

广义系统信息融合稳态与自校正满阶Kalman滤波器

马 静, 孙书利

(黑龙江大学 电子工程学院, 数学科学学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 基于线性最小方差标量加权融合算法和射影理论, 对带多个传感器和带相关噪声的广义系统, 提出了分布式标量加权融合稳态满阶Kalman滤波器. 推得了任两个传感器子系统之间的稳态满阶滤波误差互协方差阵, 其解可任选初值离线迭代计算. 所提出的稳态融合滤波器避免了每时刻计算协方差阵和融合权重, 减小了在线计算负担. 当系统含有未知模型参数时, 基于递推增广最小二乘算法和标量加权融合算法, 提出了一种两段融合自校正状态滤波器. 其中第1段融合获得未知参数的融合估计; 第2段融合获得分布式自校正融合状态滤波器. 与局部估计和加权平均融合估计相比, 所提出的标量加权融合参数估计和自校正状态估计都具有更高的精度. 仿真研究验证了其有效性.

关键词: 广义系统; 两段融合; 稳态满阶滤波器; 互协方差; 自校正滤波器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Information fusion steady-state and self-tuning full-order Kalman filters for descriptor systems

MA Jing, SUN Shu-li

(School of Electronic Engineering; School of Mathematical Science, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Based on the fusion algorithm weighted by scalars in the linear minimum variance sense and the projection theory, a distributed fusion steady-state full-order Kalman filter weighted by scalars is presented for descriptor systems with multiple sensors and correlated noises. The cross-covariance matrix of steady-state full-order filtering errors between any two sensor subsystems is derived. The solution can be computed by iteration with any initial value off-line. The proposed steady-state fusion filter avoids computing covariance matrices and fusion weights at each time step, so the online computational burden can be reduced. When the unknown model parameters are involved in the system, a two-stage fusion self-tuning state filter is presented based on the recursive extended least squares algorithm and fusion algorithm weighted by scalars. The first-stage fusion is to obtain the fusion estimate of the unknown parameters. The second-stage fusion is to obtain the distributed self-tuning fusion state filter. Compared with local estimates and weighted-average fusion estimate, the presented scalar-weighted fusion estimates for parameters and self-tuning estimate for state both have better accuracy. Simulation research validates the effectiveness.

Key words: descriptor system; two-stage fusion; steady-state full-order filter; cross-covariance; self-tuning filter

1 引言(Introduction)

广义系统广泛存在于社会生产的诸多领域^[1], 例如经济领域里的动态投入产出模型、多机器人主体协调作业的动力学模型以及具有非线性负载的电力系统模型. 近几年广义系统的状态估计问题引起了人们的广泛关注^[1~6]. 文献[2]在广义系统 Y 可观下设计了一种Wiener降阶估值器. 文献[3]通过奇异值分解设计了一种降阶滤波器, 但要求变换后的系统矩阵右下角子块可逆. 为避免降阶预处理和在线非奇异逆变换, 也可直接设计广义系统的满阶状态估值器^[4~6]. 文献[4]的满阶滤波器要求解一个增广的Riccati方程. 基于现代时间序列分析方法的广义系

统稳态满阶估值器^[5], 要求白噪声和输出的估计. 新近文献[6]应用Kalman滤波方法给出了广义系统的最优满阶滤波器和平滑器. 但基于带相关噪声的直接推导较为复杂. 现有文献多为基于一个传感器进行研究, 而且假设系统参数是已知的, 即没有考虑多传感器的自校正融合滤波问题.

对多传感器系统的滤波器设计通常有两种方法: 集中式滤波和分布式融合滤波. 由于分布式滤波具有并行结构, 易于故障的检测与分离, 具有较好的可靠性等优点, 近几年得到了广泛研究^[7~12]. 如联邦Kalman滤波器^[7]、极大似然融合滤波器^[8]、统一的加权最小二乘和最好线性无偏估计^[9]. 文献[10]在

线性最小方差意义下提出了通用的矩阵加权、对角矩阵加权和标量加权3种融合算法,并应用于带相关噪声系统的分布式融合滤波和平滑^[11,12];带有色观测噪声系统的稳态融合估计^[13]以及广义系统的降阶融合滤波和预报^[14]。目前,有关参数未知的多传感器自校正融合滤波器设计还不多见^[3]。

本文对广义系统将给出分布式稳态和自校正满阶滤波器。首先,带噪声在同时刻相关的广义系统被转化为噪声在同时刻和邻近时刻相关的正常系统。不同于文献[6]中满阶估计的直接推导,为了避免噪声相关带来的推导复杂性,先将相关噪声转化为不相关噪声,然后给出了基于每个传感器的局部稳态满阶Kalman滤波器。进而,基于线性最小方差标量加权融合算法,给出了分布式稳态标量加权满阶Kalman滤波器。推得了任两个局部估计之间的满阶稳态滤波误差互协方差阵。其解可任选初值离线迭代计算,减小了在线计算负担。当系统含有部分未知模型参数时,利用递推增广最小二乘算法和标量加权融合算法,提出了一种分布式参数融合辨识算法,与集中式参数辨识方法相比,具有较小的计算负担。与加权平均融合相比,具有更高的精度,且具有较好的收敛性。最后,基于参数融合估计给出了分布式自校正标量加权融合满阶Kalman状态滤波器。

