

文章编号: 1000-8152(2011)06-0819-08

信息传输对网络采样控制系统输入/输出的影响

邓 亮, 陈抱雪, 隋国荣, 张建彬, 王关德

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院 上海 200093)

摘要: 信息传输如何影响网络控制系统的性能, 是控制理论界尚未解决的重要问题之一. 本文尝试采用Shannon提出的失真评价函数、统计偏差和熵的定义, 结合传统采样和网络传输理论, 从统计概率的角度, 证明了当网络传输受限时, 网络采样控制系统性能损失和传输采样信息量之间存在倒数关系, 建立了定量计算网络带宽变化量改变控制系统输入输出的方法. 并通过Simulink中Truetime网络系统仿真软件验证了该方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; 采样定理; 失真评价; 信息传输速率; 带宽

中图分类号: TP392.1 **文献标识码:** A

Effect of information transmission on inputs/outputs of networked sampling control system

DENG Liang, CHEN Bao-xue, SUI Guo-rong, ZHANG Jian-bin, WANG Guan-de

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The effect of the information transmission on the performances of a networked sampling control system is an unsolved problem in control theories. This problem can not be dealt with by the traditional sampling and transmission theories. By combining the traditional sampling theory and the network transmission theory with Shannon's signal fidelity evaluation, signal statistical signal deviation and the definition of entropy, we prove that the deterioration in performance index of the networked sampling control system is inversely proportional to the amount of the sampled information in transmission, and statistically determine the amount of changes in inputs and outputs of the networked sampling control system caused by the bandwidth constraint. The network simulation tool Truetime in Simulink has been employed in simulation to verify the proposed method.

Key words: networked control system; sampling theory; evaluation of fidelity; information transfer rate; bandwidth

1 引言(Introduction)

传统的控制理论通常假定控制系统的采样周期不变、不发生采样延迟. 然而实际运行中, 此两者很难得到保证. 尤其是在采用数字控制和数字通信的网络化控制系统(networked control system, NCS)中, 每个节点都可能因为受到信息传输速率(传输带宽)的限制, 随机产生采样周期变化、延迟和信息丢失等各种问题. 虽然带宽受限的影响非常显著, 但目前尚未得出有效计算影响结果的方法^[1~3]. 2002年, 国际控制学界在控制、动力、系统学未来发展方向的研讨会上, 公认为: 在分布式、异步网络环境中, 通讯的约束条件对控制系统性能的影响, 是目前理论界面临重大挑战之一^[4].

研究NCS控制系统的文献, 探讨的控制系统性能, 主要是指系统输出特性和系统的稳定性. 如于之训等定义系统性能为系统状态向量构成的二次型指标^[5], Feng Lilian等定义系统性能为连续控制系

统参考输出和网络控制系统实际输出的时间加权偏差(time weight error)^[6], Silvia Mastellone等定义系统稳定性为由状态方程演化的离散开关系统的稳定度^[7]等.

在探讨网络约束条件对控制系统影响时, 常用两种方法: 一是假定系统延迟和信息丢包率为固定常量或者按一定规律变化的变量^[1,2,5,6,8]; 二是将传输和控制分开计算, 通过引入网络传输模型, 设延迟和丢包为传输模型的计算结果^[7,9,10]. 前部分文献的研究结论因为假设的不同而大相径庭: 于之训等通过设网络延迟构成随机Markov序列, 研究满足给定二次型性能指标的最优控制规律^[5]; Feng Lilian等设延迟为信号处理时间和传输等待时间的函数, 指出为保证系统性能, 需要满足采样速率和系统带宽的比值介于20~40之间的关系^[6]. 后部分文献因为引入网络模型过于复杂, 而缺乏宏观、统计、量化的分析结论, Silvia Mastellone等通过引入多路径复杂网络

模型研究丢包对系统稳定性的影响^[7],但是只能得到“关键性信息丢失影响系统稳定性”的概括性结论.

本文采用文献[6]定义的控制输出时域偏差为系统性能,探讨网络采样控制系统的采样失真、传输速率和采样信息量三者之间的关系,研究传输速率(带宽)受限的情况下,控制系统输出性能受到的影响.研究上述影响因素的文献有章辉等采用Shannon熵函数描述控制系统输入误差的不确定性^[11]; Zhang Hui等研究了闭环系统的 H_∞ 熵和信息传输速率的关系^[12];李义红等量化计算了满足Nyquist采样定理的宽带信号,其采样频率对采样失真的影响^[13]; G. N. Nair等以Shannon的信源编码理论(source coding theory)和失真理论(rate distortion theory)为基础,证明了信道延迟使控制系统性能发生退化,同时,作者指出他们的理论未能得到解析的结论,未来寻找一个简单而有意义的控制成本函数是解决该悬而未决问题的先决条件^[3].

Shannon等在文献[14]完整系统的指出了通信系统中信号失真、传输速率和传输信息量之间的关系^[14].本文通过将Shannon信息量、信息失真评价理论引入控制系统,研究了带宽限制条件下,不完全采样产生失真的理论问题,证明了当网络传输受限时,网络采样控制系统性能损失和传输采样信息量之间存在倒数关系,建立了量化计算子系统性能损失的方法,并采用仿真软件TrueTime经典的NCS模型计算验证了该理论的有效性,尝试从经典理论角度回答文献[4]提出的NCS理论问题.

2 受带宽影响的采样传输失真(Sampling fidelity under network bandwidth constraints)

Nyquist采样定理指出,完整采样一个源信号的充要条件是采样频率必须大于该信号最高频率(Nyquist频率)的两倍以上.在实际中,为保证控制系统性能通常选取采样频率为Nyquist频率的10倍左右.无限制提高采样频率,可以使采样信号完全接近源信号,但这也意味着要提高采样系统的成本,特别当采样信号需要通过网络传输的NCS系统,就会增加网络传输的负荷.

