

噪声统计特性未知时的鲁棒卡尔曼滤波算法设计

王建文, 税海涛, 李 迅, 张 辉, 马宏绪

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 本文研究了噪声统计特性未知时的鲁棒卡尔曼滤波算法(RKF)设计问题. 首先, 提出了一种新的RKF算法设计条件, 并分析了其合理性; 其次, 从RKF算法设计条件出发研究了RKF算法的设计问题, 把RKF算法的设计过程转化为计算一组线性矩阵不等式(LMI)的可行解; 再次, 研究了LMI可行解的计算问题, 并通过计算该LMI的可行解设计了一种RKF算法; 最后, 通过仿真验证了所设计的RKF算法的有效性.

关键词: 随机线性系统; 鲁棒卡尔曼滤波算法; 设计条件; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP274 **文献标识码:** A

Robust Kalman filter design for unknown noise covariance

WANG Jian-wen, SHUI Hai-tao, LI Xun, ZHANG Hui, MA Hong-xu

(School of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: This paper is concerned with the problem of a robust Kalman filter(RKF) design when noise covariance is unknown in stochastic linear systems. A novel design criterion for RKF is proposed, and its rationality is analyzed. Based on the criterion, the design of a RKF is transformed to solving a linear matrix inequality(LMI). The results are validated by simulations.

Key words: stochastic linear system; robust Kalman filter; design criterion; linear matrix inequality

1 引言(Introduction)

卡尔曼滤波算法(Kalman filter, KF)^[1]的缺点和局限性是要求噪声统计特性已知, 而实际应用中, 噪声统计特性可能是部分已知、近似已知或完全未知的^[2~5]. 基于不精确的或错误的噪声统计特性设计KF算法会导致滤波性能变差, 甚至造成滤波发散^[2~4].

针对这一问题, 很多学者进行了广泛深入的研究, 总结起来, 大致有两种解决方案:

第1种方案是设计自适应卡尔曼算法(adaptive Kalman filter, AKF)^[2~5], 修正滤波增益矩阵, 提高AKF算法性能. 例如, 文献[3]提出了一种自适应渐消广义卡尔曼滤波算法(adaptive fading extended Kalman filter, AFEKF)用于解决随机非线性系统信息部分已知时的状态估计问题, AFEKF算法利用一个遗忘因子来修正滤波增益矩阵, 取得了较好的状态估计效果; 文献[4]提出了一种自适应模糊跟踪卡尔曼滤波算法(adaptive fuzzy strong tracking Kalman filter, AFSTKF)用于解决系统模型无法精确得到时的状态估计问题, AFSTKF算法利用T-S模型构造了一个模糊逻辑推理系统, 该推理系统能够根

据发散度情况动态调整软化因子, 从而修正了滤波增益矩阵, 提高了状态估计算法性能; 文献[5]使用变分贝叶斯(variational Bayesian)方法同时估计系统的状态和时变测量噪声方差, 该方法的本质是对状态和噪声方差的联合后验概率分布分别构造一个可分离的变分近似, 最终构造出的算法是一个迭代算法, 在该算法中系统状态由KF算法获得, 而噪声方差的统计值由固定点迭代方法得到.

第2种方案是设计鲁棒卡尔曼滤波算法(robust Kalman filter, RKF)^[6~12], 在算法设计时考虑噪声统计特性不确定性(或未知)对滤波性能的影响, 使得RKF算法中的误差协方差矩阵对所有满足约束条件的系统均有上界. 例如, 文献[6]提出了一种RKF算法用于解决模型系数中含有多项式约束不确定项的系统的状态估计问题, 它使用线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)设计了一个稳态滤波器, 该滤波器能够保证估计误差是渐进稳定的, 且能够保证估计误差协方差矩阵具有最优上界, 该RKF算法是基于参数相关的Lyapunov函数设计的; 文献[7]提出了一种RKF算法用于解决模型存在不确定性和线性化误差时的系统状态估计问题, 它能够保证估计误