2 问题描述(Problem formation)

考虑带多个传感器的广义离散随机线性系统

$$Mx(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (1)$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad (2)$$

其中:状态 $x(t) \in \mathbb{R}^n$,观测 $y_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$, $i = 1, 2, \dots, L$,且 M, Φ, Γ, H_i 是适当维数的矩阵。下标“ i ”表示第 i 个传感器, L 表示传感器的个数。

假设 1 M 是奇异方阵,即 $\text{rank } M = n_1 < n$ 。

假设 2 $w(t) \in \mathbb{R}^r, v_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ ($i = 1, 2, \dots, L$)是零均值的相关白噪声,且 $E[w(t)w^T(t)] = Q_w$, $E[w(t)v_i^T(t)] = S_i$, $E[v_i(t)v_j^T(t)] = R_{ij}$,其中: $R_{ii} = R_i$, E 为均值号, T 为转置号。

假设 3 系统(1)(2)的每个子系统是完全可观的,即 $\text{rank}[(zM - \Phi)^T H_i^T] = n$, $\text{rank}[M^T H_i^T] = n$,其中 z 是任意复数。

假设1对广义系统是一般的;假设2对噪声统计是一般的;假设3保证了所设计的满阶估值器的存在。

本文的目的是应用标量加权融合算法^[10],基于观测($y_i(t), y_i(t-1), \dots$), $i = 1, 2, \dots, L$,求状态 $x(t)$: a)当 Φ 为已知时的分布式稳态信息融合滤波器 $\hat{x}_o(t|t)$; b)当 Φ 含有未知参数时的分布式自校正信息融合滤波器 $\hat{x}_{\text{STF}}(t|t)$ 。

由 $\text{rank}[M^T H_i^T]^T = n$,则存在 $n \times m_i$ 矩阵 T_i ^[6],使 $(M + T_i H_i)$ 非奇异。将 T_i 左乘式(2)与式(1)相加得

$$x(t+1) = \Psi_i x(t) + \Psi_i^{(1)} y_i(t+1) - \Psi_i^{(1)} v_i(t+1) + \Psi_i^{(2)} w(t), \quad (3)$$

其中:定义

$$\Psi_i = (M + T_i H_i)^{-1} \Phi,$$

$$\Psi_i^{(1)} = (M + T_i H_i)^{-1} T_i,$$

$$\Psi_i^{(2)} = (M + T_i H_i)^{-1} \Gamma.$$

令:

$$\xi_i(t) = x(t) - \Psi_i^{(1)} y_i(t),$$

$$z_i(t) = y_i(t) - H_i \Psi_i^{(1)} y_i(t),$$

则系统(1)(2)可化为如下正常系统:

$$\xi_i(t+1) = \Psi_i \xi_i(t) + \Psi_i \Psi_i^{(1)} y_i(t) - \Psi_i^{(1)} v_i(t+1) + \Psi_i^{(2)} w(t), \quad (4)$$

$$z_i(t) = H_i \xi_i(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (5)$$

系统(4)(5)与一般系统不同的是系统噪声与观测噪声不仅同时刻相关,而且相邻时刻也相关。

3 标量加权融合稳态满阶滤波器(Scalar-weighted fusion steady-state full-order filter)

为了获得信息融合滤波器,首先要获得基于每个传感器的局部估计和任两个局部估计之间的误差互协方差阵。由前面 $x(t)$ 与 $\xi_i(t)$ 的关系,可见原广义系统的状态估计 $\hat{x}_i(t|t)$ 可通过转化后的系统(4)(5)的状态估计 $\hat{\xi}_i(t|t)$ 来获得。

3.1 局部稳态满阶滤波器(Local steady-state full-order filter)

由假设3知, (Ψ_i, H_i) 为完全可检对,再假定 $(\Psi_i - \Psi_i^{(2)} S_i R_i^{-1} H_i, \Psi_i^{(2)} \bar{Q}_i)$ 为完全能稳对,其中 $\bar{Q}_i \bar{Q}_i^T = Q_w - S_i R_i^{-1} S_i^T$,则系统(4)(5)的每个子系统 i 在 $t \rightarrow \infty$ 或 $t_0 \rightarrow -\infty$ 时存在稳态Kalman滤波^[3]。

