

文章编号: 1000-8152(2011)01-0108-05

# 多无人直升机的相对动力学建模方法及其编队控制

王 争<sup>1</sup>, 何玉庆<sup>2</sup>, 韩建达<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 研究生院, 辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院沈阳自动化所 机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016)

**摘要:** 本文将多无人直升机编队控制分解为若干对具有主从结构的无人直升机相对状态控制问题, 并提出利用相对动力学建模方法设计编队控制器. 无人直升机相对动力学由6自由度空间刚体相对动力学和单体直升机飞行动力学两部分组成. 基于这种相对动力学模型利用反馈线性化和扩展高增益观测方法设计具有内外环阶梯结构的控制器. 最后, 通过仿真验证了这种方法能够跟踪给定期望值并具有一定扰动抑制能力.

**关键词:** 无人直升机; 编队控制; 相对动力学

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Relative dynamic modeling and formation control of multiple unmanned helicopters

WANG Zheng<sup>1</sup>, HE Yu-qing<sup>2</sup>, HAN Jian-da<sup>2</sup>

(1. Graduate school of Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

2. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China)

**Abstract:** Based on the concept of relative dynamics and leader-follower formation strategy, a new formation control algorithm is developed to partially solve the formation problem. Firstly, the relative dynamics is derived by combining the 6-DOF rigid body relative dynamics with the individual unmanned helicopter dynamics. Secondly, with the cascade control structure which includes inner and outer loops, a tracking controller is designed by using the techniques of approximate feedback linearization and the extended high gain observer. Finally, simulations of the proposed method with two unmanned helicopter systems are conducted to test the desired tracking performance and feasible disturbance rejection.

**Key words:** unmanned helicopter; formation control; relative dynamics

### 1 引言(Introduction)

无人直升机系统(也可称为旋翼飞行机器人系统)因具有在三维空间机动飞行的能力, 近年来关于多无人直升机编队控制方法的研究也呈现日益增多的趋势. 目前已有研究方法都采用主从(L-F)式编队控制结构<sup>[1]</sup>和分布式跟踪控制的方法<sup>[2]</sup>. 这种方法控制器设计简单, 仅需要规划队伍中每个个体的期望状态(运动轨迹), 进而每个个体利用自带底层控制器跟踪规划出的期望状态. 但是该方法将规划与跟踪隔离开来, 使得每个Follower难以达到期望跟踪精度; U.C. Berkeley Aerobot Team研究小组通过编队飞行试验论证了编队Mesh稳定性问题, 并且发现由于不同的无人直升机具有不同动力学特点, 使得队形保持的动态效果难以满足要求<sup>[3]</sup>.

近年来随着相对导航技术的发展, 相对运动学、相对动力学等概念被引入到多机器人高精度编队控制中. 其中, 相对运动学编队控制方法在很多

地面机器人机系统中得到了应用, 如文献[4]. 而相对动力学主要应用在多小卫星编队中<sup>[5]</sup>, 这也是由小卫星所处的特殊环境决定的. 本文尝试将相对动力学建模的概念引入到多无人直升机编队中, 以实现其高精度编队控制. 本文的主要贡献: 1) 提出无人直升机相对动力学建模方法; 2) 利用相对动力学模型设计编队控制器.

### 2 问题描述(Problems statement)

一对相对运动的无人直升机称为主机(leader)和从机(follower). 直升机的机体坐标系和地面坐标系 $oxyz$ 之间的关系如图1所示. 文中, 下标用来区分主从无人直升机, 上标用来描述向量所在的坐标系. 当向量处在地面坐标系时, 可以省略上标. 例如,  $p_1$ 表示主无人直升机在地面坐标系 $oxyz$ 中的位置,  $p_1^f$ 表示主机在从机坐标系 $x_f y_f z_f$ 中的位置. 其中,  $p_1^f, p_1 \in \mathbb{R}^3$ 表示运动空间的三维位置向量.

