

具有不稳定初始状态的连续时间系统辨识

靳其兵, 梁 柱, 权 玲

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 针对传统辨识方法不适用于具有不稳定初始状态的连续时间系统的问题, 提出一种全新的状态估计辨识法. 首先, 用状态空间模型中状态变量的初始值表征系统初始状态, 并将状态变量的初始值看作待辨识参数的一部分. 然后, 用粒子群优化算法获得所有参数的最优估计. 该方法在测试开始前不需要任何过程数据, 对测试信号无任何要求, 可直接用于闭环辨识. 仿真实验证明该算法是有效的.

关键词: 不稳定初始状态; 连续时间系统; 状态估计辨识法; 粒子群优化

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Identification of continuous-time systems with unsteady initial conditions

JIN Qi-bing, LIANG Zhu, QUAN Ling

(School of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: A new state estimation identification method is proposed for the identification of the continuous-time systems with non-zero unsteady initial conditions, to which the traditional identification methods cannot be applied. Initial values of state variables representing the initial conditions of the systems are considered a part of the parameters to be estimated. The particle swarm optimization is then used to obtain the optimal estimations of all parameters. This method needs no process data before the test starts and has no requirement for the test signal. Moreover, it can be applied to closed-loop identification directly. Its effectiveness is demonstrated through simulations.

Key words: unsteady initial conditions; continuous-time systems; state estimation identification method; particle swarm optimization

1 引言(Introduction)

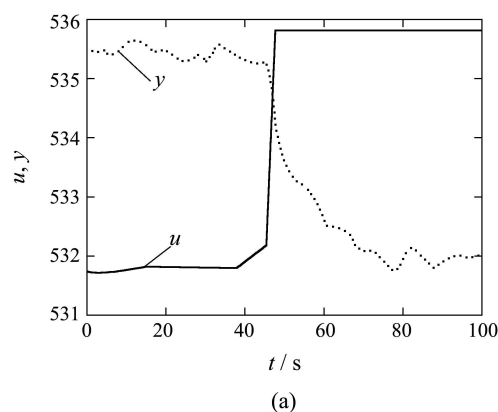
在过程测试中, 系统的初始状态是指测试开始之前, 系统的输入输出测量值. 近年来连续系统的阶跃响应辨识法^[1~3]发展迅速, 但他们都是在系统初始状态为零的假设下推导出的. 对于具有非零初始状态的系统, 文[4]提出用偏差量代替输入输出实际测量值的方法, 但在工业过程中, 系统稳态初始值通常是无法精确得到的, 原因有两点:

1) 噪声的影响, 如图1(a)(b), 在阶跃测试前, 输出已达稳态, 但噪声的干扰很强;

2) 系统初始状态不稳定, 如图1(c)(d), 阶跃测试开始时, 输出还没有到达稳态. 因此, 传统辨识方法不适用于初始状态不稳定的连续时间系统.

另一方面, 连续时间系统的辨识需要对假设模型进行计算机仿真. 在用经典的四阶龙哥库塔法时, 一

般假定状态量的初值为 $x_i(0) = 0, i = 1, \dots, n$, 而对于初始状态不稳定的待辨识系统, 很显然这个假定是错误的. 以往的辨识方法往往忽略了这一问题, 导致在工业现场无法得到很好的辨识效果.



