

汽车横摆的动态模型

刘志远¹, 周洪亮¹, 陈虹²

(1. 哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 吉林大学 控制科学与工程系, 吉林 长春 130025)

摘要: 建立横摆动态模型是汽车横摆稳定控制的基础. 本文根据汽车横摆稳定控制的特点, 综合车身横摆动态, 车轮动态和轮胎的非线性特性, 建立了非线性离散横摆动态模型, 其中轮胎摩擦力为时变参数. 为了估计本模型中的时变参数, 本文进而设计了离散滑模估计器估计轮胎摩擦力. 最后, 在一个高精度的汽车动力学仿真环境中, 证实了本估计方法可有效地估计车轮摩擦力, 所建立模型较为准确地反映汽车横摆动态.

关键词: 汽车横摆动态; 建模; 车轮摩擦力; 滑模观测器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Model-building for vehicle yaw dynamics

LIU Zhi-yuan¹, ZHOU Hong-liang¹, CHEN Hong²

(1. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China;

2. Department of Control Science and Engineering, Jilin University, Changchun Jilin 130025, China)

Abstract: Building the yaw dynamics model is fundamental to vehicle yaw stability control. Considering the characteristics of the vehicle yaw stability control, we propose a nonlinear discrete yaw dynamics model for a vehicle by combining the vehicle yaw dynamics, wheel dynamics and the nonlinear characteristics of tires. In this model, wheel frictional forces are considered as time-varying variables; to estimate these time-varying variables, a discrete sliding mode observer is designed. Finally, in a high-accurate simulation environment for the vehicle dynamics, results validate the accuracy in the estimation of wheel frictional forces, and the efficacy of the proposed model for the vehicle yaw dynamics.

Key words: vehicle yaw dynamics; build model; wheel adhesion force; sliding mode estimator

1 引言(Introduction)

汽车横摆稳定性决定汽车操控性和安全性, 因而横摆稳定控制系统的研究得到了极大地关注. 建模是控制系统设计的首要任务, 但汽车动力学模型具有强非线性特性, 难以基于此设计控制器, 需对其简化处理, 建立既能反映汽车主要动态, 又便于控制系统设计的汽车模型. 通过对汽车动力学特性简化可建立不同复杂程度的模型, 如以汽车横摆率和侧偏角为状态, 忽略车轮动态, 忽略轮胎非线性特性, 以车轮滑移率或制动力矩为控制输入, 建立整车2自由度(degree of freedom, DoF)线性模型^[1], 但此模型仅能在汽车的线性特性区间反映汽车动态, 如在高附着系数路面上, 只有当汽车的横向加速度小于0.4 g时此模型才可较为准确地描述汽车转向特性. 而另外一些研究则将车身动态与车轮动态分开建立模型, 针对车身以虚拟的直接横摆力矩为控制输入, 横摆率为状态建立车身模型, 再通过控制分配和车轮动态模型求取制动力矩作为控制输入^[2,3]. 就笔者所知, 针对汽车的横摆稳定控制, 现在还没有既

考虑车身横摆动态又考虑车轮, 轮胎非线性特性的统一模型.

本文主要完成两部分工作, 第1部分工作是建立了包含车身、车轮动态和轮胎非线性特性的非线性离散汽车横摆动态模型, 此模型由4个子模型组成, 分别以汽车的横摆率和制动车轮的滑移率为状态, 以制动车轮的制动力矩为控制输入, 并且在此模型中, 将车轮的纵向和横向摩擦力处理为时变参数. 第2部分工作是为了提高模型精度以减小后续控制器设计的保守性, 由车轮动力学特性设计离散滑模估计器, 实时估计轮胎摩擦力, 并且考虑到离散滑模估计器不能达到滑模面, 只能处于边界层(boundary layer)中, 在摩擦力重构中加入了轮速估计误差补偿项.

2 汽车横摆动态模型建立(Vehicle yaw dynamics model building)

从总体上看, 汽车动态特性分为两个主要部分: 车身动态和车轮动态, 汽车在转向时二者的动力学特性分别如图1和图2所示^[1].

