第29卷第3期
2012年3月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 29 No. 3
Mar. 2012

文章编号: 1000−8152(2012)03−0291−07

# 传感器网络中鲁棒状态信息融合抗差卡尔曼滤波器

周 彦[1,2], 李建勋[2], 王冬丽[1]

(1. 湘潭大学 信息工程学院, 湖南 湘潭 411105; 2. 上海交通大学 自动化系, 上海 200240)

**摘要**: 研究了无线传感器网络中的分布式鲁棒状态信息融合问题. 在局部状态估计层, 基于鲁棒统计学理论提出了适用于噪声相关情况的抗差(扩展)卡尔曼滤波器. 在融合中心层, 针对局部估计相关未知性和不完整性, 给出了不依赖于互协方差阵的稳健航迹融合方法—–内椭球逼近法. 仿真结果证实了算法的有效性: 所提出的抗差卡尔曼滤波器在野值存在情况下, 性能退化远低于传统卡尔曼滤波器(28.6%比428.6%); 所提出的内椭球逼近法获得比协方并交叉法更好的融合估计性能, 且不需要局部估计相关性的先验知识.

**关键词**: 无线传感器网络; 野值; 卡尔曼滤波; 融合估计; 相关性

**中图分类号**: TP391 **文献标识码**: A

# Anti-outlier Kalman filter-based robust estimation fusion in wireless sensor networks

ZHOU Yan[1,2], LI Jian-xun[2], WANG Dong-li[1]

(1. College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan Hunan 411105, China;
2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** The problem of distributed robust estimation fusion is considered for a hierarchical wireless sensor network (WSN). Based on the theory of robust statistics (RS), a novel anti-outlier (extended) Kalman filter (KF) is presented for local state estimation in a clustered WSN with correlated measuring noises. In the fusion center (FC), a cross-covariance-independent track fusion approach – internal ellipsoidal approximation fusion (IEAF) is developed to fuse the local estimates, among which the correlations are usually unknown or incomplete. Simulation results illustrate the significance of the proposed approaches: the presented anti-outlier KF deteriorates in performances much less than the traditional KF (28.6% VS. 428.6%) in the presence of outlier; the proposed IEAF has higher fusion accuracy than the fusion estimator of covariance intersection (CI), and doesn't need any prior knowledge.

**Key words:** wireless sensor network; outlier; Kalman filter; estimation fusion; correlation

## 1 引言(Introduction)

无线传感器网络(wireless sensor network, WSN)广泛地应用于军事防卫、智能交通、环境监测、医疗卫生等领域, 近年来成为学术界和工业界一个非常重要的研究领域[1–4]. 目标跟踪作为WSN的一个重要功能, 可以有效的提升WSN的性能和应用范畴[4–7]. 野值是实际系统中经常遇到的问题, 如多雷达或者红外传感器系统[8]、水平声纳和通过电离层的卫星通信等[9]. 而在WSN中, 由于节点一般都是低成本且严格资源(如带宽和能量)受限的, 节点测量更多地存在野值. 在WSN领域, 野值可以定义为“严重偏离正常感知数据模式的节点测量(those measurements that significantly deviate from the normal pattern of sensed data)”[10]. 一般来说, WSN中的野值来源于两个方面: 节点故障和敌方恶意干扰[10]. 这两种来源的野值都可以用非高斯重尾噪声模型来描述[11]. 基于鲁棒统计学理论, 本文提出了应用于噪声相关情况下的抗野值(亦称抗差)扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter, EKF), 用于分布式航迹融合的局部状态估计.

另一方面, 相对于集中式估计融合系统, 分布式航迹融合方法具有造价低、可靠性高、系统生命力强和工程上易于实现等特点, 因此更加引起学者们的重视[12–14]. 但是, 由于共同的过程噪声以及先验知识, 局部估计航迹往往是相关的[15], 怎样解决局部相关性问题成为分布式航迹融合的一个重要问题. 传统KF融合算法[16]和孙书利、邓自立等学者提出的最优信息融合KF[17–18]要求局部估计为独立的, 或者相关性是已知的. 然而, 即使在互协方差阵已知的假设条件下, 以上基于KF的方法的计算量与传感器

收稿日期: 2010−02−22; 收修改稿日期: 2011−08−24.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874104, 60935001, 61104210); 上海市重点基础研究资助项目(08JC1411800); 航空科学基金项目(20105557007).

的数目成平方关系, 这是不希望出现的[19]. 一种简单的处理办法就是假定信息源间的是不相关的, 从而出现了所谓的简单凸组合法(simple convex combination, SCC). SCC法在两条航迹都是传感器航迹并且不存在过程噪声, 两个传感器在初始时刻的估计误差也不相关时是最优的. 然而, 当各传感器的局部估计误差相关时, 它是次优的. 为了避免互协方差阵估计过程中的较高计算代价, Julier和Uhlmann提出了协方差交叉法[20](covariance intersection, CI). 这种方法通过在逆协方差空间中寻找均值和方差的凸组合, 从而绕过传统方法对互协方差阵的依赖性. 后来, Hurley从信息理论的角度进一步证明了CI的正确性, 并指出它能用于融合包括高斯分布在内的任何概率密度函数[21]. 但是, CI方法的缺陷在于太过保守, 因为由该方法确定的融合方差椭球要比实际的方差椭球大. 为此, 学者们提出了最大椭球法[22]以克服CI的性能保守性, 该方法寻找协方差阵交集的最大内接椭球来确定融合方差和融合估计. 文献[22]中提出的最大椭球法解决了矩阵取向不相容问题, 并由此得到两椭球情况下其相交区域的最大内接椭球. 然而, 该文中计算融合估值的方法存在问题, 使得融合估计性能严重恶化. 针对这个问题, 笔者提出了内椭球逼近融合(internal ellipsoidal approximation fusion, IEAF)方法, 以解决未知相关性信息源的数据融合问题[23].

