第 28 卷第 4 期
2011 年 4 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 28 No. 4
Apr. 2011

文章编号: 1000−8152(2011)04−0561−06

基于非支配排序遗传算法的多学科鲁棒协同优化方法

李海燕[1,2,3], 马明旭[1,2], 井元伟[3]

(1. 东北大学 辽宁省复杂装备多学科设计优化技术重点实验室, 辽宁 沈阳 110004;
2. 东北大学 流程工业综合自动化教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110004; 3. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对鲁棒协同优化(robust collaborative optimization, RCO)具有两级优化结构和多目标形式的特点, 提出基于非支配排序遗传算法(non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA–II)的RCO求解方法. 在NSGA–II非支配排序中, 根据个体的不可行度和不可行度阈值来决定其可行性, 并给出随进化过程逐渐减小的不可行度阈值. 在该阈值的作用下, 在进化初期, 保留较多的目标函数和标准差较小的个体, 以便优化向全局极值点附近靠近; 在进化后期, 保留较多的学科间一致性好的个体, 以便增强学科间的一致性. 该方法在保证各子学科间一致性的前提下, 可有效避免RCO优化结果易收敛到局部极值点的问题. 利用典型算例对该方法进行了验证, 结果表明该方法的优化性能良好.

关键词: 鲁棒协同优化; NSGA–II算法; 多目标; 学科间一致性

中图分类号: TP301.6　　**文献标识码**: A

Multidisciplinary robust collaborative optimization based on non-dominated sorting genetic algorithm

LI Hai-yan[1,2,3], MA Ming-xu[1,2], JING Yuan-wei[3]

(1. Liaoning Province Key Laboratory of Multidisciplinary Optimal Design for Complex Equipment,
Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education,
Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
3. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: To the robust collaborative optimization(RCO) scheme with two-level multiobjective optimization structure, a solution strategy employing the non-dominated sorting genetic algorithm(NSGA–II) is proposed. In the process of non-dominated sorting, the feasibility of an individual is determined by its infeasibility degree and the threshold of infeasibility degree. The threshold of infeasibility degree is reduced gradually in the process of evolution. At the initial stage of genetic evolution, the individuals with smaller values of objective function and standard deviation are more likely to be preserved to ensure the optimization process for reaching the neighborhood of the global extremum. In the following stages of genetic evolution，the individuals with smaller value of infeasibility degree are more likely to be preserved to enhance the interdisciplinary compatibility. The convergence of the results of RCO to the local extremum is usually avoided while keeping the desired interdisciplinary consistency. The results of validation by using typical examples show that the proposed approach is efficient.

Key words: robust collaborative optimization; NSGA–II algorithm; multiobjective; interdisciplinary consistency

1　引言(Introduction)

多学科设计优化(multidisciplinary design optimization, MDO)能够有效解决大规模复杂工程系统的设计问题, 受到了国内外学者的广泛关注[1]. 协同优化方法(collaborative optimization, CO)是一种较有前途的MDO方法, 但作为一门新兴的学科, CO在很多方面还不够完善. 如系统级优化中采用的一致性等式约束, 是一种理想状态, 而在一般情况下, 系统级优化问题的可行域很可能不存在; 另外, 部分研究结果表明, CO的优化结果对初始点的选取敏感[2]. 目前, 出现了一些CO算法的改进策略. 基于响应面的CO算法, 利用响应面来近似一致性约束函数; 松弛因子法对系统级等式约束进行松弛, 将等式约束变为不等式形式[3]. 这些改进措施都是从保证系统级存在可行解的角度, 对系统级的一致性约束表述形式进行的改善, 其优化效果仍受初始点的影响.

RCO是在CO算法结构上产生的, 因而RCO的优化结构具有CO的不完善之处, 已有的RCO研究侧重于多目标形式的求解策略[4~8], 几乎未对算法结构上的不完善之处进行关注. 鲁棒优化一方面要使目

收稿日期: 2009−11−29; 收修改稿日期: 2010−06−01.
基金项目: 国家“863”计划资助项目(2009AA04Z104).