差协方差矩阵具有最优上界,另外,该RKF算法对噪声的不确定性具有很好的鲁棒性;文献[8,9]提出了一种RKF算法用于解决参数具有不确定性的系统的状态估计问题:文献[8]采用了一种折衷设计思想,即综合考虑滤波算法的正常性能以及对不确定性的鲁棒性,期望在二者之间寻求平衡,该RKF算法不像其他RKF算法那么保守;文献[9]既考虑了状态系数的不确定性又考虑了噪声系数的不确定性,该RKF算法能够保证估计误差协方差矩阵具有最小上界;文献[10]使用线性二次博弈方法设计了一种RKF算法,它把统计特性未知的噪声和初始状态看作是外部输入,通过减小最坏外部输入情况下的估计误差来设计滤波算法,该设计与减小估计误差协方差矩阵的设计方法有很大不同,它能够根据Riccati方程的解来描述估计误差的减小情况;文献[11]提出了一种RKF算法用于解决模型系数中含有多项式约束不确定项的系统的状态估计问题,它给出了该RKF算法存在的充分条件,该RKF算法能够保证估计误差有界;文献[12]提出了一种RKF算法用于解决噪声协方差矩阵时变、未知时的系统的状态估计问题,它定义了一些正定矩阵,给出了这些正定矩阵是估计误差协方差矩阵、新息协方差矩阵、预测误差协方差矩阵的上界的充分条件,滤波算法设计过程中涉及到的部分参数可通过减小这些上界直接得到,而其他参数则可通过减小新息协方差矩阵得到,该RKF算法把参数求解问题转化成了凸优化问题,并使用LMI进行求解。

纵观上述滤波算法的设计思路,可以看出,在解决噪声统计特性部分已知、近似已知或完全未知问题方面,从设计思想角度来说,设计AKF算法的解决方案和设计RKF算法的解决方案都是合理的,特别是设计AKF算法的解决方案更易为广大学者所接受,而实际应用中,AKF算法和RKF算法均有局限性. AKF算法的局限性在于:文献[13]指出AKF算法仅在几种特殊情况下是收敛的;文献[14]指出即使有大量信息可用,估计的概率密度分布函数仍旧可能偏离真实的概率密度分布函数;除此之外,就作者所知,AKF算法一般意义下的收敛性仍旧未被证明. RKF算法的局限性在于:文献[6~9]中的算法要求参数的不确定性部分严格满足不等式约束;文献[10,11]中的算法要求噪声序列来自于 l_2 空间;文献[12]中的算法要求噪声统计特性有界。

由于上述滤波算法均具有一定局限性,因此本文针对噪声统计特性未知系统设计了一种新的RKF算法,该算法能够解决噪声统计特性未知情况下随机线性系统的状态估计问题,同时可消除对噪声序列的约束,扩大了RKF算法的适用范围.最后,本文通过仿真验证了所设计的RKF算法的有效性。

2 RKF算法设计(Robust Kalman filter design)

设RKF算法中的状态估计误差协方差矩阵为 $\widehat{P}_{k|k}$, $\widehat{P}_{k|k}$ 的 n 个特征值由大到小为 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. 由于 $\widehat{P}_{k|k}$ 是共轭对称矩阵,因此有

$$\|\widehat{P}_{k|k}\|_2 = \lambda_1. \quad (1)$$

式(1)中 $\|\cdot\|_2$ 是矩阵谱范数.

设 b 是某个正数,若 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2 \leq \frac{b}{n}$,则有 $\sum_{i=1}^n \lambda_i \leq b$, 即有 $\sum_{i=1}^n a_i \leq b$, 进而有 $a_i \leq b (i=1, \dots, n)$, 其中 $a_i (i=1, \dots, n)$ 是矩阵 $\widehat{P}_{k|k}$ 的主对角线元素. 实际上, $a_i \leq b (i=1, \dots, n)$ 意味着矩阵 $\widehat{P}_{k|k}$ 的主对角线元素均有上界,从滤波角度来讲就是每个滤波估计值分量的状态估计误差方差均有上界,显然,此时每个滤波估计值分量都是可以接受的,即滤波估计值可接受. 综上, RKF算法的设计条件可描述为:选择合适的滤波增益矩阵 \widehat{K}_k 以保证 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2$ 有界。

