式中:  $J_0$ 为 $J$ 的额定值,  $B_0$ 为 $B$ 的额定值.

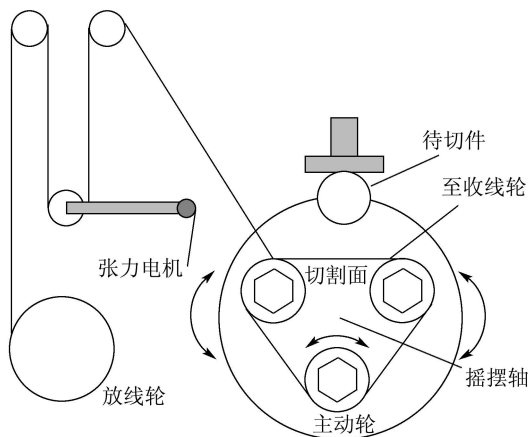


图2 摆动机机械结构示意图

Fig. 2 Sketch of rocking mechanism mechanical system

张力控制的非线性主要是两个方面:

1) 摆动机处于工作状态时, 放线轮的半径会逐渐变小, 主动轮的半径由于罗拉损耗也会变小. 在放线过程中电机自身参数会发生变化: 由于转动惯量的变小而引起的电机固有加速时间变小、半径变化导致的电机线速度与角速度之间关系的变更, 对应

式(2)数学模型中参数 $J_0$ ,  $B_0$ 的变化, 这种变化称之为内部非线性.

2) 摇摆轴做摆动运动时会引起钢丝绳时松时紧, 观察张力摆杠会发现其剧烈抖动, 从而可能断线, 本文称之为外部非线性扰动.

另外还有高速往返运动中换向瞬间的间隙和粘滞摩擦系数变化, 以及金属线弹性形变等非线性误差使得摆动机的张力控制系统是一个非线性、强耦合、时变系统. 工业控制中广泛使用的数字PID控制不能满足摆动机要求很高的动态响应速度和加速度、极高的刚度和定位精度、平滑无差运动, 必须采用先进的控制策略.

## 3 线性 $H_\infty$ 张力控制(The linear H-infinity tension control)

1) 标准线性 $H_\infty$ 张力控制系统设计.

考虑以下的受控系统<sup>[3]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B\omega + Cu, \\ y = DX, \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $X \in \mathbb{R}^n$ 为状态量;  $u \in \mathbb{R}^m$ 为控制量;  $\omega \in \mathbb{R}^{m^2}$ 为外部扰动输入量;  $y \in \mathbb{R}^p$ 为输出量;  $(A, C)$ 为可稳. 状态反馈线性 $H_\infty$ 控制就是对于系统(3), 要求一状态反馈 $u = FX$ , 使得闭环系统

$$\begin{cases} \dot{X} = (A + CF)X + B\omega, \\ y = CX \end{cases} \quad (4)$$

的 $L_2$ 增益小于一个大于零的实数 $\gamma$ , 即 $\forall \omega(\cdot) \in L_2[0, \infty)$ , 若 $X(0) = 0$ , 响应为 $y(\cdot)$ , 有

$$\int_0^\infty \|y(t)\|^2 + \|u(t)\|^2 dt \leq \gamma_0^2 \int_0^\infty \|\omega(t)\|^2 dt,$$

$0 < \gamma_0 < \gamma$ 且 $A + CF$ 为稳定阵.  $F$ 存在的充要条件为以下Riccati方程:

$$\begin{aligned} A^T P + PA + \frac{1}{\gamma^2} P B B^T P - \\ P C C^T P + D^T D = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

存在正半定解 $P \geq 0$ , 且 $A + \frac{1}{\gamma^2} P B B^T P - P C C^T P$ 为稳定阵, 此时次最优控制律和最坏干扰分别为:

$$\begin{aligned} u_* &= -C_2^T P X, \\ \omega_* &= \frac{1}{\gamma^2} B^T P X. \end{aligned} \quad (6)$$

对于线性系统而言, 如果不含干扰的标称系统稳定, 那么当有界干扰出现时, 系统仍然保持稳定. 但是对于非线性系统来说, 此结论往往并不成立. 由于数学模型参数的变化和有限干扰的加入可能破坏非线性系统的稳定性, 上述方法往往不能保证干扰存在时闭环非线性系统的“真正”稳定性<sup>[4]</sup>.