Shannon等在文献[14]第27节“失真评价函数”中指出:在通信系统中,实际上,我们并非希望连续信源能被无损的传输,适当的误差是许可的.但问题在于,当重现信号需要满足特定的真实性的时候,如何能够确定该连续信源的传输比率.在NCS系统中,同样存在类似的问题,当采样重现信号需要满足特定的真实性的时候,如何确定该信源的采样周期和网络传输速率,这样既不增加网络负担,又能保证系统性能.

Shannon引入计算信源和重现信号之间统计偏差的失真评价,并以失真评价为目标,调节通信传输比率的方法,解决了上述理论问题.同样,在采样中沿用Shannon失真评价的方法,可以得到NCS中控制系统性能和网络传输速率之间的关系.

2.1 Shannon失真度量和信息传输速率的关系 (Relationship between Shannon fidelity evaluation and information transfer rate)

Shannon认为:一个已知通信系统可以描述为信源消息 x 和由该消息重现的点 y 的条件概率 $P_x(y)$,任何关于信号失真的评价必须和概率函数 $P(x, y)$ 数学相关,信号的失真评价函数可由 x 和 y 的条件概率定义,其归一化表达式为 $\nu(P(x, y))$:

$$\nu(P(x, y)) = \iint P(x, y)\rho(x, y)dxdy, \quad (1)$$

其中 $\rho(x, y)$ 为 x 和 y 之间的距离^[14].

通信系统中,信道容量(信道带宽)是用需要传输信息量度量的,信息量本身又是信号传输真实性的对数概率.以此为据,Shannon采用对数概率定义信号的传输速率

$$R = \min_{P_x(y)} \iint P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} dxdy. \quad (2)$$

为了保证当信号以概率 $P_x(y)$ 变化,失真度不超过 ν 时,其传输的速率不应少于 R ,并建立了信道带宽 C 和信号传输速率 R 的关系定理:如果一个信源的失真评价为 ν ,当它以传输速率 R ,在容量为 C 的信道中传输时,得到输出信号后,可以被解码的条件是 $R \leq C$;如果 $R > C$ 则不可能被解码^[14].

通过上述Shannon提出的量化关系,可以由确定的信号失真量计算所需的信道容量;反之也可由确定的信道带宽计算信号传输产生的统计失真量.

2.2 采样的Shannon失真度量(Shannon fidelity evaluation of samples)

在NCS中,一个已知二进制采样子系统,采样间隔 T s采样位数 m 位.采样源信号 $x(t)$,重现后得到的信号为 $y(kT)$.假设系统采样间隔 T 满足Nyquist采样定律,使用零阶保持器重现源信号,可以计算采样的Shannon条件概率.

定理 1 源信号 $x(t)$ 经过采样保持得到信号 $y(kT)$ 的条件概率为: $P_x(y) = (2^{-m})^{\frac{s}{n}}$;由采样信号 $y(kT)$ 重现 $x(t)$ 的最小条件概率

$$\min P_y[x(t)] = [s / (aT^2 + \Delta pT)]^{\frac{n}{m}},$$

其中: $k = 0, 1, 2, \dots, t/T$, Δp 是使用 m 位二进制表示的采样误差, n 和 s 分别为单位区域内重现点的数量和尺寸(参见图1), a 为与源信号 $x(t)$ 的Nyquist频率相关的常数.

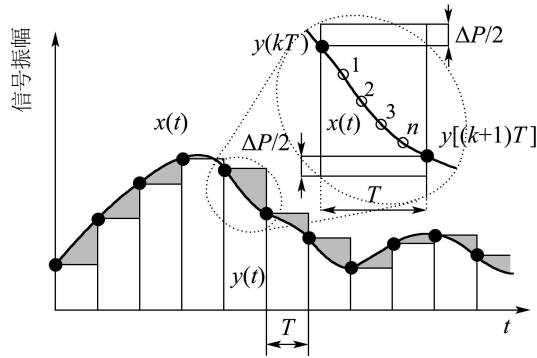


图 1 源信号 x 与采样信号 y 的偏差

Fig. 1 Deviation between source x and recovery y

证 第 kT 时刻, $y(kT)$ 由一个 m 位二进制数确定表示的概率为 $1/2^m$. 因为不同时间段, y 出现的概率相互独立, 故 t 时间内, $P_x[y(t)] = \prod_{k=1}^{t/T} 2^{-m}$. 反之, 当 $y(kT)$ 已知, 第 kT 时刻内, 源信号 $x(t)$ 能被精确重现的概率, 如图 1 所示, 是在区域 $\{|y[(k+1)T - y(kT)] + \Delta p\} \times T$ 以内, 随机选取 n 个点, 能够精确重现曲线 $x(t)$ 的概率. 因为该区域是均匀分布的, 故独立随机选取大小为 s 的 n 个点的概率为

$$(s / [|y((k+1)T) - y(kT)| T + \Delta p T])^n,$$

故在 t 时间内, 从 $y(kT)$ 精确重现 $x(t)$ 的概率为

$$P_y(x(t)) = \prod_{k=1}^{t/T} [s / (|x'(kT)| T^2 + \Delta p T)]^n,$$

其中采样误差 $\Delta p = K/2^m$, K 为采样的值域范围.

又因为 $y(kT)$ 满足 Nyquist 采样定理, 按照郑君里等^[15]提出推论: 一个频带受限的信号 $x(t)$, 其波形不可能在很短的时间内产生独立的、实质性的变化, 即信号的最高变化速度 $|x'(t)|$ 受到最高频率分量(Nyquist 频率)的限制. 故可以假设 $|x'(kT)| \leq a$, $a > 0$ 且和 Nyquist 频率相关, 推导过程参见附录.