定理 1 带多个传感器系统(4)(5)的第 i 个传感器子系统具有稳态Kalman滤波器

$$\hat{\xi}_i(t+1|t+1) = (I_n - K_i H_i) \bar{\Psi}_i \hat{\xi}_i(t|t) + (I_n - K_i H_i) [\Psi_i \Psi_i^{(1)} y_i(t) + J_i z_i(t)] + K_i z_i(t+1), \quad (6)$$

$$K_i = (\Sigma_i H_i^T - \Psi_i^{(1)} R_i) [H_i \Sigma_i H_i^T - H_i \Psi_i^{(1)} R_i - R_i \Psi_i^{(1)T} H_i^T + R_i]^{-1}, \quad (7)$$

$$\Sigma_i = \bar{\Psi}_i P_i \bar{\Psi}_i^T + \Psi_i^{(1)} R_i \Psi_i^{(1)T} + Q_{\bar{w}_i}, \quad (8)$$

$$P_i = (I_n - K_i H_i) \Sigma_i + K_i R_i \Psi_i^{(1)T}, \quad (9)$$

其中:

$$Q_{\bar{w}_i} = \Psi_i^{(2)} (Q_w - S_i R_i^{-1} S_i^T) \Psi_i^{(2)T},$$

$$\bar{\Psi}_i = \Psi_i - J_i H_i, \quad J_i = \Psi_i^{(2)} S_i R_i^{-1},$$

$$\bar{w}_i(t) = \Psi_i^{(2)} w(t) - J_i v_i(t),$$

K_i 为第 i 个局部估计的稳态滤波增益, P_i 和 Σ_i 分别为稳态滤波和预报误差方差阵。初值 $\hat{\xi}_i(0|0)$ 可任选。

证 对系统(4)(5), 为了避免相关噪声带来的推导复杂性, 首先化同时刻相关噪声为不相关噪声. 用 J_i 左乘式(5), 然后与式(4)相减, 得

$$\xi_i(t+1) = \bar{\Psi}_i \xi_i(t) + \Psi_i \Psi_i^{(1)} y_i(t) - \Psi_i^{(1)} v_i(t+1) + J_i z_i(t) + \bar{w}_i(t), \quad (10)$$

其中: $\bar{\Psi}_i, J_i$ 和 $\bar{w}_i(t)$ 如上定义, $\bar{w}_i(t)$ 与 $v_i(t)$ 不相关.

对系统(10), 由递推射影公式^[3]可得

$$\hat{\xi}_i(t+1|t+1) = \hat{\xi}_i(t+1|t) + K_i \varepsilon_i(t+1), \quad (11)$$

其中: 稳态滤波增益为

$$K_i = E[\xi_i(t+1)\varepsilon_i^T(t+1)]Q_{\varepsilon_i}^{-1}, \quad (12)$$

新息过程 $\varepsilon_i(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 为

$$\varepsilon_i(t+1) = z_i(t+1) - H_i \hat{\xi}_i(t+1|t). \quad (13)$$

对式(10)两边取射影有

$$\hat{\xi}_i(t+1|t) = \bar{\Psi}_i \hat{\xi}_i(t|t) + \Psi_i \Psi_i^{(1)} y_i(t) + J_i z_i(t). \quad (14)$$

将式(14)和式(13)代入式(11)中引出式(6). 将式(5)代入式(13)中可得新息的基于一步预报误差的表达式

$$\varepsilon_i(t+1) = H_i \tilde{\xi}_i(t+1|t) + v_i(t+1). \quad (15)$$

用式(10)(14)可获得一步预报误差方程为

$$\tilde{\xi}_i(t+1|t) = \bar{\Psi}_i \tilde{\xi}_i(t|t) + \bar{w}_i(t) - \Psi_i^{(1)} v_i(t+1), \quad (16)$$

其中:

$$\tilde{\xi}_i(t+1|t) = \xi_i(t+1) - \hat{\xi}_i(t+1|t),$$

$$\tilde{\xi}_i(t|t) = \xi_i(t) - \hat{\xi}_i(t|t).$$

应用射影性质^[3], 有 $\tilde{\xi}_i(t|t)$ 与 $v_i(t+1)$, $\tilde{\xi}_i(t|t)$ 与 $\bar{w}_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, L$) 不相关. 由式(16)引出式(8), 由式(15)(16)引出稳态新息方差阵

$$Q_{\varepsilon_i} = H_i \Sigma_i H_i^T - H_i \Psi_i^{(1)} R_i - R_i \Psi_i^{(1)T} H_i^T + R_i. \quad (17)$$

将式(16)代入式(12)引出式(7). 用 $\xi_i(t+1)$ 与式(11)作差, 并利用式(15)有滤波误差方程

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_i(t+1|t+1) &= \\ (I_n - K_i H_i) \tilde{\xi}_i(t+1|t) - K_i v_i(t+1). \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)和式(7)可得第 i 个传感器的稳态滤波误差方差阵 $P_i = E[\xi_i(t)\xi_i^T(t)]$ 满足式(9). 证毕.

注 1 定理1中的稳态增益和协方差可通过任选初值 $P_i(0)$ 离线迭代计算. 并且本文有 $\Sigma_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \Sigma_i(t)$, $K_i = \lim_{t \rightarrow \infty} K_i(t)$, $P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$. 在实际应用中, 在滤波没有达到稳态之前, 稳态滤波器往往可能会带来较大的误差. 为了减小误差, 通常开始可采用最优滤波器, 达到稳态后再用稳态滤波算法. 另外, 也可对系统式(4)(5)设计极点配置滤波器, 将极点配置在原点附近使滤波器具有快速收敛性^[15].

