文章编号: 0000−0000(2011)01−0046−07

高斯混合粒子Cardinalized概率假设密度滤波被动测角多目标跟踪

张俊根, 姬红兵

(西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 为解决目标数未知或随时间变化的多目标跟踪问题, 通常将多目标状态和观测数据表示为随机集形式, 通过Cardinalized概率假设密度(CPHD)滤波, 递推计算目标的强度(即概率假设密度, PHD)及目标数的概率分布.然而对于被动测角的非线性跟踪问题, CPHD无法获得闭合解. 为此, 本文提出一种新的高斯混合粒子CPHD算法, 利用高斯混合近似PHD, 避免了用聚类确定目标状态, 同时, 将拟蒙特卡罗(QMC)积分方法引入计算目标状态的预测和更新分布, 取得了良好的效果.

关键词: 多目标跟踪; 随机集; Cardinalized概率假设密度; 被动测角; 拟蒙特卡罗

中图分类号: TN953 **文献标识码**: A

Gaussian mixture particle Cardinalized probability hypothesis density based passive bearings-only multi-target tracking

ZHANG Jun-gen, JI Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: When the number of targets is unknown or varies with time, multi-target state and measurements are expressed as random sets and the multi-target tracking problem is addressed by the Cardinalized probability hypothesis density(CPHD) filter, which propagates not only the probability hypothesis density(PHD) of the joint distribution but also the full probability distribution on target number. However, the CPHD can not provide a closed-form solution to the nonlinear problem occurred in the passive bearings-only multi-target tracking system. A novel Gaussian mixture particle CPHD(GMPCPHD) filter is presented in the paper. The PHD is approximated by a mixture of Gaussians, which avoids clustering in the determination of target states. In addition, Quasi-Monte Carlo integration method is introduced to approximate the prediction and update distributions of target states. Simulation results verify the effectiveness of the proposed GMPCPHD.

Key words: multi-target tracking; random sets; Cardinalized probability hypothesis density; passive bearings-only; Quasi-Monte Carlo

1 引言(Introduction)

在多目标跟踪(MTT)问题中, 由于存在目标的出现、消失及新目标的衍生, 每一时刻的目标数目会发生改变. 此外, 观测信息的不确定性, 如漏检、虚警等问题均给目标跟踪带来了很大困难. 如何实时、有效地跟踪数目不定的多个目标, 一直是学术界和工程应用领域的研究热点和难点问题.

传统的多目标跟踪算法包括: 联合概率数据关联滤波算法(JPDAF)及其改进算法[1,2]、多假设跟踪算法(MHT)及其改进算法[3,4]、多目标粒子滤波算法[5]等. 这些算法都需要对观测值与目标的对应关系进行数据关联计算, 计算量相当庞大.

近几年, 许多学者利用随机集统计理论, 提出了概率假设密度(PHD)滤波及其实现算法, 解决多目标跟踪问题[6~9], 该算法将复杂的多目标状态空间的运算转换为单目标状态空间内的运算, 有效避免了多目标跟踪中复杂的数据关联组合问题. 然而, 当目标较多时, PHD滤波不能提供可靠的目标数估计. 在文献[10,11]中, Mahler放宽了目标数服从泊松分布的假设, 提出了Cardinalized PHD(CPHD)滤波, 联合估计目标状态的PHD和目标数的概率分布, 提高了滤波性能. 文献[12]从物理空间的角度扩展了CPHD滤波的推导. 文献[13]给出了CPHD在线性高斯情况下的一个解析解, 即高斯混合CPHD(GMCPHD)滤波, 通过加权高斯混合来近似目标强度函数. 文献[14]提出了应用于地面动目标跟踪问题的GMCPHD滤波算法.

针对被动测角多目标跟踪, CPHD不再具有闭

收稿日期: 2010−01−01; 收修改稿日期: 2010−04−25.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60871074).

合解, 本文在GMCPHD研究的基础上, 提出一种新的CPHD滤波多目标跟踪算法, 在高斯混合的框架下, 通过一组高斯粒子滤波器(GPF)[15]近似目标概率分布, 同时, 引入了拟蒙特卡罗(QMC)[16]方法进行积分近似计算, 改善了目标跟踪性能. 将其应用于三站被动测角多目标跟踪, 仿真验证了算法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

2.1 随机集多目标滤波模型(Random set model of multi-target filtering)

在多目标跟踪问题中, 当目标的数目未知或随时间变化时, 目标数是一个离散随机变量, 状态空间的维数也会随目标数的不同取值而变化. 类似地, 观测数也是一个随时间变化的离散随机变量, 多目标的状态和观测可以建模为随机有限集的形式[13], 即, $X_k = \{x_{k,1}, \cdots, x_{k,N_k}\} \in F(\chi)$为目标状态集, $Y_k = \{y_{k,1}, \cdots, y_{k,M_k}\} \in F(Y)$为观测集, 其中$F(\chi)$ 和$F(Y)$分别是χ和Y上的所有有限子集的集合, N_k及M_k分别表示k时刻目标个数及观测个数, 其中某些观测可能源于杂波.