下面,考察如何保证 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2$ 有界,以下内容是RKF算法设计的核心内容,其基本思路为:先寻找满足 $\|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2$ 有界的条件,然后再推导 $\|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2$ 有界和 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2$ 有界间的关系。

考虑离散时间线性随机系统

$$\begin{cases} x_k = A_{k-1}x_{k-1} + v_{k-1}, \\ y_k = H_k x_k + w_k. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态向量, $y_k \in \mathbb{R}^m$ 是观测向量, $A_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $H_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是已知矩阵, $v_k \in \mathbb{R}^n$, $w_k \in \mathbb{R}^m$ 是相互独立的零均值白噪声,其协方差矩阵未知,分别设为 Q, R .

由KF算法知

$$\begin{aligned} \widehat{P}_{k|k-1} = & \bar{\Phi}_{k-1,1} A_0 P_0 A_0^T \bar{\Phi}_{k-1,1}^T + Q + \\ & \sum_{i=1}^{k-1} \bar{\Phi}_{k-1,i} Q \bar{\Phi}_{k-1,i}^T + A_{k-1} \widehat{K}_{k-1} R \widehat{K}_{k-1}^T A_{k-1}^T + \\ & \sum_{i=2}^{k-1} \bar{\Phi}_{k-1,i} A_{i-1} \widehat{K}_{i-1} R \widehat{K}_{i-1}^T A_{i-1}^T \bar{\Phi}_{k-1,i}^T. \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中: \widehat{K}_i 是滤波增益矩阵, $\Phi_i = A_i(I_n - \widehat{K}_i H_i)$, $\bar{\Phi}_{k-1,i} = \Phi_{k-1} \cdots \Phi_i$, I_n 是 $n \times n$ 维单位矩阵, P_0 是初始状态估计误差协方差矩阵。

定理1 设 θ 是与 i 无关的常数,若矩阵 $\Phi_i (i=1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 σ_i 满足 $\sigma_i < 1$,且矩阵 $A_i \widehat{K}_i (i=1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 γ_i 满足 $\gamma_i \leq \theta$,则 $\|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2$ 有界。

证 设 $\sigma_i (i = 1, 2, \dots)$ 中的最大值为 μ , 式(3)两端取矩阵谱范数, 得

$$\begin{aligned} & \|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2 \leq \\ & \|\widehat{\Phi}_{k-1,1}\|_2 \|A_0 P_0 A_0^T\|_2 \|\widehat{\Phi}_{k-1,1}^T\|_2 + \\ & \|A_{k-1} \widehat{K}_{k-1}\|_2 \|R\|_2 \|\widehat{K}_{k-1}^T A_{k-1}^T\|_2 + \\ & \sum_{i=2}^{k-1} \{ \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}\|_2 \|A_{i-1} \widehat{K}_{i-1}\|_2 \times \\ & \|R\|_2 \|\widehat{K}_{i-1}^T A_{i-1}^T\|_2 \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}^T\|_2 \} + \\ & \|Q\|_2 + \sum_{i=1}^{k-1} \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}\|_2 \|Q\|_2 \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}^T\|_2 = \\ & \sigma_{k-1}^2 \cdots \sigma_1^2 \|A_0 P_0 A_0^T\|_2 + \gamma_{k-1}^2 \|R\|_2 + \\ & \sum_{i=2}^{k-1} \sigma_{k-1}^2 \cdots \sigma_i^2 \gamma_{i-1}^2 \|R\|_2 + \|Q\|_2 + \\ & \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_{k-1}^2 \cdots \sigma_i^2 \|Q\|_2. \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)中:

$$\begin{aligned} \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}\|_2 &= \|\Phi_{k-1}\|_2 \cdots \|\Phi_i\|_2, \\ \|\widehat{\Phi}_{k-1,i}^T\|_2 &= \|\Phi_i^T\|_2 \cdots \|\Phi_{k-1}^T\|_2. \end{aligned}$$