本文将提出的噪声相关情况下的抗差KF用于WSN节点对目标的状态进行局部稳健估计, 而融合中心(簇首)利用局部节点发送来的状态估计与协方差阵对目标状态进一步进行融合估计. 由于共同的过程噪声等因素, 局部估计之间往往是相关的, 因此融合中心利用文献[23]中提出的IEAF进行目标状态的稳健融合. 基于IEAF的状态融合一方面回避了最优信息融合KF所需的计算互协方差阵的计算代价, 另一方面防止了CI法的性能保守性. 仿真结果证明了所提出的抗差KF在没有野值存在情况下获得与传统KF基本等同的性能, 而在野值存在情况下其性能退化远低于传统KF. 同时, 所提出的IEAF法获得比CI性能更好的融合精度.

## 2 问题描述(Problem statement)

假定分簇WSN中当前时刻上$N$个节点被激活, 并且独立地对具有如下离散动态系统产生测量:

$$\boldsymbol{x}(k+1)=F_k\boldsymbol{x}(k)+G_k\boldsymbol{\omega}(k), \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbb{R}^n$代表目标的在第$k$个采样时刻上的状态向量, $F_k$是状态转移矩阵, $G_k$是噪声输入矩阵, 而$\boldsymbol{\omega}(k)\in\mathbb{R}^p$是均值为零、协方差为$Q_k$的高斯噪声. 第$i$个传感器的测量方程为

$$\boldsymbol{y}_i(k)=h_i(\boldsymbol{x}(k))+\boldsymbol{v}_i(k),\ i=1,2,3,\cdots,N, \tag{2}$$

其中$h_i(\cdot)$是第$i$个传感器的测量函数(通常为非线性).

**假设 1** $\boldsymbol{v}_i(k)$为非高斯噪声, 其密度函数$\varPhi_i$为

$$\varPhi_i=(1-\alpha)\varOmega_i+\alpha\Delta\varOmega_i, \tag{3}$$

其中: $\varOmega_i$是零均值高斯密度, $\Delta\varOmega_i$是噪声中的密度函数未知部分, 代表脉冲或野值. 且假定测量噪声$\boldsymbol{v}_i(k)\in\mathbb{R}^{m_i},\ i=1,2,\cdots,N$与系统噪声$\boldsymbol{\omega}(k)$相关, 相关性由下式描述:

$$\mathrm{E}\left\{\boldsymbol{\omega}(l)\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}(k)\right\}=S_i(k)\delta_{kl}, \tag{4}$$

其中: E是数学期望, 上标T表示矩阵(或向量)的转置, $\delta_{kl}$为Kronecker函数, 即$k=l$时$\delta_{kl}=1$, 否则为零. 另外, WSN中由于节点的密集分布, 节点测量在空间上也是相关的, 即$\mathrm{E}\{\boldsymbol{v}_i(l)\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}(k)\}=S_{ij}(k)\delta_{kl}$, $\forall i\neq j$, 假定空间上的相关性是未知的.

**注 1** 本文考虑的问题是如何利用含有野值的传感器测量$(\boldsymbol{y}_i(t),\cdots,\boldsymbol{y}_i(1))$, 对目标的状态进行分布式稳健估计. 由于分布式估计源往往是相关的, 而这种相关性往往是未知的或者不完整的, 融合中心如何对局部估计进行稳健融合, 是本文的另一个考虑的问题. 假定目标状态的初始估计$\hat{\boldsymbol{x}}(0)$独立于噪声序列, 且$\mathrm{E}(\boldsymbol{x}(0))=x_0$, $\mathrm{E}[(\boldsymbol{x}(0)-\boldsymbol{x}_0)(\boldsymbol{x}(0)-\boldsymbol{x}_0)^{\mathrm{T}}]=P_0$. 为了简化分析, 假定各传感器之间是同步的. 整个系统的流程如图1所示. 稳健性表现在如下3个方面: i) 测量噪声为含野值非高斯噪声(如传感器节点故障或者失效、电子干扰等), 此时如何得目标估计的最优状态, 使得在正态噪声情况下估计器高效且高精度, 而在野值情况下不影响其正常运行; ii) 由于过程噪声与测量噪声相关, 如何利用相关噪声得到目标的局部状态估计; iii) 由于存在共同的过程噪声或者先验知识以及测量噪声之间未知的空间相关性, 局部估计量之间往往是相关的, 尤其是在传感器节点密布情况下更是如此, 如何在未知相关性情况下得到目标状态的融合估计.

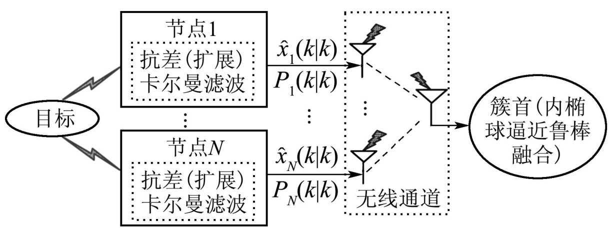


图 1 无线传感器网络中鲁棒估计融合抗差卡尔曼滤波系统示意图

Fig. 1 Framework of robust estimation fusion using anti-outlier Kalman filters in wireless sensor network

在给出主要结果之前, 引入如下定义:

**定义 1** $\mathbb{R}^n$空间中以$\boldsymbol{x}_0$为中心, $P_0$为形状矩阵的椭球$\varepsilon(\boldsymbol{x}_0,P_0)$为满足如下条件的集合:

$$\varepsilon(\boldsymbol{x}_0, P_0) = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n | (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)^{\mathrm{T}} P_0^{-1} (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0) \leqslant 1\}, \tag{5}$$

其中$P_0 > 0$表示估计或者融合误差的协方差阵.