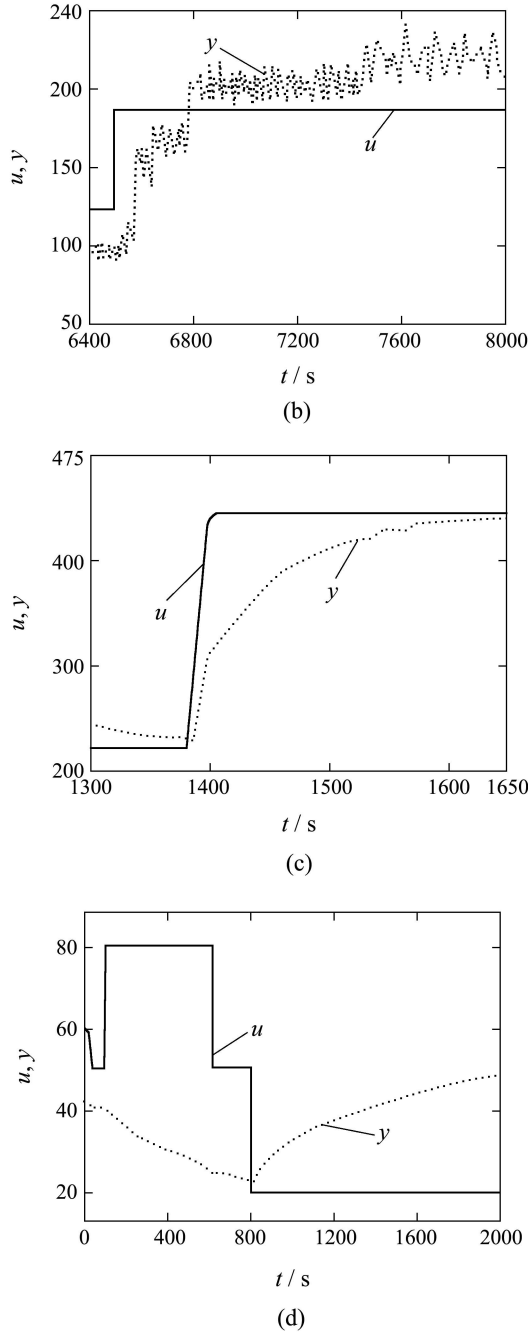


图1 不同工业过程的阶跃响应

Fig. 1 Step responses of different processes

本文将对具有不稳定初始状态的系统提出一种全新的状态估计辨识方法, 这种方法的基本思想是估计系统初始输入输出测量值, 首先利用数学分析和状态空间理论, 将问题转化为对系统状态变量的初始值的估计, 然后用数值最优化方法辨识参数.

这种算法的优点是:

1) 对于待辨识系统的测试信号没有任何要求, 对开环系统, 可以采用常用的阶跃信号和脉冲信号^[5], 对闭环系统则无需外加信号或改变设定值;

2) 在系统的初始输入输出测量值非零且状态不稳定的情况下, 依然可以得到参数的精确估计.

2 算法分析(Algorithm analysis)

2.1 系统初始状态理论(Theory of initial conditions of systems)

本节将证明系统响应的前 \$n\$ 个输出值能够完全描述所有初始状态 \$y[(k+i)T], u[(k+i)T], i = -1, -2, \dots\$ 对系统响应的影响. 由数学分析的基本知识, 当 \$T\$ 很小时, 有微分方程到差分方程的近似转换公式:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt}|_{t=kT} = \frac{1}{T} \{y[(k+1)T] - y(kT)\}, \\ \frac{d^2y(t)}{dt^2}|_{t=kT} = \frac{1}{T^2} \{y[(k+2)T] - 2y[(k+1)T] + y(kT)\}, \\ \vdots \\ \frac{d^ny(t)}{dt^n}|_{t=kT} = \frac{1}{T^n} \{y[(k+n)T] + \alpha_{n-1}y[(k+n-1)T] + \dots + \alpha_1y[(k+1)T] + y(kT)\}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 \$\alpha_i, i = 1, \dots, n-1\$ 是常数, 易得如下定理.

定理 1 函数 \$y = y(t)\$ 连续可导, 若采样间隔足够小, 微分 \$y^{(n)}, \dots, y^{(1)}\$ 的线性组合可近似化为差分项 \$y[(k+n)T], \dots, y(kT)\$ 的线性组合.