若$k-1$时刻状态随机集为X_{k-1}, 则k时刻的状态随机集X_k可表示为

$$X_k = \Big(\bigcup_{x\in X_{k-1}} S_{k|k-1}(x)\Big) \cup \Big(\bigcup_{x\in X_{k-1}} B_{k|k-1}(x)\Big) \cup \Gamma_k, \tag{1}$$

其中: Γ_k表示k时刻新生目标状态随机集, $B_{k|k-1}(x)$表示k时刻从目标x衍生分裂出来的目标状态随机集, $S_{k|k-1}(x)$表示从$k-1$时刻到k时刻仍然存活的目标状态随机集.

目标的观测随机集Y_k可表示为

$$Y_k = K_k \cup \Big(\bigcup_{x\in X_k} \Theta_k(x)\Big), \tag{2}$$

其中: K_k表示虚警或杂波观测随机集, $\Theta_k(x)$表示源于真实目标的观测随机集.

2.2 CPHD滤波(CPHD filtering)

由于直接对X_k和Y_k的联合概率密度函数进行处理复杂度较高, Mahler提出采用多目标联合概率密度函数的一阶矩, 即概率假设密度函数(PHD, 也叫强度函数), 近似描述多目标随机集概率密度[8]. 但是, PHD滤波丢失了高阶势分布信息, 当目标数较大时, PHD滤波估计的目标数不准确. CPHD滤波克服了PHD滤波的局限性, 联合估计目标强度和势分布(即目标数的概率分布), 改善了目标估计性能[10,11].

令$D_{k|k-1}$和$p_{k|k-1}$分别表示$k-1$时刻预测多目标强度和势分布, D_k和p_k表示k时刻后验多目标强度和势分布, 则CPHD迭代公式为

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^{n} p_{\Gamma,k}(n-j)\Pi_{k|k-1}[D_{k-1}, p_{k-1}](j), \tag{3}$$

$$D_{k|k-1}(x) = \int p_{S,k}(\zeta)\phi_{k|k-1}(x|\zeta)D_{k-1}(\zeta)\mathrm{d}\zeta + \gamma_k(x), \tag{4}$$

$$p_k(n) = \frac{\Upsilon_k^0[D_{k|k-1}, Y_k](n)p_{k|k-1}(n)}{\langle \Upsilon_k^0[D_{k|k-1}, Y_k], p_{k|k-1}\rangle}, \tag{5}$$

$$D_k(x) = D_{k|k-1}(x) \times \Big[(1-p_{D,k}(x))\frac{\langle \Upsilon_k^1[D_{k|k-1}, Y_k], p_{k|k-1}\rangle}{\langle \Upsilon_k^0[D_{k|k-1}, Y_k], p_{k|k-1}\rangle} + \sum_{y\in Y_k}\Psi_{k,y}(x)\frac{\langle \Upsilon_k^1[D_{k|k-1}, Y_k\backslash\{y\}], p_{k|k-1}\rangle}{\langle \Upsilon_k^0[D_{k|k-1}, Y_k], p_{k|k-1}\rangle}\Big]. \tag{6}$$

其中:

$$\Pi_{k|k-1}[D, p](j) = \sum_{l=j}^{\infty} C_j^l \frac{\langle p_{S,k}, D\rangle^j \langle 1-p_{S,k}, D\rangle^{l-j}}{\langle 1, D\rangle^l} p(l), \tag{7}$$

C_j^l是二项式系数, $\langle\cdot,\cdot\rangle$表示内积运算, $p_{\Gamma,k}(\cdot)$是新生目标集的势分布, $\gamma_k(\cdot)$是新生目标集的强度, $p_{S,k}(\cdot)$是目标存活概率,

$$\Upsilon_k^u[D, Y](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Y|,n)} \Big[(|Y|-j)!p_{K,k}(|Y|-j) \times P_{j+u}^n \frac{\langle 1-p_{D,k}, D\rangle^{n-(j+u)}}{\langle 1, D\rangle^n} e_j\big(\Xi_k(D, Y)\big)\Big], \tag{8}$$

P_j^n是排列系数, $\Psi_{k,y}(x) = \dfrac{\langle 1, \kappa_k\rangle}{\kappa_k(y)} g_k(y|x)p_{D,k}(x)$, $\Xi(D, Y) = \{\langle D, \Psi_{k,y}\rangle : y \in Y\}$, $e_j(\cdot)$是初等对称函数, Y_k是观测集, $p_{K,k}(\cdot)$表示杂波的势分布, $\kappa_k(\cdot)$为杂波观测的强度函数, $p_{D,k}(\cdot)$为目标检测概率, $\phi_{k|k-1}(x|\zeta)$和$g_k(y|x)$分别表示目标转移密度和观测似然, 假定每个目标系统模型都为高斯的, 并且, 目标状态转移函数及观测函数分别用$f_{k-1}(\cdot)$及$h_k(\cdot)$表示, 则

$$\phi_{k|k-1}(x|\zeta) = N(x; f_{k-1}(\zeta), Q_{k-1}), \tag{9}$$

$$g_k(y|x) = N(y; h_k(x), R_k). \tag{10}$$

其中: $N(x; m, P)$表示均值为m、协方差为P的高斯密度, Q_{k-1}是过程噪声协方差, R_k是观测噪声协方差.