标函数取得极小值, 另一方面要使目标函数的标准差取得极小值, 因而变为多目标问题. RCO的系统级和学科级两级优化结构, 增加了问题的求解难度. 目前主要的RCO模型求解策略大致可归为3类, 其一为直接加权和方法[4~6], 该方法简单易行, 且易于集成现有CO算法框架, 多数文献采用该方法进行研究, 优化结果受加权值的影响较大; 其二为依赖决策者经验的方法, 如相容决策支持问题(decision support problem, DSP)和线性物理规划(linear physical programming, LPP)[7], 该方法可融入决策者的偏好信息, 但当决策者的先验知识不足时, 会增加偏好信息设置的难度; 其三为采用多目标进化算法(multi-objective evolutionary algorithm, MOEA), 该方法的应用研究还较少[8]. 目前关于RCO研究的文献中, 尚未发现对RCO易陷入局部极值点问题的研究.

本文针对RCO具有多目标形式且易陷入局部极值点的问题, 给出了基于NSGA–II的RCO求解方法. 首先, 该方法通过合理设置个体的不可行度阈值, 在保证各子学科间一致性的前提下, 增强了RCO的全局极值点搜索能力, 在一定程度上解决了RCO优化结果易受初始点影响的问题. 其次, 与加权和基于经验的方法相比, 避免了优化结果受先验知识的影响.

2 RCO模型建立(The formation of RCO model)

由于设计条件、认知能力、数学模型以及环境等不确定因素的存在, 实际工程系统的设计过程往往要受到不确定性因素的影响. MDO问题中不确定性问题的研究更具复杂性, 这主要是由各个学科之间的耦合关系造成的. 一个学科的不确定性可以通过耦合变量传播到另一个学科, 而且系统分析的输出也将积累各学科的不确定性, 各种不确定性将对各学科间设计协调有很大的影响. 本节考虑MOD问题中的设计变量和学科分析模型两种不确定性因素, 建立基于CO算法的RCO模型, 使优化结果具有稳健性.

2.1 CO算法描述(CO algorithm description)

CO将复杂的工程系统设计问题, 根据现有的工程分工形式, 分解成系统级和学科级两级优化结构. 首先, 系统级向学科级提供设计变量的期望值, 各学科在满足其自身约束条件的情况下, 使其优化结果与系统级提供给该学科的目标值之间的差异最小, 并将优化结果传递给系统级. 系统级负责规划协调, 通过学科间一致性约束来协调各学科的优化结果. 系统级优化目标函数为原问题的目标函数, 约束为学科间一致性约束, 优化结束后, 优化结果再次传给学科级. 经过系统级优化和学科级优化之间的多次迭代, 最终得到一个最优的系统设计方案. CO结构比较简单, 容易实现学科自治, 各子学科间的连接通过系统级优化问题的等式约束得到加强. 假设系统设计问题可以分解为n个子学科, 则CO的数学表述形式如下.

系统级优化:

$$\begin{aligned}&\min F(\boldsymbol{z}),\\&\text{s.t. } J_i^*(\boldsymbol{z})=\sum_{j=1}^{s_{i\text{sh}}}(z_j-x_{ij}^*)^2+\\&\qquad\sum_{j=s_{i\text{sh}}+1}^{s_{i\text{sh}}+s_{i\text{aux}}}(z_j-x_{ij}^*)^2=0.\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $i=1,2,\cdots,n$, $\boldsymbol{z}$为系统级优化设计向量, z_j表示第j个设计变量, $s_{i\text{sh}}$为子学科i共享设计变量个数, $s_{i\text{aux}}$为子学科i辅助设计变量(状态变量)个数, x_{ij}^*表示学科i的第j个设计变量的优化结果.

子学科i优化:

$$\begin{aligned}&\min J_i(\boldsymbol{x}_i)=\sum_{j=1}^{s_{i\text{sh}}}(x_{ij}-z_j^*)^2+\sum_{j=s_{i\text{sh}}+1}^{s_{i\text{sh}}+s_{i\text{aux}}}(x_{ij}-z_j^*)^2,\\&\text{s.t. } c_i(\boldsymbol{x}_i)\leqslant 0.\end{aligned}\tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{x}_i$为子学科i的设计向量, x_{ij}表示第j个设计变量, z_j^*表示系统级分配给子学科的第j个设计变量期望值, $c_i(\boldsymbol{x}_i)$为学科级约束.