把 $\sigma_i \leq \mu < 1, \gamma_i \leq \theta$ 代入到式(4)中, 得

$$\begin{aligned} & \|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2 \leq \\ & \mu^{2(k-1)} \|A_0 P_0 A_0^T\|_2 + \theta^2 \|R\|_2 + \\ & \sum_{i=2}^{k-1} \mu^{2(k-i)} \theta^2 \|R\|_2 + \|Q\|_2 + \\ & \sum_{i=1}^{k-1} \mu^{2(k-i)} \|Q\|_2 < \\ & \|A_0 P_0 A_0^T\|_2 + \frac{\theta^2}{1 - \mu^2} \|R\|_2 + \\ & \frac{1}{1 - \mu^2} \|Q\|_2. \end{aligned} \quad (5)$$

显然, 式(5)有界, 命题得证.

定理 2 设 α, β 是与 i 无关的常数, 若矩阵 $I_n - \widehat{K}_i H_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 η_i 满足 $\eta_i \leq \alpha$, 且矩阵 $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 τ_i 满足 $\tau_i \leq \beta$, 且 $\|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2$ 有界, 则 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2$ 有界.

证 计算 $\widehat{P}_{k|k}$, 得

$$\widehat{P}_{k|k} = \Omega_k \widehat{P}_{k|k-1} \Omega_k^T + \widehat{K}_k R \widehat{K}_k^T, \quad (6)$$

式中 $\Omega_i = I_n - \widehat{K}_i H_i$.

式(6)两端取矩阵谱范数, 得

$$\begin{aligned} \|\widehat{P}_{k|k}\|_2 &\leq \|\Omega_k\|_2 \|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2 \|\Omega_k^T\|_2 + \\ & \|\widehat{K}_k\|_2 \|R\|_2 \|\widehat{K}_k^T\|_2 = \\ & \eta_k^2 \|\widehat{P}_{k|k-1}\|_2 + \tau_k^2 \|R\|_2. \end{aligned} \quad (7)$$

把式(5)代入到式(7)中, 并考虑到 $\eta_i \leq \alpha, \tau_i \leq \beta$, 得

$$\begin{aligned} & \|\widehat{P}_{k|k}\|_2 < \\ & \alpha^2 \|A_0 P_0 A_0^T\|_2 + \frac{\alpha^2 \theta^2 + \beta^2 (1 - \mu^2)}{1 - \mu^2} \|R\|_2 + \\ & \frac{\alpha^2}{1 - \mu^2} \|Q\|_2. \end{aligned} \quad (8)$$

显然, 式(8)有界, 命题得证.

综合定理1和定理2中结论, 可得如下推论.

推论 1 设 θ, α, β 是与 i 无关的常数, 若矩阵 $\Phi_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 σ_i 满足 $\sigma_i < 1$, 且矩阵 $A_i \widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 γ_i 满足 $\gamma_i \leq \theta$, 且矩阵 $\Omega_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 η_i 满足 $\eta_i \leq \alpha$, 且矩阵 $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 的最大奇异值 τ_i 满足 $\tau_i \leq \beta$, 则 $\|\widehat{P}_{k|k}\|_2$ 有界.

由推论1可知, RKF算法的设计过程就是寻找合适的滤波增益矩阵 $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 使得推论1中的约束条件得到满足.

3 RKF算法中滤波增益矩阵计算(Filter gain calculation in the robust Kalman filter)

虽然现在已经寻找到了设计RKF算法的途径, 但是, 由于 $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 的具体求解过程仍未完成, 因此, RKF算法的设计过程仍未结束. 下面, 研究如何求解 $\widehat{K}_i, i = 1, 2, \dots$.

由推论1知, $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$ 需满足式(9):

$$\begin{cases} \sigma(\Phi_i) < 1, \\ \sigma(A_i \widehat{K}_i) \leq \theta, \\ \sigma(\Omega_i) \leq \alpha, \\ \sigma(\widehat{K}_i) \leq \beta. \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中符号 $\sigma(\cdot)$ 代表矩阵的最大奇异值.