相对动力学模型则是描述两个直升机(L-F)执行机构动作与其相对状态之间的动态关系, 可用如下状态空间方程表示:

$$\dot{x}_1^f = f(x_1^f, u_1^f, u_1^l). \quad (1)$$

其中:  $x_1^f$ 表示L-F相对状态,  $u_1^f$ 表示F的控制输入,  $u_1^l$ 表示L的控制输入.

本文假设: F无法完全获得L的动力学特性以及相应的控制输入 $u_1^l$ . 即在动力学方程(1)中, 只考虑F直升机的控制输入 $u_1^f$ 作为系统受控输入量,  $u_1^l$ 作为外部扰动. 同时, L直升机的动力学模型简化为空间6自由度刚体模型(见3节方程(5)).

多无人直升机的编队问题可转化为: 1) 建立能够确立编队队形的 $p$ 个L-F对, 针对每个L-F对建立相对动力学模型; 2) 设计 $p$ 个相应的控制律 $u_{fi}^f = \kappa_i(x_{fi}^f)$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ )将编队中 $p$ 个相对动力学方程所确定的广义系统的状态调节到期望值.

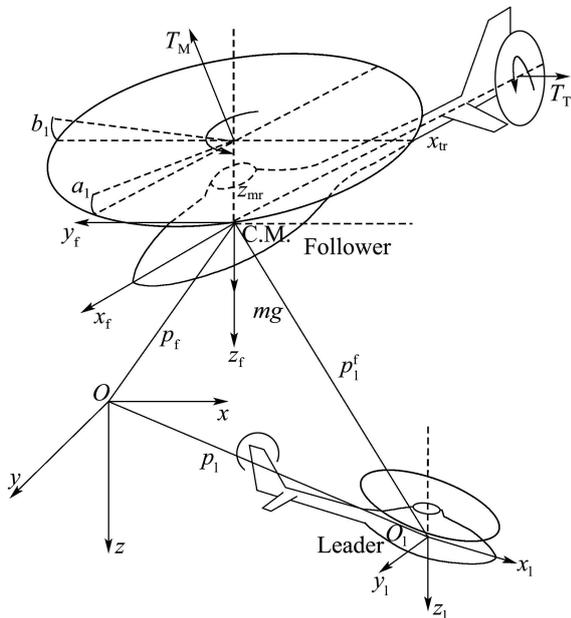


图 1 主从无人直升机相对运动坐标系

Fig. 1 Coordinates of leader-following unmanned helicopters

**注 1** 这种多个L-F对编队飞行策略可以通过如下方式实现<sup>[6]</sup>: 设定编队中某个(或者几个)直升机为Leader, 这些Leader精确知道自己的期望轨迹, 即绝对信息, 而其他无人直升机通过相对动力学模型设计控制器跟踪各自的Leader, 形成局部的编队, 整个编队队形可通过这些L-F对的几何关系最终实现. 而如何选择Leader以及各个L-F对可参考文献[6]. 与所有主从结构编队控制类似, 这种L-F结构的多无人直升机编队控制同样面临链式稳定、扰动传播等共性问题. 关于此类共性问题的分析可参考文献[2].

### 3 无人直升机相对动力学(Relative dynamics of unmanned helicopters)

无人直升机动力学模型是本质上强非线性、不稳定、高度耦合、非最小相位、带有时变不确定因素的多输入多输出系统. 在忽略机身弹性震动、地面效应、气流影响等因素情况下, 无人直升机动力学可近似认为由: 刚体动力学、力/力矩合成、简化空气动力学3个基本部分组成<sup>[7]</sup>. 简化空气动力学反映了主旋翼总距角 $\theta_m$ 和尾旋翼总距角 $\theta_t$ 与主旋翼推进力 $T_m$ 尾旋翼推进力 $T_t$ 之间关系; 力/力矩合成部分反映了主、尾旋翼推进力 $T_m, T_t$ 及横向纵向周期变距 $a_1, b_1$ 与作用在机身坐标系6维力和力矩 $f_i^i, \tau_i^i$ 关系; 刚体动力学反映了6自由度刚体在力和力矩作用下, 位置、速度、姿态和角速度的变化规律, 直升机动力学的组成可用图2表达. 力/力矩合成部分和简化空气动力学部分可简化为<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} f_i^i = [0 \ 0 \ -1]^T u_4 + \varepsilon(u_1, u_2, u_3), \\ \tau_i^i = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T. \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$\varepsilon(u_1, u_2, u_3) = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_2 & 0 \\ \varepsilon_1 & 0 & -\varepsilon_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 - \varepsilon_4(u_4) \end{bmatrix},$$

