

悬臂式掘进机器人截割臂建模与二阶滑模控制器设计

凌 睿, 柴 毅

(重庆大学 自动化学院, 重庆 400030)

摘要: 根据悬臂式掘进机器人截割工艺和结构特点, 建立了截割臂动力学模型. 将一种基于有限状态结构的二阶滑模控制扩展到多输入多输出系统中, 在无速度观测器的情况下, 保证了滑模量及其导数在有限时间收敛到零. 算法削弱了传统滑模控制中的抖动问题, 提高了控制系统精度. 利用提出的多输入多输出二阶滑模控制算法, 设计了截割臂控制器. 通过仿真和实验, 证明了算法的有效性.

关键词: 掘进机器人; 二阶滑模控制; 截割臂建模; 机器人控制; 多输入多输出系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Dynamic modeling and design of second-order sliding-mode controller for arm of roadheader robot

LING Rui, CHAI Yi

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: According to the cutting techniques and the structure characteristics of a roadheader robot, we present a dynamic model for its arm and develop for the arm a MIMO control system which is an extension of a second-order sliding-mode control system(2-SMC) based on the finite-state machine. This control system drives the sliding-variable and its derivative to approach zero in a finite time interval without using a rate observer, thus reducing the chattering phenomenon and improving the control accuracy. The proposed MIMO 2-SMC has been applied to the arm control of a roadheader robot. Simulation and experiment show the validity of the proposed algorithm.

Key words: roadheader robot; second order sliding mode; dynamic model of arm; robot control; MIMO system

1 引言(Introduction)

悬臂式掘进机器人是一种集切割、装载、转运、降尘等多功能于一体的大型高效联合作业的特种机器人, 主要应用于矿山、隧道及城市公路建设等方面. 它通过对断面的截割和对给定轨迹的跟踪, 完成各种巷道的掘进任务. 智能化、无人化全自主掘进机器人的研制, 将使城市地下空间开发、煤矿开采等地下巷道施工更加安全、优质、高效. 断面成形是悬臂式掘进机器人的一个主要任务^[1]. 断面成形即控制机器人的截割臂带动截割头在煤岩上按照事先规划的运动轨迹进行截割, 从而形成要求的截割断面. 截割断面的成形控制, 可获得规整的断面形状尺寸, 减少无用的掘进量和充填量, 提高掘进效率, 大大降低巷道掘进成本. 为了保证机器人长时间正常工作, 机器人需要实现恒功率控制, 即正常运行时, 保证截割臂功率恒定. 根据截割工艺要求, 为提高煤岩截割效率, 实现恒功率截割, 截割臂的摆动

应该具有跟踪不同速度的能力. 目前, 悬臂式掘进机器人自动断面成形控制的相关文献还较少^[2,3]. 文献[4]分析了悬臂式掘进机的摆动工作原理, 对截割臂的垂直摆动和水平摆动的运动模型进行了分析, 给出了截割臂运动的数学模型.

对于机器人断面成形控制而言, 主要存在多变量、耦合、受扰、不确定性等问题. 而且由于存在噪声和传感器的限制, 难以获得被控量的速度信号. 针对以上提到的控制问题, 国内外学者已经开展了大量的研究, 并确定了一定研究成果^[5~8]. 反馈线性化能够较好的解决多变量非线性问题. 但是, 其控制算法依赖于精确的数学模型. 自适应控制、预测控制可以很好的解决多变量、受扰、不确定性等问题, 而且可以通过建立观测器对未知状态进行测量. 但是, 自适应控制算法不但要求控制系统稳定, 还需要自适应律的稳定. 预测控制需要进行模型预测、滚动优化和反馈校正, 实时的求解目标函数. 这些都要求

控制器具有较强的运算能力. 然而, 掘进机器人的截割臂控制主要采用PLC之类的可编程控制器. 其运算能力较低, 势必会延长控制周期, 可能导致系统品质下降, 甚至于系统不稳定. 采用智能控制方法是一类较好的控制方法^[9~11], 例如神经网络控制、模糊控制. 但是, 由于神经网络的学习需要大量的学习样本, 而且存在泛化能力等问题, 难以适应复杂多变作业环境. 模糊逻辑需要依靠专家知识, 同样缺乏对复杂多变作业环境的适应能力.

高阶滑模方法是一种有效的非线性不确定系统的控制工具. 它不但具有传统滑模控制对系统不确定、外部干扰的鲁棒性, 而且可以通过将控制作用在系统高阶滑模上, 有效地削弱滑模控制的抖动问题, 提高控制精度^[12,13]. 因此, 得到了广泛的应用^[14~18]. 但是目前, 关于高阶滑模控制的研究还处于研究阶段^[19]. 对于不确定非线性系统而言, 研究成果主要集中在相对阶为二的非线性系统^[19], 即二阶滑模控制. 它能够在已知滑模量, 且无状态观测器的情况下, 保证滑模量和滑模量的一阶导数在有限时间内收敛到零. 由于李雅普洛夫稳定性分析方法难以应用于高阶滑模控制, 所以二阶滑模控制的研究主要针对相对阶为二的标量非线性系统, 针对多变量系统的研究还较少.

目前, 尚未见到采用高阶滑模控制算法对截割臂进行控制的文献. 本文将对悬臂式掘进机器人断面成形过程进行受力分析, 建立机器人的截割臂的粗略动力学模型; 将一种基于有限状态机的二阶滑模控制扩展到多输入多输出非线性系统中, 提出多输入多输出高阶滑模控制算法, 并对掘进机器人截割臂进行控制. 通过仿真和实验, 对提出的控制算法进行验证.

2 截割臂建模(Dynamic model of the arm of roadheader robot)

悬臂式掘进机器人示意图如图1所示. 机器人截割臂上安装有带齿的截割头. 在工作时, 截割臂带动截割头在煤岩上截割, 实现断面成形.