式(9)等价于

$$\begin{cases} \sigma^2(\Phi_i) = \rho(\Phi_i^T \Phi_i) < 1, \\ \sigma^2(A_i \widehat{K}_i) = \rho(\widehat{K}_i^T A_i^T A_i \widehat{K}_i) \leq \theta^2, \\ \sigma^2(\Omega_i) = \rho(\Omega_i^T \Omega_i) \leq \alpha^2, \\ \sigma^2(\widehat{K}_i) = \rho(\widehat{K}_i^T \widehat{K}_i) \leq \beta^2. \end{cases} \quad (10)$$

式(10)中, 符号 $\rho(\cdot)$ 代表矩阵的谱半径.

实际上, 式(10)仍旧无法求解, 为了求解 $\widehat{K}_i (i = 1, 2, \dots)$, 需要把式(10)转化为等价的LMI形式. 把式(10)转化为等价的LMI需要使用如下定理.

定理 3 半正定矩阵 $B \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 的谱半径 $\rho(B) < 1$ 是 $B < I_d$ 的充要条件, 其中 I_d 是 $d \times d$ 维单位矩阵.

证 充分性. 设半正定矩阵 $B \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 的特征值为 $\chi_i \geq 0, i = 1, \dots, d$.

由于 $\rho(B) < 1$, 故有 $\begin{cases} 0 \leq \chi_i < 1 \\ i = 1, \dots, d \end{cases}$, 所以矩阵

$B - I_d$ 的特征值满足 $\begin{cases} \chi_i - 1 < 0 \\ i = 1, \dots, d \end{cases}$, 即矩阵 $B - I_d$ 负定, 因此 $B < I_d$.

必要性. 若 $B < I_d$, 则矩阵 $B - I_d$ 的特征值满足 $\chi_i - 1 < 0, i = 1, \dots, d$, 考虑到矩阵 $B \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 是半正定的, 所以有 $0 \leq \chi_i < 1, i = 1, \dots, d$, 因此 $\rho(B) < 1$. 证毕.

由定理3可得推论2.

推论 2 半正定矩阵 $B \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 的谱半径 $\rho(B) \leq \vartheta$ 是 $B \leq \vartheta I_d$ 的充要条件.

利用定理3和推论2中结论, 式(10)可描述为

$$\begin{cases} \Phi_i^T \Phi_i < I_n, \\ \widehat{K}_i^T A_i^T A_i \widehat{K}_i \leq \theta^2 I_m, \\ \Omega_i^T \Omega_i \leq \alpha^2 I_n, \\ \widehat{K}_i^T \widehat{K}_i \leq \beta^2 I_m. \end{cases} \quad (11)$$

式(11)中 I_m 是 $m \times m$ 维单位矩阵.

显然, 只要基于式(11)计算出 \widehat{K}_i , RKF算法的设计过程就可完成. 式(11)的求解过程称为LMI的可行性问题, 即对给定的线性矩阵不等式 $F(X) < 0$, 检验是否存在矩阵 X , 使得 $F(X) < 0$ 成立. 若存在这样的 X , 则该组LMI是可行的, 否则该组LMI就是不可行的. 目前, 对于一般的LMI问题, 其求解非常困难, 通常的处理方法是将其看作一个凸优化问题, 然后采用凸优化技术进行数值求解. 在LMI的数值求解方面, MATLAB工具箱中的LMI工具箱非常重要, 可调用该工具箱中适当的LMI求解器来对LMI问题进行数值求解.

本文设计的RKF算法的独特性在于: 1) 能够解决噪声统计特性未知系统的状态估计问题, 且放松了对噪声能量有界(或噪声统计特性有界)的限制; 2) 算法是收敛的; 3) 算法简单, 其性能完全由3个参数决定, 减少了计算量; 4) 可通过调整3个参数进一步提高滤波算法性能.