## 3 抗差卡尔曼滤波理论(Anti-outlier Kalman filtering)

由传统KF/EKF的更新方程可以看出: 第$i$个传感器节点在第$(k+1)$个采样时刻上的状态估计$\hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1)$是通过测量新息(亦称残差)$\boldsymbol{e}_i(k+1)$的线性组合来进行校正. 因此, 当测量$\boldsymbol{y}_i(k+1)$含有野值时, $\boldsymbol{e}_i(k+1)$可能会将$\hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1)$往错的方向校正, 使得KF/EKF性能变差甚至发散[24].

换一个角度来看, 传统KF/EKF可以等价为加权最小二乘(least square, LS)问题的最优解[25], 但由于其目标函数为加权方差和, 野值的存在会直接影响到估计结果, 使得传统KF/EKF对野值不具有鲁棒性. 鲁棒统计学[26–27]中的M–估计将传统LS的残差平方代价函数用一个增长较缓慢的目标函数来取代, 以减少野值的影响, 数学上可表示如下:

$$J = \sum_{j=1}^{m_i} \frac{1}{m_i} \rho(\boldsymbol{y}_{ij}(k) - H_{ij}\boldsymbol{x}(k)) = \sum_{j=1}^{m_i} \frac{\rho(\boldsymbol{e}_{ij}(k))}{m_i}, \tag{6}$$

其中: $\boldsymbol{y}_{ij}(k)$和$H_{ij}$分别表示向量$\boldsymbol{y}_i(k)$的第$j$个分量和测量矩阵$H_i$的第$j$行(如果$h_i$为线性函数, $H_i = h_i$; 否则$H_i$定义为传感器测量函数$h_i$的雅可比矩阵. 此时KF的递推式变成EKF, 详见文献[28]). $\rho(\cdot)$一般取非负对称的标量凸函数, 且要求能消除野值对最优解的影响. 特别地, 当$\rho(\cdot)$取二次函数时, 式(6)的解正是传统LS或KF.

令式(6)中目标函数对状态的估计量$\hat{\boldsymbol{x}}(k)$的一阶偏导等于零, 可得

$$\sum_{j=1}^{m_i} \psi(\boldsymbol{y}_{ij}(k) - H_{ij}\hat{\boldsymbol{x}}(k))H_{ij} = \sum_{j=1}^{m_i} \psi(\boldsymbol{e}_{ij}(k))H_{ij} = 0, \tag{7}$$

其中$\psi(\cdot)$为$\rho(\cdot)$的导数, 一般称为影响(或评价)函数, 这是因为它确定了测量误差对解的影响. 省略采样时刻号, 式(7)亦可等价表示如下:

$$\sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}^{\mathrm{T}} \frac{\psi(\boldsymbol{e}_{ij})}{\boldsymbol{e}_{ij}} \boldsymbol{e}_{ij} = 0. \tag{8}$$

定义稳健权值$d_i(\boldsymbol{e}_{ij}) = \dfrac{\psi(\boldsymbol{e}_{ij})}{\boldsymbol{e}_{ij}}$, 则式(8)可以表示成矩阵的形式

$$H_i^{\mathrm{T}} D_i(\boldsymbol{e}_i)\boldsymbol{e}_i = 0, \tag{9}$$

其中稳健权值矩阵$D_i(\boldsymbol{e}_i) = \mathrm{diag}\{d_i(\boldsymbol{e}_{i1}), d_i(\boldsymbol{e}_{i2}), \cdots, d_i(\boldsymbol{e}_{in})\}$.

由以上对传统FK/EKF与M–估计器的比较与分析, 可以给出系统噪声过程测量噪声相关情况下的抗差KF/EKF的递推公式如定理1所述.

**定理 1**　在假设1情况下, 第$i$个传感器节点根据以下抗差KF估计目标的状态:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1) = \hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k) + K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)\mathrm{e}_i(k+1), \tag{10}$$

$$K_i(k+1) = P_i(k+1|k)H_i^{\mathrm{T}}[H_iP_i(k+1|t)H_i^{\mathrm{T}} + D_i(\boldsymbol{e}_i)R_iD_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_i)]^{-1}, \tag{11}$$

$$P_i(k+1|k+1) = [I_n - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)H_i]P_i(k+1|k). \tag{12}$$

其他递推步与传统的相关KF[16]一致, 即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k) = \bar{F}_i(k)\hat{\boldsymbol{x}}_i(k|k) + \bar{G}_i(k)\boldsymbol{y}_i(k), \tag{13}$$

$$P_i(k+1|k) = \bar{F}_i(k)P_i(k|k)\bar{F}_i^{\mathrm{T}}(k) + G_k[Q(k) - S_i(k)R_i^{-1}(k)S_i^{\mathrm{T}}(k)]G_k^{\mathrm{T}}, \tag{14}$$