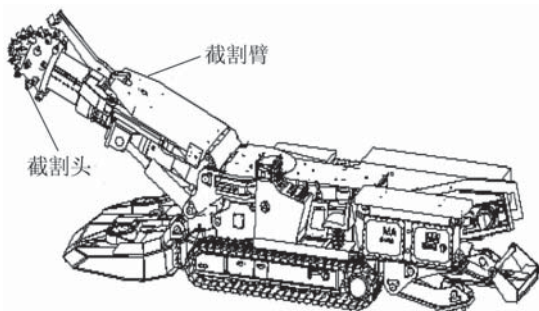


图1 掘进机器人

Fig. 1 Roadheader robot

2.1 截割臂横向摆动模型(Dynamic model of the arm swing)

如图2所示, 机器人截割臂横向摆动时, 截割头以一定旋转速度对煤岩进行截割. 在运动过程中, 截割臂受到煤岩对其产生的阻力矩 F . 它是截割煤岩径向深度 $\tilde{l}_h$ 的函数. 通常情况下, 可以将截割臂横摆阻力矩 $F(\tilde{l}_h)$ 看作截割臂截割径向深度的线性函数, 其比例系数为 K_f . 考虑离心力和哥氏力, 可以得到如下动力学方程:

$$\begin{aligned} \tau_h = & M(\theta_h, l_h) \ddot{\theta}_h + V \dot{\theta}_h + C(\dot{\theta}_h, l_h, \dot{l}_h) \dot{\theta}_h + F(\tilde{l}_h), \quad (1) \\ F(\tilde{l}_h) = & K_f \tilde{l}_h, K_f > 0, \\ \tilde{l}_h = & \begin{cases} l_h - \frac{H_h}{\cos \theta_v \cos \theta_h}, & l_h > \frac{H_h}{\cos \theta_v \cos \theta_h}, \\ 0, & l_h \leq \frac{H_h}{\cos \theta_v \cos \theta_h}. \end{cases} \\ \tau_h = & K_{rh} u_{rh}, K_{rh} > 0, \end{aligned}$$

其中: τ_h 是截割臂横摆执行器牵引力转矩. 它通常与控制输入呈线性关系, K_{rh} 为截割臂横摆控制输入增益, u_{rh} 为横摆控制输入量. $M(\theta_h, l_h)$ 为惯性量, θ_h 为横摆平面内截割臂摆动角度, θ_v 为截割臂与水平面的夹角, V 为粘滞摩擦系数, $C(\dot{\theta}_h, l_h, \dot{l}_h)$ 为离心力和哥氏力, l_h 为截割臂长度, H_h 为机器人截割臂旋转中心与煤岩距离, K_f 为煤岩硬度参数.

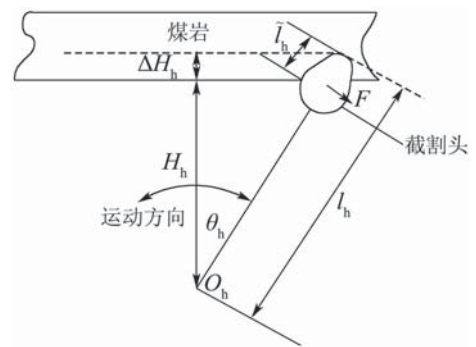


图2 截割臂横向摆动俯视示意图

Fig. 2 Horizontal motion schematic diagram of the arm in vertical view

2.2 截割臂纵向截割模型(Dynamic model of the arm portrait)

如图3所示, 机器人截割臂可以在垂直平面内上下纵向摆动. 在运动过程中, 截割臂受到煤岩对其产生的纵向阻力矩 F . 它也是截割煤岩径向深度 $\tilde{l}_v$ 的函数. 与横摆相同, 通常情况下, 可以将截割臂纵摆阻力矩 $F(\tilde{l}_v)$ 看作截割臂截割径向深度的线性函数. 除此之外, 截割臂在运动过程中, 还需要克服重力的作用. 考虑离心力和哥氏力, 可以得到如下动力学方

程:

$$\begin{aligned}\tau_v &= M(\theta_v, l_v) \ddot{\theta}_v + V \dot{\theta}_v + C(\dot{\theta}_v, l_v, \dot{l}_v) \dot{\theta}_v + \\ &\quad F(\tilde{l}_v) + G(l_v, \theta_v), \\ F(\tilde{l}_v) &= K_f \tilde{l}_v, K_f > 0, \\ \tilde{l}_v &= \begin{cases} l_v - \frac{H_v}{\cos \theta_v}, & l_v > \frac{H_v}{\cos \theta_v}, \\ 0, & l_v \leq \frac{H_v}{\cos \theta_v}. \end{cases} \\ \tau_v &= K_{rv} u_{rv}, K_{rv} > 0,\end{aligned}\quad (2)$$

其中: τ_v 是截割臂垂直摆动执行器牵引力转矩. 它通常与控制输入呈线性关系, K_{rv} 为截割臂横摆控制输入增益, u_{rv} 为垂直摆动控制输入量. $M(\theta_v, l_v)$ 为惯性量, θ_v 为垂直摆动平面内截割臂摆动角度, V 为粘滞摩擦系数, $C(\dot{\theta}_v, l_v, \dot{l}_v)$ 为离心力和哥氏力, $G(l_v, \theta_v)$ 为重力力矩, l_v 为截割臂长度, H_v 为机器人截割臂旋转中心与煤岩距离, K_f 为煤岩硬度参数.

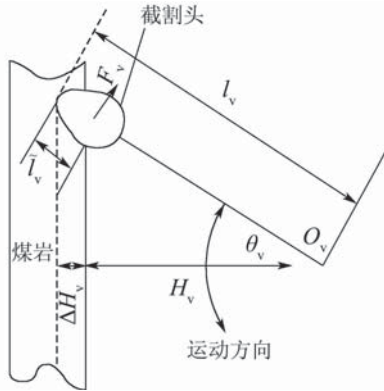


图3 截割臂垂直摆动侧视示意图

Fig. 3 Vertical motion schematic diagram of the arm in side view

2.3 截割臂径向伸缩模型(Dynamic model of arm flex)

如图4所示, 截割臂在径向方向伸缩的过程中, 同样受到煤岩对截割头的阻力 F_s 作用. 由于 F_s 远大于截割臂伺服系统自身的摩擦力, 因此忽略截割臂伺服系统自身的摩擦力, 可以得到如下的动力学方程:

$$\begin{aligned}m' \ddot{l}_v &= F_p - F_s, \\ F_p &= K_1 u_1, K_1 > 0.\end{aligned}\quad (3)$$

其中: F_p 为截割臂径向伸缩推力. 它通常与控制输入呈线性关系, K_1 为截割臂径向伸缩控制输入增益, u_1 为伸缩控制输入量. m' 为截割头和作动筒质量.

在实际应用中, 断面的形状通常为弧形、矩形和梯形. 因此, 在截割断面时, 需要在改变截割臂摆动角度的同时, 改变截割臂的长度. 特别是对于梯形和矩形截割断面的顶部成形, 如果保持悬臂长度不变

进行截割将形成弧形断面. 为了保证机器人长时间的正常工作, 使机器人恒功率工作, 需要截割臂的摆动跟踪不同的速度信号. 本文将针对截割臂控制中存在的问题对一种基于有限状态机的二阶滑模控制进行扩展.