2.2 基于SUA的RCO模型(RCO model based on SUA)

DU针对概率分布类型的不确定性因素, 提出了系统不确定分析方法(system uncertainty analysis, SUA)和并行子系统不确定分析方法(concurrent subsystem uncertainty analysis, CSSUA)两种不确定性分析模型[4]; GU等人针对区间分布类型的不确定性因素, 提出了最坏情况下隐含不确定传播方法(implicit uncertainty propagation, IUP)[5]; LI等人所给出的RCO模型中, 由决策者指定各子学科间由不确定性因素所引起的连接变量最大变差[8]. 其中前两种MDO鲁棒优化模型的应用情况较多, 这里根据DU等人的SUA思想, 给出RCO模型, 其系统级和学科级表示形式如下.

系统级优化:

$$\begin{aligned}&\min\ \mu_{\text{f}},\ \sigma_{\text{f}},\\&\text{s.t. } J_i^*(\boldsymbol{z})=\sum_{j=1}^{s_{i\text{sh}}}(z_j-x_{ij}^*)^2+\\&\qquad\sum_{j=s_{i\text{sh}}+1}^{s_{i\text{sh}}+2s_{i\text{aux}}}(z_j-x_{ij}^*)^2=0,\\&\qquad\sigma_{\text{f}}^2=\sum_{j=1}^{s_{\text{sh}}}\Big(\frac{\partial f(\boldsymbol{z})}{\partial z_j}\Big)^2\sigma_{z_j}^2+\\&\qquad\sum_{j=s_{\text{sh}}+1}^{s_{\text{sh}}+s_{\text{aux}}}\Big(\frac{\partial f(\boldsymbol{z})}{\partial z_j}\Big)^2\sigma_{z_j}^2+\sigma_{\varepsilon\text{f}}^2,\end{aligned}\tag{3}$$

其中μ_{f}和σ_{f}分别为系统级目标函数的期望和标准差, s_{sh}和s_{aux}分别为系统级设计变量和辅助设计变量的个数, $\sigma^2_{z_j}$表示第j个设计变量的方差, $\sigma^2_{\varepsilon\mathrm{f}}$表示系统级模型的方差.

子学科i优化:

$$\min J_i(\boldsymbol{x}_i)=\sum_{j=1}^{s_{i\mathrm{sh}}}(x_{ij}-z_j^*)^2+\sum_{j=s_{i\mathrm{sh}}+1}^{s_{i\mathrm{sh}}+2s_{i\mathrm{aux}}}(x_{ij}-z_j^*)^2,$$

$$\text{s.t. } g_i+k\sigma_{g_i}\leqslant 0,$$

$$\sigma^2_{g_i}=\sum_{j=1}^{s_{i\mathrm{sh}}}(\frac{\partial g_i(\boldsymbol{x}_i)}{\partial x_{ij}})^2\sigma^2_{x_{ij}}+\sum_{j=s_{i\mathrm{sh}}+1}^{s_{i\mathrm{sh}}+s_{i\mathrm{aux}}}(\frac{\partial g_i(\boldsymbol{x}_i)}{\partial x_{ij}})^2\sigma^2_{x_{ij}}+\sum_{j=s_{i\mathrm{sh}}+s_{i\mathrm{aux}}+1}^{s_{i\mathrm{sh}}+s_{i\mathrm{aux}}+s_{i\mathrm{local}}}(\frac{\partial g_i(\boldsymbol{x}_i)}{\partial x_{ij}})^2\sigma^2_{x_{ij}}. \tag{4}$$

其中: $\sigma^2_{x_{ij}}$表示子学科i的第j个设计变量方差, $s_{i\mathrm{local}}$为局部设计变量个数, k为与约束的可靠性相关的常数[4], 当g_i服从正态分布时, $k=1$时相应的可靠度约为0.8413, $k=2$时可靠度约为0.9772.