在图1和图2中: F_{xi} , F_{yi} ($i = 1, 2, 3, 4$)分别为车轮纵向和横向摩擦力, α_i 为车轮侧偏角, δ 为前轮转向角, r 为横摆率.

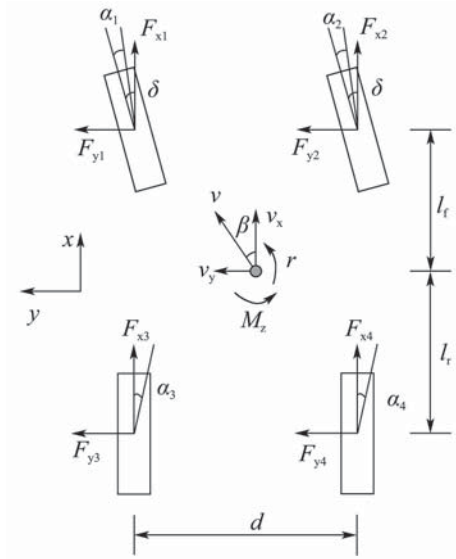


图1 汽车横摆动态模型

Fig. 1 Vehicle yaw dynamics model

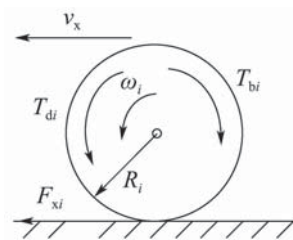


图2 车轮动态模型

Fig. 2 Wheel dynamics model

汽车转向时,横摆率 r 与汽车的稳定性密切相关,表征汽车是否按驾驶员的驾驶意愿行驶.当横摆率 r 的绝对值小于驾驶员期望横摆率(由方向盘转角和车速决定)时,汽车不足转向,产生侧滑.当 r 的绝对值大于驾驶员期望横摆率时,汽车过度转向,甚至激转.根据图1,可得 r 的动力学方程如式(1)所示^[4]:

$$\dot{r} = \frac{1}{J_z} [l_f(F_{x1} + F_{x2}) \sin \delta - l_r(F_{y3} + F_{y4}) + l_f(F_{y1} + F_{y2}) \cos \delta + \frac{d}{2}(F_{x4} - F_{x3}) + \frac{d}{2}(F_{x2} - F_{x1}) \cos \delta + \frac{d}{2}(F_{y1} - F_{y2}) \sin \delta], \quad (1)$$

其中: J_z 为汽车横摆转动惯量, l_f 和 l_r 分别为汽车前轴和后轴到重心的距离, d 为轴距.

车轮的动力学模型用式(2)描述^[4]:

$$\dot{\omega}_i = \frac{T_{di} - R_i F_{xi}}{J_{wi}} - \frac{T_{bi}}{J_{wi}}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (2)$$

其中: ω_i 为车轮角速度, R_i 为车轮半径, T_{di} 为驱动力矩, T_{bi} 为制动力矩, J_{wi} 为车轮转动惯量.

式(1)和式(2)中,轮胎与地面之间的摩擦力 F_{xi} 和 F_{yi} 决定了车身和车轮的动态,具有强非线性特性,本文使用分式轮胎模型^[5]描述其特性,如式(3):

$$\begin{cases} F_{xi} \approx \frac{\mu F_{zi}}{\mu_0 F_{zi0}} \frac{\chi_z}{\chi_\lambda \lambda_i^2 + 1} \frac{K_\lambda}{\chi_\alpha \alpha_i^2 + 1} \lambda_i, \\ F_{yi} \approx \frac{\mu F_{zi}}{\mu_0 F_{zi0}} \frac{\eta_z}{\eta_\lambda \lambda_i^2 + 1} \frac{C_\alpha}{\eta_\alpha \alpha_i^2 + 1} \alpha_i, \end{cases} \quad (3)$$

其中: μ 为当前路面的附着系数, F_{zi} 分别为车轮垂直载荷, λ_i 为车轮滑移率,其他为轮胎特性参数.