对一个 \$n\$ 阶线性系统, 传递函数为

$$g(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_n s^{n-1} + b_{n-1} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (2)$$

其中: 允许 \$b_n = 0\$, 包括 \$m < n\$ 即系统严真和 \$m = n\$ 即系统真两种情形. 其对应的微分方程描述:

$$\begin{aligned} y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y &= \\ b_nu^{(n)} + b_{n-1}u^{(n-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u. \end{aligned}$$

由定理 1, 可得系统的差分方程描述:

$$\begin{aligned} y[(k+n)T] + \sum_{i=0}^{n-1} c_i y[(k+i)T] &= \\ \sum_{i=0}^n d_i u[(k+i)T], \end{aligned} \quad (3)$$

其中 \$c, d\$ 为常数. 在 \$t_0 = kT\$ 时刻对该系统加入测试信号(本文以阶跃信号为例), 且测试开始后系统输入 \$u[(k+i)T], i = 0, 1, \dots\$ 已知. 上式整理可得

$$\begin{aligned} y[k+n)T] &= \\ \sum_{i=0}^n d_i u[(k+i)T] - \sum_{i=0}^{n-1} c_i y[(k+i)T], \end{aligned}$$

同理, 有

$$\begin{cases} y[k+n-1]T = \\ \sum_{i=0}^n d_i u[(k-1+i)T] - \sum_{i=0}^{n-1} c_i y[(k-1+i)T], \\ \vdots \\ y(kT) = \\ \sum_{i=0}^n d_i u[(k-n+i)T] - \sum_{i=0}^{n-1} c_i y[(k-n+i)T]. \end{cases} \quad (4)$$

从式(4)可以看出, 只要知道系统初始状态 $y[(k+i)T]$, $u[(k+i)T]$, $i = -1, \dots, -n$, 就可以求出 $y(kT)$, 进而通过一系列迭代运算得到所有后续时刻的系统输出值 $y[(k+i)T]$, $i = 1, 2, \dots$. 因此, 有结论1): 对 n 阶系统, 只有 n 个时刻的初始状态会对系统的响应产生影响, 而且这 n 个时刻是从测试起点往前推最近的 n 个时刻.

从上述等式还可看出, 测试开始后, 只有前 n 个输出值 $y[(k+i)T]$, $i = 0, \dots, n-1$ 含有系统初始状态 $y[(k+i)T]$, $u[(k+i)T]$, $i = -1, \dots, -n$ 中的一项或多项; 而 $y[(k+i)T]$, $i \geq n$ 中, 则不显含初始状态项. 因此, 有结论2): 对 n 阶系统, 系统初始状态只对系统响应的前 n 个输出值产生直接影响, 只要知道这 n 个输出值, 就不用再考虑系统的初始状态了.

2.2 状态估计辨识理论(State estimation identification theory)

由结论1) 2)可知, 为了避免不稳定的初始状态对系统辨识的影响, 最有效的解决办法是估计出系统的前 n 个输出值. 然而, 在对连续时间系统进行计算机仿真时, 以四阶龙哥库塔法为例, 我们需要知道的是状态变量的初值 $x_i(0)$, $i = 1, \dots, n$, 而不是系统输出值. 因此, 有必要找到系统前 n 个输出值与状态变量的关系.

将状态变量组取为形如下式的输出 y 和输入 u 及其各阶导数的一个线性组合:

$$\begin{cases} x_1 = y - \beta_0 u, \\ x_2 = y^{(1)} - \beta_0 u^{(1)} - \beta_1 u, \\ \vdots \\ x_n = y^{(n-1)} - \beta_0 u^{(n-1)} - \beta_1 u^{(n-2)} - \dots - \beta_{n-2} u^{(1)} - \beta_{n-1} u. \end{cases} \quad (5)$$

由定理1, 设 $t = kT$ 时刻为测试起点, 可得

$$\begin{cases} x_1(kT) = y(kT) - \beta_0 u(kT), \\ x_2(kT) = \sum_{i=0}^1 \{p_{2,i} y[(k+i)T] + q_{2,i} u[(k+i)T]\}, \\ \vdots \\ x_n(kT) = \sum_{i=0}^{n-1} \{p_{n,i} y[(k+i)T] + q_{n,i} u[(k+i)T]\}, \end{cases} \quad (6)$$

其中: p, q 都为常数. 在已知系统输入 $u[(k+i)T]$, $i = 0, 1, \dots$ 的前提下, 如果已知状态量 $x_i(kT)$, $i = 1, \dots, n$, 就可由式(6)求出 $y(kT)$, 再将状态量与 $y(kT)$ 一同代入第2个式子, 得到 $y[(k+1)T]$, 依次类推, 经过多步迭代运算可得全部 $y[(k+1)T]$, $i = 0, \dots, n-1$ 的值. 因此, 对 $y[(k+1)T]$, $i = 0, \dots, n-1$ 的估计等价于对系统初始状态量 $x_i(kT)$, $i = 1, \dots, n$ 的估计.