4 仿真(Simulation)

本节使用文献[10]中提出的随机线性模型来验证RKF算法的性能, 同时, 分析KF算法、 H_∞ KF算法^[10]和RKF算法在估计系统状态方面的差异. 仿真时, 系统模型为

$$\begin{cases} x_k = \begin{bmatrix} 0.5079 & 0.7594 \\ -0.7594 & 0.2801 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} 0.4921 \\ 0.7594 \end{bmatrix} v_{k-1}, \\ y_k = [0 \ 1] x_k + w_k. \end{cases} \quad (12)$$

式中噪声 v_k, w_k 的方差均是1.

仿真时, 对于KF算法来说, 真实的噪声方差 Q, R 均未知, 估计的噪声方差 \widehat{Q}, \widehat{R} 为 $\widehat{Q} = 10, \widehat{R} = 0.1$.

系统的初始真实状态取为 $x_0 = [20 \ 10]^T$, 初始状态估计值取为 $\widehat{x}_0 = [19 \ 11]^T$, 初始状态估计误差协方差矩阵取为

$$P_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

RKF算法中, 参数 θ, α, β 控制着RKF算法的收敛速度和状态估计误差协方差矩阵的上界, 本节仿真中, θ^2 取为1.0, α^2 取为1.0, β^2 取为1.0. RKF算法的计算流程如表1所示.

表1 RKF算法计算流程

Table 1 Implementation paradigm of the RKF

- 1) 初始化 \widehat{x}_0, P_0 ;
- 2) 计算 $\widehat{x}_k = A_{k-1} \widehat{x}_{k-1}$;
- 3) 计算 $\widehat{y}_k = H_k \widehat{x}_k$;
- 4) 基于式(11)计算 \widehat{K}_k ;
- 5) 计算 $\widehat{x}_k = \widehat{x}_k + \widehat{K}_k (y_k - \widehat{y}_k)$

对RKF算法、 H_∞ KF算法和KF算法分别进行50次蒙特卡洛仿真, 仿真时间取为 $T = 50$ s, 其中, KF算法分别使用 Q, R 和 \widehat{Q}, \widehat{R} 进行滤波计算, 最终得RKF算法的滤波增益矩阵为 $\widehat{K}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3899 \end{bmatrix}$, 系统真实状态与滤波估计值绝对偏差的平均值变化曲线如图1和图2所示.

观察图1和图2, 可以发现: 1) RKF算法对系统位置的估计误差在0.8 m左右, 对系统速度的估计误差在0.5 m/s左右; 2) RKF算法的滤波效果与噪声统计特性已知时的KF算法的滤波效果相当; 3) RKF算法的滤波效果明显优于噪声统计特性未知时的KF算法和 H_∞ KF算法的滤波效果; 4) H_∞ KF算法与噪声统计特性未知时的KF算法的滤波效果无法比较. 由此可见, 对于噪声统计特性未知系统, RKF算法的确实能够取得良好的滤波效果, 同时, 仿真结果也再次表明本文的理论分析结论是正确的.

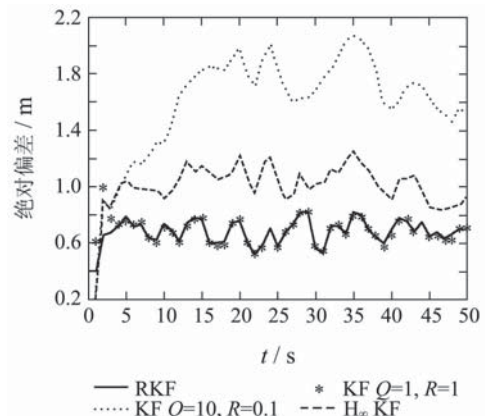
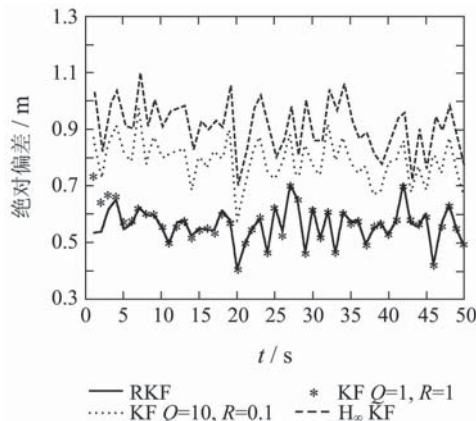