2) 基于干扰观测的线性 $H_\infty$ 控制.

考虑上述系统非线性因素, 对式(3)进行改进, 改

进后的系统方程如下:

$$\begin{cases} \dot{X} + F_0 f_0(\dot{x}(t), t) = \\ AX + Bd_0(t) + C[u + d_1(t)] + F_{01} f_{01}(\dot{x}(t), t), \\ y = DX, \end{cases} \quad (7)$$

式(3)中 $\omega$ 外部扰动输入量细分为 $d_0(t)$ 和 $d_1(t)$ . 其中 $d_0(t)$ 为输入通道中具有子系统模型的动态干扰, 具体是主轴往返运动和摆动轴运动,  $d_1(t)$ 为满足2-范数有界的干扰信号, 它描述未建模动态以及参数和结构的不确定性引起的误差.  $F_0, F_{01}$ 为非线性加权矩阵.  $f_0(\dot{x}(t), t), f_{01}(\dot{x}(t), t)$ 为已知非线性函数.

输入通道干扰可以表示为如下形式的外部动态子系统:

$$\begin{cases} \dot{w}(t) = Ww(t) + B_2\delta(t), \\ d_o = Vw(t), \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $w(t)$ 为子系统状态变量,  $W, V, B_2$ 为子系统系统矩阵,  $\delta(t)$ 为干扰子系统结构和参数不确定性产生的干扰信号且满足2-范数有界. 采用文献[5]构造降阶观测器, 可得误差动态方程

$$\dot{e}_w(t) = (w + LB_0V)e_w(t) + LB_1d_1(t) + B_2\delta(t), \quad (9)$$

其中:  $e_w(t)$ 为单位时间内设定的金刚石线移动距离与实际移动距离之差,  $L$ 为引入的辅助变量.

系统控制律为

$$u(t) = -\hat{d}_0(t) + Kx(t), \quad (10)$$

其中 $K$ 为引入的辅助变量. 则整个复合系统可描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}_w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} f_0(\dot{x}(t), t) = \begin{bmatrix} A_0 + B_0K & B_0V \\ 0 & W + LB_0V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{01} \\ 0 \end{bmatrix} f_{01}(\dot{x}(t), t) + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ LB_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

控制的目标也即寻找 $L$ 和 $K$ , 使得复合系统渐近稳定, 且尽可能地抑制干扰对系统的影响, 即使复合系统具有 $H_\infty$ 鲁棒性能. 为了避免控制器和观测器具有高增益, 选取 $\lambda = 1$ ,  $H_\infty$ 控制指标 $\gamma = 0.1$ , 则当 $K = R_1Q_1, L = P_2^{-1}R_2$ 时, 其中 $R_1, R_2, Q_1, P_2$ 均为过渡矩阵, 所示具有 $H$ 鲁棒性能, 且渐近稳定, 满足 $\|z\|_2 = \gamma^2 \|w\|_2$ .

计算过程发现运算量太大, 影响控制器的实时求解, 对系统(11)中阶数最大( $8 \times 8$ )的矩阵

$$\begin{bmatrix} A_0 + B_0K & B_0V \\ 0 & W + LB_0V \end{bmatrix}$$

采用Chelosky分解, 得到两个方程式, 即设

$$J = \begin{bmatrix} A_0 + B_0K & B_0V \\ 0 & W + LB_0V \end{bmatrix} = R^T R,$$

则 $Jb = c$ 可以化为 $\begin{cases} R^T w = c, \\ Rb = w. \end{cases}$  运动控制器直接计算

该矩阵需要时间约3.7 ms, 本文通过Chelosky分解, 计算时间约1.8 ms, 使运算速度约提高一倍.