其中:

$$\bar{F}_i(k) = F_i(k) - \bar{G}_i(k)H_i(k),\ \bar{G}_i(k) = G_iS_i(k)R_i^{-1}.$$

**证**　状态更新方程(10)可由上面的分析直接得出, $D_i(\boldsymbol{e}_i)$的作用是对新息向量分段加权, 以保证在高斯噪声部分的效率和精度, 对于非高斯部分(可能为野值), 采用较小权值甚至为零, 以消除其影响. 对应的新息方差阵为

$$\mathrm{E}[(D_i(\boldsymbol{e}_i)\boldsymbol{e}_i(k+1))(D_i(\boldsymbol{e}_i)\boldsymbol{e}_i(k+1))^{\mathrm{T}}] = D_i(\boldsymbol{e}_i)R_iD_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_i), \tag{15}$$

其中由于$\Delta\Omega_i$的概率密度函数未知, 这里用$\Omega_i$部分的方差$R_i$来代替进行计算. 因此, 结合传统KF递推式可得抗差KF的增益可由式(10)计算. 将式(10)代入滤波误差方程有

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1) = \boldsymbol{x}_i(k+1) - \hat{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1) = [I_n - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)H_i]\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k) - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)\boldsymbol{v}_i(k+1), \tag{16}$$

其中$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k)$为一步预测残差. 进而可求得抗差KF的方差阵为

$$\begin{aligned} P_i(k+1|k+1) &= \mathrm{E}\left[\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k+1|k+1)\tilde{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(k+1|k+1)\right] = \\ &[I_n - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)H_i]\,P_i(k+1|k)\cdot [I_n - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)H_i]^{\mathrm{T}} + \\ &K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)R_iD_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_i)K_i^{\mathrm{T}}(k+1) = \\ &[I_n - K_i(k+1)D_i(\boldsymbol{e}_i)H_i]\,P_i(k+1|k). \end{aligned} \tag{17}$$

证毕.

**注 2**　$\rho(\cdot)$是一个稳健M–估计函数, 对估计性能好

坏是个重要影响因素. 不同的$\rho(\cdot)$将导致不同的估计器. 比如说, 对于一个给定的密度函数$f$, 如果选定$\rho(\boldsymbol{v}) = -\log f(\boldsymbol{v})$即为极大似然估计器. 鲁棒统计学中给出了稳健代价函数包括Huber函数, Andrews方法和Vapnik方法等. 这里, 笔者提出一种更广泛的稳健估计函数, 将Huber函数扩展为3段加权

$$\rho(\boldsymbol{e}_i(k)) = \begin{cases} \boldsymbol{e}_i^2(k)/2, & |\boldsymbol{e}_i(k)| \leqslant a, \\ a\,|\boldsymbol{e}_i(k)| - a^2/2, & a < |\boldsymbol{e}_i(k)| \leqslant b, \\ ab - a^2/2, & b < |\boldsymbol{e}_i(k)|. \end{cases} \tag{18}$$

可见$\rho(\cdot)$是一个对称实值函数, 当新息$\boldsymbol{e}_i(k)$小于等于$a$时为二次函数, 其效果等同于极大似然估计; 当$\boldsymbol{e}_i(k)$较大并处于区间$[a,b]$时, $\rho(\cdot)$是一个线性函数, 随着新息的增大其增长速度比极大似然慢; 而当$\boldsymbol{e}_i(k)$大于$b$时, $\rho(\cdot)$为一个常数. 基于式(18)可得新息的权矩阵为

$$D_i(\boldsymbol{e}_i(k)) = \begin{cases} 1, & |\boldsymbol{e}_i(k)| \leqslant a, \\ a/|\boldsymbol{e}_i(k)|, & a < |\boldsymbol{e}_i(k)| \leqslant b, \\ 0, & |\boldsymbol{e}_i(k)| > b. \end{cases} \tag{19}$$

可见$D_i(\cdot)$分为3个不同的区段, 视不同的新息大小区别对待. 为了保证精度和效率, 当$|e_i(k)| \leqslant a$时, $D_i(\cdot)$定为1; 对于中等大小的新息, $D_i(\cdot)$随着残差的增大而减小; 而当新息来自重尾分布或者野值时, 其权值为零. 这样, 既保证了中等新息的有效性, 又有效地防止了野值对滤波器的不利影响.

**注 3** 在过程噪声$\boldsymbol{\omega}(k)$与测量噪声$\boldsymbol{v}_i(k)$不相关的情况下, 有$\bar{G}_i(k) = 0$, $\bar{F}_i(k) = F_i(k)$, 则式(10)–(12)退化为文献[29]中的结果(见Theorem 1). 进一步地, 当$\boldsymbol{\omega}(k)$与$\boldsymbol{v}_i(k)$相互独立且都是均值为零、方差分别为$Q(k)$和$R_i$时, 由注1可知$D_i = I_n$. 此时, 本文定理1中的抗差KF即为标准KF.

**注 4** 所提出的抗差KF(10)–(14)与传统的相关KF形式基本一致, 区别仅在于式(10)–(12)中$D_i(\cdot)$的计算. 其复杂度与传统KF相同. 另外, 基于WSN的目标跟踪系统中, 相对于计算代价来说, 通信能量是更值得关注的问题. 一般来说, 将1比特信息传输100 m所需能量与执行3000条指令所需能量相当. 因此, 所提出的抗差KF的实时性是有保障的, 适合无线传感器网络目标跟踪应用.