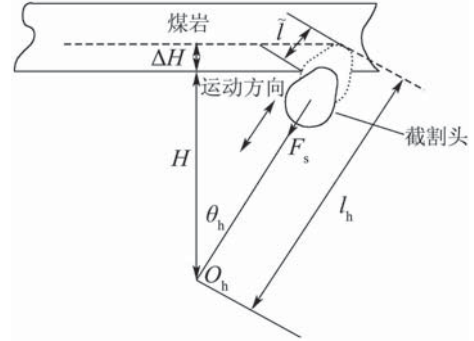


图4 截割臂径向伸缩俯视示意图

Fig. 4 Radial motion schematic diagram of the arm in vertical view

3 基于MIMO二阶滑模控制截割臂控制器设计(Design of MIMO second order sliding mode controller for arm of roadheader robot)

3.1 二阶滑模控制(Second order sliding mode control)

考虑如下不确定仿射型非线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f[x(t), t] + g[x(t), t]u(t), \\ x(t) &\in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}.\end{aligned}\quad (4)$$

其中: $x(t)$ 为状态向量, $f[x(t), t]$ 和 $g[x(t), t]$ 为 n 维光滑不确定向量场. 定义 $s(t)$ 为滑模量. 如果 $\dot{s}(t)$, $s(t)$ 为闭环系统状态变量的连续函数, 同时集合 $\dot{s}(t) = s(t) = 0$ 是非空且包含局部的Filippov轨迹^[20], 那么在集合 $\dot{s}(t) = s(t) = 0$ 上的运动称为二阶滑模. 由于二阶滑模的不连续反馈是直接作用在 $\dot{s}(t)$ 上, 不但可以削弱系统的抖振, 而且可以提高控制精度^[20, 21].

假设系统滑模量具有如下相对阶为二的表达式:

$$\ddot{s}(t) = \phi(x, t) + \gamma(x, t)u, \quad (5)$$

其中: $s(t)$ 为系统滑模量, $\phi(x, t)$ 和 $\gamma(x, t)$ 是不确定性函数. 对于相对阶为二的滑模动态方程(5), 采用传统的滑模控制, 则需要获得 $\dot{s}(t)$. 而在通常情况下, $\dot{s}(t)$ 是不可测量或受到干扰, 需要设计滑模观测器对其进行估计, 从而增加了控制器的复杂性. 针对二阶滑模系统, 文献[22]提出一种次优算法二阶滑模控制算法, 通过获得滑模量 $s(t)$ 及其奇异点, 实现了式(5)的镇定问题. 它通过在最近的 $\dot{s}(t) = 0$ 时刻估计奇异点的方法获得其符号信息. 然而, 系统测量噪

声的存在将会影响滑模量奇异点的估计^[23,24]. 特别是在滑模量位于零附近时, 系统测量噪声的影响将会更为严重^[25]. 因此, 文献[25]提出一种基于有限状态机结构的二阶滑模控制策略, 对次优算法进行了改进.

定理 1^[25] 考虑系统(4)和二阶滑模动力学方程(5), 满足条件 $|\phi(x, t)| \leq \Phi, 0 < \Gamma_m \leq |\gamma(x, t)| \leq \Gamma_M$, 滑模量的测量值满足 $\hat{s}(t) = s(t) + n(t)$, $|n(t)| \leq \delta$ 且 δ 未知, $N \geq 4$ 采用如图5所示的基于有限状态机的控制策略. 其中:

$$\begin{aligned} U &= \eta \Phi, \\ \eta &\geq \frac{1}{2\beta\Gamma_m - (1-\beta)\Gamma_M}, \\ \beta &\in (0.75, 1) \cap \left(\frac{\Gamma_M}{\Gamma_m + \Gamma_M}, 1\right). \end{aligned} \quad (6)$$

可以在有限的时间内, 保证系统滑模量达到

$$|s(t)| \leq k_0 \delta, |\dot{s}(t)| \leq k_1 \sqrt{\delta}, \quad (7)$$

其中 k_0 和 k_1 为非负常值.

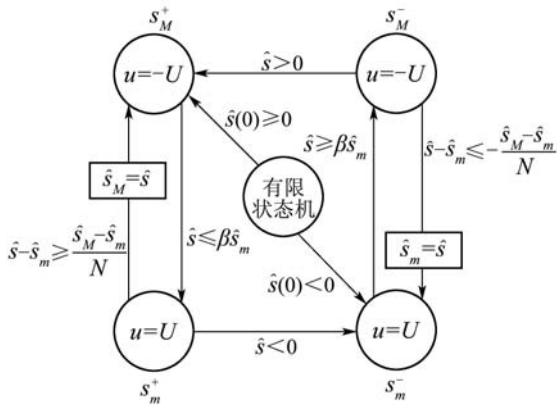


图5 基于有限状态机的控制策略

Fig. 5 Finite state machines based control strategy

定理1能够适用于一类不确定非线性标量系统. 但悬臂式掘进机器人截割臂为多输入多输出系统. 由于, 目前多输入多输出二阶滑模控制研究成果较少. 为此, 本文针对悬臂式掘进机器人截割臂模型的特点, 将定理1推广到多变量系统中.

3.2 MIMO二阶滑模控制(MIMO second order sliding mode control)

考虑多输入系统

$$\dot{x}(t) = A[x(t)] + B[x(t)]u(t), u(t) \in \mathbb{R}^m, \quad (8)$$

滑模量定义为

$$s[x(t)] = Cx(t), C \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad (9)$$

对滑模量求两次导数, 将得到

$$\ddot{s}[x(t)] = F[x(t), u(t)] + CB[x(t)]\dot{u}(t), \quad (10)$$

其中

$$F[x(t), u(t)] = \frac{d}{dt}CA(x) + \frac{d}{dt}CB(x)u.$$

定义 $s = y_1 \in \mathbb{R}^m$, 那么式(10)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = y_2(t), \\ \dot{y}_2(t) = F[x(t), u(t)] + CB[x(t)]\dot{u}(t), \\ \dot{u}(t) = v(t). \end{cases} \quad (11)$$

假设向量函数 $F[x(t), u(t)]$ 和增益矩阵 $CB[x(t)]$ 不确定且有界, 令其满足以下条件

$$\begin{aligned} |F_i[x(t), u(t)]| &< \bar{F}_i, CB_{ij_m} \leq |cb_{ij}[x(t)]| \leq CB_{ij_M}, \\ i, j &= 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (12)$$

多输入二阶滑模控制问题转换为由系统方程(11)和不确定性条件(12)构成的控制问题. 其控制目的是在不确定性式(12)存在的情况下, 寻找控制作用 $u(t)$, 使状态 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 在有限时间内收敛到零. 对于系统方程(11), 如果系统相对阶为一, 则控制器的真正的输出信号为 $u(t)$. 这样, 不连续的切换控制通过一次积分后, 变得更加平滑, 从而可以减小控制系统的抖动问题. 本文主要针对由式(11)和(12)构成的多输入二阶滑模控制问题, 提出以下定理. 为了便于描述, 以下系统中将省略时间变量 t .