## 4 系统实验结果(Experiment results)

### 4.1 实验样机的主要设备和参数(Main equipment and parameter of sample machine)

主控制器选用日本安川的MP2000系列运动控制器, 主电机、张力电机、摇摆轴电机和收放线电机均采用安川公司最近推出的 $\Sigma V$ 系列伺服电机和伺服驱动器, 张力传感器采用瑞士FMS公司RMGZ121A, 张力摆杠长度为132 mm, 记录时间为9.526 s, 主电机的运行速度为600 m/min, 切割线的直径为0.12 mm.

### 4.2 样机测试结果(Experiment of sample machine)

根据XQ150A样机实际运行状态, 利用运动控制器开发软件MP720记录走线速度、切割线上的张力及张力摆杠角位移, 并将观察数据导入至Excel文档保存, 观测数据用MATLAB分别绘制各参量的波形. 图3为线速度为200 m/min, 摇摆轴摆动幅度为 $\pm 3^\circ$ 时的PID控制张力摆杠波动幅度. 实验结果表明, 即使在速度不太高, 摇摆轴摆动幅度不太大的情况下, 纯粹的PID控制, 张力摆杠的摆动幅度较大. 线性 $H_\infty$ 控制实验结果如图4~6. 系统以线速度600 m/s做往返运动, 其中正转时间3 s, 反转时间2 s, 过渡时间1 s. 采用S型速度过渡, 保证平滑. 切割线张力波动范围在32 N~34 N之间, 张力摆杠波动范围在 $\pm 0.02$ 弧度之间, 且切割线张力波动和张力摆杠角位移集中在换向时间, 放线轮的线速度能够跟随系统线速度. 由此可以看出: 线性 $H_\infty$ 张力控制系统的控制精度较高.