在式(3)所示的轮胎非线性模型中,其纵向力和横向力由 λ_i 和 α_i 共同决定,其计算公式如下^[4]:

$$\begin{cases} \lambda_i = \frac{R_i \omega_i - v_x}{v_x}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \\ \alpha_1 = \delta - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_x - \frac{l_f r}{2}}\right), \\ \alpha_2 = \delta - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_x + \frac{l_f r}{2}}\right), \\ \alpha_3 = -\arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_x - \frac{l_r r}{2}}\right), \\ \alpha_4 = -\arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_x + \frac{l_r r}{2}}\right). \end{cases} \quad (4)$$

式(1)~(5)反映了汽车横摆动态、车轮动态和轮胎非线性特性,但是若将上述模型简单结合构成面向控制的模型,致使模型状态较多、形式复杂,难以设计横摆稳定控制器.考虑到横摆稳定控制有其自身特点,即当控制器判断汽车有失稳倾向时,通过对某个车轮施加制动力矩,改变车身动态,使 r 能够跟踪驾驶员期望横摆率^[6].以汽车右转向时过度转向为例,通过制动左前轮,改变其滑移率 λ_1 ,进而改变 F_{x1} 和 F_{y1} ,减小 $|r|$ 以减小汽车转向速度纠正过度转向.此时 λ_1 和 α_1 都较大,轮胎处于非线性区域.其他3个车轮的制动力矩为0,其滑移率、侧偏角、垂直载荷、纵向和横向摩擦力变化相对较小.针对此工况,以 $[r, \lambda_1]$ 为状态,以 T_{b1} 为控制输入建立汽车横摆动态模型,其中车身动态方程通过将式(3)($i = 1$)所描述的轮胎模型代替式(1)中的 F_{x1} , F_{y1} ,保留其他3个车轮的纵向、横向力得到.车轮滑移率动态方程通过将车速 v_x 近似为常值,综合式(2)和式(4)($i = 1$)得到.更进一步,为设计电子控制单元,使用欧拉公式对模型离散化,建立以式(6)为代表的非线性离散横摆动态模型,其中 T_s 为系统采样时间.制动其他3个车轮的模型与式(6)类似.通过上述方法建立的模型既反映车身动态,又反映车轮动态和轮胎

非线性特性, 并且系统维数较小, 便于控制器设计.

$$\begin{cases} r(k+1) = \\ r(k) + \frac{T_s}{J_z} [A(l_f \sin \delta(k) - \frac{d}{2} \cos \delta(k)) + \\ B(l_f \cos \delta(k) + \frac{d}{2} \sin \delta(k)) + \\ \frac{d}{2}(F_{x4}(k) - F_{x3}(k)) + \frac{d}{2}F_{x2}(k) \cos \delta(k) - \\ l_r(F_{y3}(k) + F_{y4}(k)) - \frac{d}{2}F_{y2}(k) \sin \delta(k) + \\ l_f F_{x2}(k) \sin \delta(k) + l_f F_{y2}(k) \cos \delta(k)], \\ \lambda_1(k+1) = \\ \lambda_1(k) + \frac{T_s}{J_{\omega 1}}(T_{d1}(k) - T_{b1}(k) - R_1 F_{x1}(k)). \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\mu F_{z1}(k)}{\mu_0 F_{z10}} \frac{\chi_z}{\chi_\lambda \lambda_1(k)^2 + 1} \frac{K_\lambda \lambda_1(k)}{\chi_\alpha \alpha_1(k)^2 + 1}, \\ B &= \frac{\mu F_{z1}(k)}{\mu_0 F_{z10}} \frac{\eta_z}{\eta_\lambda \lambda_1(k)^2 + 1} \frac{C_\alpha \alpha_1(k)}{\eta_\alpha \alpha_1(k)^2 + 1}. \end{aligned}$$

在模型(6)中, 车轮的纵向摩擦力 $F_{xi}(k)$ 和横向摩擦力 $F_{yi}(k)$ 为时变参数, 决定车身和车轮动态, 若其是未知的, 则在控制器设计中只能将其视为未知干扰, 无疑会增加系统的保守性, 降低控制系统性能, 因此能否实时获取 $F_{xi}(k)$, $F_{yi}(k)$ 成为此模型是否具有可用性的关键问题. 但是 $F_{xi}(k)$, $F_{yi}(k)$ 较难通过传感器测量, 同时因为路面变化, 车轮垂直载荷变化等因素影响, 较难通过轮胎模型精确计算. 因此本文设计估计器进行实时估计.