3 多目标滤波(Multi-target filtering)

在线性高斯情况下, GMCPHD可以提供CPHD滤波的闭合解, 通过一系列高斯分量的加权和来近似表示, 这样在任意k时刻, 只需对$D_{k|k-1}$和D_k各个高斯分量(均值、协方差)及其权值进行运算即可[12]. 对于非线性多目标跟踪问题, GMCPHD不再具有闭合

解. 在目标强度递推过程中, 需要进行粒子采样来对各高斯项积分近似, 传统的MC方法通过随机采样n个点, 利用统计的方法得到近似积分值, 误差阶达到$\mathrm{O}(n^{-1/2})$[16].

3.1 QMC采样(QMC sampling)

本文利用QMC方法进行积分近似, 通过用精选的确定性点来取代MC中的随机点, 它可以看作是MC方法的确定性部分, 选择一种点集在样本空间能提供最好的可能性分布, 这些确定性的点称为"低偏差点". 理论分析和实验结果都表明采用"低偏差点"比完全随机点得到的积分误差要小, 特别地, 在最优低偏差序列情况下, QMC采样积分的误差阶能渐近达到$\mathrm{O}(n^{-1})$, 优于MC采样方法[17].

QMC采样的关键就是产生分布均匀的样本, 即低偏差点集. 本文以p为基的随机化Halton序列$\{u_i\}$, $i=1,\cdots,n$构造低偏差点集, 并将这些低偏差点集转换为拟高斯序列, 得到拟蒙特卡罗随机样本[18]. 具体算法如下:

Step 1 产生以p为基的长度为n的随机化Halton序列$\{u_i\}, i=1,\cdots,n$.

1) 初始化: 选择一个随机化的初始值 $u_i\sim\mathrm{Uniform}[0,1]$.

2) For $i=1,\cdots,n$,

计算$k=-\ln(1-u_i)/\ln p+1$,

计算$b_k^p=(p+1-p^k)/p^k, u_{i+1}=u_i+b_k^p$.

Step 2 将序列$\{u_i\}$转换为服从均值μ、协方差Σ的拟高斯序列$\{x_i\}, i=1,\cdots,n$.

1) 对协方差矩阵Σ进行Cholesky分解: $\Sigma=R^{\mathrm{T}}R$, 其中$(\cdot)^{\mathrm{T}}$表示$(\cdot)$的转置.

2) 将序列$\{u_i\}$变换为$\{x_i\}, i=1,\cdots,n$, 得到拟高斯序列, $x_i=\mu+R\varphi^{-1}(u_i)$, $\varphi(\cdot)$是标准高斯分布的概率分布函数.

图1分别画出了MC和QMC方法产生的高斯样本点(1000个点), 可以看出QMC点集分布更均匀.

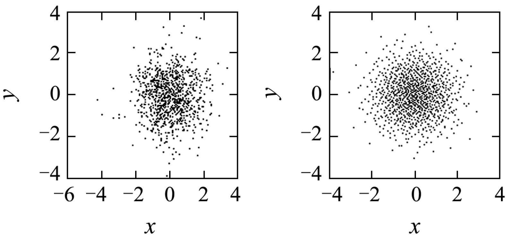

图 1 MC样本点和QMC样本点

Fig. 1 MC points and QMC points

3.2 QMC-GMPCPHD 滤波 (QMC-GMPCPHD filtering)

QMC-GMPCPHD滤波利用一组GPFs[15]近似目标的概率分布, 通过预测和更新进行迭代, 如下:

预测: 假定$k-1$时刻的后验目标强度D_{k-1}和势分布p_{k-1}已知, 并且D_{k-1}为一高斯混合形式

$$D_{k-1}(x)=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}\omega_{k-1}^{(i)}N(x;m_{k-1}^{(i)},P_{k-1}^{(i)}). \tag{11}$$

对每一个预测高斯分量, 利用QMC方法采样粒子

$$\begin{aligned}&x_{k-1}^{(i)(j)}\sim N(\cdot;m_{k-1}^{(i)},P_{k-1}^{(i)}),\\&x_{S,k|k-1}^{(i)(j)}\sim\phi_{k|k-1}(\cdot|x_{k-1}^{(i)(j)}),\\&i=1,\cdots,J_{k-1},j=1,\cdots,N_p,\end{aligned}$$