证毕.

根据 Shannon 给定的绝对误差评价方法, 给出文中统计偏差的定义.

定义 1 源信号 x 和重现信号 y 的平均绝对距离 $\rho(x, y) = \frac{1}{t} \int_0^t |x(\tau) - y(\tau)| d\tau$ 为二者的统计偏差.

源信号 x 和重现信号 y 确定的概率函数为 $P(x, y) = P_y(x)P(y)$, 若得到采样信号 $P(y)$ 的概率为 1, 则概率函数 $P(x, y) = P_y(x)$. 将 $P(x, y)$ 的负对数代入式(1)得

$$\nu = - \iint \rho(x, y) \log P(x, y) dx dy.$$

由上述统计偏差的定义和定理 1, 可以得到采样的统计偏差和 Shannon 失真评价函数.

定理 2 源信号 $x(t)$ 经过采样保持后得到信号 $y(kT)$ 的最大统计偏差为 $\max \rho(x, y) = aT + \Delta p$,

其 Shannon 失真评价函数近似为

$$\nu(P(x, y)) \approx \frac{nt}{T} \int_0^t (aT + \Delta p) (\log_2 T + \log_2(aT + \Delta p) - \log_2 s) d\tau. \quad (3)$$

证 第 kT 时刻, x 和 y 绝对偏差的积分由图 1 两条曲线的阴影部分可知, 等于曲线 x 所围面积和 $y(kT) \cdot T$ 之差的绝对值 $|\int_{kT}^{(k+1)T} x(\tau) d\tau - y(kT)T|$. 如果 x 能够包含在 $|y[(k+1)T - y(kT)] + \Delta p$ 的范围内, 则区域积分的最大值是 $[|y((k+1)T - y(kT))| + \Delta p] \cdot T$, 故 t 时间内, 阴影部分的最大面积近似等于

$$\sum_{k=0}^{t/T} (|x'(kT)| T^2 + \Delta p T),$$

并代入 $|x'(t)| \leq a$ 求和可得最大统计偏差

$$\max \rho(x, y) = aT + \Delta p.$$

对条件概率 $P_y(x)$, 取以 2 为底的负对数, 求得概率函数的负对数为

$$-\log_2 P(x, y) = \frac{-nt}{T} [\log_2 s - \log_2 T - \log_2(aT + \Delta p)],$$

则 Shannon 失真评价函数近似为

$$\nu(P(x, y)) \approx \frac{nt}{T} \int_0^t (aT + \Delta p) (\log_2 T + \log_2(aT + \Delta p) - \log_2 s) d\tau.$$

证毕.

2.3 有限带宽的信号采样传输失真(Fidelity evaluation of signal transmission under bandwidth constraints)

通信理论中, 一则消息出现概率的负对数, 是该消息包含的信息量, 采样的 Shannon 失真评价函数中, 重现概率的负对数, 也是该采样包含的信息量. 源信号 $x(t, T, m)$ 使用采样间隔 T 采样位数 m , 得到采样信号 $y(kT, T, m)$ 所包含的 Shannon 信息量是 $-\log_2 P_x(y) = mt/T$; $y(kT, T, m)$ 使用信息量 mt/T 精确重现 $x(t)$ 的概率相应为 $P_y(x(t, T, m))$.

采样信息量和 Shannon 失真评价存在下述关系:

定理 3 当采样信号 y 包含的单位时间信息量(即信源 x 的传输速率) m/T 增加(减少)的时候, 重现源信号的条件概率 $P_y(x(t, T, m))$ 增加(减小), 最大统计偏差 $\max \rho(x, y)$ 递减(递增), 最大失真评价函数的值下降(上升), 表明 y 与 x 更加接近(偏离).

证 对定理 1 的条件概率 $P_y(x(t, T, m))$ 取底为 2 的对数, 设 $n/T = L$, 再分别求 T 和 m 的偏导

$$\frac{\partial \log_2 P_y(x)}{\partial T} = \frac{Lt \log_2 e(-\Delta p)}{aT^2 + \Delta p T} < 0,$$

故条件概率随 $1/T$ 单调递增; 因为采样误差 Δp 随 m

的增大而递减,且

$$\frac{\partial \log_2 P_y(x)}{\partial \Delta p} = \frac{-Lt \log_2 e}{aT^2 + \Delta p T} < 0,$$

故条件概率随 m 单调递增. 由定理2可知 $\max \rho(x, y)$ 是 $1/T$ 和 m 的单调递减函数. 失真评价是负对数条件概率和偏差的乘积, 故信息传输比率越高, 越接近源信号, 失真评价的数值越低; 反之, 传输比率越低, 失真评价的数值越高, 二者偏离程度越大. 证毕.

因为负对数条件概率对于 T 和 m 导数的变化速度, 要小于最大统计偏差对于 T 和 m 导数的变化速度, 所以在采样的Shannon失真评价函数(3)中, 最大统计偏差对信息传输比率的变化更加敏感:

$$\max \Delta \nu = \Psi(\Delta m \Delta T) = \Delta \left(\int_0^t aT + K2^{-m} d\tau \right) = t(a\Delta T - mK2^{-m-1}\Delta m).$$

又因为 ΔT 的系数要远大于 Δm 的系数, 故失真评价的最大变化量可以简化为

$$\max \Delta \nu = \Psi(\Delta(m/T)) \approx ta\Delta T = ta \frac{-\Delta(m/T)T_0^2}{\Delta(m/T)T_0 + m_0} \approx t\Delta\rho, \quad (4)$$

其中: T_0 为无信息传输速率(带宽)增减的标准采样周期, m_0 为标准采样位数. 上式表明, NCS传输中发生变采样周期、延迟和丢包等, 对信号失真评价函数的影响, 都可以等效为信号采样间隔发生的变化, 而且这种变化随着信息传输速率的减少而增加. NCS中网络带宽是有限的资源, 特别是存在多个控制子系统同时运行, 就会发生资源竞争, 每个子系统的信息传输率会因为受限而下降 $\Delta(m/T)$, 被传输信号的失真评价相应如式(4)增加.