由 $\xi_i(t)$ 与 $x(t)$ 的关系 $x(t) = \xi_i(t) + \Psi_i^{(1)} y_i(t)$, 容易获得如下推论:

推论 1 带多个传感器的广义系统(1)(2)的第 i 个传感器子系统具有稳态满阶Kalman滤波器

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t+1|t+1) &= \\ (I_n - K_i H_i) \bar{\Psi}_i \hat{x}_i(t|t) + (I_n - K_i H_i) J_i y_i(t) + \\ [K_i + (I_{m_i} - K_i H_i) \Psi_i^{(1)}] y_i(t+1), \end{aligned} \quad (19)$$

初值 $\hat{x}_i(0|0)$ 可任意选取, 且 $\hat{x}_i(t|t)$ 和 $\hat{\xi}_i(t|t)$ 具有相同的方差阵.

由推论1, 很容易获得稳态满阶滤波器与稳态降阶滤波器^[2]有相同的在线计算量级 $O(n^2)$.

3.2 互协方差阵的计算(Computation of cross-covariance matrix)

定理 2 多传感器系统(1)(2)的第 i 个和第 j 个传感器子系统之间的稳态满阶滤波误差互协方差阵 P_{ij} 满足如下代数矩阵方程:

$$P_{ij} = (I_n - K_i H_i) \bar{\Psi}_i P_{ij} \bar{\Psi}_j^T (I_n - K_j H_j)^T + \Delta_{ij}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} &= \\ (I_n - K_i H_i) \{ \bar{\Psi}_i [(K_i H_i - I_n) \Psi_i^{(1)} - K_i] (S_i^T \Psi_j^{(2)T} - R_{ij} J_j^T) + (\Psi_i^{(2)} S_j - J_i R_{ij}) [\Psi_i^{(1)T} (K_j H_j - I_n)^T - K_j^T] \bar{\Psi}_j^T + Q_{\bar{w}_{ij}} + \Psi_i^{(1)} R_{ij} \Psi_j^{(1)T} \} (I_n - K_j H_j)^T + \\ K_i R_{ij} \Psi_j^{(1)T} (I_n - K_j H_j)^T + \\ (I_n - K_i H_i) \Psi_i^{(1)} R_{ij} K_j^T + K_i R_{ij} K_j^T, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $Q_{\bar{w}_{ij}} = \Psi_i^{(2)} Q_w \Psi_j^{(2)T} - \Psi_i^{(2)} S_j J_j^T - J_i S_i^T \Psi_j^{(2)T} + J_i R_{ij} J_j^T$. 且 P_{ij} 可任选初值 $P_{ij}(0)$ 如下迭代计算:

$$\begin{aligned} P_{ij}(t+1) &= \\ (I_n - K_i H_i) \bar{\Psi}_i P_{ij}(t) \bar{\Psi}_j^T (I_n - K_j H_j)^T + \Delta_{ij}, \end{aligned} \quad (22)$$

且有

$$P_{ij} = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t), \quad i, j = 1, 2, \dots, L. \quad (23)$$

证 将式(16)代入式(18)可得局部滤波误差方程

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_i(t+1|t+1) &= (I_n - K_i H_i) (\bar{\Psi}_i \tilde{\xi}_i(t|t) + \bar{w}_i(t) - \\ \Psi_i^{(1)} v_i(t+1)) - K_i v_i(t+1). \end{aligned} \quad (24)$$

应用射影性质^[3], 任两个局部估计之间的稳态滤波误差互协方差阵为

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \\ (I_n - K_i H_i) \{ \bar{\Psi}_i P_{ij} \bar{\Psi}_j^T + \bar{\Psi}_i E[\tilde{\xi}_i(t|t) \bar{w}_j^T(t)] + \\ E[\bar{w}_i(t) \tilde{\xi}_j^T(t|t)] \bar{\Psi}_j^T + Q_{\bar{w}_{ij}} + \Psi_i^{(1)} R_{ij} \Psi_j^{(1)T} \} (I_n - K_j H_j)^T + \\ K_i R_{ij} \Psi_j^{(1)T} (I_n - K_j H_j)^T + \\ (I_n - K_i H_i) \Psi_i^{(1)} R_{ij} K_j^T + K_i R_{ij} K_j^T. \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} E[\tilde{\xi}_i(t|t)\bar{w}_j^T(t)] = \\ [(K_i H_i - I_n)\bar{\Psi}_i^{(1)} - K_i](S_i^T \bar{\Psi}_j^{(2)T} - R_{ij} J_j^T), \end{aligned} \quad (26)$$

将式(26)代入式(25)引出式(20). 且式(20)也为状态 $x(t)$ 的任两个局部估计之间的稳态滤波误差互协方差阵. 注意矩阵 $(I_n - K_i H_i)\bar{\Psi}_i$ 是稳定的, 类似文献[13]可证明式(22)和式(23), 细节略. 证毕.