## 4 稳健航迹融合方法——内椭球逼近法(Robust track fusion–internal ellipsoidal approximation fusion)

由定义1可知, 两个信息源$\boldsymbol{x}_{0_1}$和$\boldsymbol{x}_{0_2}$的估计误差协方差阵可分别用椭球$\varepsilon(0,P_1)$和$\varepsilon(0,P_2)$来表示, 它们的相交区域描述了由这两个信息源融合后误差协方差阵的上界. 本节所给出的算法正是基于对协方差矩阵相交区域的内椭球逼近来实现的. 因此, 不要求具备分布式估计源之间相关性的先验知识. 为了引用方便, 将内椭球逼近融合算法简单描述如下[23]:

**算法**(内椭球逼近融合IEAF)

**步骤 1** 引入两个常数$\beta_1$和$\beta_2$, 它们是关于仿射坐标变换的不变量且对计算融合权值有非常重要的作用.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \min_{<\boldsymbol{x},P_2^{-1}\boldsymbol{x}>=1} <\boldsymbol{x},P_1^{-1}\boldsymbol{x}> = \\ &\min_{\boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x}=1} \boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_1^{-1}\boldsymbol{x}, \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \min_{<\boldsymbol{x},P_1^{-1}\boldsymbol{x}>=1} <\boldsymbol{x},P_2^{-1}\boldsymbol{x}> = \\ &\min_{\boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_1^{-1}\boldsymbol{x}=1} \boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x}. \end{aligned} \tag{21}$$

注意这里的$\beta_1$和$\beta_2$描述了协方差椭球$\varepsilon(0,P_1)$和$\varepsilon(0,P_2)$的位置关系, 其中0为$n$–维空间的坐标原点:

i) 如果$\beta_1 \geqslant 1, \beta_2 \leqslant 1$, 则$\varepsilon(0,P_1) \subseteq \varepsilon(0,P_2)$;

ii) 如果$\beta_1 \leqslant 1, \beta_2 \geqslant 1$, 则$\varepsilon(0,P_1) \supseteq \varepsilon(0,P_2)$;

iii) 如果$\beta_1 < 1, \beta_2 < 1$则$\varepsilon(0,P_1) \cap \varepsilon(0,P_2) \neq \varnothing$且$\varepsilon(0,P_1) \not\subset \varepsilon(0,P_2), \varepsilon(0,P_2) \not\subset \varepsilon(0,P_1)$.

**注 5** 式(20)–(21)中的优化问题是带二次约束的二次规划问题[30], 在MATALB中可以通过fmincon函数进行求解. 这里给出求解这问题的拉格朗日乘子法: 以式(20)为例, 目标是寻找$\beta_1$以最小化性能指标$J = \boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_1^{-1}\boldsymbol{x}$, 并且满足$\boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x} = 1$约束. 引入如下拉格朗日函数:

$$F = J + \lambda(\boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x} - 1), \tag{22}$$

其中标量$\lambda$为拉格朗日乘子. 令$\dfrac{\partial F}{\partial \boldsymbol{x}} = 0$, 通过运算可得

$$[P_2P_1^{-1} + \lambda I]\boldsymbol{x} = 0. \tag{23}$$

考虑到约束$\boldsymbol{x}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x} = 1$, 不难得到拉格朗日乘子$\lambda$和最优值$\boldsymbol{x}$分别为$P_2^{-1}$加权范数下矩阵$-P_2P_1^{-1}$的特征值和标准化特征向量.

**步骤 2** 融合估值可计算如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_0 = &(\omega_1P_1^{-1} + \omega_2P_2^{-1})^{-1}\cdot \\ &(\omega_1P_1^{-1}\boldsymbol{x}_{0_1} + \omega_2P_2^{-1}\boldsymbol{x}_{0_2}), \end{aligned} \tag{24}$$

其中的权系数$\omega_1$和$\omega_2$分别为

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1-\min(1,\beta_2)}{1-\min(1,\beta_1)\cdot\min(1,\beta_2)}, \\ \omega_2 &= \frac{1-\min(1,\beta_1)}{1-\min(1,\beta_1)\cdot\min(1,\beta_2)}. \end{aligned} \tag{25}$$

**步骤 3** 融合方差阵可通过求解如下方程得到:

$$\begin{aligned} P_0 = &(1 - \boldsymbol{x}_{0_1}^{\mathrm T}P_1^{-1}\boldsymbol{x}_{0_1} - \boldsymbol{x}_{0_2}^{\mathrm T}P_2^{-1}\boldsymbol{x}_{0_2} + \\ &\boldsymbol{x}_0^{\mathrm T}P_0^{-1}\boldsymbol{x}_0)\cdot(\omega_1P_1^{-1} + \omega_2P_2^{-1})^{-1}. \end{aligned} \tag{26}$$

**步骤 4** 下一个采样周期, 重复步骤1–步骤3.

**推论 1** 存在以下两种特例:

i) 如果$\beta_1 \geqslant 1$, $\beta_2 \leqslant 1$, 则$\omega_1 = 1, \omega_2 = 0$, 有$\varepsilon(\boldsymbol{x}_0,P_0) = \varepsilon(\boldsymbol{x}_{0_1},P_1)$;

ii) 如果$\beta_1 \leqslant 1$, $\beta_2 \geqslant 1$, 则$\omega_1 = 0, \omega_2 = 1$, 有$\varepsilon(\boldsymbol{x}_0,P_0) = \varepsilon(\boldsymbol{x}_{0_2},P_2)$.