综上所述, 在系统的初始状态未知且不可知的情况下, 对状态量 $x_i(kT)$, $i = 1, \dots, n$ 的估计, 就是对系统初始状态的估计.

2.3 一般 n 阶带时滞和零点模型的辨识方法

(Identification method for general n th order plus time delay model with zeros)

考虑如下线性模型

$$g(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_n s^{n-1} + b_{n-1} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\tau s}. \quad (7)$$

其中: 允许 $b_n = 0$, 包括 $m < n$ 即系统严真和 $m = n$ 即系统真两种情形. 根据式(5), 将上式转化成状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} u(t-\tau), \\ y = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \mathbf{x}(t) + \beta_0 u(t-\tau). \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= b_n, \\ \beta_1 &= b_{n-1} - a_{n-1} \beta_0, \\ &\vdots \\ \beta_n &= b_0 - a_{n-1} \beta_{n-1} - a_{n-2} \beta_{n-2} - \dots - a_1 \beta_1 - a_0 \beta_0. \end{aligned}$$

用经典龙哥库塔法离散化得到

$$\begin{cases} x_1[(k+1)T] = \\ x_1(kT) + T\{x_2(kT) + \beta_1 u[(t-l)T]\}, \\ \vdots \\ x_{n-1}[(k+1)T] = \\ x_{n-1}(kT) + T\{x_n(kT) + \beta_{n-1} u[(t-l)T]\}, \\ x_n[(k+1)T] = \\ x_n(kT) + \frac{T}{6}(p_1 + 2P_2 + 2P_3 + p_4), \\ p_1 = -a_0 x_1(kT) - \cdots - a_{n-1} x_n(kT) + \\ \beta_n u[(t-l)T], \\ p_2 = -\sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1} x_i(kT) - a_{n-1} [x_n(kT) + \frac{T}{2} p_1] + \\ \beta_n u[(t-l)T], \\ p_3 = -\sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1} x_i(kT) - a_{n-1} [x_n(kT) + \frac{T}{2} p_2] + \\ \beta_n u[(t-l)T], \\ p_4 = -\sum_{i=1}^{n-1} a_{i-1} x_i(kT) - a_{n-1} [x_n(kT) + T p_3] + \\ \beta_n u[(t-l)T], \\ y(kT) = x_1(kT) + b_0 u[(k-l)T]. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $l = \frac{\tau}{T}$, 输入信号 $u(t)$ 为 $t = 0$ 时刻开始的测试信号. 将状态量看作待辨识参数的一部分, 则待辨识的参数向量为

$$\theta = [a_{n-1}, \cdots, a_0, b_n, \cdots, b_0, \tau, x_1(kT), \cdots, x_n(kT)].$$

估计偏差可以用稳态误差平方和来表示

$$J = \sum_{k=0}^s [y(kT) - \hat{y}(kT)]^2, \quad (10)$$

其中: s 为窗口宽度, $\hat{y}(kT)$ 为根据估计模型计算出的输出值, $y(kT)$ 为系统实际测得的输出值.

因此, 问题归结为利用输入输出观测序列 $u(kT)$ 和 $y(kT)$, 极小化式(10)来估计参数的标准优化问题. 所以可采用粒子群优化算法(PSO)^[6]来求式(10)的极值及其对应的模型参数, 搜索空间为 $3n + 2$ 维, 目标函数为式(10).

3 仿真实验(Simulation experiment)

3.1 二阶带时滞和零点模型的开环阶跃响应辨识(Open loop identification of second order plus time delay model with zeros from step response)

为了描述初始状态在过程辨识中的影响, 采用文

献[7]所用的二阶时滞模型进行仿真实验, 其传递函数为 $G(s) = \frac{2s+1}{9s^2+2.4s+1} e^{-6s}$.