3.3 标量加权融合稳态满阶滤波器(Scalar-weighted fusion steady-state full-order filter)

基于以上定理1, 2, 应用标量加权信息融合估计算法^[10]可获得广义系统(1)(2)的标量加权稳态满阶 Kalman 滤波器 $\hat{x}_o(t|t)$ 和融合方差阵 P_o , 且有 $\text{tr } P_o \leq \text{tr } P_i$. 为节省空间, 具体公式不再给出.

因为稳态滤波误差协方差阵 P_{ij} 的迭代可离线进行, 所以稳态权重 α_i 可由稳态协方差阵 P_{ij} 通过一次融合计算获得, 减小了在线计算负担.

4 自校正信息融合满阶滤波器(Self-tuning information fusion full-order filter)

在实际中经常会遇到系统模型中含有未知参数的情形. 这里利用递推增广最小二乘法, 基于标量加权融合算法^[10]给出一种分布式信息融合参数估计算法. 为了阐述方便, 这里只给出标量观测情形下(即 $m_i = 1$)的系统模型参数融合辨识算法.

假设4 Φ 中含有 k 个未知参数, $k \leq n$.

由式(1)和式(2)可得

$$y_i(t) = H_i(M - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1}w(t) + v_i(t), \quad (27)$$

其中 q^{-1} 是后移算子, 即 $q^{-1}x(t) = x(t-1)$. 引入左素分解^[3]

$$H_i(M - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1} = A_i^{-1}(q^{-1})B_i(q^{-1})q^\tau, \quad (28)$$

其中 $A_i(q^{-1})$ 和 $B_i(q^{-1})$ 左素. 将式(28)代入式(27)得

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = B_i(q^{-1})q^\tau w(t) + A_i(q^{-1})v_i(t), \quad (29)$$

其中 $A_i(q^{-1})$ 和 $B_i(q^{-1})$ 是如下形式的多项式:

$$\begin{cases} B_i(q^{-1}) = b_i^{(0)} + b_i^{(1)}(q^{-1}) + \dots + b_i^{(n_{b_i})}(q^{-n_{b_i}}), \\ A_i(q^{-1}) = 1 + a_i^{(1)}(q^{-1}) + \dots + a_i^{(n_{a_i})}(q^{-n_{a_i}}), \end{cases} \quad (30)$$

其中: n_{a_i}, n_{b_i} 为阶次, $b_i^{(0)} \neq 0, \tau$ 为整数.

假设 Φ 中的未知参数可完全由 $A_i(q^{-1})$ 的参数唯一确定. 由式(29)引出 ARMA 新息模型

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t). \quad (31)$$

对式(31)利用 RELS 算法可求得 $\hat{A}_i(q^{-1})$, 进而可确定 Φ 中的未知参数. 基于第 i 个传感器子系统的 RELS

算法阐述如下^[3]:

式(31)可改写为

$$y_i(t) = \varphi_i^T(t)\theta_i + \varepsilon_i(t), \quad (32)$$

其中:

$$\begin{aligned} \theta_i &= (a_i^{(1)}, \dots, a_i^{(n_{a_i})}, d_i^{(1)}, \dots, d_i^{(n_{d_i})})^T, \\ \varphi_i^T(t) &= [-y_i(t-1) \dots -y_i(t-n_{a_i}) \\ &\quad \hat{\varepsilon}_i(t-1) \dots \hat{\varepsilon}_i(t-n_{d_i})], \end{aligned}$$

则 θ_i 的 RELS 估计为

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K_i^\theta(t)\hat{\varepsilon}_i(t), \quad (33)$$

$$\hat{\varepsilon}_i(t) = y_i(t) - \varphi_i^T(t)\hat{\theta}_i(t-1), \quad (34)$$

$$K_i^\theta(t) = \frac{P_i^\theta(t-1)\varphi_i(t)}{1 + \varphi_i^T(t)P_i^\theta(t-1)\varphi_i(t)}, \quad (35)$$

$$P_i^\theta(t) = [I_i - K_i^\theta(t)\varphi_i^T(t)]P_i^\theta(t-1), \quad (36)$$

其中: 初值为 $\hat{\theta}_i(0) = 0, P_i^\theta(0) = \lambda I_i, \lambda > 0$. I_i 为适当维数的单位阵. $\hat{\varepsilon}_i(t) = 0, t \leq 0$, 且

$$\hat{Q}_{\varepsilon_i}(t) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \hat{\varepsilon}_i^2(k). \quad (37)$$

由 RELS 算法与 Kalman 滤波的关系^[3]可得第 i 个传感器子系统的参数估计误差方差阵为

$$P_i^\theta(t|t) = \hat{Q}_{\varepsilon_i}(t)P_i^\theta(t). \quad (38)$$

任两个传感器子系统之间的互协方差阵计算如下:

$$\begin{aligned} P_{ij}^\theta(t|t) = \\ [I_i - K_i(t)\varphi_i^T(t)]P_{ij}^\theta(t-1|t-1)[I_j - \\ K_j(t)\varphi_j^T(t)]^T + K_i(t)\hat{Q}_{\varepsilon_{ij}}(t)K_j^T(t), \end{aligned} \quad (39)$$