则有

$$p_{k|k-1}(n)=\sum_{j=0}^{n}\Big[p_{\Gamma,k}(n-j)\sum_{l=j}^{\infty}C_j^l p_{k-1}(l)p_{S,k}^j(1-p_{S,k})^{l-j}\Big], \tag{12}$$

$$\begin{aligned}D_{k|k-1}(x)=&\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}}\omega_{k|k-1}^{(i)}N(x;m_{k|k-1}^{(i)},P_{k|k-1}^{(i)})=\\&\gamma_k(x)+D_{S,k|k-1}(x)=\\&\sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}}\omega_{\gamma,k}^{(i)}N(x;m_{\gamma,k}^{(i)},P_{\gamma,k}^{(i)})+\\&p_{S,k}\sum_{i=1}^{J_{k-1}}\omega_{k-1}^{(i)}N(x;m_{S,k|k-1}^{(i)},P_{S,k|k-1}^{(i)}).\end{aligned} \tag{13}$$

其中: $J_{\gamma,k}$, $\omega_{\gamma,k}^{(i)}$, $m_{\gamma,k}^{(i)}$, $P_{\gamma,k}^{(i)}$, $i=1,\cdots,J_{\gamma,k}$是新生目标集的强度参数, 类似地, J_{k-1},$\omega_{k-1}^{(i)}$, $m_{S,k|k-1}^{(i)}$, $P_{S,k|k-1}^{(i)}$, $i=1,\cdots,J_{k-1}$表示存活目标集的强度参数.

式(13)包括两部分, 第1部分为新生目标集的PHD, 另一部分为预测存活目标集的PHD, 即

$$\begin{aligned}D_{S,k|k-1}(x)=&p_{S,k}\sum_{i=1}^{J_{k-1}}\Big[\omega_{k-1}^{(i)}\times\\&\int N(x;f_{k-1}(\zeta),Q_{k-1})N(\zeta;m_{k-1}^{(i)},P_{k-1}^{(i)})\mathrm{d}\zeta\Big].\end{aligned} \tag{14}$$

高斯分量的均值和方差通过下面两式计算:

$$m_{S,k|k-1}^{(i)}=\frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}x_{S,k|k-1}^{(i)(j)}, \tag{15}$$

$$P_{S,k|k-1}^{(i)}=\frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}\big[(m_{S,k|k-1}^{(i)}-x_{S,k|k-1}^{(i)(j)})\times(m_{S,k|k-1}^{(i)}-x_{S,k|k-1}^{(i)(j)})^{\mathrm{T}}\big]. \tag{16}$$

更新: 假设$k-1$时刻预测目标强度$D_{k|k-1}$和势分布$p_{k|k-1}$已知, 并且$D_{k|k-1}$可以表示为一高斯混合形式

$$D_{k|k-1}(x)=\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}}\omega_{k|k-1}^{(i)}N(x;m_{k|k-1}^{(i)},P_{k|k-1}^{(i)}). \tag{17}$$

对于非线性观测函数, 高斯项权重无法获得闭合解, 可以利用重要性采样来近似计算, 对每个高斯分量构造重要性密度函数$\pi_k^{(i)}(\cdot|Y_{1:k-1},y)(i=1,\cdots,J_{k-1},y\in Y_k)$, 并通过QMC采样得到粒子$\{x_k^{(i)(j)},j=1,\cdots,N_p\}$, 计算每个粒子的权值:

$$\xi_k^{(i)(j)}(y)=\frac{N(y;h_k(x_k^{(i)(j)}),R_k)}{\pi_k^{(i)}(x_k^{(i)(j)}|Y_{1:k-1},y)}\times N(x_k^{(i)(j)};m_{k|k-1}^{(i)},P_{k|k-1}^{(i)}). \tag{18}$$

k时刻后验多目标强度D_k和势分布p_k更新为

$$p_k(n)=\frac{\varUpsilon_k^0[\omega_{k|k-1},Y_k](n)p_{k|k-1}(n)}{\langle\varUpsilon_k^0[\omega_{k|k-1},Y_k],p_{k|k-1}\rangle}, \tag{19}$$

$$D_k(x)=[1-p_{D,k}(x)]\frac{\langle\varUpsilon_k^1[\omega_{k|k-1},Y_k],p_{k|k-1}\rangle}{\langle\varUpsilon_k^0[\omega_{k|k-1},Y_k],p_{k|k-1}\rangle}D_{k|k-1}(x)+\sum_{y\in Y_k}\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}}\omega_k^{(i)}(y)N(x;m_k^{(i)}(y),P_k^{(i)}(y)), \tag{20}$$