本文认为式(2)定义的Shannon传输速率, 在采样中为 m/T , 当信道带宽 $C \leq m/T$ 时, 采样传输信号 y 不能保证以失真 ν_0 重现源信号 x , 其Shannon失真评价函数和最大统计偏差都是传输变化量 $\Delta(m/T) = C - m/T$ 的函数, 分别为

$$\nu_0 + \Delta\nu[\Delta(m/T)], \quad \rho_0 + \Delta\rho[\Delta(m/T)],$$

其中: ν_0 是正常采样的失真评价, ρ_0 是正常采样的统计偏差.

3 有限带宽对控制子系统输入/输出的影响 (Effects of subordinate control systems inputs and outputs under bandwidth constraints)

在如图2所示NCS控制子系统的标准形式中^[6,8], 该多输入输出(MIMO)的闭环子系统, 每组传感器(输出 Y_i)、控制器(输入 W_i , 输出 V_i)和执行器(输入 U_i), 经历网络诱导的信息延迟(A_i, S_i)、丢失(L_i), 其状态参量(连续 X_i , 离散 Z_i)发生改变.

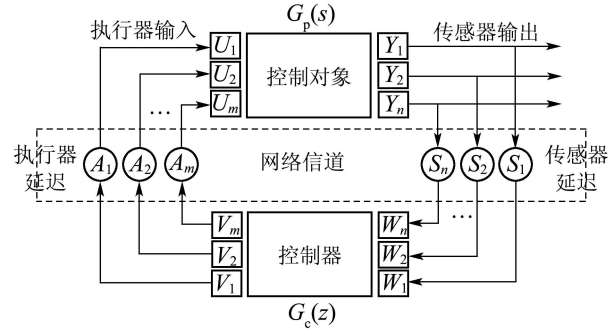


图2 NCS中闭环控制子系统的标准形式

Fig. 2 Structure of subordinate control system standard form

对于传递函数为 $G_p(s)$ 的控制对象, 其连续状态方程的标准形式为

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A_p X(t) + B_p U(t), \\ Y(t) = C_p X(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中: A_p, B_p 和 C_p 是由 $G_p(s)$ 求得的常数矩阵. 对于传递函数为 $G_c(z)$ 的控制器, 其离散状态方程的标准形式为

$$\begin{cases} Z[(k+1)T] = FZ(kT) + GW(kT), \\ V(kT) = HZ(kT) + JW(kT), \end{cases} \quad (6)$$

其中: $k = 1, 2, 3, \dots, T$ 是采样周期, F, G, H 和 J 是由 $G_c(z)$ 求得的常数矩阵. $W(kT)$ 是传感器输出 $Y(t)$ 经过延迟 S 和丢失 L 的结果; 控制对象输入 $U(t)$ 是控制器输出 $V(kT)$ 经过延迟 A 和丢失 R 的结果.

设此NCS为时不变控制系统LTI, 则在网络带宽受限的情况下, 由状态方程(5)(6)可得, 该子系统因为延迟丢失而产生的输出变化量, 等于传递函数和控制输入变化量的卷积:

$$\begin{aligned} \Delta Y(t) &= C_p \Delta X(t) = \\ &C_p \int_0^t \Phi_1(t-\tau) B_p \Delta U(\tau) d\tau, \\ \Delta V(kT) &= H \Delta Z(kT) = \\ &H \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_2^{k-i-1}(T) L(T) \Delta W(iT) + J \Delta W(kT), \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $\Phi_1(t)$ 是由 A_p 和 B_p 确定的转移矩阵, $\Phi_2(t)$ 是由 F 和 G 确定的转移矩阵, $L(T) = \int_0^T \Phi_2(\tau) G d\tau$.

根据统计偏差的定义1, 定理2和式(4), 可知控制子系统控制输入的统计偏差 $\overline{\Delta U(t)}$ 和 $\overline{\Delta W(t)}$ 是Shannon失真评价变化量 $\Delta\nu(t)$ 的函数

$$\overline{\Delta U(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t |U(\tau) - V(\tau)| d\tau = \rho_{01} + \frac{\Delta\nu(t)}{t} \approx \rho_{01} + a_1 \frac{-\Delta b(t)T_0^2}{\Delta b(t)T_0 + m_0}, \quad (9)$$

$$\overline{\Delta W(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t |Y(\tau) - W(\tau)| d\tau \approx \rho_{02} + a_2 \frac{-\Delta b(t)T_0^2}{\Delta b(t)T_0 + m_0}, \quad (10)$$

其中: $\Delta b(t) = \Delta(m/T)$ 是传输带宽变化量, ρ_{01} 和 ρ_{02} 是不同信号的正常统计偏差, a_1 和 a_2 是不同信号的最高变化速度. 由上式可知输入统计偏差是传输信息量 $\Delta b + m_0/T_0$ 的倒数.