其中: $P_{ij}^\theta(t|t) (i \neq j)$ 为参数 θ_i 的估计误差互协方差阵, 任两个传感器子系统的新息互协方差阵 $\hat{Q}_{\varepsilon_{ij}}(t)$ 为

$$\hat{Q}_{\varepsilon_{ij}}(t) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \hat{\varepsilon}_i(k)\hat{\varepsilon}_j(k). \quad (40)$$

于是, 基于第 i 个传感器子系统可获得局部参数估计 $\hat{\theta}_i(t)$. 因为 Φ 中的未知参数可完全由 $A_i(q^{-1})$ 的参数唯一确定, 假设 Φ 中的未知参数可显式地被 $A_i(q^{-1})$ 中的参数表示为如下关系式:

$$\beta^{[\Phi]} = f_i(A_i), \quad (41)$$

其中: $A_i = (a_i^{(1)}, a_i^{(2)}, \dots, a_i^{(n_{a_i})})$, $\beta^{[\Phi]}$ 为 Φ 中的未知参数表示的列向量, $f_i(A_i)$ 表示关于 A_i 的线性或非线性的函数. 如果 $f_i(A_i)$ 是线性的, 则式(41)可写为

$$\beta^{[\Phi]} = F_i A_i + \delta_i, \quad (42)$$

其中 δ_i 是由常数项所构成的列向量. 于是, Φ 中的未知参数基于第 i 个传感器子系统的局部估计为

$$\hat{\beta}_i^{[\Phi]}(t) = F_i \hat{A}_i(t) + \delta_i. \quad (43)$$

相应的估计误差协方差阵为

$$P_{ij}^{\beta[\Phi]}(t|t) = F_i P_{ij}^A(t|t) F_j^T, \quad (44)$$

$$P_{ij}^A(t|t) = [I_i \ 0_i] P_{ij}^\theta(t|t) [I_j \ 0_j]^T, \quad (45)$$

其中: $P_{ii}^{\beta[\Phi]}(t|t) = P_i^{\beta[\Phi]}(t|t)$, $P_{ii}^A(t|t) = P_i^A(t|t)$, I_i 和 0_i 为适当维数的单位阵和零矩阵. 基于第 i 个传感器子系统可获得参数估计 $\hat{\Phi}_i$. 进而, 由式(43)~(45)及标量加权线性最小方差融合算法^[10], 可获得 Φ 的信息融合估计 $\hat{\Phi}_o$. 于是, 基于标量加权信息融合参数估计 $\hat{\Phi}_o$ 和稳态满阶Kalman滤波器, 有如下自校正标量加权融合满阶Kalman状态滤波器:

$$\hat{x}_{STF}(t|t) = \sum_{i=1}^L \hat{\alpha}_i(t) \hat{x}_{STFi}(t|t), \quad (46)$$

其中: $\hat{x}_{STFi}(t|t)$ ($i=1, 2, \dots, L$)为第 i 个局部自校正估计, $\hat{\alpha}_i(t)$ 为自校正融合权重. 当观测为多维($m_i > 1$)时, 基于多维RELS算法^[3], 相应的信息融合参数估计算法可类似获得, 只是表达上较为复杂. 当 $f_i(A_i)$ 是 A_i 的非线性函数时, 可将它在 A_i 点线性化, 再由式(43)~(45)及融合算法^[10]求得融合估计 $\hat{\Phi}_o$.

注2 如果ARMA新息模型式(31)的参数估计是一致的, 即 $\hat{A}_i(t) \rightarrow A_i, t \rightarrow \infty$, 由动态误差分析方法^[3]知, $\hat{\Phi}_i(t) \rightarrow \Phi, \hat{\Phi}_o(t) \rightarrow \Phi$, 从而有

$$\hat{x}_{STFi}(t|t) \rightarrow \hat{x}_i(t|t), \hat{x}_{STF}(t|t) \rightarrow \hat{x}_o(t|t), t \rightarrow \infty.$$

注3 分布式融合自校正滤波器(46)具有两段融合结构, 其中第1段融合用来获得系统中未知模型参数的融合估计; 第2段融合基于局部自校正滤波器和标量加权融合算法获得分布式自校正信息融合满阶Kalman状态滤波器.