图2所示为该系统在3个连续阶跃信号激励下的过程响应. 现利用同一个假设模型分别用这3个阶跃响应的数据进行辨识.

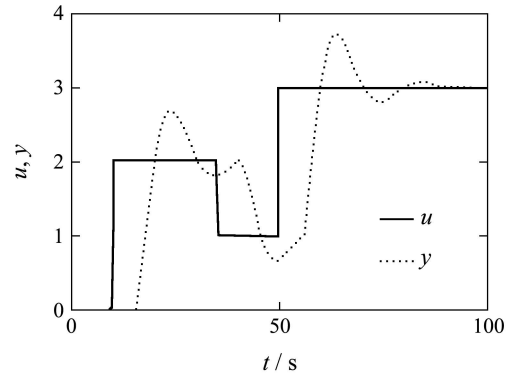
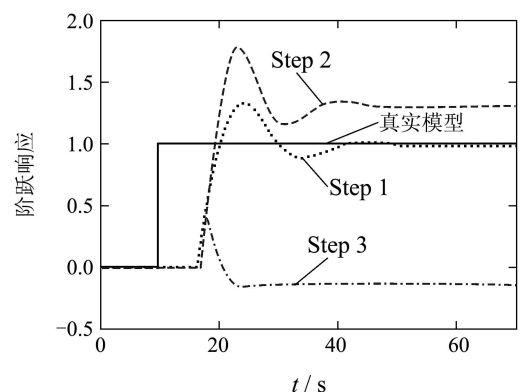


图2 3个连续阶跃测试的过程响应
Fig. 2 Process response of three step testing

采用已有文献中的基于阶跃测试的直接辨识法, 用测量值减去系统初始时刻的稳态值转换为偏差量形式, 若初态不稳定, 就用不稳定的初始值近似稳态初始值. 仿真结果如图3(a)所示, 利用第1个阶跃响应进行辨识, 初始状态为零且稳定, 得到模型的单位阶跃响应(Step 1)与真值逼近. 利用第2个阶跃响应辨识, 系统初始状态非零但接近稳态, 得到模型的单位阶跃响应(Step 2)与真实系统相似但存在较大稳态误差. 利用第3个阶跃响应辨识, 系统初始状态非零且不稳定, 这时辨识得到的模型的单位阶跃响应(Step 3)与真实模型完全不符. 图中所用数据无噪声干扰, 对于受噪声干扰的数据, 系统的初始状态更难确定.

采用本文提出的辨识方法, 直接用测量值, 无需对采样数据进行预处理. 仿真结果如图3(b)所示, 可见用3个阶跃响应分别进行参数辨识, 得到的模型相互差别很小而且都逼近真实模型. 因此, 这种方法完全不受系统初始状态的影响.



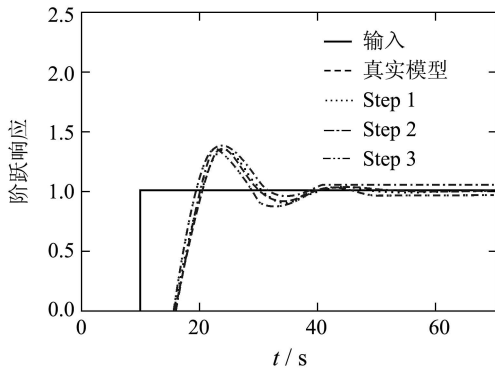


图 3 辨识得到模型的单位阶跃响应

Fig. 3 Step response of the identified model

3.2 二阶带时滞和零点模型的闭环辨识(closed loop identification of second order plus time delay model with zeros)

由于本文提出的辨识方法对测试信号无要求, 只需将开环辨识中的输入信号换成工业过程中可测的闭环控制器输出值, 就可直接进行闭环辨识.