其中:

$$\varUpsilon_k^u[\omega,Y](n)=\sum_{j=0}^{\min(|Y|,n)}\Big[(|Y|-j)p_{K,k}(|Y|-j)\times P_{j+u}^n\frac{\langle 1-p_{D,k},D\rangle^{n-(j+u)}}{\langle 1,\omega\rangle^n}e_j(\varXi_k(\omega,Y))\Big], \tag{21}$$

$$\varXi(\omega,Y)=\Big\{\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_k(y)}p_{D,k}\omega^{\mathrm{T}}\xi_k(y):y\in Y\Big\}, \tag{22}$$

$$\omega_{k|k-1}=\big[\omega_{k|k-1}^{(1)}\ \cdots\ \omega_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})}\big]^{\mathrm{T}}, \tag{23}$$

$$\xi_k(y)=\big[\xi_k^{(1)}(y)\ \cdots\ \xi_k^{(J_{k|k-1})}(y)\big]^{\mathrm{T}}, \tag{24}$$

$$\xi_k^{(i)}(y)=\frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}\xi_k^{(i)(j)}(y), \tag{25}$$

$$\omega_k^{(i)}(y)=p_{D,k}\omega_{k|k-1}^{(i)}\xi_k^{(i)}(y)\times\frac{\langle\varUpsilon_k^1[\omega_{k|k-1},Y_k\backslash\{y\}],p_{k|k-1}\rangle\langle 1,\kappa_k\rangle}{\langle\varUpsilon_k^0[\omega_{k|k-1},Y_k],p_{k|k-1}\rangle\kappa_k(y)}, \tag{26}$$

$$m_k^{(i)}(y)=\frac{\sum_{j=1}^{N_p}\xi_k^{(i)(j)}(y)x_k^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^{N_p}\xi_k^{(i)(j)}(y)}, \tag{27}$$

$$P_k^{(i)}(y)=\frac{1}{\sum_{j=1}^{N_p}\xi_k^{(i)(j)}(y)}\sum_{j=1}^{N_p}\big[\xi_k^{(i)(j)}(y)\times(m_k^{(i)}(y)-x_k^{(i)(j)})(m_k^{(i)}(y)-x_k^{(i)(j)})^{\mathrm{T}}\big]. \tag{28}$$

针对算法中高斯分量会随时间的增加而增大, 带来了计算负担的问题, 可以通过修剪剔除权值较低的高斯分量、合并相近的高斯分量来解决. 目标的状态就是权值较大的高斯分量的均值[13].

目标数目估计为

$$n_k=\sum_{n=1}^{\infty}np_k(n). \tag{29}$$

下面对QMC-GMPCPHD滤波算法进行小结:

假定已知$k-1$时刻目标集的PHD参数$\{\omega_{k-1}^{(i)},m_{k-1}^{(i)},P_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-1}}$、目标数概率分布$p_{k-1}$及观测$Y_k$.

Step 1　预测.

1) 新生目标预测:

For $i=1,\cdots,J_{\gamma,k}$,

$$\omega_{k|k-1}^{(i)}=\omega_{\gamma,k}^{(i)},m_{k|k-1}^{(i)}=m_{\gamma,k}^{(i)},P_{k|k-1}^{(i)}=P_{\gamma,k}^{(i)};$$

2) 存活目标预测:

For $i=1,\cdots,J_{k-1}$,

QMC粒子采样:

$$x_{k-1}^{(i)(j)}\sim N(\cdot;m_{k-1}^{(i)},P_{k-1}^{(i)}),$$
$$x_{S,k|k-1}^{(i+J_{\gamma,k})(j)}\sim\phi_{k|k-1}(x_{k-1}^{(i)(j)}),$$
$$j=1,\cdots,N_p;$$

估计参数:

$\omega_{k|k-1}^{(i+J_{\gamma,k})}=p_{S,k}\omega_{k-1}^{(i)}$, 利用(15)(16)计算$m_{k|k-1}^{(i+J_{\gamma,k})}$及$P_{k|k-1}^{(i+J_{\gamma,k})}$.

Step 2　更新.

1) 漏检目标集PHD更新:

For $i=1,\cdots,J_{k|k-1}$,

$$\omega_k^{(i)}=(1-p_{D,k})\omega_{k|k-1}^{(i)},$$
$$m_k^{(i)}=m_{k|k-1}^{(i)},P_k^{(i)}=P_{k|k-1}^{(i)};$$

2) 检测到的目标集PHD更新:

对每一个观测$y\in Y_k$, For $i=1,\cdots,J_{k|k-1}$,

QMC粒子采样:

$$x_k^{(i)(j)}\sim N(\cdot;m_{k|k-1}^{(i)},P_{k|k-1}^{(i)}),j=1,\cdots,N_p;$$

利用式(18)计算粒子权值, 利用式(27)和式(28)估计高斯分量的均值和方差, 对应的权值通过式(26)来计算;

3) 对高斯分量进行修剪与合并;

4) 通过式(19)计算目标后验势分布$p_k(n)$, 并利用式(29)估计目标数n_k;

5) 目标状态可以通过取n_k个较大的高斯分量进行估计.

4　仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

针对随机集多目标跟踪算法不仅估计目标集合的元素数量, 还要估计每个目标元素的状态, 所以相应的评价方式也从集合的势误差和状态误差两方

面综合考察算法的性能. 本文利用OSPA(optimal subpattern assignment) 脱靶距离[19]对 GMPPHD (Gaussian mixture particle PHD)、EK-GMCPHD (extended Kalman GMCPHD)及QMC-GMPCPHD滤波算法进行性能评价, 在EK-GMCPHD滤波算法中, 采用EKF进行线性化近似.