3 车轮摩擦力估计(Wheel adhesion forces estimation)

为了解决第2小节中建立汽车横摆动态模型的关键问题, 本小节研究 $F_{xi}(k)$, $F_{yi}(k)$ 估计方法. 因为在汽车横摆稳定控制方面的重要作用, 近年来车轮摩擦力估计得到广泛地关注, 如文献[2]通过随机游走模型将4个车轮纵向力、前后轴横向力处理为系统状态, 通过扩展Kalman滤波器估计车轮摩擦力. 文献[7]将横向力通过轮胎非线性模型和驰豫模型处理为状态, 将纵向力通过随机游走模型处理为状态, 同样使用扩展Kalman滤波器估计车轮摩擦力. 文献[8,9]针对车轮动力学特性, 在已知车轮转角的条件下, 设计二阶滑模super-twisting估计器估计 $F_{xi}(k)$. 本小节使用车轮动力学模型, 将轮胎纵向摩擦力处理为未知输入, 利用滑模估计方法在处理未知输入估计方面的优势设计离散滑模估计器^[10].

轮胎摩擦力直接作用在车轮上, 决定车轮动态, 则可通过测量每个车轮的转速信号实时估计每个轮胎纵向摩擦力, 再通过车轮侧偏角和轮胎特性计算

横向摩擦力. 将式(2)通过欧拉方法离散化:

$$\omega_i(k+1) = \omega_i(k) + \frac{T_s}{J_{\omega i}}(T_{di}(k) - R_i F_{xi}(k) - T_{bi}(k)). \quad (7)$$

从式(7)看出, $F_{xi}(k)$ 为车轮动态的未知输入, 又因为 $\omega_i(k)$ 可测, 则可通过滑模估计器实现 $F_{xi}(k)$ 的估计.

设计的离散滑模估计器如下:

$$\hat{\omega}_i(k+1) = \hat{\omega}_i(k) + L(\omega_i(k) - \hat{\omega}_i(k)) + \frac{T_s}{J_{\omega i}}(T_{di}(k) - T_{bi}(k)) + v_i(k), \quad (8)$$

其中: $\hat{\omega}_i(k)$ 为 $\omega_i(k)$ 的估计值, L 为估计器的参数, $v_i(k)$ 为此估计器的不连续项.

与连续滑模估计器不同, 离散滑模估计器受到系统采样时间的限制, 不可能以无穷频率在滑模面附近切换, 只能使系统收敛到滑模面附近的边界层中, 并且为了防止过度抖振, 使用饱和函数代替符号函数计算不连续项^[10], 其形式如下:

$$\text{sat}(\cdot, \varepsilon) \triangleq \begin{cases} \frac{\cdot}{\varepsilon}, & |\cdot| \leq \varepsilon, \\ \text{sgn}(\frac{\cdot}{\varepsilon}), & |\cdot| > \varepsilon, \end{cases}$$

其中: ε 为滑模面边界层的界, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数. 由此定义不连续项为

$$v_i(k) = -R_i \rho \text{sat} \frac{e_i(k)}{\varepsilon}, \quad (9)$$

其中: ρ 决定其幅值, $e_i(k) = \hat{\omega}_i(k) - \omega_i(k)$ 为轮速估计误差.

定理 1 应用式(8)所示的估计器时, 估计器误差 $e_i(k)$ 收敛到区域 $|e_i(k)| < \varepsilon$ 的充分条件为:

$$\rho^- < \rho < \frac{2-L}{R_i} \varepsilon - \rho^-, \quad 0 < L < 2,$$

其中 $\rho^- = \sup | \frac{T_s}{J_{\omega i}} F_{xi}(k) |$.