$$u_1 = -z_{mr} T_m b_1, \varepsilon_1 = -1/z_{mr},$$

$$u_2 = -z_{mr} T_m a_1, \varepsilon_2 = -1/z_{mr},$$

$$u_3 = (k_0 + k_T T_m^{1.5} + x_{tr} T_t), \varepsilon_3 = -1/x_{tr},$$

$$u_4 = T_m, \varepsilon_4(T_m) = k_0 + k_T T_m^{1.5}.$$

主旋翼推进力 $T_m$ 主要用于克服重力, 尾旋翼推进力 $T_t$ 用来抵消主旋翼旋转所产生的反扭矩. 直升机通过改变主旋翼周期变距角 $a_1, b_1$ 使得主旋翼推进力在横向和纵向获得分量, 从而实现横向和纵向移动.  $z_{mr}$ 表示主旋翼旋转中心与质心距离在机身 $z$ 轴上的力臂,  $x_{tr}$ 表示尾旋翼旋转中心与质心距离在 $x$ 轴上的力臂, 其几何尺寸如图1标注.  $k_0, k_T$ 为简化空气动力学系数, 反映了主旋翼推进力与其所产生的反扭矩之间关系.

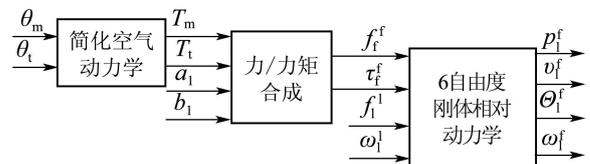


图 2 无人直升机相对动力学组成

Fig. 2 Structure of unmanned helicopters' relative dynamics

相对动力学建模方法与单体无人直升机动力学类似, 主要由6自由度刚体动力学、力/力矩合成及简化空气动力学部分3部分组成, 动力学组成如图2所

示. 相对动力学与单体动力学相比, 除将6自由度刚体单体动力学改为相对动力学外, 还增加作用在Leader机身的未知输入 $f_1^l$ 和 $\tau_1^l$ .

根据机器人学中齐次坐标变换(图1), L-F有如下位姿关系:

$$\begin{cases} p_1^f = R_f^T(p_l - p_f), \\ R_1^f = R_f^T R_l. \end{cases} \quad (3)$$

$p_1^f$ 表示L相对于F的位置,  $R_1^f$ 表示L坐标系 $x_l y_l z_l$ 与F坐标系 $x_f y_f z_f$ 之间旋转矩阵. 分别将式(3)两边微分, 得到相对速度关系

$$\begin{cases} \dot{p}_1^f = R_f^T v_l - R_f^T v_f - \Omega(\omega_f^f) p_1^f, \\ \dot{\Theta}_1^f = \psi_1 \omega_1^l - \psi_2 \omega_f^f. \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\omega_i^i$ 表示机身坐标系中角速度三维向量,  $\omega_i^i$ 的函数 $\Omega(\omega_i^i)$ 为 $3 \times 3$ 矩阵, 表示向量积运算关系 $\omega_i^i \times u = \Omega(\omega_i^i)u$ , 其中 $i = l$  or  $f$ ;  $\Theta_1^f$ 表示L相对于F的姿态.  $R_f^T v_l$ 和 $R_f^T v_f$ 表示L-F线速度变化引起的相对速度变化分量;  $\Omega(\omega_f^f) p_1^f$ 表示由旋转引起的相对速度变化分量;  $\psi_1 \omega_1^l$ 和 $\psi_2 \omega_f^f$ 表示由L-F角速度引起的相对转动分量;  $\psi_1$ 和 $\psi_2$ 由姿态运动学 $\dot{R}_i = R_i \Omega(\omega_i^i)$ 得到, 用欧拉角表示为:

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} 1 & s\varphi_1^f s\theta_1^f/c\theta_1^f & s\theta_1^f c\theta_1^f/c\varphi_1^f \\ 0 & c\varphi_1^f & -s\varphi_1^f \\ 0 & s\varphi_1^f/c\theta_1^f & c\varphi_1^f/c\theta_1^f \end{bmatrix},$$

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} c\phi_1^f/c\theta_1^f & s\phi_1^f/c\theta_1^f & 0 \\ -s\phi_1^f & c\phi_1^f & 0 \\ s\theta_1^f c\phi_1^f/c\theta_1^f & s\theta_1^f s\phi_1^f/c\theta_1^f & 1 \end{bmatrix}.$$

将(4)中第1式再次微分与(4)中第2式合并, 根据牛顿-欧拉方程得到包含相对平动动力学和相对转动运动学的相对动力学模型

$$\begin{cases} \ddot{p}_1^f = R_f^T f_1^l/m_l - f_f^f/m_f - \Omega^2(\omega_f^f) p_1^f - \Omega(\dot{\omega}_f^f) p_1^f - 2\Omega(\omega_f^f) \dot{p}_1^f, \\ \dot{\Theta}_1^f = \psi_1 \dot{\omega}_1^l - \psi_2 \dot{\omega}_f^f, \\ \dot{\omega}_f^f = (J_f^f)^{-1} (\tau_f^f - \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f). \end{cases} \quad (5)$$

$R_f^T f_1^l/m_l$ 和 $f_f^f/m_f$ 分别表示由L-F线加速度引起的牵连加速度分量;  $\Omega^2(\omega_f^f) p_1^f$ 和 $\Omega(\dot{\omega}_f^f) p_1^f$ 分别表示由L-F坐标系转动引起离心加速度的法向分量和切向分量;  $\Omega(\omega_f^f) \dot{p}_1^f$ 表示由于科式加速度分量;  $m_i$ 和 $J_i^i$ 分别表示质量和转动惯量;  $f_i^i$ 和 $\tau_i^i$ 分别表示作用在机身坐标系中的合外力和力矩.

将6自由度刚体相对动力学(5)与单体无人直升机动力学(2)结合即得到完整无人直升机相对动力学模型. 其中, Follower力/力矩合成和简化空气动力学部分依然表达为

$$\begin{cases} f_f^f = [0 \ 0 \ -1]^T u_4 + \varepsilon(u_1, u_2, u_3), \\ \tau_f^f = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T, \end{cases} \quad (6)$$

方程(5)(6)为L-F无人直升机相对动力学模型. 方程组将3个相对量和1个绝对量 $x = [p_1^f \ v_1^f \ \Theta_1^f \ \omega_f^f]^T$ 作为状态量; F的4个控制输入 $u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ 为系统输入; L的6个输入量 $w = [f_1^l/m_l \ \omega_1^l]^T$ 作为未知扰动. 写成更一般的多输入多输出非线性方程形式

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)w + g_2(x)u, \quad (7)$$

其中:

$$f(x) = \begin{bmatrix} v_1^f \\ -\Omega^2(\omega_f^f) p_1^f - \Omega(p_1^f) (J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f - 2\Omega(\omega_f^f) v_1^f \\ -\psi_2 \omega_f^f \\ -(J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f \end{bmatrix},$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R_1^f/m_l & 0 \\ 0 & \psi_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{3 \times 3}/m_f \Omega(p_1^f) (J_f^f)^{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & (J_f^f)^{-1} \end{bmatrix}.$$

#### 4 编队控制(Formation control)

本文采取阶梯式设计具有内环和外环设计形式的控制器, 内环调节相对姿态, 外环调节相对位置, 控制器结构如图3所示.