对于$1 \leqslant p < \infty$, 任意子集$X = \{x_1, \cdots, x_m\}$和$Y = \{y_1, \cdots, y_n\}$, $m, n \in N_o = \{0, 1, 2, \cdots\}$, 则当$m \leqslant n$时, 它们之间的$p$阶OSPA距离为:

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \Big(\frac{1}{n}\big(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^{m} d^{(c)}(x_i, y_{\pi(i)})^p + c^p(n-m)\big)\Big)^{\frac{1}{p}}. \quad (30)$$

其中: $d^{(c)}(x, y) = \min(c, d(x, y))$, $c > 0$, 反映了势估计误差对性能的影响程度, 参数p是调整OSPA距离对异常值的惩罚程度, Π_k表示$\{1, 2, \cdots, k\}$的所有排列组成集合. 如果$m > n$, 则可令$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \bar{d}_p^{(c)}(Y, X)$.

实验 1 采用3个被动观测站对多个目标进行测角跟踪, 目标在二维平面内运动, 目标数目未知且时变. 每个目标在平面上的运动方程可表示为

$$x_{k+1} = F x_k + G w_k. \quad (31)$$

式中: $x_k = [r_{\mathrm{x}}(k)\ \ \dot{r}_{\mathrm{x}}(k)\ \ r_{\mathrm{y}}(k)\ \ \dot{r}_{\mathrm{y}}(k)]^{\mathrm{T}}$表示二维坐标的位置和速度分量,

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$w_k \sim N\Big(\cdot; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{w1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{w2}^2 \end{bmatrix}\Big),$$
$$\sigma_{w1} = 0.5, \sigma_{w2} = 0.1.$$

三站对目标独立进行观测, 位置分别设定为$S_1(0, 0)$, $S_2(0, 600)$, $S_3(0, 1000)$, 观测方程为

$$\theta_k^{S_i} = \arctan\big(\frac{y_k - y_{S_i}}{x_k - x_{S_i}}\big) + v_k^i. \quad (32)$$

式中: (x_{S_i}, y_{S_i})为观测站i的位置, $v_k^i \sim N(\cdot; 0, \sigma_v^2)$, $i = 1, 2, 3$, $\sigma_v = 0.0175$, 对各站测得目标方位角进行集中式融合处理[1], 在此, 假定各站的测量数据已完成配准及关联.

目标存活概率$p_{S,k} = 0.99$, 检测概率$p_{D,k} = 0.98$, 不考虑目标衍生的情况, 新生目标随机集的PHD为

$$\gamma_k(x) = 0.2 \times \big[N(\xi; m_\gamma^{(1)}, P_\gamma) + N(\xi; m_\gamma^{(2)}, P_\gamma) + N(\xi; m_\gamma^{(3)}, P_\gamma)\big]. \quad (33)$$

其中:

$$m_\gamma^{(1)} = (100, 0, 300, 0)^{\mathrm{T}},$$
$$m_\gamma^{(2)} = (400, 0, 800, 0)^{\mathrm{T}},$$
$$m_\gamma^{(3)} = (300, 0, 500, 0)^{\mathrm{T}},$$
$$P_\gamma = \mathrm{diag}\{[100, 10, 100, 10]\},$$

杂波均匀分布于观测空间, 数目服从均值为$\lambda_k = 5$的泊松分布, OSPA脱靶距离参数$p = 2$, $c = 20$, 仿真时间步数为60, 粒子数$N_p = 50$, 实验是在一台Pentium(R) D CPU 1.86 GHz计算机上利用MATLAB完成的. 图2分别给出了x和y方向上的目标运动轨迹.