**证** i) 如果$\beta_1 \geqslant 1$, $\beta_2 \leqslant 1$, 则由式(25)–(26)不难得出$\omega_1 = 1$且$\omega_2 = 0$. 换句话说, 信息源$\boldsymbol{x}_{0_1}$的

权值为1, 而信息源$\boldsymbol{x}_{0_2}$的权值为0, 从而$\varepsilon(\boldsymbol{x}_0, P_0) = \varepsilon(\boldsymbol{x}_{0_1}, P_1)$. 同理不难得证ii). 　证毕.

## 5 仿真与分析(Simulation results and discussion)

假定目标从$(15, -10)$点处开始做近似圆周运动, 本文采用二维匀速运动模型, 即式(1)中:

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G_k = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix},$$

其中$T = 0.25\,\mathrm{s}$为采样周期.

假定传感器节点按如下方程对目标产生测量:

$$\boldsymbol{y}_i(k) = \begin{bmatrix} d_i(k) \\ \theta_i(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(\boldsymbol{x}(k) - \boldsymbol{x}_i^s(k))^2 + (\boldsymbol{y}(k) - \boldsymbol{y}_i^s(k))^2} \\ \arctan \dfrac{\boldsymbol{y}(k) - \boldsymbol{y}_i^s(k)}{\boldsymbol{x}(k) - \boldsymbol{x}_i^s(k)} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\xi}_i(k),\ i = 1, 2, \cdots, N, \tag{27}$$

其中: $(\boldsymbol{x}_i^s(k), \boldsymbol{y}_i^s(k))$表示第$k$个采样周期上第$i$个传感器的位置, $\boldsymbol{\xi}_i(k)(i = 1, 2, \cdots, N)$为第$i$个传感器的测量噪声, 它们均与过程噪声相关, 相关性如下式描述:

$$\boldsymbol{\xi}_i(k) = \alpha_i \boldsymbol{\omega}(k) + \boldsymbol{\upsilon}_i(k), \tag{28}$$

其中: $\alpha_i$为相关系数, $\boldsymbol{\upsilon}_i(k)$的概率密度函数可由式(3)描述但独立于$\boldsymbol{\omega}(k)$. 仿真中假定对于正常测量模态即$\Omega_i$部分, 距离测量误差小于3%, 方位角测量误差为±8°[31].

**情景 1**(单传感器情况)　假定只有一个传感器位于$(1, 0.5)$点上, 并且运动目标始终在传感器节点的感知范围内. 笔者分别针对没有野值和有野值存在两种情况进行仿真. 假设野值在$k = 124$采样时刻以后出现, 由原始高斯测量噪声上加上标准差大于该高斯噪声标准差10倍以上(仿真过程中设为大于10的随机数)的另一正态噪声形成. 图2给出了传统EKF和第3节所提出的抗差EKF的性能比较结果. 这里笔者采用RMSE性能指标[3,12–17], 即

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}[(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2]},$$

其中$M = 50$为蒙特卡罗仿真的次数. 由图可见, 在没有野值情况下, 抗差KF与传统KF性能基本相当; 当出现野值时, 传统KF由于对新息(包括原始高斯噪声和野值)进行等权值处理, 因而性能急骤退化(428.6%), 而本文第3节提出的抗差KF性能得到了很好的保证, 相比于未含野值情形, 性能退化只有28.57%.

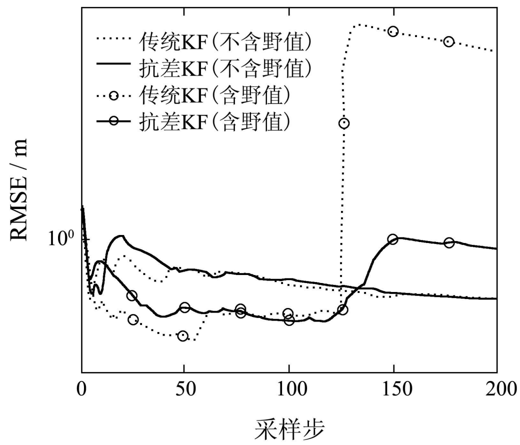


图 2 单传感器情况下抗差卡尔曼滤波器和传统卡尔曼滤波器的性能比较

Fig. 2 Performance comparison between anti-outlier and traditional Kalman filter in case of single sensor

**情景 2**(传感器网络情况)　假定有$S = 225$个传感器随机分布在$50\,\mathrm{m} \times 50\,\mathrm{m}$的区域中, 该区域的坐标为$(-25, -25)$到$(25, 25)$. 整个网络的框架如图3所示, 其中每个小正方形表示一个传感器节点. 设所有传感器的感知半径为$\gamma_\mathrm{s} = 8\,\mathrm{m}$. 本文采用最近邻多传感器调度策略来决定哪些传感器被激活并参与感知及信息处理. 每个采样周期内, 所有感知半径内的传感器均被激活, 组成一个临时任务簇, 并且其中某一个传感器被竞选为簇首(簇首的竞选方式有多种, 这里选用与所有激活传感器之间通信距离(meanD$_i$)最小且残余能量($E_{ri}$)最大的节点作为临时簇首节点, 即满足$\arg\min\limits_i[\gamma \cdot \mathrm{meanD}_i + (1-\gamma)E_{ri}^{-1}]$的节点, 其中$\gamma \in [0, 1]$是平均通信距离的权值). 所有的传感器都参与目标感知与状态估计, 并将状态估计值及方差阵送给融合中心; 融合中心除了进行基本的目标感知和状态估计功能外, 还要融合各子传感器的状态估计. 取目标的初始位置估计符合均值为$[13\ \ -8\ \ 1\ \ 1]^\mathrm{T}$, 方差为$\mathrm{diag}\{5, 5, 1, 1\}$的高斯分布.