采用文献[8]所用的闭环系统传递函数作为系统真实模型的传递函数

$$G(s) = \frac{s+4}{s^2+s+2} e^{-0.04s}.$$

控制器为PI控制器, 其传递函数为

$$K(s) = 10 + \frac{15}{s}.$$

系统在第1 s时进入闭环运行, 设定值 $r = 1$, 输出受白噪声干扰, 信噪比 $NSR = 10\%$. 图4所示为闭环过程中测得的控制对象的输入值(即控制器输出值), 及其相应的输出响应. 由图可知, 在第2 s后, 系统输出已达到稳态值, 但系统输入有很大波动, 无法获得精确的稳态值, 因此如果利用已有文献中的方法仍然无法精确辨识.

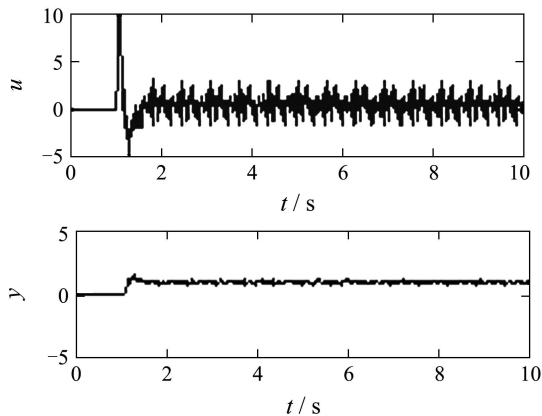


图 4 闭环状态下过程模型的输入输出曲线

Fig. 4 Input and output curves of closed-loop model

利用本文提出的方法, 选取5 s之后的测量数据, 用粒子群优化算法进行辨识. 值辨识窗口宽度 $s = 500$, 粒子数 $N = 30$, 模型系数和状态量的搜索区间选取为 $[0, 10]$, 时滞 τ 的搜索区间选取为 $[0, 0.1]$, 参数初始值均利用随机数在相应搜索区间内随机生成. 进化代数设为100代, 进行50次仿真实验, 模型各参数收敛过程如图5, 辨识结果如下:

$$G(s) = \frac{[0.976(\pm 0.07)s + 3.987(\pm 0.65)]e^{-0.04(\pm 0.003)s}}{1.002(\pm 0.16)s^2 + 1.078(\pm 0.18)s + 2.015(\pm 0.44)}.$$

在实际过程中, 初次辨识时, 若对待辨识系统缺乏了解, 应选择较大的参数搜索区间, 以确保参数真值包括在搜索区间内. 对上述闭环系统模型, 可以将每个参数的搜索区间扩大为 $[-100, 100]$, 粒子数增加到50, 进化代数设为1000代, 辨识结果为

$$G(s) = \frac{[1.25(\pm 0.57)s + 3.271(\pm 0.68)]e^{-0.14(\pm 0.013)s}}{1.302(\pm 0.66)s^2 + 1.478(\pm 0.18)s + 2.215(\pm 0.44)}.$$

上述两种方法的目标函数收敛过程如图6所示. 显然, 从算法收敛速度看, 大范围参数搜索需要更多的运算次数. 从辨识结果看, 在不显著增加运算量的前提下, 扩大参数搜索区间会使辨识精度降低. 因此, 在辨识之前应依据先验知识给出尽可能精确的参数变化区间, 以缩小搜索范围, 从而有效减少搜索次数并提高搜索准确性.