因为 $\Delta U(t) = U(t) - V(t) = \frac{d((\rho_0 + \Delta\rho)t)}{dt}$, 若 Δb 不随时间改变, 则 $\frac{d(\Delta\rho)}{dt} = 0$, 将 $\Delta U(t)$ 和 $\Delta W(t)$ 代入式(7)(8)可得:

$$\overline{\Delta Y(t)} = \frac{C_p}{t} \int_0^t \left| \int_0^v \Phi_1(v - \tau) B_p(\rho_{01} + a_1 \frac{-\Delta b(\tau) T_0^2}{\Delta b(\tau) T_0 + m_0}) d\tau \right| dv, \quad (11)$$

$$\overline{\Delta V(kT)} = \frac{H}{kT} \sum_{j=1}^k \left| \sum_{i=0}^{j-1} \Phi_2^{j-i-1}(T) L(T) (\rho_{02} + a_2 \frac{-\Delta b(iT) T_0^2}{\Delta b(iT) T_0 + m_0}) \right| + J \left| \rho_{02} + a_2 \frac{-\Delta b(kT) T_0^2}{\Delta b(kT) T_0 + m_0} \right|, \quad (12)$$

其中 $kT = t$. 综合以上推导, 可以得到如下定理:

定理 4 时不变NCS系统中, 控制子系统输入

输出的统计偏差和分配带宽变化量之间存在倒数关系: 输入统计偏差随着信息传输速率的降低而增加, 二者的关系如式(9)(10); 输出的统计偏差等于传递函数和输入变化量卷积绝对值的平均, 也随着网络分配带宽的减小而升高, 二者的关系如式(11)(12).

由上述定理可知, 当网络发生拥堵, 控制子系统分配带宽变少时 $\Delta b \rightarrow -m_0/T_0$, 输入和输出统计偏差因为和传输信息量 $\Delta b + m_0/T_0$ 存在倒数关系, 都趋向于 ∞ , 这种情况下控制性能急剧降低.

4 理论的仿真验证(Simulation of above theorems)

Cervin和Ohlin等^[16]建立了基于MATLAB/Simulink的NCS理论计算的TrueTime仿真工具箱. 本文采用该工具建立CAN控制网络验证定理4.

4.1 CAN控制网络的Simulink模型(Structure of CAN control network simulation model)

如图3所示, 建立一个以CSMA/AMP(CAN)方式, 数据传输速率 $C = 80000$ bits/s, 数据传输位数为 $m_0 = 80$, 调度策略是prioFP的网络系统.

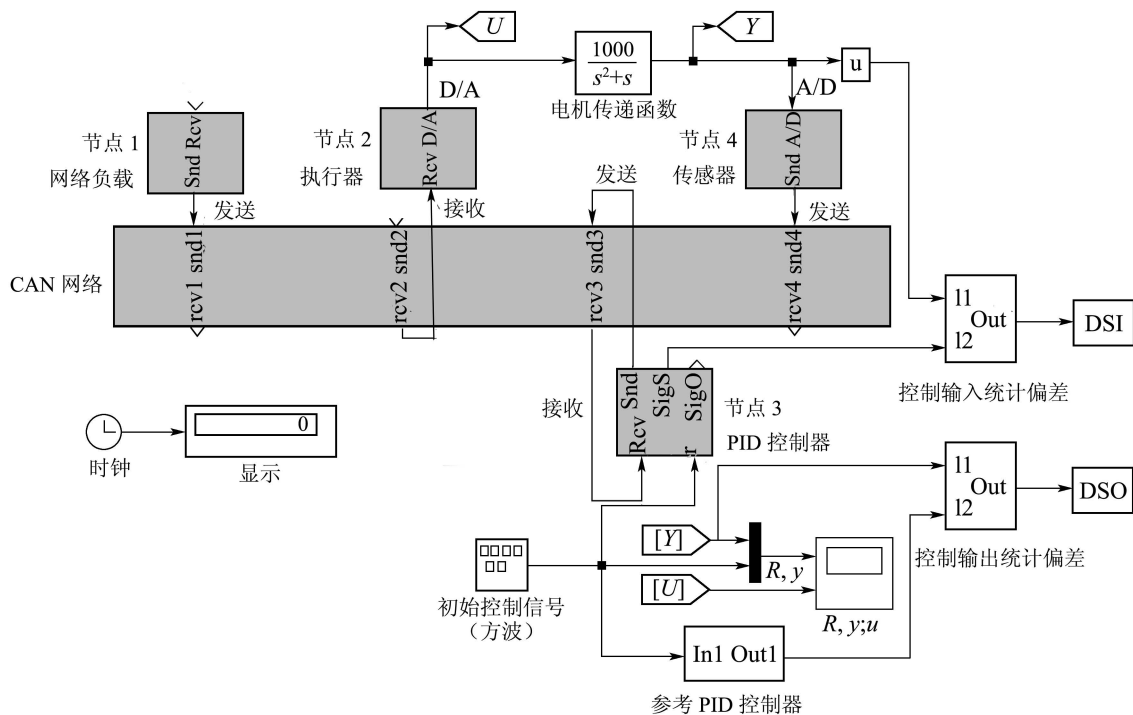


图 3 仿真计算的Simulink程序

Fig. 3 Structure of CAN networked simulator base on truetype

该CAN网络中共有4个收发节点: 网络负载节点1通过发送冗余信号改变网络负载率 η ; 传感器节点4、控制器节点3和执行器节点2构成一个PID控制子系统. 设置该系统的采样周期为 $T_0 = 0.01$ s, 控制器的比例增益 $K = 1.5$, 微分增益 $K_d =$

100000, 微分常数 $T_d = 0.035$, 执行电机的传递函数为 $1000/(s^2 + s)$, 子系统的初始控制信号为频率2 Hz, 振幅为1的方波. 传感器节点4通过网络将电机位置信号 Y 反馈给控制器节点3; PID控制器依据初始方波 R 和接收的 W , 计算输出控制信号