图3(黑色小正方形其右上方的小数字表示该节点做为融合中心的采样周期、一直到后续采样周期上新的融合中心的出现)给出了真实的目标运动轨迹及本文提出的基于抗差KF的IEAF、基于传统KF的IEAF的目标轨迹估计. 可见, 所提出的方法能很好地估计目标的运动轨迹. 然而基于传统KF的IEAF在多处出现发散. 图3中亦给出传感器节点动态分簇的结果. 可见由于所提出的动态分簇考虑了平均通信距离, 融合中心大都为离目标最近的节点. 这样一方面提高了跟踪精度, 另一方面减少了簇成员与簇首之间通信的代价. 另外, 基于提出的抗差KF, 对3种不需要局部相关性先验知识的融合方法, 即所提出的IEAF法、CI法以及SCC法进行了比较, 比较结果见图4, 其中随机选取激活节点的测

量方程与情景1相同的野值. 可见所提出的IEAF法获得比CI性能更好的融合精度, 而由于忽略了局部估计的相关性, SCC法性能最差. 通过对图4的仔细比较发现, 3种方法在跟踪起始阶段(如第10–30采样步内), 跟踪精度都比较差. 这是由两个方面的原因引起的: 一是由于每个节点的估计器都有个动态过程, 加上估计初始值的不确定性, 使得融合跟踪精度不理想; 二是由于传感器节点的成簇过程受节点的估值影响, 且由图3可以发现在第10–30采样步内节点的分布不均匀, 这也一定程度上影响了融合估计的精度. 但是, 除SCC法的其他两种方法跟踪误差都在0.42 m范围内, 这是可以接收的.

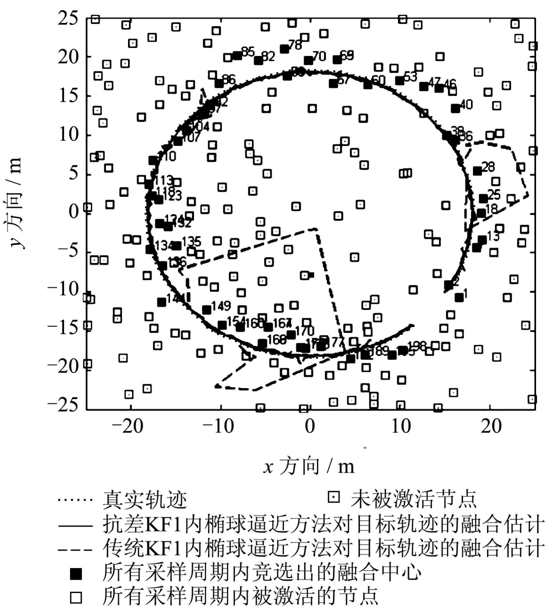


图 3 传感器节点(小正方形)和目标运动轨迹(圆圈)示意图

Fig. 3 Sensor node (a square) distribution and target track (circle) estimation

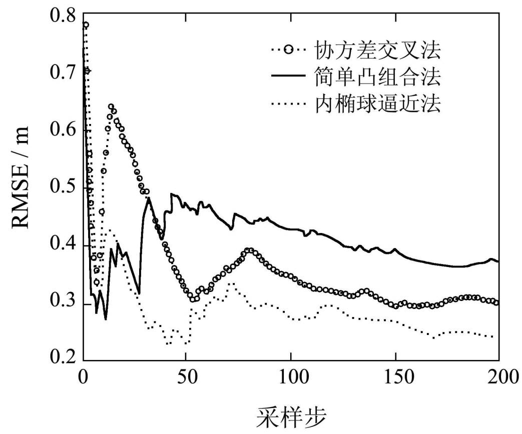


图 4 相同条件下3种不同融合算法的跟踪性能比较

Fig. 4 Comparison of tracking accuracy for the 3 different fusion approaches in the same scenario

## 6 结论(Conclusions)

基于鲁棒统计学理论提出了抗差KF/EKF, 用于WSN分布式航迹融合的局部状态估计. 融合中心层针对局部估计的未知或者不完整相关性, 提出了不依赖于相关性的稳健航迹融合方法—IEAF法. 仿真结果证实了所提出算法的有效性: 所提出的抗差KF在野值存在情况下, 性能退化远低于传统KF (28.6%比428.6%); 所提出的IEAF获得比协方并交叉法更好的融合估计性能, 且不需要局部估计相关性的先验知识.

## 参考文献(References):


[1] AKYIDIZ I F, MELODIA T, CHOWDURY K R. Wireless multimedia sensor networks: a survey[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2007, 14(6): 32 – 39.

[2] 肖力, 孙志刚, 胡晓娅, 等. 基于传感器网络的远程状态估计[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(7): 763 – 766.
(XIAO Li, SUN Zhigang, HU Xiaoya, et al. Remote state estimation based on sensor networks[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(7): 763 – 766.)

[3] ZHOU Y, LI J X. Collaborative maneuvering target tracking in wireless sensor network with quantized measurements[C] //*Proceedings of the IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*. New York: IEEE, 2009: 5097 – 5102.

[4] 臧传治, 梁华, 于海斌. 无线传感器网络中基于移动智能体的目标追踪[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 601 – 605.
(ZANG Chuanzhi, LIANG Hua, YU Haibin. Target tracking based on moving agent in wireless sensor network[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 601 – 605.)