5 仿真研究(Simulation research)

考虑带3个传感器的广义系统(1)(2), 其中:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \rho & 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \rho = 1,$$

$$H_1 = [1 \ 1], H_2 = [0 \ 1.3], H_3 = [0.1 \ 1].$$

观测噪声 $v_i(t)$ 与系统噪声 $w(t)$ 相关, 且满足 $v_i(t) = \mu_i w(t) + \eta_i(t)$, μ_i 为相关系数. $\eta_i(t)$ 是独立于 $w(t)$ 的零均值, 方差为 Q_{η_i} 的高斯噪声. 目的是: a) 当 ρ 已知时, 求标量加权稳态信息融合满阶状态滤波器 $\hat{x}_o(t|t)$; b) 当 ρ 未知时求标量加权自校正信息融合满阶状态滤波器 $\hat{x}_{STF}(t|t)$. 在仿真中取:

$$Q_w = 1, Q_{\eta_1} = 1, Q_{\eta_2} = 3, Q_{\eta_3} = 2,$$

$$\mu_1 = 0.5, \mu_2 = 0.95, \mu_3 = 0.4,$$

$$T_i = [1 \ 0]^T, i = 1, 2, 3.$$

初值 $x(0) = [0 \ 0]^T$, $P_0 = 0.1I_2$. 取150个采样数据, 进行50次Monte Carlo仿真.

应用定理1, 2和标量加权融合算法^[10]求得标量加权融合滤波器(SWFF) $\hat{x}_o(t|t)$. 为了与矩阵加权^[10]融合滤波器(MWFF)的精度相比较, 现将MWFF, SWFF和局部滤波器(LF)的误差方差的稳态值列于

表1中. 由表1可见SWFF的估计精度高于各LF的估计精度, 低于MWFF的估计精度. 易计算SWFF与MWFF相比较的精度(方差的迹)损失为9.8%. 但SWFF只需计算一个 3×3 矩阵的逆来确定标量权重, 而MWFF需要计算一个 6×6 矩阵的逆来确定矩阵权重, 因此SWFF具有较小的计算负担.

表1 LF, SWFF和MWFF的误差方差的稳态值

Table 1 Steady-state values of variances of LF, SWFF and MWFF

	LF1	LF2	LF3	SWFF	MWFF
分量1	0.1514	0.3676	0.4351	0.1038	0.0937
分量2	1.4014	2.3092	2.1644	0.8037	0.7925

当系统含未知模型参数 ρ 时, 基于每个传感器的局部参数估计(LE) $\hat{\rho}_i(t)$, 由标量加权融合算法^[10]可得 ρ 的融合估计(SWFE) $\hat{\rho}_o(t)$. 进而可得局部自校正滤波器 $\hat{x}_{STFi}(t|t)$ 和融合自校正滤波器 $\hat{x}_{STF}(t|t)$. 图1为模型参数 ρ 的估计比较图. 为了与加权平均方法, 即 $\hat{\rho}_o(t) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \hat{\rho}_i(t)$ 比较, 将参数加权平均融合的估值(WAFE)也绘于图1中. 由图1可见WAFE介于所有(LE)之间, 而SWFE好于WAFE和各LE. 图2为相应的自校正融合状态滤波器 $\hat{x}_{STF}(t|t)$ 的第1个分量的跟踪图, 可见自校正融合状态滤波器 $\hat{x}_{STF}(t|t)$ 具有较好的跟踪效果. 图3为分别基于传感器1的参数估计LE、基于WAFE和基于SWFE的自校正状态标量加权融合估计的第1个分量通过200次Monte-Carlo实验的均方误差比较图, 分别记为LE-STF, WAFE-STF和SWFE-STF. 为了与基于参数的SWFE的自校正状态矩阵加权融合估计(SWFE-STF(m))作比较, 本文将其也绘于图3中. 由图3可见, LE-STF比WAFE-STF具有较小的均方误差, 因为LE好于WAFE(见图1). SWFE-STF比LE-STF和WAFE-STF具有更小的均方误差. 而与SWFE-STF(m)的均方误差很接近. 但比SWFE-STF(m)具有更小的计算负担.