V ;再次通过网络发送到执行器节点2;执行器接收控制信号 U 操纵电机到达新位置 Y ,完成一次控制过程.因为网络延迟和丢包的影响,可以得到该子系统控制输入的统计偏差:传感器反馈信号 Y 和控制器输入信号 W 之间的离散系统输入统计偏差

$$\overline{\Delta W(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t |Y(\tau) - W(\tau)| d\tau.$$

控制器输入信号 V 和执行器输入信号 U 之间的连续系统输入的统计偏差

$$\overline{\Delta U(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t |U(\tau) - V(\tau)| d\tau.$$

系统输出统计偏差:传感器反馈信号 Y 和正常采样无网络传输的PID参考控制控制器输出 Y_{ref} 之间的统计偏差

$$\overline{\Delta Y(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t |Y(\tau) - Y_{\text{ref}}(\tau)| d\tau.$$

负载节点1采用不断发送冗余信号占用网络有效带宽的方式调节网络负载.当负载增加,网络能够分配给子系统的传输带宽减少,相应采样信号的传输延迟和丢包概率都会增加;反之负载减小,分配的传输带宽增加,接近或达到满足子系统采样的要求.该模型通过仿真计算网络负载率对控制系统输入/输出统计偏差的影响,验证定理4.

4.2 仿真结果和理论计算的对比(Comparison of simulation with theoretical computation)

当网络负载率为60%时,仿真得到的传感器反馈离散信号 Y 和控制器接收离散信号 W 部分时域曲线如图4所示,存在明显的延迟;网络执行器输出连续信号 Y 和参考控制器输出连续信号 Y_{ref} 的时域曲线如图5所示,经过传输延迟后执行结果出现明显的过调和振荡;二者的统计偏差的时域曲线如图6,随着时间增加统计偏差趋于稳定.

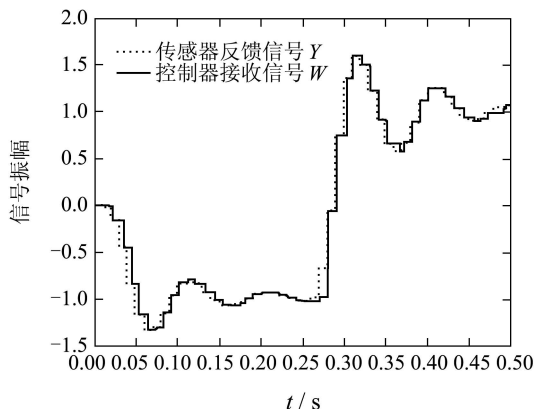


图4 传感器反馈 Y 和控制器接收 W 的曲线

Fig. 4 Signals of sensor feedback Y and controller receiving W

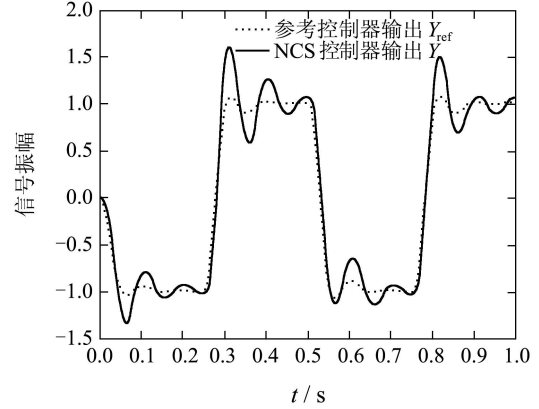


图5 执行器输出 Y 和参考控制器输出 Y_{ref} 的曲线

Fig. 5 Signals of operator outputs Y and reference outputs Y_{ref}

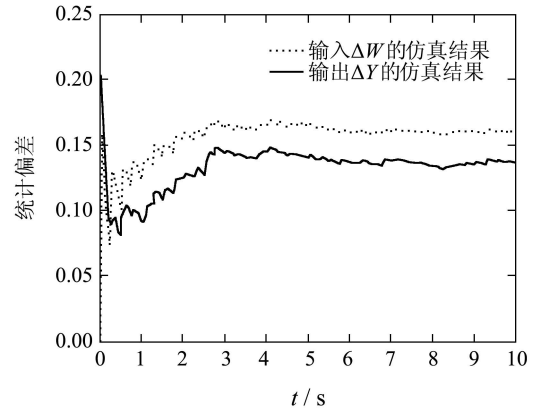


图6 ΔW 和 ΔY 的统计偏差的时域变化曲线

Fig. 6 Time curves of ΔW and ΔY

Sugih等采用实验证明,当带宽容量 C 一定时,网络负载率 η 的变化和信息丢包率成指数关系^[17].本文假设传输带宽变化量 Δb 和 η 之间成指数变化: $\Delta b = \frac{-m_0}{T_0} d_1 \eta^{d_2}$ bit/s,其中 d_1 和 d_2 为待定系数,则由式(10)得到 ΔW 的统计偏差为

$$\overline{\Delta W(t)} \approx \rho_{02} + a_2 \frac{-T_0 d_1 \eta^{d_2}}{1 - d_1 \eta^{d_2}}. \quad (13)$$

仿真得到 $t = 10$ s网络负载率 η 从0~70%时,对应离散控制输入 ΔW 的统计偏差曲线如图7所示,将传输信号平均最大变化速度

$$a_2 = \frac{1}{t} \int_0^t \left| \frac{dY(\tau)}{d\tau} \right| d\tau \approx 10$$

代入式(13),并通过最小二乘法拟合得到 $d_1 = 3.6410$, $d_2 = 4.4325$, $\rho_{02} = 0.1020$.拟合计算结果在图7中接近仿真曲线.