证 式(8)与式(7)作差为

$$\begin{aligned} e_i(k+1) &= \hat{\omega}_i(k+1) - \omega_i(k+1) = \\ &(1-L)e_i(k) + (v_i(k) + \frac{T_s}{J_{\omega i}} R_i F_{xi}(k)). \end{aligned} \quad (10)$$

取估计误差 $e_i(k) = 0$ 为滑模面, 则只有当 $-1 < (1-L) < 1$, 即 $0 < L < 2$ 时, 误差 $e_i(k)$ 收敛, 并且由离散滑模估计的原理, 可达性条件为:

$$\begin{cases} (e_i(k+1) - e_i(k)) \text{sgn}(e_i(k)) < 0, & (11a) \\ (e_i(k+1) + e_i(k)) \text{sgn}(e_i(k)) > 0. & (11b) \end{cases}$$

下面以估计误差在边界层外和边界层内两种情况分别求取可达性条件. 当误差在边界层外, 即 $|e_i(k)| \geq \varepsilon$ 时, $\text{sat}(e_i(k), \varepsilon) = \text{sgn}(e_i(k))$, 式(11a)为

$$(e_i(k+1) - e_i(k)) \text{sgn}(e_i(k)) =$$

$$-L|e_i(k)| + (-R_i\rho \operatorname{sgn}(e_i(k)) + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} R_i F_{xi}(k)) \operatorname{sgn}(e_i(k)) < 0,$$

则式(11a)成立的条件为

$$\rho > \rho^-, \quad \rho^- = \sup \left| \frac{T_s}{J_{\omega_i}} F_{xi}(k) \right|. \quad (12)$$

式(11b)为

$$(e_i(k+1) + e_i(k)) \operatorname{sgn}(e_i(k)) = (2-L)|e_i(k)| - \rho R_i + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} R_i F_{xi}(k) \operatorname{sgn}(e_i(k)) > 0,$$

即有 $\rho < \frac{2-L}{R_i} |e_i(k)| + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} F_{xi}(k) \operatorname{sgn}(e_i(k))$. 又因为

$$\frac{2-L}{R_i} |e_i(k)| + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} F_{xi}(k) \operatorname{sgn}(e_i(k)) \geq \frac{2-L}{R_i} \varepsilon - \rho^-,$$

所以式(11b)成立的条件为

$$\rho < \frac{2-L}{R_i} \varepsilon - \rho^-. \quad (13)$$

当 $|e_i(k)| < \varepsilon$, 即估计误差在边界层内时,

$$\begin{aligned} |e_i(k+1)| &= \\ |(1-L)e_i(k) - R_i\rho \frac{e_i(k)}{\varepsilon} + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} R_i F_{xi}(k)| &\leq \\ |(1-L) - R_i\rho \frac{1}{\varepsilon}| |e_i(k)| + \left| \frac{T_s}{J_{\omega_i}} R_i F_{xi}(k) \right| &< \\ |(1-L)\varepsilon - R_i\rho| + R_i\rho^- &. \end{aligned}$$

由式(12)和式(13)得

$$|e_i(k+1)| < (\varepsilon - R_i\rho) + R_i\rho^- < \varepsilon.$$

即只要估计误差进入到边界层就会一直处于边界层内. 证毕.

对比式(7)和式(8), 当系统进入边界层时 $\hat{\omega}_i(k) \approx \omega_i(k)$, 并且考虑到 $e_i(k)$ 进入边界层后就一直处于边界层内, 系统的采样时间极小(ms级), 采样点间轮速变化较小, 则可认为 $e_i(k+1) \approx e_i(k)$, 将式(10)写成如下的形式:

$$e_i(k) \approx (1-L)e_i(k) + (-R_i\rho \operatorname{sat}(\frac{e_i(k)}{\varepsilon}) + \frac{T_s}{J_{\omega_i}} R_i F_{xi}(k)),$$

则纵向力的估计值为

$$\hat{F}_{xi}(k) \approx \frac{J_{\omega_i}}{T_s R_i} (L e_i(k) + R_i \rho \operatorname{sat}(\frac{e_i(k)}{\varepsilon})).$$