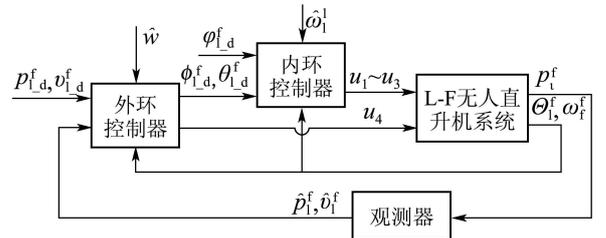


图3 跟踪控制器结构

Fig. 3 Structure of tracking control

该方法以牺牲相对姿态中除航向角外的其余两姿态角 $\varphi_1^f$ 和 $\theta_1^f$ 的动态性能为代价, 动态补偿欠驱动引起的不稳定内动态. 将姿态角微分量 $\dot{\varphi}_1^f$ 和 $\dot{\theta}_1^f$ 作为外环控制器的两个输入量, 得到 $\varphi_1^f$ 和 $\theta_1^f$ 作为内环控制的参考轨迹. 这样, 系统在未达到稳态前动态过程中, 通过控制 $\dot{\varphi}_1^f$ ,  $\dot{\theta}_1^f$ 和 $u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ 输入使系统所有状态平稳过渡到平衡状态.

相对动力学模型(7)中相对姿态求解2阶导数

$$\ddot{\Theta}_1^f = -\dot{\psi}_2 \omega_f^f + \psi_2 (J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f - \psi_2 (J_f^f)^{-1} u_i,$$

利用输入输出反馈线性化方法, 内环系统存在控制律

$$u_i = -J_f^f \psi_2^{-1} [(K_1 e_\theta + K_2 \dot{e}_\theta) + \dot{\psi}_2 \omega_f^f - \psi_2 (J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f], \quad (8)$$

使得内环系统达到稳定状态. 其中跟踪误差

$$e_\theta = \Theta_{L,d}^f - \Theta_1^f, \dot{e}_\theta = \dot{\Theta}_{L,d}^f - \dot{\Theta}_1^f,$$

$\Theta_{L,d}^f$  和  $\dot{\Theta}_{L,d}^f$  作为内环系统参考输入轨迹.  $K_1$  和  $K_2$  为控制器参数矩阵, 通过调节获得不同的动态性能.

相对动力学(7)平动部分(外环模型)不具有标准仿射非线性结构, 并且系统只有一个输入量. 因此, 将  $\dot{\varphi}_1^f$ ,  $\dot{\theta}_1^f$  和  $\dot{u}_4$  作为系统新输入, 即  $u_o = [\dot{\varphi}_1^f \ \dot{\theta}_1^f \ \dot{u}_4]^T$ , 将系统动态的扩展3阶, 表达成仿射非线性形式,  $\omega_f^f$ ,  $\tau_f^f$  和  $\phi_1^f$  作为系统时变参数. 无人直升机正常飞行时有  $f_1^f \neq [0 \ 0 \ 0]^T$ , 则(7)中  $R_1^f$  始终对系统产生作用, 即  $\dot{\varphi}_1^f$  和  $\dot{\theta}_1^f$  可作为非零输入. 若用在线估计值  $\hat{w}$  代替真值  $f_1^f/m_1$ , 存在估计误差  $R_1^f(f_1^f/m_1 - \hat{w})$ . 另外, 在无人直升机处在悬停或低速平稳运动情况下, 耦合部分  $\varepsilon(u_1, u_2, u_3)$  可忽略, 线性化时可以作为系统状态的高阶项处理<sup>[8]</sup>. 这里, 将耦合项  $\varepsilon(u_1, u_2, u_3)$  与估计误差  $R_1^f(f_1^f/m_1 - \hat{w})$  都作为系统外来扰动处理, 则外环系统可表达为新形式:

$$\begin{cases} \ddot{p}_1^f = -\Omega^2(\omega_f^f) p_1^f - \Omega(p_1^f) (J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f - \\ \quad 2\Omega(\omega_f^f) \dot{p}_1^f + \Omega(p_1^f) (J_f^f)^{-1} \tau_f^f + \\ \quad R_1^f \hat{w} + \frac{1}{m_f} (0, 0, 1)^T u_4 + \delta, \\ \dot{\varphi}_1^f = u_{o1}, \\ \dot{\theta}_1^f = u_{o2}, \\ \dot{u}_4 = u_{o3}. \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $u_o = [u_{o1} \ u_{o2} \ u_{o3}]^T$  作为系统新的动态扩展输入.  $\delta = R_1^f(f_1^f/m_1 - \hat{w}) + \varepsilon(u_1, u_2, u_3)$  作为系统扰动. 同样应用线性控制器设计方法, 存在控制律

$$u_o = \alpha^{-1}(x_o, \eta) [K_3(p_{L,d}^f - p_1^f) + K_4(\dot{p}_{L,d}^f - \dot{p}_1^f) + K_5(\ddot{p}_{L,d}^f - \ddot{p}_1^f) - \beta(x_o, \eta)], \quad (10)$$

外环系统状态  $x_o = [p_1^f \ \dot{p}_1^f]^T$ , 外环系统时变参数  $\eta = [\phi_1^f \ \tau_f^f \ \omega_f^f]^T$ , 并且

$$\begin{aligned} \beta(x_o, \eta) &= -\Omega^2(\omega_f^f) p_1^f + \Omega[(J_f^f)^{-1} \Omega(\omega_f^f) J_f^f \omega_f^f] \dot{p}_1^f - \\ &\quad 2\Omega(\omega_f^f) \dot{p}_1^f - \Omega[(J_f^f)^{-1} \tau_f^f] p_1^f, \\ \alpha(x_o, \eta) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial R_1^f}{\partial \varphi_1^f} \hat{w} & \frac{\partial R_1^f}{\partial \theta_1^f} \hat{w} & 0 \\ \frac{1}{m_f} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$K_3$ ,  $K_4$  和  $K_5$  为控制器参数矩阵. 最后, 将外环控制系统  $\dot{\varphi}_1^f$  和  $\dot{\theta}_1^f$  的积分量作为内环参考输入  $\varphi_{L,d}^f$  和  $\theta_{L,d}^f$ , 从而将外环与内环连接起来构成如图3所示控制结构.

对于系统中其他受扰状态, 利用扩展高增益观测方法, 可采取如下观测模型得到

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}}_1^f = \hat{v}_1^f + H_1(\varepsilon)(p_1^f - \hat{p}_1^f), \\ \dot{\hat{v}}_1^f = \hat{z}_1^f + H_2(\varepsilon)(p_1^f - \hat{p}_1^f), \\ \dot{\hat{z}}_1^f = \hat{\sigma} + \hat{\beta}(\hat{x}_o, \eta) + \hat{\alpha}(\hat{x}_o, \eta) u_o + \\ \quad H_3(\varepsilon)(p_1^f - \hat{p}_1^f), \\ \dot{\hat{\sigma}} = H_4(\varepsilon)(p_1^f - \hat{p}_1^f). \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\hat{p}_1^f$  和  $\hat{v}_1^f$  分别表示估计受扰相对位置和相对速度,  $\hat{z}_1^f$  表示  $\hat{v}_1^f$  的微分. 高增益系数矩阵可选择

$$H_i(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \alpha_i/\varepsilon^i & & \\ & \alpha_i/\varepsilon^i & \\ & & \alpha_i/\varepsilon^i \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 4.$$

其中  $\alpha_i$  选择使得多项式

$$s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4$$

为 Hurwitz 多项式. 常数  $\varepsilon > 0$  为观测增益系数.  $\hat{\alpha}(\cdot)$  和  $\hat{\beta}(\cdot)$  由系统模型经反馈线性化得到, 其中每个元素均为连续可微有上下确界函数, 这里假设系统无模型不确定性, 即  $\hat{\alpha}(\cdot) = \alpha(\cdot)$ ,  $\hat{\beta}(\cdot) = \beta(\cdot)$ .  $\hat{\sigma}$  为受扰输入的扩展观测量. 观测系统(11)渐进入稳态过程中, 系统高阶项  $H_i(\varepsilon)(p_1^f - \hat{p}_1^f)$  可忽略. 这样观测方程与线性化系统(9)具有相同结构, 同样有控制律

$$u_o = \hat{\alpha}^{-1}(\hat{x}_o, \eta) [\kappa(\hat{x}_o) - \hat{\sigma} - \hat{\beta}(\hat{x}_o, \eta)], \quad (12)$$