$t = 10$ s网络负载率 η 从0~70%时,对应连续控制输入 ΔU 的统计偏差曲线如图8所示,将 d_1 , d_2 , $a_1 = a_2$ 和 $\rho_{02} = 0$ 代入式(9),理论计算得到的连续输入变化量在图8中接近仿真曲线.

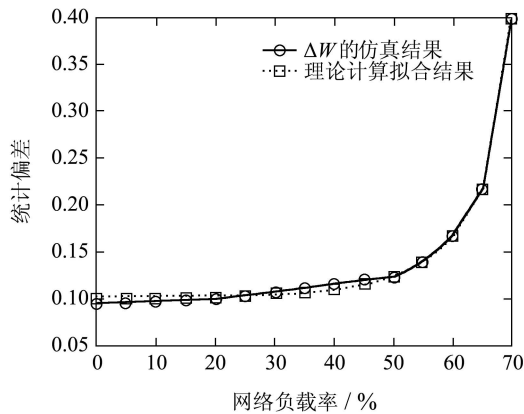


图 7 ΔW 的统计偏差对应 η 的仿真和理论计算曲线
Fig. 7 Comparison of simulation with theoretical computation of inputs ΔW vs. η

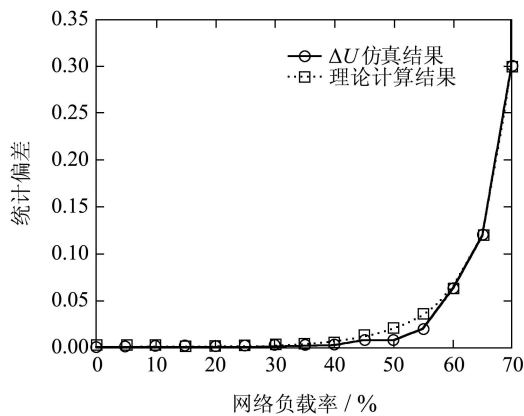


图 8 ΔU 的统计偏差对应 η 的仿真和理论计算曲线
Fig. 8 Comparison of simulation with theoretical computation of inputs ΔU vs. η

$t = 10\text{ s}$ 网络负载率 η 从 0~70% 时, 对应控制输出 ΔY 的统计偏差曲线如图 9. 将理论计算得到的 ΔW 和 ΔU 作为参考 PID 控制系统的控制输入, 通过传递函数计算控制输出的变化量, 减去初始值 0.05 以后, 在图 9 中接近仿真曲线.

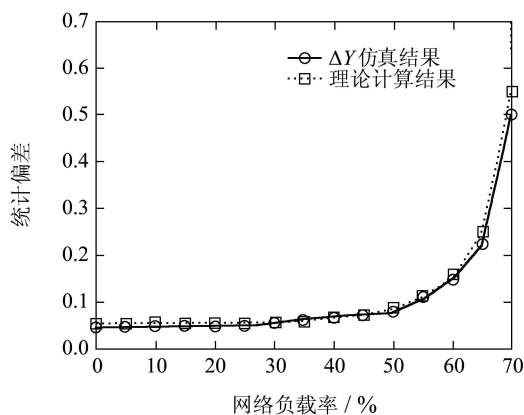


图 9 ΔY 的统计偏差对应 η 的仿真和理论计算曲线
Fig. 9 Comparison of simulation with theoretical computation of inputs ΔY vs. η

本文采用相关系数来客观衡量仿真曲线 M 和理论计算曲线 N 接近程度:

$$\text{Cor}(M, N) = \frac{n \sum_{i=1}^n M_i N_i - \sum_{i=1}^n M_i \sum_{i=1}^n N_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n M_i^2 - (\sum_{i=1}^n M_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n N_i^2 - (\sum_{i=1}^n N_i)^2}}$$

其中 n 为每条曲线上测试点的数目. 分别计算得到图 7 中两条曲线的相关系数 $\text{Cor} = 0.9991$, 图 8 的 $\text{Cor} = 0.9981$, 图 9 的 $\text{Cor} = 0.9993$, 表明仿真结果和定理 4 的结论非常相关和接近.

5 结论(Conclusion)

传统的采样理论不能从统计概率角度解释采样信号的失真, 尤其是网络采样控制系统中信息传输的限制, 产生的控制输入失真决定了系统的性能. 需要将采样和信息传输理论结合, 借助于 Shannon 提出的失真评价函数、统计偏差和对数概率定义的信息量, 引进网络采样控制系统, 有助于理解当网络传输受限时, 网络采样控制系统性能损失和传输采样信息量之间存在倒数关系. 虽然仿真结果和理论计算非常接近, 但是仍需要通过实验才能最终确立该理论的正确性.

参考文献(References):

- [1] ZHANG W, BRANICKY M S. Stability of networked control systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84 – 99.
- [2] CERVIN A, HENRIKSSON D. How does control timing affect performance[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2003, 23(3): 16 – 30.
- [3] NAIR G N, FAGNANI F, ZAMPIERI S. Feedback control under data rate constraints: an overview[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 108 – 137.
- [4] MURRAY R M. Control in an information rich world: report of the panel on future directions in control, dynamics, and systems[R/OL]. SIAM, 2002. To appear; available at <http://www.cds.caltech.edu/~murray/cdspanel>.
- [5] 于之训, 陈辉堂, 王月娟. 基于 Markov 延迟特性的闭环网络控制系统研究[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(2): 263 – 267. (YU Zhixun, CHEN Huitang, WANG Yuejuan. Research on Markov delay characteristic-based closed loop network control system[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(2): 263 – 267.)
- [6] FENG L L, YOOK J K. Network architecture and communication modules for guaranteeing acceptable control and communication performance for networked multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2006, 2(1): 12 – 24.
- [7] MASTELLONE S, ABDALLAH C T. Networked control systems and communication networks: integrated model and stability analysis[EB/OL]. 2005. <http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/ifac2005/Fullpapers/04518.pdf>.
- [8] FENG Lilian, MOYNE James, TILBURY D. Analysis and modeling of networked control systems: MIMO case with multiple time

delays[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. New York: IEEE, 2001, 6: 4306 – 4312.