定理 2 对于多输入不确定性系统(11), 满足条件(12), 如果 $CB(x)$ 正定的, 且是行对角占优的, 那么存在一个控制幅值, 对于每个控制分量, 采用定理1的控制策略, 将使 y_1 和 y_2 在有限时间内收敛到零.

证 系统(11)可以写为

$$\begin{cases} \dot{y}_{1i} = y_{2i}, \\ \dot{y}_{2i} = F_i(x, u) + \sum_{j=1, j \neq i}^m cb_{ij}(x)\dot{u}_j + cb_{ii}(x)\dot{u}_i, \\ \dot{u}_i = v_i, \\ i = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (13)$$

假设每一个控制信号 v_i 都有式(6)的形式, 则

$$\ddot{y}_{1i} = H_i(x, u) + G_i(x)\dot{u}_i, i = 1, \dots, m, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} H_i(x, u) &= F_i(x, u) + \sum_{j=1, j \neq i}^m cb_{ij}(x)\dot{u}_j, \\ i &= 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (15)$$

$$G_i(x) = cb_{ii}(x), i = 1, \dots, m. \quad (16)$$

对于式(15)和(16)有

$$H_{mi} \leq H_i(x, u) \leq H_{Mi}, i = 1, \dots, m, \quad (17)$$

$$G_{mi} < G_i(x) < G_{Mi}, i = 1, \dots, m. \quad (18)$$

其中:

$$H_{mi} = -\bar{F}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m CB_{ijm} |\dot{u}_j|, i = 1, \dots, m,$$

$$H_{Mi} = \bar{F}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m CB_{ijM} |\dot{u}_j|, i = 1, \dots, m,$$

$$G_{mi} = CB_{ii_m} - \sum_{j=1, j \neq i}^m CB_{ijM}, i = 1, \dots, m,$$

$$G_{Mi} = CB_{ii_M} + \sum_{j=1, j \neq i}^m CB_{ijM}, i = 1, \dots, m,$$

系统(11)可以表示为型如式(5)的 m 个标量子系统的集合. 因为 $CB(x)$ 是行对角占优矩阵, 那么

$$cb_{ii}(x) |\dot{u}_i| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^m cb_{ijM}(x) |\dot{u}_j|, \quad i = 1, \dots, m, \quad (19)$$

由式(14)构成的系统(11)的每一个子系统, 采用定理1的控制策略, 取控制器幅值为

$$U = |v|_\infty, \quad (20)$$

$$v = [\eta_1 H_1 \quad \dots \quad \eta_m H_m]^T, i = 1, \dots, m, \quad (21)$$

$$\eta_i \geq \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_i G_{mi} - (1 - \beta_i) G_{Mi}}, \quad i, j = 1, \dots, m, \quad (22)$$

$$\beta \in (0.75, 1) \cap \left(\frac{G_{Mi}}{G_{mi} + G_{Mi}}, 1 \right), \quad i, j = 1, \dots, m, \quad (23)$$

能够使 y_1 和 y_2 在有限时间内收敛到零.

定理2考虑的是控制律幅值为恒定情况, 在实际系统中, 不同类型控制器的工作范围可能不同, 其输出幅值也就可能不同. 因此, 在实际应用中, 采用上述定理, 控制器幅值的选择受到一定限制. 因此, 我们给出以下定理.

定理3 对于多输入不确定性系统(11), 满足条件(12), $CB(x)$ 为正定对角阵, 那么对于每一个控制分量, 分别存在一个控制幅值, 采用定理1的控制策略, 将使 y_1 和 y_2 在有限时间内收敛到零.

证 对于系统(11), 如果 $CB(x)$ 为正定对角阵, 则系统可以表示为

$$\begin{cases} \dot{y}_{1i} = y_{2i}, \\ \dot{y}_{2i} = F_i(x, u) + CB_{ii}(x) \dot{u}_i, 1 \leq i \leq m. \\ \dot{u}_i = v_i. \end{cases} \quad (24)$$

根据式(12), 对于系统(11)的每一个子系统, 系统

都有

$$\ddot{y}_{1i} = F_i(x, u) + G_i(x) \dot{u}_i, i = 1, \dots, m, \quad (25)$$

$$|F_i(x(t), u(t))| < \bar{F}_i,$$

$$0 < G_{mi} < G_i(x) < G_{Mi}, i = 1, \dots, m, \quad (26)$$

其中

$$G_i(x) = CB_{ii}(x).$$

对于子系统(25), 采用定理1的控制策略, 取控制器幅值为

$$U_i = \eta_i \bar{F}_i, \quad (27)$$

$$\eta_i \geq \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_i G_{mi} - (1 - \beta_i) G_{Mi}}, \quad i, j = 1, \dots, m, \quad (28)$$

$$\beta \in (0.75, 1) \cap \left(\frac{G_{Mi}}{G_{mi} + G_{Mi}}, 1 \right), \quad i, j = 1, \dots, m, \quad (29)$$

能够使 y_1 和 y_2 在有限时间内收敛到零.

定理3相对定理2而言, 对控制律幅值的选取更加灵活. 对于实际系统而言, 控制系统的实际状态通常情况是有界的, 容易得到 $F[x(t), u(t)]$ 和 $CB[x(t)]$ 是有界的. 在进行参数整定时, 只需要考虑其输出幅值足够大即可.

对于定理2和定理3, 如果当 y_1 的测量值存在干扰, 且实际观测值为

$$\hat{y}_1 = y_1 + n, \quad (30)$$

其中: $n = [n_1 \ n_2 \ \dots \ n_m]^T$ 为有界干扰, 即 $|n_i| < \delta_i, i = 1, \dots, m$, 那么状态将能够达到区域

$$|y_{1i}| \leq k_{0i} \delta_i, |y_{2i}| \leq k_{1i} \sqrt{\delta_i}, i = 1, \dots, m, \quad (31)$$

其中 k_{0i} 和 k_{1i} 为非负常值.