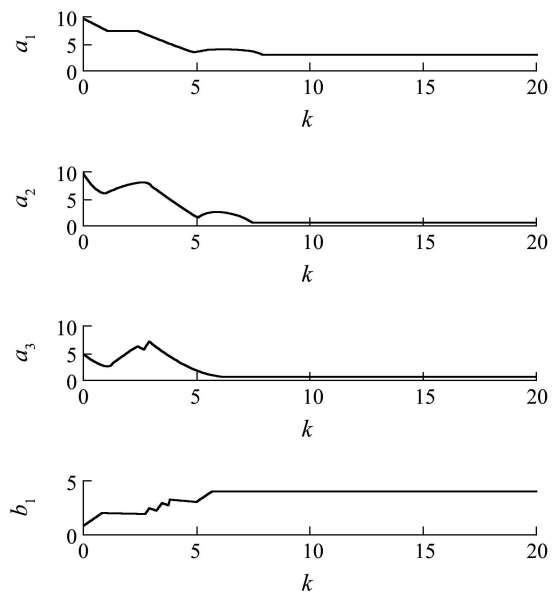


图 5 模型各参数的优化过程

Fig. 5 Optimization of model parameters

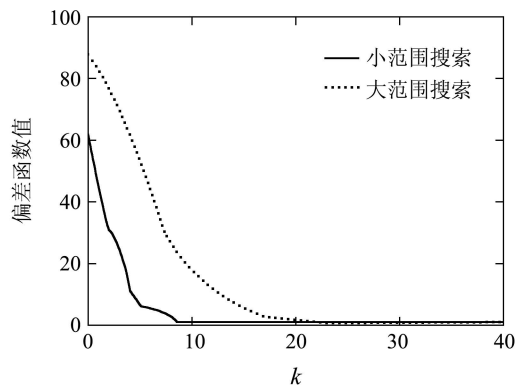


图6 目标函数的收敛过程

Fig. 6 Convergence procedure of objective function

4 结语(Conclusions)

针对不稳定初始状态给连续系统辨识造成的困难,提出了状态估计辨识法.用状态空间描述中的状态变量的初始值描述连续系统初始状态,这不仅为连续系统进行计算机仿真提供了方便,而且为推广到非线性和多变量系统提供了可能.采用粒子群优化算法估计状态变量的初值与其他系统参数,降低了辨识对测试信号的要求,对开环系统可以直接采用简单的阶跃信号,对闭环系统则不需要外加信号或改变设定值.该方法在测试开始前不需要任何过程数据,仿真实例验证了算法的有效性.此外,在实际工业过程中,待辨识系统一般都具有不稳定的初始状态,因此本方法具有很强的实际意义.

参考文献(References):

- [1] 全亚斌, 张卫东, 许晓鸣. 二阶加延时模型的阶跃响应辨识方法[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(6): 954 – 956.
(QUAN Yabin, ZHANG Weidong, XU Xiaoming. Step response identification method for 2-order with time-delay system[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(6): 954 – 956.)
- [2] 王修中, 岳红, 高东杰. 二阶加滞后连续模型的直接辨识[J]. 自动化学报, 2001, 27(5): 728 – 731.
(WANG Xiuzhong, YUE Hong, GAO Dongjie. Direct identification of continuous second-order plus dead-time model[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(5): 728 – 731.)
- [3] 樊厉, 林红权, 高东杰. 过程控制常用连续模型的直接辨识法及应用[J]. 控制工程, 2006, 13(4): 310 – 313.
(FAN Li, LIN Hongquan, GAO Dongjie. Direct identification algorithm of continuous models and its application to process control[J]. *Control Engineering of China*, 2006, 13(4): 310 – 313.)
- [4] SALIM A, BIAO H, SIRISH L S. Novel identification method from step response[J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(5): 545 – 556.
- [5] HWANG S H, LAI S T. Use of two-stage least-squares algorithms for identification of continuous systems with time delay based on pulse responses[J]. *Automatica*, 2004, 40(9): 1561 – 1568.
- [6] 巩敦卫, 张勇, 张建化, 等. 新型粒子群优化算法[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 111 – 114.
(GONG Dunwei, ZHANG Yong, ZHANG Jianhua, et al. Novel particle swarm optimization algorithm[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 111 – 114.)
- [7] SALIM A, BIAO H, SIRISH L S. Identification from step responses with transient initial conditions[J]. *Journal of Process Control*, 2008, 18(2): 121 – 130.
- [8] MIN L, QING G W, BIAO H, et al. Improved identification of continuous-time delay processes from piecewise step tests[J]. *Journal of Process Control*, 2007, 17(1): 51 – 57.

作者简介:

靳其兵 (1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事多变量先进控制技术及应用的研究, E-mail: jinqb@mail.buct.edu.cn;

梁柱 (1984—), 男, 硕士研究生, 从事多变量过程对象测试方法及建模技术的研究, E-mail: zliang001@163.com, 本文通讯作者;

权玲 (1982—), 女, 博士研究生, 从事多变量内模控制技术及应用的研究, E-mail: goodluck136946@yahoo.com.cn.