- [9] YING L, DULLERUD G E, SRIKANT R. Global stability of internet congestion controllers with heterogeneous delays[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2006, 14(3): 579 – 591.
- [10] WALSH G C, YE H, BUSHNELL L. Stability analysis of networked control systems[C] // *Proceedings of the 1999 American control conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999, 4: 2876 – 2880.
- [11] 章辉, 孙优贤. 随机自适应控制的信息论方法[J]. *控制与决策*, 1995, 10(6): 519 – 524.
(ZHANG Hui, SUN Youxian. An information theory approach to stochastic adaptive control[J]. *Control and Decision*, 1995, 10(6): 519 – 524.)
- [12] ZHANG H, SUN Y X. Information rates and H_∞ entropy in multi-variable LTI control systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(1): 101 – 107.
- [13] 李义红, 王新宏, 管文良. 宽带信号延迟采样方法误差分析仿真研究[J]. *计算机仿真*, 2006, 23(6): 116 – 119.
(LI Yihong, WANG Xinhong, GUAN Wenliang. Simulation of error analysis of wideband signal delay sampling method[J]. *Computer Simulation*, 2006, 23(6): 116 – 119.)
- [14] SHANNON C E. A mathematical theory of communication[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1948, 27: 379 – 423, 623 – 656.
- [15] 郑君里, 杨为理. 信号与系统[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988: 232 – 233.
- [16] CERVIN A, OHLIN M, HENRIKSSON D. Simulation of networked control systems using truetime[EB/OL]. 2007. <http://www3.control.lth.se/documents/2007/cer+07ncs.pdf>.
- [17] SUGIH Jamin, SCOTT Shenker. *Measurement-based admission control algorithms for controlled-load service: a structure examination*[R]. Technical Report CSE-TR-333-97, University of Michigan, Ann Arbor, April 1997.

附录 Nyquist采样定理的推论(Appendix The inference of Nyquist sampling theory)

郑君里等在文献[3]中提出了该推论, 但并未给出证明, 以下完成证明.

Nyquist采样定理的推论: 一个频带受限的信号 $x(t)$, 其波形不可能在很短的时间内产生独立的、实质性的变化, 即信号的最高变化速度 $\max |x'(t)|$ 受到最高频率分量 ω_m (Nyquist频率)的限制.

证 已知一个信号 $x(t)$ 的Fourier变换为 $F(\omega)$, $\omega \in [-\omega_m, \omega_m]$, 信号 $x(t)$ 可以用等间隔的采样值表示, 采样间隔 $T < \pi/\omega_m$, 即

$$x(t) = \sum_{n=0}^{t/T} \frac{\omega_m}{\pi} x(nT) \text{Sa}[\omega_m(t - nT)],$$

其中 $\text{Sa}(x) = \sin x/x$. 故有

$$|x'(t)| \leq \sum_{n=0}^{t/T} \frac{\omega_m}{\pi} |x(nT) \text{Sa}'[\omega_m(t - nT)]|.$$

如果信号采样受幅度限制, 设 $\max |x(nT)| \leq 1$, 则有

$$|x'(t)| \leq \sum_{n=0}^{t/T} \frac{\omega_m}{\pi} |\text{Sa}'(\omega_m nT)|.$$

因为 $\text{Sa}'(x) = \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2}$, 当

$$\text{Sa}''(x) = -\frac{\sin x}{x} - \frac{2 \cos x}{x^2} + \frac{2 \sin x}{x^3} = 0$$

时, 即当 $\text{tg } x = \frac{2x}{2 - x^2}$ 时,

$$\max |\text{Sa}'(x)| = \left| \frac{x}{\sqrt{4 + x^4}} \right|,$$

故曲线 $|\text{Sa}'(\omega_m x)|$ 的包络线为 $\frac{\omega_m(\omega_m x)}{\sqrt{4 + (\omega_m x)^4}}$, 则

$$|x'(t)| < \frac{\omega_m^2}{\pi} \sum_{n=1}^{t/T} \left| \frac{\omega_m nT}{\sqrt{4 + \omega_m nT^4}} \right| < \frac{\omega_m}{\pi T} \sum_{n=1}^{t/T} \frac{1}{n}.$$

又因为 $\sum_{n=0}^{t/T} \frac{1}{n} \approx C + \ln(t/T)$ 是发散数列, 其中欧拉常数 $C = 0.57721 \dots$, 所以

$$|x'(t)| < \frac{\omega_m}{\pi T} (C + \ln \frac{t}{T}) = \frac{\omega_m^2}{\pi^2} (C + \ln \frac{\omega_m t}{\pi}).$$

证毕.

作者简介:

邓亮 (1977—), 男, 博士研究生, 主要研究领域为自适应车灯系统的网络化控制, E-mail: QJDL314@hotmail.com;

陈抱雪 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为光子学和导波光学, E-mail: bxchen55@live.cn;

隋国荣 (1974—), 男, 讲师, 博士, 主要研究领域为光电检测和集成光学, E-mail: suigr@usst.edu.cn;

张建彬 (1979—), 男, 博士研究生, 主要研究领域为集成光学、超高速大容量光通信器件技术和优化算法, E-mail: zhangjianbin1979@126.com;

王关德 (1980—), 男, 博士研究生, 主要研究领域为光学材料与光学薄膜、光波导回路技术、超高速大容量光通信器件技术, E-mail: wgdnice@foxmail.com.