其中  $\kappa(\hat{x}_o)$  参考外环控制律(10)设计方法, 可采用线性控制律

$$\begin{aligned} \kappa(\hat{x}_o) &= K_3(p_{L,d}^f - \hat{p}_1^f) + K_4(\dot{p}_{L,d}^f - \dot{\hat{v}}_1^f) + \\ &\quad K_5(\ddot{p}_{L,d}^f - \ddot{\hat{z}}_1^f), \end{aligned} \quad (13)$$

使得具有观测器的外环系统稳定跟踪期望轨迹. 为防止观测器的瞬时高增益过大, 为输入限制饱和值, 重新选择控制输入.

$$u_o = \text{sat}\{\hat{\alpha}^{-1}(\hat{x}_o, \eta) [\kappa(\hat{x}_o) - \hat{\sigma} - \hat{\beta}(\hat{x}_o, \eta)]\}. \quad (14)$$

定义:  $\text{sat}(\cdot)$  为标准饱和限制函, 表达为

$$\text{sat}(x) = \min\{1, M\} \text{sgn } x,$$

式中:  $M$  为常数,  $\pm M$  表示设计控制器时所选取的输入上下界限饱和值. 关于具有高增益观测器的可反馈线性化系统控制稳定性证明可参考文献[9].

## 5 仿真实验(Simulation)

假设, 一对 L-F 无人直升机初始相对位置  $p_{i0}^f = (5, 5, 5)^T$  和初始相对姿态  $\Theta_{i0}^f = (0, 0, 0.1)^T$ . 期望相对位置  $p_{L,d}^f = (2, 2, 2)^T$ , 相对姿态  $\Theta_{L,d}^f = (0, 0, 0)^T$ . 控制器和观测器参数选择为  $K_1 = 5 \times I^{3 \times 3}$ ,  $K_2 = 10 \times I^{3 \times 3}$ ,  $K_3 = I^{3 \times 3}$ ,  $K_4 = 2 \times I^{3 \times 3}$ ,  $K_5 = 2 \times I^{3 \times 3}$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $M = 10^3$ ,  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_2 = 6$ ,  $\alpha_3 = 4$ ,  $\alpha_4 = 1$ ,  $I$  表示单位矩阵.

整个仿真过程分为两个阶段, 前 10 s L 处于悬停状态, F 由初始状态运动到期望相对状态, 设观测

和估计量  $f_1^1/m_f = \hat{w} = (0, 0, -9.8)^T$ ,  $\omega_1^1 = \hat{\omega}_1^1 = (0, 0, 0)^T$ .

10 s时刻, L突然加速运动, 外力改变为  $f_1^1/m_f = (1, 1, -9.8)^T$ , 此刻由于估计不准确, 估计值仍然为  $\hat{w} = (0, 0, -9.8)^T$ , 给系统带来扰动. 应用文中方法仿真, L-F的运动轨迹如图4所示, 黑色实线表示L运动轨迹, 红、蓝实线分别表示F前10 s和后10 s的运动轨迹. 相对位置和相对速度变化如图5所示. 结果表明: 前10 s F能够渐进跟踪期望相对位置并达到稳定状态, 后10 s F依然能够与突然加速运动的L保持期望相对位置.