该RCO模型中, 设计变量的标准差为已知量, 辅助设计变量的标准差需在相应的子学科中计算, 并作为辅助设计变量处理. 一致性约束的作用是增强各子学科间的一致性, 在最终的优化结果处其值为零, 对不确定性因素的变化不敏感, 因而不考虑不确定性因素对系统级一致性约束和子学科目标函数的影响.

3 基于NSGA–II的RCO求解方法(RCO solving method based on NSGA–II)

3.1 RCO求解方案(RCO solving scheme)

在NSGA–II方法的非支配关系排序中, 聚集距离的计算保持了群体的多样性, 在一定程度上可避免多目标优化问题陷入局部极值点. 但它不能解决RCO易陷入局部极值点的问题, 因为这种现象是由RCO优化框架的自身特点造成的. CO的优化结果对初始点的选取敏感, 且倾向于收敛到接近初始点的局部极值点, RCO模型是基于CO算法框架的, 因而在RCO模型求解过程中, 也会面临该问题. 造成这种情况的原因是对于某些初始点, 优化点在非全局极值点附近进入可行域. 采用NSGA–II方法进行求解时, 随机生成一定数量个体的初始种群, 形成系统级分配的初始期望值, 避免了对初始点的选取问题, 但对解决RCO易陷入局部点问题提出了更高的要求.

在RCO模型求解过程中, 可通过控制可行个体距可行域的距离, 来促使优化过程在全局极值点附近进入可行域. 进化初期, 设置较大的可行解范围, 以便可行个体充分进入全局极值点的附近区域, 随着进化的进行, 逐步缩小可行解的范围, 即逐步加强对可行个体距可行域距离的限制, 来保证可行个体在全局极值点附近进入可行域. 利用个体到各子学科的距离来表示个体距可行域的距离, 其定义形式可针对具体情况给出. 若对各子学科可行性的要求程度不同, 应给出基于优先级的表示形式; 否则, 可定义为个体到各子学科距离的最大值或直接求和的形式. 这里给出直接求和的定义形式, 并将该值称为个体的不可行度, 其表示形式如式(5)所示.

$$\phi(\boldsymbol{z}_i)=J_1(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{z}_i)+J_2(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{z}_i)+\cdots+J_n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{z}_i). \tag{5}$$

其中: $\boldsymbol{z}_i$表示系统级个体, $\boldsymbol{x}_1\sim\boldsymbol{x}_n$为子学科的优化结果, $J_1\sim J_n$为子学科的目标函数值, 表示个体$\boldsymbol{z}_i$到各子学科可行域的距离, $\phi(\boldsymbol{z}_i)$表示个体$\boldsymbol{z}_i$到各子学科可行域距离之和.

利用个体不可行度与阈值的比较来决定个体的可行性, 若个体的不可行度小于或等于阈值, 为可行个体; 否则, 为不可行个体. 进化初期, 设置较大的不可行度阈值, 保留较多的目标函数值较小的个体, 可类比于松弛因子较大的情况, 使优化向全局极值点附近进行; 随着进化的进行, 逐渐减小不可行度的阈值, 保留较多的不可行度较小的个体, 来增强各子学科间的一致性, 可类比于松弛因子较小的情况. 随进化代数的增加, 逐渐减少的不可行度阈值的定义如式(6)所示.

$$\varphi_1=T\cdot\frac{\sum\limits_{i=1}^{\mathrm{popsize}}\phi(\boldsymbol{z}_i)}{\mathrm{popsize}}, \tag{6}$$

$$T'=1-\frac{\mathrm{gen}+n_0}{\mathrm{maxgen}}, \tag{7}$$

$$T=\begin{cases}T',\ T'\geqslant 0,\\ 0,\quad T'<0,\end{cases} \tag{8}$$

其中: popsize为种群个体数目, gen为当前进化代数, maxgen为最大进化代数, n_0为学科间一致性增强代数, 其值可取为maxgen的0.1倍左右, T为阈值调节参数.