由式(3)所示的轮胎模型中的横向摩擦力与纵向摩擦力关系可得横向摩擦力的估计值为

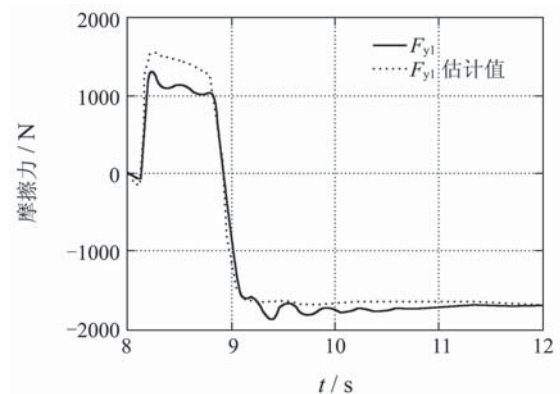
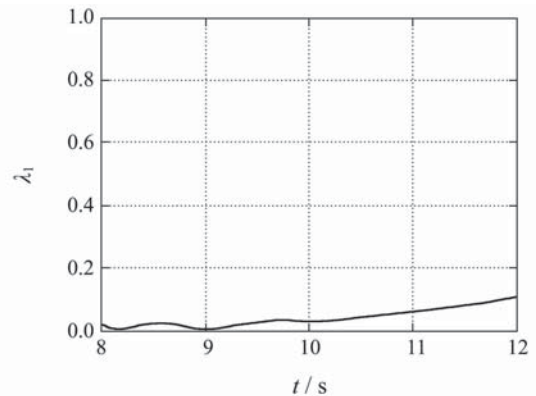
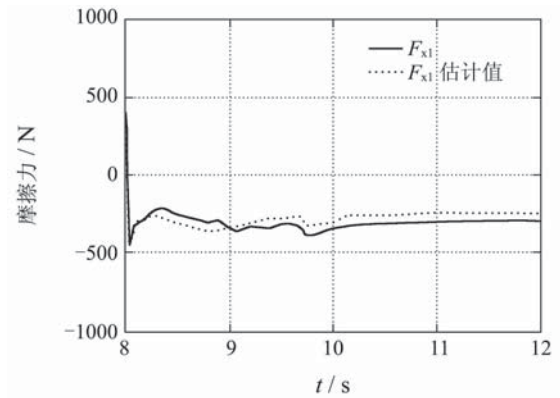
$$\hat{F}_{yi}(k) \approx \frac{C_\alpha}{K_\lambda} \frac{\alpha_i(k)}{\lambda_i(k)} \hat{F}_{xi}(k).$$

将 $\hat{F}_{xi}(k)$ 和 $\hat{F}_{yi}(k)$ 代入以式(6)为代表的模型中

即得到了面向横摆稳定控制的汽车动态模型.

4 模型验证(Model evaluation)

为了检验所建立的模型能否反映汽车横摆稳定控制中的车身、车轮动态, 本小节基于德国TESIS公司的高精度汽车多体动力学仿真软件veDYNA, 使用测试汽车横摆特性的Sine with dwell测试方法设置仿真工况, 车速为80 km/h, 路面附着系数为0.4. 在汽车转向时, 汽车侧偏角 β 达到了 40° , 远远超出了保持汽车转向稳定的物理极限^[6], 汽车会失去横摆稳定性. 图3为在此仿真中左前轮 $F_{x1}(k)$, $F_{y1}(k)$, $\lambda_1(k)$, $\alpha_1(k)$ 及估计的 $\hat{F}_{x1}(k)$ 和 $\hat{F}_{y1}(k)$, 车轮侧偏角非常大, 轮胎进入强非线性区域, 车轮纵向、横向摩擦力估计值分别逼近真实值. 说明在汽车失去横摆稳定性工况下, 所设计估计器可较为准确地估计车轮摩擦力.