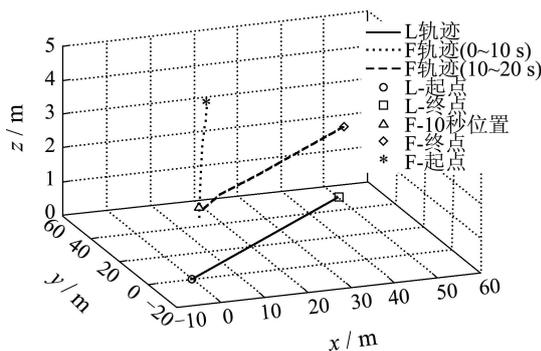


图4 L-F运动轨迹

Fig. 4 Leader and follower's trajectories

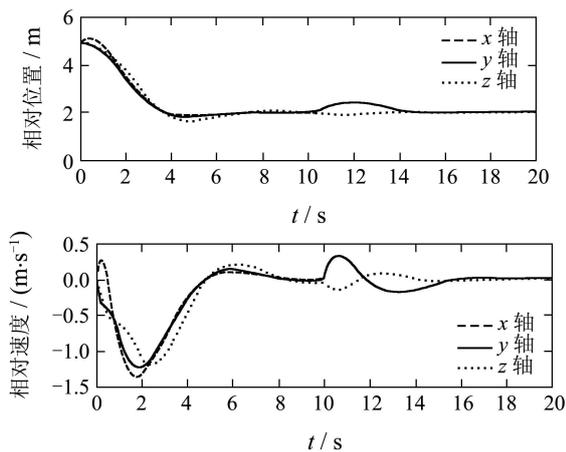


图5 相对位置和相对速度

Fig. 5 Relative positions and relative velocities

## 6 结论(Conclusion)

本文提出一种基于相对动力学模型的编队控制方法. 模型主要反映了主从无人直升机相对运动状态与直升机控制输入的动态关系, 其突出特点是直接在从机身坐标系中表达主机的动力学. 基于这种

相对动力学模型设计了一种具有高增益观测器和内外环结构的阶梯式控制器. 将两个通常不需要控制的相对姿态角作为外环控制输入和内环参考输入. 编队控制方法能够跟踪期望轨迹并具有一定扰动抑制能力.

## 参考文献(References):

- [1] CHEN XP, SERRANI A, OZBAY H. Control of leader-follower formations of terrestrial UAVs[C] // *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Maui, HI: IEEE, 2003: 498 – 503.
- [2] SHAW E, HEDRICK J K. Controller design for string stable heterogeneous vehicle strings[C] // *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, LA: IEEE, 2007: 6157 – 6164.
- [3] SHAW E, CHUNG H, HEDRICK JK, et al. Unmanned helicopter formation flight experiment for the study of mesh stability[M] // *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Berlin/Heidelberg: Springer, 2007, 588: 37 – 56.
- [4] VIDAL R, SHAKERNIA O, SASTRY S. Distributed formation control with omnidirectional vision-based motion segmentation and visual servoing[J]. *Robotics and Automation Magazine*, 2004, 11(4): 14 – 20.
- [5] WONG H, KAPILA V, SPARKS A G. Adaptive output feedback tracking control of spacecraft formation[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12(2): 117 – 139.
- [6] HE Y Q, HAN J D. Decentralized receding horizon control for multiple unmanned helicopters considering dynamics model[C] // *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*. Shanghai: IEEE, 2009: 8351 – 8356.
- [7] BEJAR M, OLLERO A, CUESTA F. Modeling and control of autonomous helicopters[M] // *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin/Heidelberg: Springer, 2007, 353: 1 – 29.
- [8] KOO TJ, SASTRY S. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization[C] // *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa, FL: IEEE, 1998: 3635 – 3640.
- [9] FREIDOVICH L B, KHALIL H K. Robust feedback linearization using extended high-gain observers[C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 2006: 983 – 988.

## 作者简介:

王争 (1982—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为多机器人系统、编队控制方法, E-mail: wzheng@sia.cn;

何玉庆 (1980—), 男, 博士, 副研究员, 主要研究方向为非线性控制、预测控制等及其在机电系统中的应用、多机器人系统, E-mail: heyuqing@sia.cn;

韩建达 (1968—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为面向机电系统的鲁棒控制、自主控制/规划、智能发育/控制方法、多机器人系统, E-mail: jdhan@sia.cn.