另外, 根据进化代数, 设置每代可行个体的最低数目. 第gen代保留的最低可行个体数n及其相应的阈值φ_2的定义如式(9)和(10)所示.

$$n=\lceil\max\{\alpha\cdot\mathrm{popsize}\cdot\frac{\mathrm{maxgen}-\mathrm{gen}}{\mathrm{maxgen}},\ \beta\cdot\mathrm{popsize}\}\rceil, \tag{9}$$

$$\varphi_2=\mathrm{chromosome}(n,\mathrm{constrainpos}). \tag{10}$$

其中: α和$\beta(\alpha>\beta)$为可行个体最低数目的控制系数, 通常$\alpha<1$, $\beta<0.1$, 它们的取值较大时, 个体不可行度阈值可能会相应地增大, 在进化前期更易进入全局极值点附近, 但其值过大时, 会削弱各子学科

间的一致性; chromosome为按当代个体不可行度递增顺序排序后的种群; constrainpos为个体不可行度值的排放位置.

在每代进化过程中, 不可行度阈值取φ_1和φ_2中的较大者, 即$\varphi=\max\{\varphi_1,\varphi_2\}$, 采用NSGA–II中约束的处理策略[9]. 在确定两个体的支配关系时, 对个体的目标值和可行情况进行综合比较, 对于两个不同的个体$\boldsymbol{z}_i$和$\boldsymbol{z}_j$, 满足以下3个条件中的任意一个, 就称个体$\boldsymbol{z}_i$支配个体$\boldsymbol{z}_j$.

1) $\boldsymbol{z}_i$可行(不可行度小于等于阈值), $\boldsymbol{z}_j$不可行(不可行度大于阈值);

2) $\boldsymbol{z}_i$和$\boldsymbol{z}_j$都不可行, 但$\boldsymbol{z}_i$的不可行度比$\boldsymbol{z}_j$的小;

3) $\boldsymbol{z}_i$和$\boldsymbol{z}_j$都是可行的, 对系统级目标函数和标准差进行比较, $\boldsymbol{z}_i$的所有优化目标没不比$\boldsymbol{z}_j$的差.

由于不可行度值较大的个体的支配级较高, 在选择过程中不断被淘汰, 随着阈值的不断减小, 最后得到的非劣解都是不可行度值很小的解, 即使最后不可行度不为零, 但对于实际的应用问题, 不可行度很小的解也是可以接受的.

3.2 实现步骤(Implementation steps)

Step 1 在系统级生成规模大小为popsize的初始种群P_0, 计算每个个体的相应目标函数和标准差, 并将个体值分配到学科级, 进行学科级优化. 根据学科级优化结果, 计算个体的不可行度值, 利用目标函数值、标准差、不可行度及阈值, 对种群P_0进行非支配关系排序:

Step 2 对非支配关系排序后的种群, 首先进行基于锦标赛的选择操作, 然后进行交叉和变异操作, 交叉操作采用模拟二进制杂交(simulated binary crossover, SBX)算子, 变异操作采用多项式变异算子(polynomial mutation)[10], 交叉算子参数η_{c}和变异算子参数η_{m}均取为20, 最后生成子种群Q_t;

Step 3 生成种群$R_t=P_t\cup Q_t$, 计算个体目标函数和标准差, 并将个体值作为固定值分配给各子学科, 子学科优化结束后, 计算个体不可行度. 利用式(6)～(10)计算当前种群的不可行度阈值, 利用NSGA–II的约束处理方法, 对种群进行非支配排序;

Step 4 根据R_t非支配排序后的各前沿子集, 构建种群大小为popsize的新一代种群P_t, $t=t+1$, 返回Step 2, 直至程序结束.

4 工程算例(Engineering example)

4.1 数学描述(Mathematical description)

减速器多学科设计优化问题是NASA评估MDO算法性能的10个标准算例之一. 其目标是在满足转轴和齿轮大量约束的同时, 使得减速器的体积最小(质量最轻). 该优化问题共有7个设计变量, 数学模型为:

$$
\begin{aligned}
&\min f(\boldsymbol{x})=0.7854x_1x_2^2(3.3333x_3^2+14.9334x_3-\\
&\qquad 43.0934)-1.5079x_1(x_6^2+x_7^2)+\\
&\qquad 7.477(x_6^3+x_7^3)+0.7854(x_4x_6^2+x_5x_7^2),\\
&\text{s.t.}\\
&g_1=\frac{27}{x_1x_2^2x_3}-1.0\leqslant 0,\ g_2=\frac{397.5}{x_1x_2^2x_3^2}-1.0\leqslant 0,\\
&g_3=\frac{1.93x_4^3}{x_2x_3x_6^4}-1.0\leqslant 0,\ g_4=\frac{1.93x_5^3}{x_2x_3x_7^4}-1.0\leqslant 0,\\
&g_5=\frac{\sqrt{(\frac{745x_4}{x_2x_3})^2+16.9\times 10^6}}{110x_6^3}-1.0\leqslant 0,\\
&g_6=\frac{\sqrt{(\frac{745x_5}{x_2x_3})^2+157.5\times 10^6}}{85x_7^3}-1.0\leqslant 0,\\
&g_7=\frac{x_2x_3}{40}-1.0\leqslant 0,\ g_8=\frac{5x_2}{x_1}-1.0\leqslant 0,\\
&g_9=\frac{x_1}{12x_2}-1.0\leqslant 0,\\
&g_{10}=\frac{1.5x_6+1.9}{x_4}-1.0\leqslant 0,\\
&g_{11}=\frac{1.1x_7+1.9}{x_5}-1.0\leqslant 0,\\
&2.6\leqslant x_1\leqslant 3.6,\ 0.7\leqslant x_2\leqslant 0.8,\\
&17\leqslant x_3\leqslant 28,\ 7.3\leqslant x_4\leqslant 8.3,\\
&7.3\leqslant x_5\leqslant 8.3,\ 2.9\leqslant x_6\leqslant 3.9,\ 5.0\leqslant x_7\leqslant 5.5,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

其中, x_1为齿面宽度, x_2为齿轮模数, x_3为小齿轮齿数, x_4和x_5为轴承间距, x_6和x_7为小大齿轮的直径, g_1为轮齿的最大弯曲应力约束, g_2为轮齿的最大接触应力约束, g_3和g_4为轴的横向最大扰度约束, g_5和g_6为轴内最大应力约束, g_7, g_8和g_9为尺寸和空间限制, g_{10}和g_{11}为轴尺寸计算的经验公式.

4.2 RCO模型求解(RCO model solving)

该优化问题分解为3个子学科级和1个系统级优化问题, 子学科1由约束g_1, g_2, g_7～g_9组成, 子学科2由g_1, g_2, g_4, g_6～g_9, g_{11}组成, 子学科3由g_1～g_3,g_5, g_7～g_{10}组成. 假设各设计变量服从正态分布, 标准差均为0.1, 可靠性相关系数k设为2, 模型误差的期望设为0, 标准差设为0.1. 种群大小popsize设为80, 进化代数maxgen设为150, 阈值调节参数T中的n_0设为10, 可行个体最低数目n中的α设为0.4, β设为0.08. 首先采用NSGA–II方法对RCO模型进行求解, 在非支配排序中, 不可行度阈值分别采用固定值和文中给出的动态阈值, 计算结果分别如表1和表2所示; 其次采用直接加权和方法进行求解, 权系数ω取为0.5, 计算结果如表3所示.

表 1 固定阈值的优化结果

Table 1 Results of the fixed threshold

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	μ_f	σ_f	不可行度	阈值
3.5168	0.7724	18.9448	7.5114	7.8540	3.5404	5.1684	3761.3	532.6834	0.0002891	
3.1109	0.7304	18.6418	7.9475	8.1065	3.2789	5.0062	3076.9	433.1959	0.8297000	0.0001
3.1108	0.7305	18.6409	7.9475	8.1063	3.2789	5.0061	3077.1	433.1953	0.8303000	
3.1212	0.7250	18.6880	7.9511	8.0593	3.2802	5.0094	3065.0	433.4223	0.8041000	
3.1117	0.7307	18.6346	7.9474	8.1074	3.2789	5.0062	3077.7	433.1828	0.8287000	1.0000
3.1219	0.7249	18.6875	7.9508	8.0616	3.2802	5.0088	3064.5	433.4310	0.8017000	