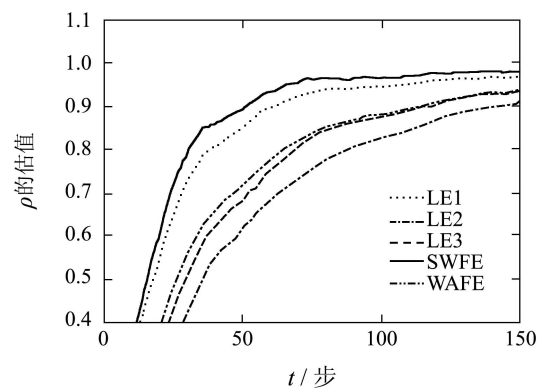


图1 模型参数 ρ 的估计比较

Fig. 1 Comparison of estimation of model parameter ρ

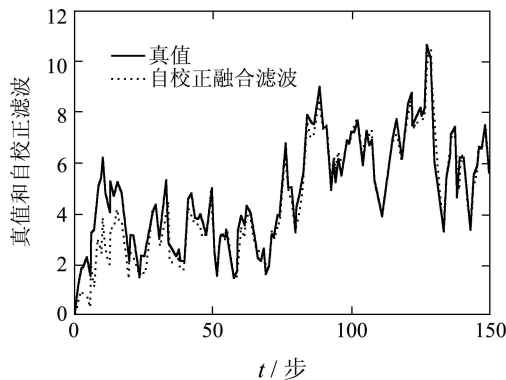


图2 第1状态分量的自校正融合滤波器

Fig. 2 Self-tuning fusion filter of the first state component

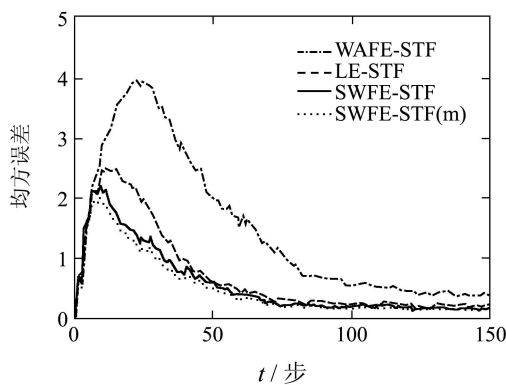


图3 第1状态分量的LE-STF, WAFE-STF, SWFE-STF和SWFE-STF(m)的均方误差比较

Fig. 3 Comparison of mean square errors for LE-STF, WAFE-STF, SWFE-STF and SWFE-STF(m) of the first state component

6 结论(Conclusion)

本文处理了广义系统的稳态满阶融合滤波和部分模型参数未知时的自校正融合滤波问题. 通过将带相关噪声的广义系统转化为在同时刻和邻近时刻相关的正常系统, 提出了一种稳态满阶Kalman滤波器. 对多传感器系统, 推得了任两个局部估计之间的稳态满阶滤波误差互协方差阵. 其解可任选初值离线迭代计算. 进而基于线性最小方差标量加权融合算法, 给出了分布式标量加权稳态满阶滤波器. 当系统模型中含有部分未知参数时, 应用RELS算法和标量加权融合算法, 提出了一种标量加权信息融合参数辨识算法. 基于所获得的融合参数估计, 再次利用标量加权融合算法给出了具有两段融合结构的自校正融合状态滤波器.

参考文献(References):

[1] 杨冬梅, 张庆灵, 姚波, 等. 广义系统[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (YANG Dongmei, ZHANG Qingling, YAO Bo, et al. *Descriptor Systems*[M]. Beijing: Science Press, 2004.)

- [2] 石莹, 沈永良, 孙书利, 等. 广义离散随机线性系统降阶Wiener滤波、平滑和预报器[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 981 – 985. (SHI Ying, SHEN Yongliang, SUN Shuli, et al. Reduced-order Wiener filtering, smoothing and prediction for descriptor discrete-time stochastic linear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 981 – 985.)
- [3] 邓自立. 信息融合滤波理论及其应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007. (DENG Zili. *Information Fusion Filtering Theory with Applications*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2007.)
- [4] NIKOUKHAH R, WILLISKY S A, LEVY C B. Kalman filtering and Riccati equation for descriptor systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(9): 1325 – 1340.
- [5] ZHANG H S, CHAI T Y, LIU X J. A unified approach to optimal state estimation for stochastic singular systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(6): 777 – 781.
- [6] SUN S L, MA J. Optimal filtering and smoothing for discrete-time stochastic singular systems[J]. *Signal Processing*, 2007, 81(7): 189 – 201.
- [7] CARLSON A N. Federated square root filter for decentralized parallel processes[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26(3): 517 – 525.
- [8] KIM H K. Development of track to track fusion algorithm[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1994, 6: 1037 – 1041.
- [9] LI X R, ZHU Y M, WANG J, et al. Optimal linear estimation fusion-part I: unified fusion rules[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(9): 2192 – 2208.
- [10] SUN S L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter with application[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2004, 8(1): 57 – 62.
- [11] SUN S L, DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter[J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017 – 1023.
- [12] SUN S L. Distributed optimal component fusion weighted by scalars for fixed-lag Kalman smoother[J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2153 – 2159.
- [13] 孙书利, 邓自立. 带有色观测噪声系统多传感器标量加权最优信息融合稳态Kalman滤波器[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 365 – 368. (SUN Shuli, DENG Zili. Multi-sensor optimal information fusion steady-state Kalman filter weighted by scalars for systems with colored measurement noises[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(4): 365 – 368.)
- [14] SUN S L, MA J, XIAO W D. Optimal fusion reduced-order Kalman filters weighted by scalars for stochastic singular systems[C] // *Proceedings of the 9th International Conference Control, Automation, Robotics and Vision*. Singapore: [s.n.], 2006: 767 – 772.
- [15] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001: 274 – 278. (DENG Zili. *Kalman Filter and Wiener Filter—Modern Time Series Analysis Method*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001: 274 – 278.)

作者简介:

马 静 (1979—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为广义系统、信息融合状态估计等, E-mail: majing@student.hlju.edu.cn;

孙书利 (1971—), 男, 教授, 主要研究方向为状态估计、信息融合、传感器网络等, E-mail: sunsl@hlju.edu.cn.