3.3 截割臂控制器设计(Design of the controller for arm of roadheader robot)

控制器设计的目的是在已知机器人截割臂粗略模型条件下, 设计悬臂式掘进机器人截割臂控制律, 使截割臂在给定的两个位置之间, 跟踪给定的参考速度进行截割. 由式(1)~(3)可以定义以下子系统:

横摆子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -M(x_1, x_5)^{-1} [Vx_2 + C(x_2, x_5, x_6) + K_f(x_5 - F(\tilde{l}_h)) - K_{rh} u_1]. \end{cases} \quad (32)$$

纵摆子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -M(x_1, x_3)^{-1}[Vx_2 + C(x_2, x_3, x_4) + \\ mg \sin x_3 + K_f(x_3 - F(\tilde{l}_v)) - K_{rv}u_2]. \end{cases} \quad (33)$$

伸缩子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = -\frac{F_s}{m'} + \frac{K_1}{m'}u_3. \end{cases} \quad (34)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T = [\theta_h \quad \dot{\theta}_h \quad \theta_v \quad \dot{\theta}_v \quad l \quad \dot{l}]^T, \\ \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix}^T = [u_{rh} \quad u_{rv} \quad u_l]^T.$$

横向摆动和纵向摆动角位置通过编码器和倾角传感器测量, 截割臂伸缩长度通过位移传感器测量, 反作用力通过力传感器测量.

Step 1 分别针对截割臂各子系统, 定义滑模面为

$$\begin{cases} s_h(x, t) = e_h, \\ s_v(x, t) = e_v, \\ s_l(x, t) = e_l. \end{cases} \quad (35)$$

其中:

$$\begin{aligned} e_h &= x_1 - x_{1d}, \\ e_v &= x_3 - x_{3d}, \\ e_l &= x_5 - x_{5d}, \end{aligned}$$

x_{1d} , x_{3d} 和 x_{5d} 分别为 x_1 , x_3 和 x_5 参考位置.

Step 2 对式(35)求导, 可得

$$\begin{cases} \dot{s}_h(x, t) = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d}, \\ \dot{s}_v(x, t) = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = x_4 - \dot{x}_{3d}, \\ \dot{s}_l(x, t) = \dot{x}_5 - \dot{x}_{5d} = x_6 - \dot{x}_{5d}. \end{cases} \quad (36)$$

Step 3 对式(36)再求导, 可得

$$\begin{cases} \ddot{s}_I(x, t) = \dot{x}_2 = \\ -M(x_1, x_5)^{-1}[Vx_2 + C(x_2, x_5, x_6) + \\ K_f(x_5 - F(\tilde{l}_h)) - K_{rh}u_1], \\ \ddot{s}_{II}(x, t) = \dot{x}_4 = \\ -M(x_1, x_3)^{-1}[Vx_2 + C(x_2, x_3, x_4) + \\ mg \sin x_3 + K_f(x_3 - F(\tilde{l}_v)) - K_{rv}u_2], \\ \ddot{s}_{III}(x, t) = \dot{x}_6 = -\frac{F_s}{m'} + \frac{K_1}{m'}u_3. \end{cases} \quad (37)$$

定理1~3中的假设条件是关于状态、输入量及其相关函数的有界性条件. 对于实际控制系统而言, 各状态、输入量及其相关函数多为有界的. 因此, 可令截割臂控制系统各状态、输入量及其相关函数界存

在, 且满足

$$\begin{cases} |-M(x_1, x_5)^{-1}[Vx_2 + C(x_2, x_5, x_6) + \\ K_f(x_5 - F(\tilde{l}_h))]| \leq \Phi_h, \\ \Gamma_{hm} \leq \frac{K_{rh}}{M(x_1, x_5)} \leq \Gamma_{hM}, \\ |-M(x_1, x_3)^{-1}[Vx_2 + C(x_2, x_3, x_4) + \\ mg \sin x_3 + K_f(x_3 - F(\tilde{l}_v))]| \leq \Phi_v, \\ \Gamma_{vm} \leq \frac{K_{rv}}{M(x_1, x_3)} \leq \Gamma_{vM}, \\ |-\frac{F_s}{m'}| \leq \Phi_l, \\ \Gamma_{lm} \leq \frac{K_l}{m'} \leq \Gamma_{lM}. \end{cases} \quad (38)$$

Step 4 根据定理3和条件(38), 适当的选取控制输入幅值, 分别采用如下控制策略:

$$\begin{cases} U_h = \eta_h \Phi_h, \\ U_v = \eta_v \Phi_v, \\ U_l = \eta_l \Phi_l. \end{cases} \quad (39)$$

其中:

$$\begin{aligned} \eta_h &\geq \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_h \Gamma_{hm} - (1 - \beta_h) \Gamma_{hM}}, \\ \beta_h &\in (0.75, 1) \cap (\frac{\Gamma_{hM}}{\Gamma_{hm} + \Gamma_{hM}}, 1), \\ \eta_v &\geq \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_v \Gamma_{vm} - (1 - \beta_v) \Gamma_{vM}}, \\ \beta_v &\in (0.75, 1) \cap (\frac{\Gamma_{vM}}{\Gamma_{vm} + \Gamma_{vM}}, 1), \\ \eta_l &\geq \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_l \Gamma_{lm} - (1 - \beta_l) \Gamma_{lM}}, \\ \beta_l &\in (0.75, 1) \cap (\frac{\Gamma_{lM}}{\Gamma_{lm} + \Gamma_{lM}}, 1). \end{aligned}$$

4 仿真分析(Simulation)

利用式(39)以及图6~图8所构成的多输入多输出二阶滑模控制器对悬臂式掘进机器人截割臂控制进行仿真, 机器人截割臂及负载参数如下:

$$\begin{aligned} H &= 4 \text{ m}, m = 8500 \text{ kg}, m' = 4000 \text{ kg}, \\ F_s &= 10 \text{ kN} \cdot \text{m}, K_f = 2000, V = 1000, \\ K_{rh} &= 1000, K_{rv} = 1000, K_l = 1000, \end{aligned}$$

截割臂初始长度 $l = 4.558 \text{ m}$, 初始角度 $\theta = 1 \text{ rad}$, 煤岩硬度系数 $K_f = 1000$. 在实际控制系统中, 截割臂的摆动角度变化比较缓慢, 设 $|\dot{\theta}| \leq 10 \text{ rad/s}$. 控制截割头在三维空间的煤岩上截割一条从空间坐标(2, 4.3, 1.86)到(1, 4.3, 0.98)的直线. 截割臂横向摆动的参考角速度为 -0.008 rad/s , 截割臂垂直摆动的参考角速度为 -0.01 rad/s . 为模拟煤岩截割过程中的变负载情况的控制效果, 在20 s后, 将 K_f 变为2500, 横向和垂直摆动参考角速度设

为 -0.002 rad/s . 控制器参数如表1所示.