表 2 动态阈值的优化结果

Table 2 Results of the dynamic threshold

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	μ_f	σ_f	不可行度
3.5954	0.7000	18.7117	7.3000	8.1595	3.3009	5.3716	3401.5	482.4221	0.00025241
3.5954	0.7000	18.7158	7.3000	8.1595	3.3009	5.3717	3402.4	482.2900	0.00024551
3.5953	0.7000	18.7093	7.3000	8.1597	3.3008	5.3716	3401.0	482.6194	0.00024849

表 3 加权和优化结果

Table 3 Results of the weighted sum

序号	初始点	μ_f	σ_f	不可行度	松弛因子
1	3, 1, 17, 7.3, 7.5, 3, 5	3425.3	488.0234	0.00026322	0.0001
		3056.5	445.5307	0.24670000	0.1000
2	3.5, 0.7, 17, 7.3, 7.715, 3.35,5.287	3428.6	488.8364	0.00028808	0.0001
		3056.5	445.5307	0.24670000	0.1000
3	2.65, 0.63, 20, 6.8, 6.4, 3.0, 5.099	4381.2	727.7270	0.00403000	0.0001
		4104.7	695.7016	0.25950000	0.1000
4	2.8, 0.71, 25, 7.9, 7.599, 3.0, 5.099	4383.4	727.7375	0.00401000	0.0001
		4104.7	695.7014	0.25950000	0.1000

从表1中的结果数据可知, 在采用NSGA–II方法求解RCO模型时, 非支配排序中阈值的选取对优化结果的影响较大. 当阈值取为0.0001时, Pareto最优解的不可行度值较小, 目标函数和标准差的值较大, 陷入了局部极值点; 当阈值取为1时, Pareto最优解的不可行度值较大, 各子学科间一致性不好, 无法保证计算的精度. 另外, 当不可行度的阈值较大时, 可行个体相对增多, 因而Pareto最优解中解的数目也会相对较多. 从表2中的结果数据可知, 该组数据结果在保证学科间一致性的前提下, 目标函数和标准差的值优于表1中的优化结果, 避免了易陷入局部极值点的问题. 该动态阈值的选取方法, 在保证学科间一致性和易陷入局部极值点之间找到了权衡, 其主要作用是首先令优化个体充分进入全局极值点附近, 再增强学科间的一致性, 从而弥补了固定阈值的不足之处.

表3为采用直接加权和方法所得的优化结果, 优化结果易受加权值的影响容易理解, 这里采用直接加权和方法的目的是为了说明初始点和松弛因子对优化结果的影响, 已有的RCO研究文献[5,6], 并未涉及对该方面的关注. 对于初始点1和2, 选取较小的松弛因子时, 可得到全局极值点, 松弛因子的值越小, 学科间一致性越好; 对于初始点3和4, 优化结果为局部极值点, 松弛因子的值较大时, 目标函数的值较小, 但学科间一致性相应地变差. 从结果数据可知, 优化结果依赖于初始点的选取和松弛因子的设置. 采用NSGA–II方法时, 初始点是随机产生的, 因而应该尽量让所有情况的初始点取得全局极值点, 在非支配排序中所采用的不可行度阈值, 与加权和方法中的松弛因子具有相同的作用, 都是对学科间一致性进行限制. 因而文中给出的动态阈值选取方法的思想也可应用于加权和方法中, 在初始优化阶段采用较大的松弛因子, 使优化进入全局极值点附近, 后期采用较小的松

弛因子来加强学科间的一致性.

另外, 为了进一步验证所提出的动态阈值选取方法的效果, 将各设计变量和模型的方差均设为0, 将约束可靠性相关常数设为0, 此时的鲁棒优化问题应该与确定性优化问题得到相同的最优值. 采用文中所给出的方法进行计算, 其优化结果如表4所示, 文献[11]给出的确定性优化问题的理论最优值为$x^* = [3.5, 0.7, 17, 7.3, 7.71, 3.35, 5.29]$, 目标函数值为$f(x^*) = 2994$. 通过表4中的结果数据和文献中的理论最优值的比较可知, 当采用固定阈值时, 阈值较小时, 学科间一致性较好, 但陷入了局部极值点; 阈值较大时, 不可行度的值较大, 不能满足子学科间的一致性要求. 当采用动态阈值方法时, 所得的结果与理论最优值基本一致, 其偏差可能是由两方面原因造成, 一方面可能是由优化器的计算精度造成, 另一方面可能是由NSGA–II求解过程中所设的较多参数造成, 因该偏差很小, 此时可近似认为得到了问题的理论最优值, 与固定阈值结果相比, 在一定程度上避免了陷入局部极值点, 同时不可行度的值很小, 满足了各子学科间的一致性要求.