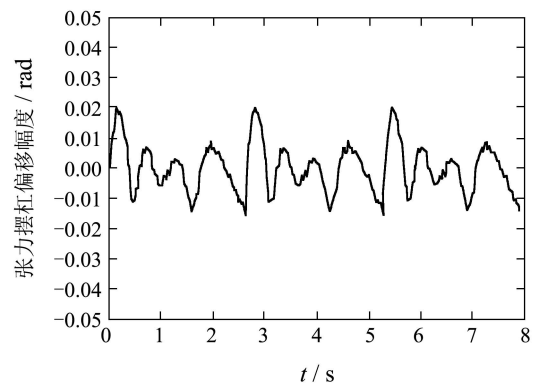


图3 PID张力摆杠角位移

Fig. 3 Angular displacement of tension pendulum using PID

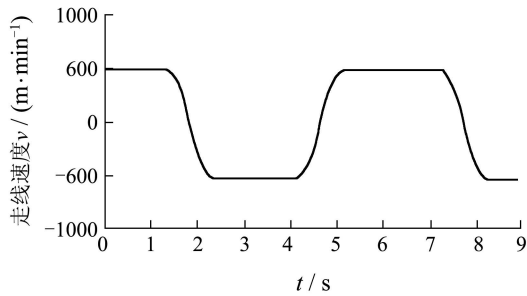


图4 样机走线速度

Fig. 4 Model machine walking speed

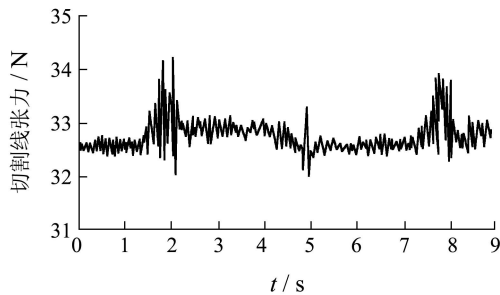


图5 切割线张力

Fig. 5 Tension of cutting line

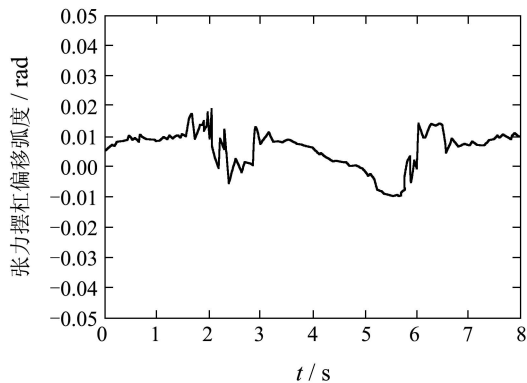


图6 张力摆杠角位移

Fig. 6 Angular displacement of tension pendulum

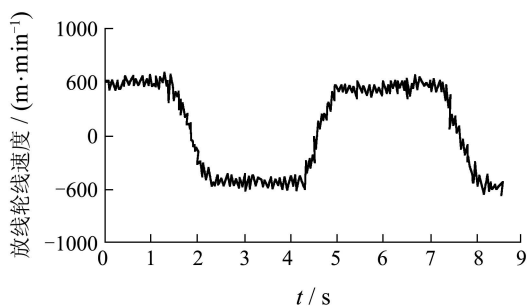


图7 放线轮线速度

Fig. 7 Linear speed of loosen up wire wheel

出了一种闭环线性 $H_\infty$ 张力控制方法,克服系统中具有子系统模型的动态干扰和未建模动态以及参数和结构的不确定性引起的误差.并在系统稳定的条件下,利用Chelosky分解方法,得到动态方程的解,大幅提高系统响应速度.

笔者采用线性 $H_\infty$ 控制,成功设计了XQ150A样机的张力控制系统,实验结果表明该系统在外界干扰还不能精确已知的条件下具有较高的精度.本文的研究成果除了应用多线切割机以外,还可以应用到需要进行精密张力控制的其他机械当中,具有一定的理论参考价值.

### 参考文献(References):

- [1] WOLFERMANN W. Sensorless tension control of webs[C] // *Proceedings of the 4th International Conference on Web Handling IWEB*. Stillwater, Oklahoma: [s.n], 1997: 198 – 229.
- [2] 张义兵,戴瑜兴,汤睿,等.多线切割机速度同步系统的自适应逆控制[J].控制理论与应用,2008,25(6): 1007 – 1010. (ZHANG Yibing, DAI Yuxing, TANG Rui, et al. Adaptive inverse control of speed synchronization system for a multi-wire saw[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1007 – 1010.)
- [3] 张明,施鼎汉.连参数不确定系统的 $H_\infty$ 滤波器——基于代数Riccati不等式的判据与设计方法[J].控制理论与应用,1999,16(5): 711 – 714. (ZHANG Ming, SHI Dinghan. An  $H_\infty$  filter for uncertain parameter system—a criterion and design method based on algebraic Riccati inequality[J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(5): 711 – 714.)
- [4] 中铁龙.  $H_\infty$ 控制理论及应用[M].北京:清华大学出版社,1996: 232 – 235.
- [5] JIANG Z P, MAREELS I M Y. New trends in nonlinear control[J]. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(8): 623 – 623.
- [6] 吴凌尧,全淑贞,郭雷.一类含中立项的非线性系统的复合抗干扰控制方法[J].中国科技论文在线,2009,4(1): 22 – 31. (WU Lingyao, TONG Shuzhen, GUO Lei. Combining and disturbance-observer-based  $H_\infty$  control for a class of uncertain nonlinear systems with neural term[J]. *Science Paper Online*, 2009, 4(1): 22 – 31.)
- [7] 李钧涛,贾英民.基于自适应神经网络的一类不确定非线性系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制[J].智能系统学报,2007,2(6): 54 – 59. (LI Juntao, JIA Yingmin. Robust  $H_\infty$  control for a class of uncertain nonlinear systems based on adaptive neural networks[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2007, 2(6): 54 – 59.)

### 作者简介:

彭思齐 (1978—),男,讲师,博士研究生,目前研究方向为工业智能控制、智能信号处理, E-mail: sqpeng1@sina.com;

戴瑜兴 (1956—),男,教授,博士生导师,目前研究方向为数字化系统设计理论与应用、现代网络通信理论及应用, E-mail: daigx@hnu.cn;

秦硕 (1979—),男,讲师,博士,目前研究方向为飞行原理与飞行控制理论应用, E-mail: 13286587@qq.com.

## 5 结论(Conclusion)

本文以带摆动机构的多线切割机为参考模型,提