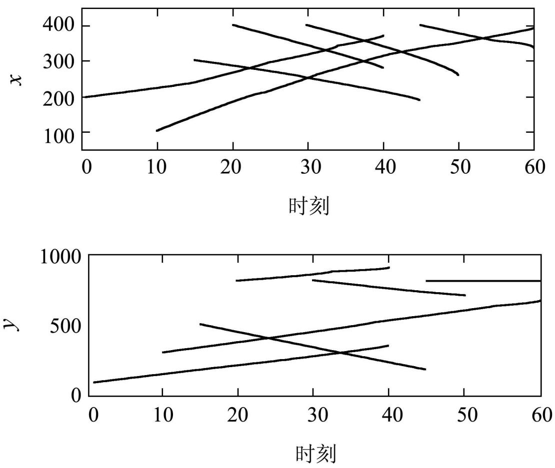

图 2 目标在$x-y$方向上的运动轨迹

Fig. 2 Target trajectories in $x-y$ coordinates

为了全面地比较算法的跟踪性能, 进行100次独立蒙特卡罗实验, 图3, 4分别给出了各算法每个时刻目标数估计的均值和标准差对比, 可以看出, EK-GMCPHD滤波算法估计的目标数误差较大, 主要是由于采用了EKF对非线性函数进行局部化近似, 引入了较大的线性化误差, 导致算法目标数估计不准确; 而GMPPHD及QMC-GMPCPHD算法都能收敛到正确的目标数, QMC-GMPCPHD算法的目标数估计方差比GMPPHD算法要小, 需要说明的是, 各滤波器对于目标数估计均值的正确收敛性, 仅仅是一个平均的概念, 更重要的是, 估计的方差决定了滤波器的有效性, 因为对于任何一次给定的样本路径, GMPPHD及EK-GMCPHD滤波算法估计的目标数不准确, 而QMC-GMPCPHD滤波器估计的目标数要相对准确可靠. 另外可以看出, 对于目标数的变化, QMC-GMPCPHD滤波器要比GMPPHD滤波器响应慢一些, 一个可能的解释是, GMPPHD滤波器估计目标数方差较大, 对这个估计的置信度就低, 更容易受到新来观测信息的影响, 而QMC-GMPCPHD滤波器目标数的估计具有较小的方差, 置信度较高, 对新的观测信息不敏感, 响应较慢.

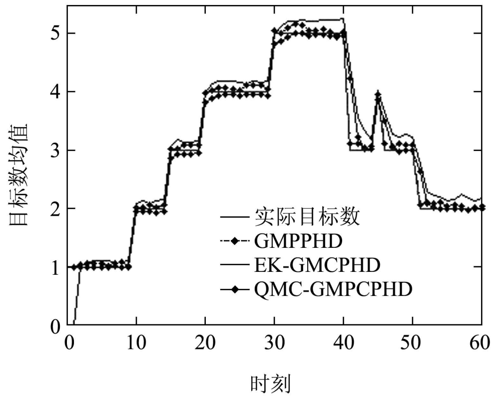

图 3 目标数估计均值

Fig. 3 Mean of estimated target number

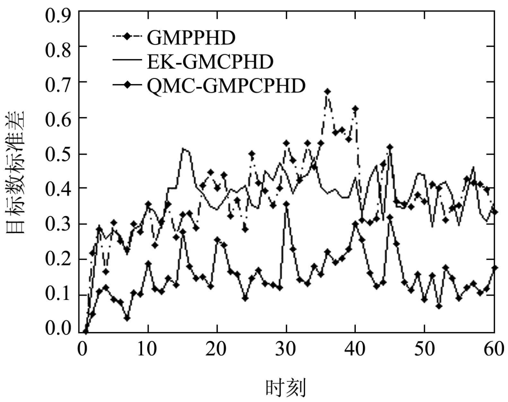

图 4 目标数估计标准差

Fig. 4 Standard deviation of estimated target number

图5给出了100次独立蒙特卡罗仿真每个时刻的平均OSPA脱靶距离, 可以看出, 大多数时刻QMC-GMPCPHD算法的跟踪结果都小于GMPPHD及EK-GMCPHD算法的结果, 在目标数发生变化的几个时刻, EK-GMCPHD滤波算法的脱靶距离最大, QMC-GMPCPHD次之, GMPPHD较小, 主要原因是, EK-GMCPHD和QMC-GMPCPHD滤波器在目标数变化时, 对目标数的估计响应较慢, OSPA距离惩罚的程度比GMPPHD滤波器要大; QMC-GMPCPHD算法估计精度高于EK-GMCPHD, OSPA距离惩罚的程度比EK-GMCPHD要小.

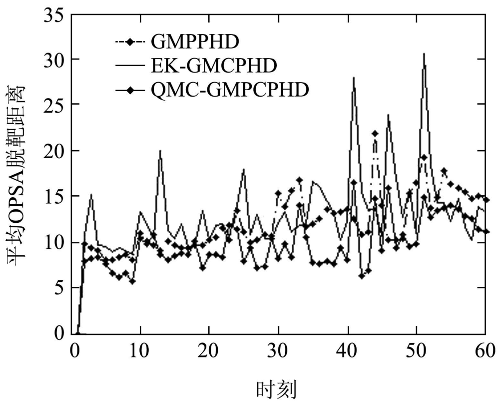

图 5 100次实验平均OSPA脱靶距离

Fig. 5 100 MC average OSPA miss-distance

实验 2 为考察不同粒子数对QMC-GMPCPHD和GMPPHD算法的影响, 增大粒子数为100, 200, 400, 分别进行100次独立蒙特卡罗实验, 仿真场景同实验1. 表1给出了100次实验平均OSPA脱靶距离的均值对比. 可以看出, EK-GMCPHD算法跟踪误差较大; 在粒子数较少的情况下, QMC-GMPCPHD滤波算法比GMPPHD算法的跟踪性能优势更明显; 随着采用粒子数的增多, QMC-GMPCPHD和GMPPHD滤波算法跟踪精度都有所提高, 并且, 这两种算法目标跟踪性能差别会减小.