表4 确定性优化结果

Table 4 Results of the deterministic optimization

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$\mu_{\rm f}$	不可行度	阈值
3.5000	0.7000	17.0351	7.3165	7.7164	3.3502	5.2866	3000.6	0.00016996	动态
3.4956	0.7000	17.9480	7.3000	7.7149	3.3407	5.2777	3152.2	0.00021274	0.0001
3.4291	0.7000	17.0000	7.3000	7.7607	3.3364	5.2344	2931.1	0.20050000	1.0000

5 结论(Conclusion)

本文以根据SUA思想建立的RCO模型为研究对象, 提出一种基于NSGA–II的RCO求解方法. 该方法通过设置动态个体不可行度阈值, 保证进化初期目标函数和标准差较小的个体占有较大的比例, 易于优化点进入全局极值点附近; 在进化后期学科间一致性好的个体所占有较大的比例, 可很好地增强各子学科间的一致性. 减速器优化算例的结果表明: ① 采用文中的基于动态阈值的NSGA–II方法求解时, 优化结果在保证各子学科一致性的前提下, 避免了易陷入局部极值点的问题; ② 采用固定阈值时, 优化结果会出现陷入局部点和计算精度无法保证的现象; ③ 采用加权和方法求解时, 优化结果受初始点和松弛因子的影响较大. 通过几种方法的结果对比, 可知文中方法在保证各子学科间一致性和克服RCO易陷入局部极值点的方面显示了优越性. 这里所采用的算例为单目标形式, 其RCO问题变为具有两个目标函数的优化形式. 对于多目标多学科优化问题, 该方法同样适用, 相应的RCO问题目标函数个数为原问题目标函数个数的两倍.

参考文献(References):

[1] OLIVIER D W, JEREMY A. State-of-the-art and future trends in multidisciplinary design optimization[C] //*The 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. USA: AIAA Press, 2007, 3: 2467 – 2487.

[2] ALEXANDROV N, LEWIS R M. Analytical computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(2): 301 – 309.

[3] LI X, LI W J, LIU C A. Geometric analysis of collaborative optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 35(4): 301 – 313.

[4] DU X P, CHEN W. Efficient uncertainty analysis methods for multidisciplinary robust design[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(3): 545 – 552.

[5] GU X Y, RENAUD J E, PENNINGER C L. Implicit uncertainty propagation for robust collaborative optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128(4): 1001 – 1013.

[6] WAN W M, PENG Y H, HU J, et al. Collaborative robust optimization under uncertainty based on generalized dynamic constraints network[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 38(2): 159 – 170.

[7] MCALLISTER C D, SIMPSON T W, HACKER K, et al. Integrating linear physical programming within collaborative optimization for multiobjective multidisciplinary design[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2005, 29(3): 178 – 189.

[8] LI M, AZARM S. Multiobjective collaborative robust optimization with interval uncertainty and interdisciplinary uncertainty propagation[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130(8): 1 – 11.

[9] 於春月, 王成恩. 钢铁一体化生产多目标合同计划建模与算法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(12): 1452 – 1454.
(YU Chunyue, WANG Chengen. Multi-objective order-planning model and algorithm for integrated steel production[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(12): 1452 – 1454.)

[10] DEB K, GOYAL M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design[J]. *Computer Science and Informatics*, 1996, 26(4): 30 – 45.

[11] AZAM S, LI W C. Multi-level design optimization using global monotonicity analysis[J]. *ASME Journal of Mechanisms and Automation in Design*, 1989, 111(2): 259 – 263.

作者简介:

李海燕 (1979—), 女, 博士, 讲师, 目前研究方向为多学科优化与鲁棒优化, E-mail: lihaiyan0313@163.com;

马明旭 (1973－), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为先进制造与多学科优化;

井元伟 (1956—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂网络与通信控制.