图1 分量 x_1 绝对偏差平均值曲线
Fig. 1 Absolute mean error of x_1

图2 分量 x_2 绝对偏差平均值曲线Fig. 2 Absolute mean error of x_2

5 结论(Conclusions)

本文针对噪声统计特性未知时随机线性系统中RKF算法的设计问题进行了深入研究. 首先, 提出了RKF算法的设计条件, 并分析了该条件的合理性; 然后, 就如何满足RKF算法设计条件进行了深入研究, 最终把RKF算法设计问题转化为考察一组LMI的可行解是否存在, 显然, 若该组LMI存在可行解, 则所设计的滤波算法必定能够取得良好的滤波效果; 最后, 本文通过计算该组LMI的可行解设计了一种RKF算法, 并通过仿真分析了其有效性, 仿真发现, 该RKF算法的确能够取得良好的滤波效果, 仿真结果再次表明本文的理论分析结论是正确的.

参考文献(References):

- [1] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(Series D): 35 – 45.
- [2] JWO D J, CHO T S. A practical note on evaluating Kalman filter performance optimality and degradation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 193(2): 482 – 505.
- [3] KIM K H, JEE G I, PARK C G, et al. The stability analysis of the adaptive fading extended Kalman filter using the innovation covariance[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2009, 7(1): 49 – 56.
- [4] JWO D J, WANG S H. Adaptive fuzzy strong tracking extended Kalman filtering for GPS navigation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2007, 7(5): 778 – 789.

- [5] SÄRKKÄ S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 596 – 600.
- [6] DE SOUZA C E, BARBOSA K A, FU M. Robust filtering for uncertain linear discrete-time descriptor systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 792 – 798.
- [7] KAI X, WEI C, LIU L. Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems with stochastic uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, 2010, 40(2): 399 – 405.
- [8] XU H, MANNOR S. A Kalman filter design based on the performance/robustness tradeoff[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(5): 1171 – 1175.
- [9] DONG Z, YOU Z. Finite-horizon robust Kalman filtering for uncertain discrete time-varying systems with uncertain-covariance white noises[J]. *IEEE Processing Letters*, 2006, 13(8): 493 – 496.
- [10] SHEN X, DENG L. Game theory approach to discrete H_∞ filter design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(4): 1092 – 1095.
- [11] PALHARES R M, PERES P L D. Robust H_∞ filter design with pole constraints for discrete-time systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2000, 337(6): 713 – 723.
- [12] LIANG Y, AN D, ZHOU D, et al. A finite-horizon adaptive Kalman filter for linear systems with unknown disturbances[J]. *Signal Processing*, 2004, 84(11): 2175 – 2194.
- [13] XIONG K, ZHANG H, LIU L. Adaptive robust extended Kalman filter for nonlinear stochastic systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2008, 2(3): 239 – 250.
- [14] LEVINBOOK Y, WONG T F. Restricted risk Bayes linear state estimation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(10): 4761 – 4776.

作者简介:

王建文 (1979—), 男, 讲师, 博士, 主要从事信号处理、智能机器人系统、无人机系统、无线传感器网络研究, E-mail: wangjianwen-7921@sina.com;

税海涛 (1981—), 男, 博士研究生, 主要从事智能机器人系统研究, E-mail: sleepingshui@163.com;

李迅 (1972—), 男, 副教授, 博士, 主要从事无线传感器网络、机械臂操作研究, E-mail: cpld2002@sohu.com;

张辉 (1971—), 男, 副教授, 博士, 主要从事无线传感器网络、多智能体系统研究, E-mail: zhanghui_nudt@126.com;

马宏绪 (1966—), 男, 教授, 博士, 主要从事仿人机器人系统、无人机系统研究, E-mail: mhx1966@163.com.