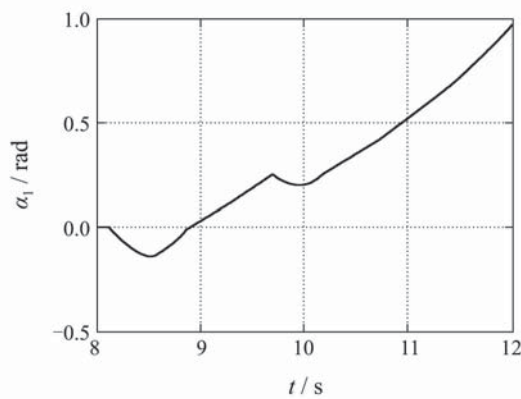


图 3 未受控制的左前车轮摩擦力及状态

Fig. 3 Front left wheel forces and states without control

为保证汽车稳定, 按照汽车横摆稳定控制的思想, 根据汽车状态分别对4个车轮施加制动力矩, 再次仿真. 图4为汽车横摆率以及4个模型的有效区域. 从中看出, 在对车轮施加制动力矩进行横摆稳定控制时, 本文所建立模型横摆率与真实横摆非常接近, 但2DoF线性模型的横摆率与真实横摆率有较大的差别, 在9s~10s时, 右后轮和左前轮制动, 2DoF模型横摆率远小于真实横摆率, 这是因为每个车轮的摩擦力都使用线性方法计算, 在汽车状态接近物理极

限时已经不准确, 而所建立模型之所以可反映汽车状态, 正是所设计离散滑模估计器的作用, 参见图5.

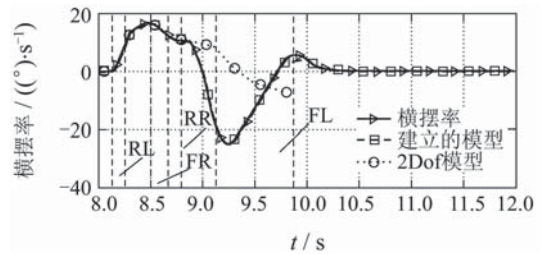


图 4 横摆稳定控制时的汽车横摆率

Fig. 4 Vehicle yaw rate under yaw stability control

图5为左前车轮摩擦力和状态. 从中看出, 通过对车轮施加制动力矩, 使滑移率增大, 并且汽车的转向使车轮侧偏角较大, 超出轮胎的线性特性区域, 但是车轮纵向摩擦力和横向摩擦力都估计得非常准确, 并且较为平滑, 一方面是因为在估计器中使用饱和函数在边界层内平滑符号函数, 另一方面是因为在制动中, 轮速仅能减小, 估计误差符号固定, 没有穿越滑模面. 从图5中还可看出, 以模型(6)为代表的汽车横摆动态模型中的滑移率与真实滑移率非常接近, 即此模型可在汽车横摆稳定控制中反映车身横摆动态和制动车轮动态.