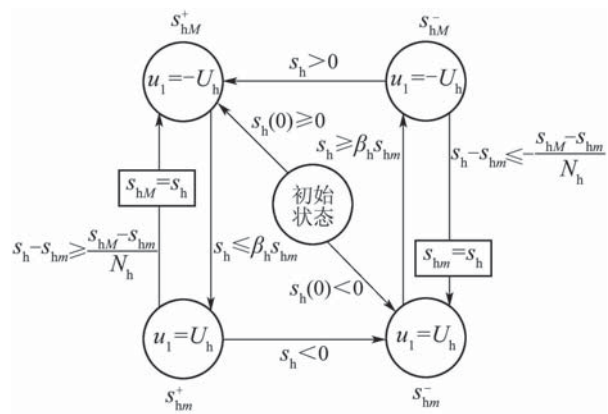


图 6 横向摆动控制策略

Fig. 6 Control strategy for horizontal motion

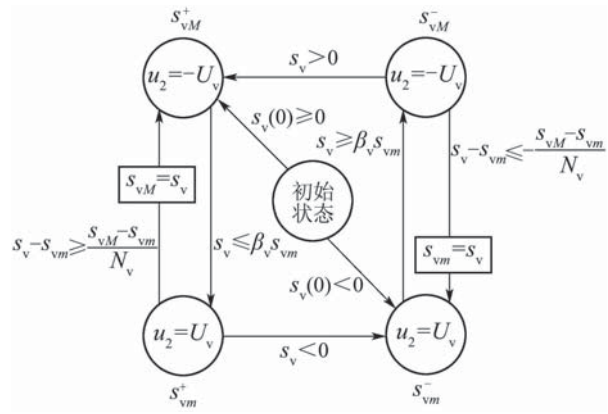


图 7 纵向摆动控制策略

Fig. 7 Control strategy for vertical motion

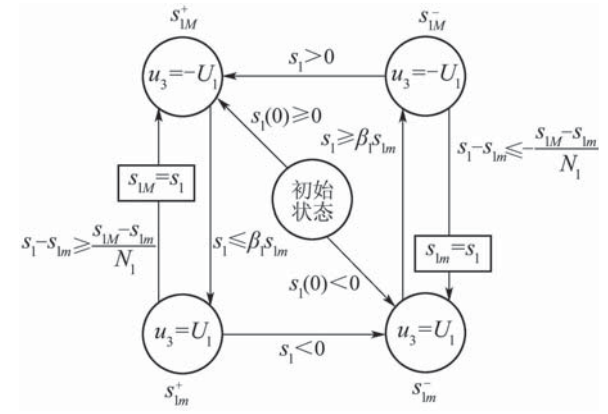


图 8 伸缩控制策略

Fig. 8 Control strategy for radial motion

表 1 控制器参数

Table 1 Controller parameters

模型参数	β_h	N_h	U_h	β_v	N_v	U_v	β_l	N_l	U_l
参数值	0.6	10000	2000	0.8	10000	200	0.8	10000	200

图9~图11分别给出了截割臂横向摆动角度跟踪过程、垂直摆动角度跟踪过程和长度跟踪过程. 从图中可以看出, 截割臂能够很好的跟踪参考角速度信号. 在20 s后, 煤岩特性发生变化, 煤岩特性系数 K_f 的变化从1000调整到2500, 即截割臂负载发生变化. 从图中可以看出, 截割臂横向摆动角度跟踪、垂直摆动角度跟踪和长度跟踪能继续保持跟踪参考速度信号. 图12为截割臂在三维空间中的运动轨迹. 该图以截割臂回转中心为坐标原点, 在三维空间中建立的直角坐标系. 从图中可以看出, 初始阶段, 截割头没有接触到煤岩. 在控制器的作用下, 以较快的速度跟踪上参考信号. 当截割头接触到煤岩后, 沿着给定的直线进行截割.

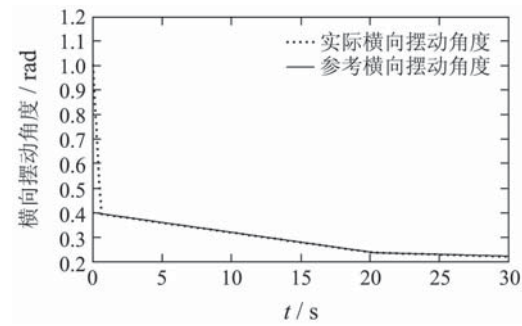


图 9 截割臂横向摆动角度跟踪

Fig. 9 Angle track for horizontal motion of the arm

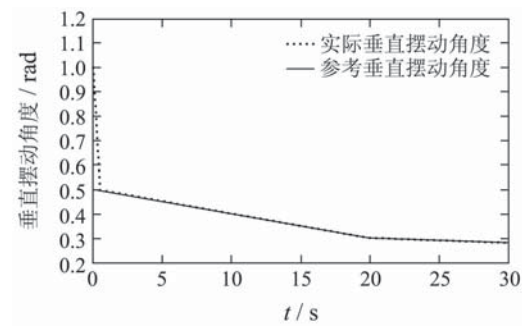


图 10 截割臂垂直摆动角度跟踪

Fig. 10 Angle track for vertical motion of the arm

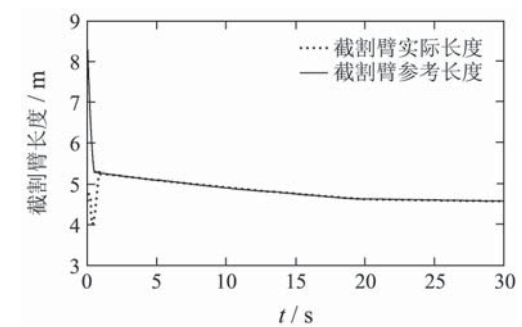


图 11 截割臂长度跟踪

Fig. 11 Length track for radial motion of the arm

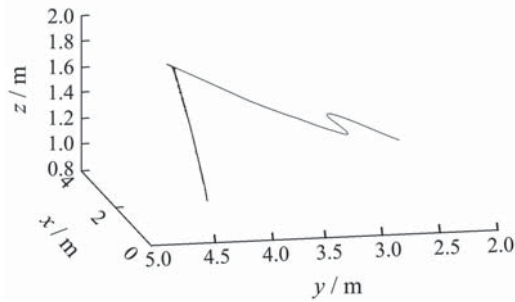


图12 截割臂三维运动轨迹

Fig. 12 Motion trace of the arm in 3D space

仿真结果表明,二阶滑模控制能够完成截割臂控制,实现对参考速度信号的跟踪,算法结构简单,响应速度快,抖动小。

5 实验结果(Experiment result)