表2给出了算法平均每个时刻的运行时间对比, 当粒子数为50时, EK-GMCPHD和QMC-GMPCPHD滤波算法由于要联合估计目标强度和目标数的概率分布, 复杂度要高于GMPPHD算法; QMC-GMPCPHD算法由于采用了GPF近似目标概率分布, 运行时间要大于EK-GMCPHD算法; 随着采用粒子数的增多, QMC-GMPCPHD和GMPPHD算法的运算时间也将增大, 这方面可以利用GPF的可并行处理性质, 能使算法的运行时间大大降低.

表 1 算法平均OSPA脱靶距离均值比较

Table 1 Comparison of the mean of 100 MC average OSPA distance of the filtering methods

滤波算法	OSPA均值			
	50	100	200	400
GMPPHD	11.9651	10.8764	9.5391	8.4607
QMC-GMPCPHD	9.6302	8.7024	8.2314	7.9728
EK-GMCPHD	13.0356			

表 2 算法平均运行时间比较

Table 2 Comparison of the average computation time of the filtering methods

滤波算法	运行时间/s			
	50	100	200	400
GMPPHD	0.2760	0.4731	0.8816	1.6989
QMC-GMPCPHD	0.5706	0.9103	1.7431	3.7164
EK-GMCPHD	0.3827			

5 结论(Conclusion)

本文提出了一种新的被动测角QMC-GMPCPHD滤波的多目标跟踪算法, 在高斯混合框架下, 通过一组GPFs来联合估计目标强度和目标数的概率分布, 采用QMC方法进行积分近似, 使得可以采用较小的粒子数, 达到较高的目标跟踪精度, 利用GPF的可并行处理性可以减小算法的运行时间, 达到实时跟踪的目的, 这将是后期研究的重点.

参考文献(References):

[1] BAR-SHALOM Y, LI X R. *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*[M]. Storrs: YBS Publishing, 1995.

[2] MUSICKI D, EVANS R. Joint integrated probabilistic data association: JIPDA[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(3): 1093 – 1099.

[3] BLACKMAN S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 19(1): 5 – 18.

[4] RUAN Y, WILLETT P. Multiple model PMHT and its application to the second benchmark radar tracking problem[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(4): 1337 – 1350.

[5] HUE C, LE-CADRE J P, PEREZ P. Sequential Monte Carlo methods for multiple target tracking and data fusion[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 309 – 325.

[6] 庄泽森, 张建秋, 尹建君. Rao-Blackwellized粒子概率假设密度滤波算法[J]. 航空学报, 2009, 30(4): 698 – 705.
(ZHUANG Zesen, ZHANG Jianqiu, YIN Jianjun. Rao-blackwellized particle probability hypothesis density filter[J]. *Acat Aeronautica et Astronautica, Sinica*, 2009, 30(4): 698 – 705.)

[7] YIN J J, ZHANG J Q, ZHUANG Z S. Gaussian-sum PHD filtering algorithms for nonlinear non-Gaussian models[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(4): 341 – 351.

[8] MAHLER R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152 – 1178.

[9] CLARK D, VO B-T, VO B-N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters[C] //*2007 IEEE Aerospace Conference*. Big Sky MT: IEEE, 2007: 1 – 11.

[10] MAHLER R. A theory of PHD filters of higher order in target number[C] //*Proceedings of the SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando FL: SPIE Press, 2006, 6235: 62350K.

[11] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523 – 1543.

[12] ERDINC O, WILLETT P, BAR-SHALOM Y. A physical-space approach for the probability hypothesis density and cardinalized probability hypothesis density filters[C] //*Proceedings of the SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE Press, 2006, 6236: 623619.

[13] VO B T, VO B N, CANTONI A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3553 – 3567.

[14] ULMKE M, ERDINC O, WILLETT P. Gaussian mixture cardinalized PHD filter for ground moving target tracking[C] //*2007 10th International Conference on Information Fusion*. Quebec QC: IEEE, 2007: 1 – 8.

[15] KOTECHA J, DJURIC P. Gaussian particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(10): 2592 – 2601.

[16] XAVIER L, ALAIN X, GERARD F, et al. A Quasi-Monte Carlo integration method applied to the computation of the pollaczek integral[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2008, 23(3): 1527 – 1534.

[17] 赵欣. 基于随机集理论的被动多传感器多目标跟踪技术[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.
(ZHAO Xin. *Techniques of multiple passive sensors multiple targets tracking based on random finite sets theory*[D]. Xi'an: Xidian University, 2009.)

[18] GUO D, WANG X. Quasi-Monte Carlo filtering in nonlinear dynamic systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(6): 2087 – 2098.

[19] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447 – 3457.

作者简介:

张俊根 (1979—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为信号处理与检测、目标跟踪等, E-mail: zhang_jungen@ sina.com;

姬红兵 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为光电信息处理、智能信息处理、被动多传感器定位与跟踪等.