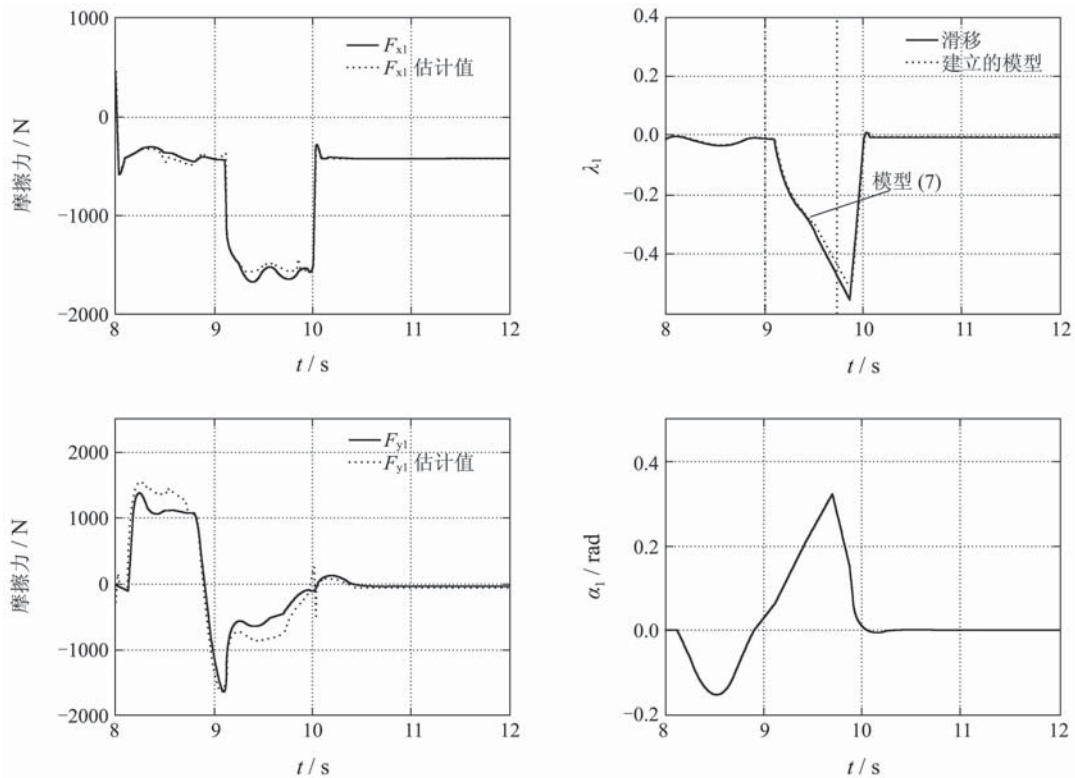


图 5 横摆稳定控制时的左前车轮摩擦力及状态

Fig. 5 Front left wheel forces and states under yaw stability control

5 结论(Conclusion)

本文首先根据汽车横摆稳定控制中针对汽车状态分别对不同车轮制动的特点,对汽车动力学特性进行简化,建立了面向汽车横摆稳定控制的模型.此模型既包含了与汽车横摆稳定控制密切相关的汽车横摆动态,又包含了制动车轮动态和轮胎非线性特性,以反映汽车非线性特性.进而,针对此模型中不易测量的4个轮胎纵向力和横向力,基于车轮动力学特性设计了轮胎摩擦力的离散滑模估计器,此估计器可在汽车失去横摆稳定性和横摆稳定控制中较好地估计车轮摩擦力,解决了此建模的关键问题,保证了所建立模型的准确性.

参考文献(References):

- [1] ZHENG S B, TANG H J, HAN Z Z, et al. Controller design for vehicle stability enhancement[J]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(12): 1413 – 1421.
- [2] HONG D, HWANG I, YOON P, et al. Development of a vehicle stability control system using brake-by-wire actuators[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME*, 2008, 130(1): 011008.
- [3] DAEGUN H, PALJOO Y, HYOUNG-JIN K, et al. Wheel slip control systems utilizing the estimated tire force[C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. New York: IEEE, 2006: 5873 – 5878.
- [4] KIENCKE U, NIELSEN L. *Automotive Control Systems for Engine, Driveline and Vehicle*[M]. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2005.
- [5] BASLAMISLI S C, POLAT I, KOSE I E. Gain scheduled active steering control based on a parametric bicycle model[C] // *Intelligent Vehicles Symposium*. New York: IEEE, 2007: 1168 – 1173.
- [6] VAN ZANTEN A T. Bosch ESP systems: 5 years of experience[C] // *Proceedings of Society of Automotive Engineers*. Detroit, MI, USA: SAE Press, 2000: 2000-01-1633.
- [7] BAFFET G, CHARARA A, DHERBOMEZ G. An observer of tire-road forces and friction for active security vehicle systems[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2007, 12(6): 651 – 661.
- [8] SHRAIM H, ANANOU B, FRIDMAN L, et al. Sliding mode observers for the estimation of vehicle parameters, forces and states of the center of gravity[C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control*. New York: IEEE, 2006: 1635 – 1640.
- [9] OULADSINE M, SHRAIM H, FRIDMAN L, et al. Vehicle parameter estimation and stability enhancement using the principles of sliding mode[C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 5224 – 5229.
- [10] VELUVOLU K C, SOH Y C, CAO W. Robust discrete-time nonlinear sliding mode state estimation of uncertain nonlinear systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(9): 803 – 828.

作者简介:

- 刘志远 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事汽车电子控制、约束系统鲁棒控制以及机器人控制方面的研究, E-mail: liuzy_hit@hit.edu.cn;
- 周洪亮 (1981—), 男, 工程师, 博士研究生, 主要从事汽车动力学和主动安全控制系统方面的研究, E-mail: zhouhongliang@hit.edu.cn;
- 陈虹 (1963—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事鲁棒控制、预测控制、非线性系统控制等方面的研究, E-mail: chen@jlu.edu.cn.