本文利用提出的多输入多输出二阶滑模控制算法,在某悬臂式掘进机器人实验样机上进行了验证。实验以一堵水泥墙来代替煤岩,实验现场如图13所示。分别让机器人以0.04 rad/s的横向截割速度,0.04 rad/s的纵向截割速度工作,截割头初始位置为(0.08,4.00,0.08),从坐标点(0.434,4.30,0.431)出发进行截割。截割臂回转中心距墙面4.2 m,截割深度为0.1 m,控制器的参数如表2所示。



图13 实验现场

Fig. 13 Experimental setup

表2 实验系统二阶滑模控制器参数

Table 2 Second order sliding mode controller parameters in experimental system

模型参数	β_h	N_h	U_h/V	β_v	N_v	U_v/V	β_l	N_l	U_l/V
参数值	0.625	2000	+12	0.832	3500	+12	0.767	3500	+5

在实验中,将本文提出的算法与PID算法进行比较,PID控制器参数如表3所示,验证结果如图14~图18所示。在截割的过程中,由于截割头与墙面相互作用,造成了截割臂的震动,从采集的数据上可以看到传感器测量数据存在较大的干扰。从图中还可以看出,虽然在截割的过程中,测量值上叠加了一定干扰,截割头运动速度量无法测量,但是截割臂仍然能够稳定地跟踪参考轨迹。证明了本文提出的多输入多输出二阶滑模控制算法的有效性。从图14~图16中可以看出,相对于PID算法而言,

本文提出的控制算法到达时间快,且几乎无超调量。图17为 $X_n - Y_n$ 平面截割效果图,从图中可以看到,由于PID算法对截割臂的横向和纵向的角度控制存在超调,在截割过程中产生了一定偏差。为验证多变量二阶滑模控制算法对负载变化的鲁棒性,在水泥墙X轴大于0.75 m的墙面上增加0.05 m厚度(即改变截割深度),取横向截割速度为0.02 rad/s,纵向截割速度为0.02 rad/s。从图14和图15中可以看出,由于负载的增大,PID控制算法造成了横向和纵向摆动跟踪的反应滞后,而本文提出的控制算法能够较好的跟踪参考轨迹。从图17可以看到,由于摆动的跟踪滞后,而截割臂长度继续增加,从而造成了一定的截割误差,而本文提出的控制算法并未出现截割误差。因此,本文提出的多变量二阶滑模控制算法对负载变化具有较强的鲁棒性。图18为本文提出的多变量二阶滑模控制算法的三维截割效果图。从实验结果分析,对于悬臂式掘进机器人而言,采用本文提出的多输入多输出二阶滑模控制算法,可以在截割范围内控制截割头按给定的速度沿给定的参考路径完成断面成形。

表3 实验系统PID控制器参数

Table 3 PID controller parameters in experimental system

模型参数	P_h	I_h	D_h	P_v	I_v	D_v	P_l	I_l	D_l
参数值	216	1	10	252	1	12	800	3	50

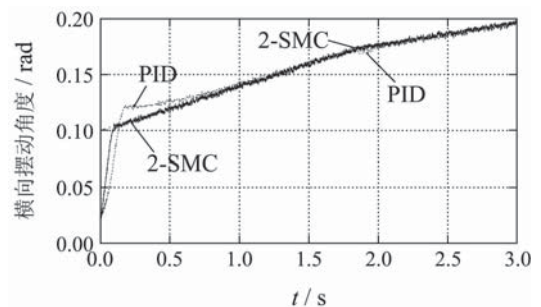


图14 截割臂横向摆动角度跟踪

Fig. 14 Angle track for horizontal motion of the arm

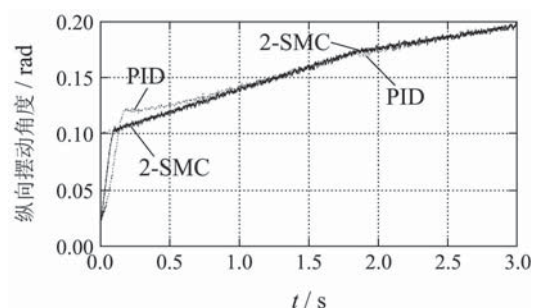


图15 截割臂纵向摆动角度跟踪

Fig. 15 Angle track for vertical motion of the arm

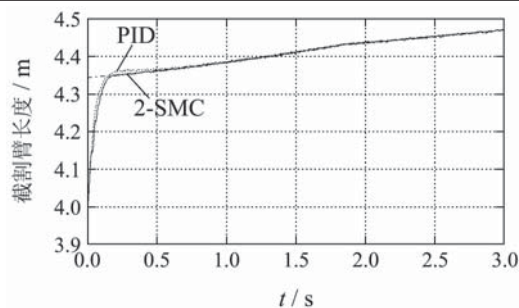


图 16 截割臂长度跟踪

Fig. 16 Length track for radial motion of the arm

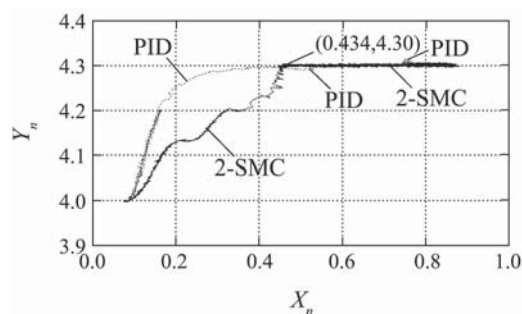
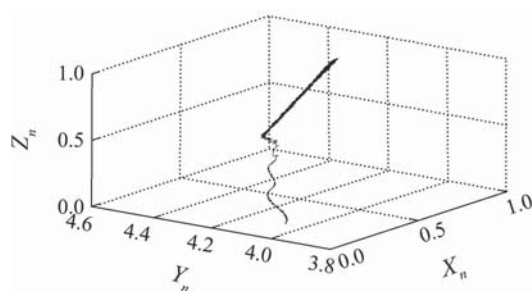
图 17 $X_n - Y_n$ 平面截割效果图Fig. 17 Cutting drawings in $X_n - Y_n$ plane

图 18 截割臂运动三维效果图

Fig. 18 Motion drawings of the arm in 3D space

6 总结(Summary)

本文根据悬臂掘进机器人截割臂的运动特点,对截割臂进行了受力分析,建立了截割臂横向摆动、垂直摆动和截割臂伸缩的动力学模型. 针对截割臂控制系统中的实际问题,将一类基于有限状态机的二阶滑模控制算法进行推广,提出了多输入多输出二阶滑模控制算法. 利用提出的控制算法,对截割臂控制系统进行了仿真和实验,取得了良好的控制效果,证明了算法的可行性.