[5] BROOKS R R, RANMANATHAN P, SAYEED A M. Distributed target classification and tracking in sensor network[J]. *Proceeding of IEEE*, 2003, 91(8): 351 – 360.

[6] ZHAO F, SHIN J, REICH J. Information-driven dynamic sensor collaboration[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2002, 19(2): 61 – 72.

[7] ZHOU Y, LI J X, WANG D L. Posterior cramér-rao lower bounds for target tracking in sensor networks with quantized range-only measurements[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 17(2): 157 – 160.

[8] MUTH L A, WANG C M, CONN T. Robust separation of background and target signals in radar cross section measurements[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2006, 54(2): 2462 – 2468.

[9] WANG X, POOR H V. Robust multiuser detection in non-Gaussian channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(8): 289 – 305.

[10] ZHANG Y, MERATNIA N, HAVIGNA P. Outlier detection techniques for wireless sensor networks: a survey[J]. *IEEE Communications Survey & Tutorials*, 2010, 12(2): 159 – 170.

[11] MAIZ C S, MIGUEZ J, DJURIC P M. Particle filtering in the presence of outliers[C] //*Proceedings of the IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*. New York: IEEE, 2009: 33 – 36.

[12] MAHLER R P S. *Statistical Multisource-Multigarget Information Fusion*[M]. London: Artech House Publishers, 2000.

[13] LIGGINS M E, LLINAS J, HALL D L. *Handbook of Multisensor Data Fusion: Theory and Practice*[M]. Holland: Kluwer Academic Publishers, 2008.

[14] GOODMAN I R, MAHLER R P, NGUYEN H T. *Mathematics of Data Fusion*[M]. Kluwer Academic Publishers, 1997.

[15] BAR-SHALOM Y. On the track correlation problem[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26 (4): 571 – 572.

[16] BAR-SHALOM Y, LI X R. *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*[M]. Storrs, CT: YBS Publishing, 1995.

[17] SUN S L, DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter[J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017 – 1023.

[18] 邓自立, 高媛. 按对角阵加权信息融合Kalman滤波器[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 870 – 874.
(DENG Zili, GAO Yuan. Information fusion in Kalman filter weighted by diagonal matrices[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 870 – 874.)

[19] DRUMMOND O E. A hybrid sensor fusion algorithm architecture and tracklets[C] //*Proceedings of the SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*. Bellingham: SPIE Press, 1997: 512 – 524.

[20] JULIER S J, UHLMANN J K. A non-divergent algorithm in the presence of unknown correlation[C] //*Proceedings of the 16th American Control Conference*. Evanston, IL: American Autom Control Council, 1997: 2369 – 2373.

[21] HURLEY M B. An information theoretic justification for covariance intersection and its generalization[C] //*Proceedings of the 5th International Conference Information Fusion*. SUNNYVALE, CA: Int Soc Information Fusion, 2002: 505 – 511.

[22] BENASKEUR A R. Consistent fusion of correlated data sources[C] //*Proceedings of the 28th IEEE Annual Conference on Industrial Electronics Society*. New York: IEEE, 2002: 2652 – 2656.

[23] ZHOU Y, LI J X. Data fusion of unknown correlations using internal ellipsoidal approximation[C] //*Proceedings of the 17th International Foundation of Automatic Control World Congress*. Laxenburg: International Foundation of Automatic Control, 2008: 2856 – 2860.

[24] 肖艳军, 李建勋. 抗野值多速率模型及交互式多传感器状态融合[J]. 自然科学进展, 2005, 15(9): 1106 – 1112.
(XIAO Yanjun, LI Jianxun. Anti-outlier multi-rate model and interactive multiple model multisensor fusion[J]. *Progress in Natural Science*, 2005, 15(9): 1106 – 1112.)

[25] DJUROVIC Z, KOVACEVIC B. Robust estimation with unknown noise statistics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(5): 1292 – 1296.

[26] HUBER P J. *Robust Statistics*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998.

[27] HAMPEL F R, RONCHETTI E M, ROUSSEEUW P J, et al. *Robust Statistics: the Approach Based on Influence Function*[M]. New York: Wiley, 2005.

[28] LEWIS F, XIE L, POPA D. *Optimal and Robust Estimation*[M]. Boca Raton: Taylor & Francis, 2007.

[29] ZHOU Y, LI J. Robust decentralized data fusion based on internal ellipsoid approximation[C] //*Proceedings of the 17th International Foundation of Automatic Control World Congress*. Laxenburg: IFAC, 2008: 9964 – 9969.

[30] VAZHENTSEV A Y. On internal ellipsoidal approximation for problems of control synthesis with bounded coordinates[J]. *Journal of Computer and System Sciences International*, 2000, 39(3): 399 – 406.

[31] 潘峰, 秦丽, 孟令军. 具有声定位功能的无线传感器网络节点设计[J]. 计算机工程, 2008, 34(23): 107 – 109.
(PAN Feng, QIN Li, MENG Lingjun. Design of wireless sensor network node with acoustic self-localization technology[J]. *Computer Engineering*, 2008, 34(23): 107 – 109.)

## 作者简介:

**周　彦**　(1978—), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为传感器网络与信息融合, E-mail: yanzhou@xtu.edu.cn;

**李建勋**　(1969—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为传感器网络与目标跟踪, E-mail: lijx@sjtu.edu.cn;

**王冬丽**　(1980—), 女, 博士, 讲师, 目前研究方向为分布式学习, E-mail: joli119@tom.com.