参考文献(References):

- [1] 柴毅, 凌睿. 自主移动掘进机器人控制系统研究[C] //第25届中国控制会议论文集(下册). 哈尔滨: 中国自动化学会控制理论专业委员会, 2006: 1651 - 1654.
- [2] DEVY M, ORTEU J J, FUENTES-CANTILLANA J L, et al. Mining robotics: application of computer vision to the automation of a

roadheader[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1993, 11(2): 65 - 74.

- [3] ORTEU J J, CATALINA J C, DEVY M. Perception for a roadheader in automatic selective cutting operation[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Nice, Fr: IEEE, 1992, 1: 626 - 632.
- [4] 田劫, 汪胜陆, 张立涛, 等. 悬臂掘进机巷道断面自动成形控制运动学分析[J]. *煤炭科学技术*, 2007, 35(8): 86 - 88.
(TIAN Jie, WANG Shenglun, ZHANG Litao, et al. Kinematics analysis on auto profiling control of mine roadway cross section for mine boom type roadheader[J]. *Coal Science and Technology*, 2007, 35(8): 86 - 88.)
- [5] 杨青, 李树荣. 基于Backstepping 设计的不确定非线性系统的预测控制[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(4): 525 - 529.
(YANG Qing, LI Shurong. Model predictive control for nonlinear systems with uncertainty by using backstepping design[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 525 - 529.)
- [6] 吴玉香, 周东霞, 胡跃明. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(6): 1053 - 1058.
(WU Yuxiang, ZHOU Dongxia, HU Yueming. Robust adaptive control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1053 - 1058.)
- [7] 李英, 朱明超, 李元春. 基于速度观测模型的可重构机械臂补偿控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 891 - 897.
(LI Ying, ZHU Mingchao, LI Yuanchun. Velocity-observer-based compensator for motion control of a reconfigurable manipulator[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 891 - 897.)
- [8] 孙宜标, 郭庆鼎. 基于滑模观测器的直线伺服系统反馈线性化速度跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(3): 391 - 397.
(SUN Yibiao, GUO Qingding. Feedback linearization speed-tracking control of linear servo system based on sliding mode observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(3): 391 - 397.)
- [9] 叶剑, 乔俊飞, 李明爱, 等. 一种基于行为控制的两自由度机械臂智能控制器[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 440 - 448.
(YE Jian, QIAO Junfei, LI Ming'ai, et al. A behavior-based intelligent controller for a 2-dof manipulator[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 440 - 448.)
- [10] 胡慧, 刘国荣. 机械手的在线鲁棒自适应神经网络跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(3): 387 - 341.
(HU Hui, LIU Guorong. On-line adaptive robust neural network tracking control for robot manipulators[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 387 - 341.)
- [11] 林雷, 王洪瑞, 任华彬. 基于模糊变结构的机械臂控制[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(4): 643 - 650.
(LIN Lei, WANG Hongrui, REN Huabin. Fuzzy-based variable structure control for robotic manipulators[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 643 - 650.)
- [12] 胡跃明, 晁红敏, 李志权, 等. 非线性仿射控制系统的高阶滑模控制[J]. *自动化学报*, 2002, 28(2): 284 - 289.
(HU Yueming, CHAO Hongmin, LEE Chikuen, et al. High-order sliding mode control of nonlinear affine control systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(2): 284 - 289.)
- [13] LEVANT A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control[J]. *International Journal of Control*, 1993, 58(6): 1247 - 1263.
- [14] DAMIANO A, GIANLUCA L GATTO, MARONGIU I, et al. Second-order sliding-mode control of DC drives[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, 51(2): 364 - 373.
- [15] 孙宜标, 杨雪, 夏加宽. 基于二阶滑模的永磁直线同步电机的鲁棒速度控制[J]. *电工技术学报*, 2007, 22(10): 35 - 41.
(SUN Yibiao, YANG Xue, XIA Jiakuan. Robust speed control of

- permanent-magnet linear synchronous motor based on the second order sliding mode[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2007, 22(10): 35 – 41.)
- [16] CANALE M, FAGIANO L, FERRARA A, et al. Vehicle yaw control via second-order sliding-mode technique[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(11): 3908 – 3916.
- [17] PISANO A, DAVILA A, FRIDMAN L, et al. Cascade control of pm dc drives via second-order sliding-mode technique[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(11): 3846 – 3854.
- [18] TOURNES C, SHTESSEL Y. Automatic docking using second order sliding mode control[C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. USA: New York City, 2007: 3855 – 3860.
- [19] LEVANT A. Principles of 2-sliding mode design[J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 576 – 586.
- [20] 胡跃明. 变结构控制理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 74 – 84.
- [21] LEVANT A. Higher-order sliding modes differentiation and output feedback control[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 924 – 941.
- [22] BARTOLINI G, FERRARA A, AND E USAI. Chattering avoidance by second order sliding mode control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(2): 241 – 246.
- [23] BARTOLINI G, FERRARA A, PISANO A, et al. On the convergence properties of a 2-sliding control algorithm for nonlinear uncertain systems[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(7): 718 – 731.
- [24] BARTOLINI G, PISANO A, PUNTA E, et al. A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 875 – 892.
- [25] BARTOLINI G, PISANO A, USAI E. An improved second-order sliding-mode scheme robust against the measurement noise[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(10): 1731 – 1736.

作者简介:

凌 睿 (1979—), 男, 讲师, 目前研究方向为变结构控制、切换控制, E-mail: lingrui@cqu.edu.cn;

柴 毅 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性控制、数据融合, E-mail: chaiyi@cqu.edu.cn.