

混合量子差分进化算法及应用

任子武¹, 熊 蓉², 褚 健²

(1. 苏州大学 机器人与微系统研究中心, 江苏 苏州 215021; 2. 浙江大学 智能系统与控制研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 量子进化算法基于量子旋转门更新量子比特状态影响了算法搜索性能. 提出一种差分进化(DE)与和声搜索(HS)相结合更新量子比特状态的混合量子差分进化算法(HQDE). 该方法采用实数量子角形式编码染色体, 设计一种由差分进化计算更新量子位状态的量子差分进化算法(QDE)和一种由和声搜索更新量子位状态的量子和谐搜索(QHS), 并相互机制融合, 采用两种不同进化策略共同作用产生种群新量子个体以克服常规算法中早熟及收敛速度慢等缺陷; 在此基础上, 算法还引入量子非门算子对当前最劣个体以一定概率选中的量子比特位进行变异操作增强算法跳出局部最优解能力. 理论分析证明该算法收敛于全局最优解. 0/1 背包问题及旅行商问题实例测试结果验证了该方法有效性.

关键词: 量子进化算法; 差分进化; 和声搜索; 量子非门

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Hybrid quantum differential evolutionary algorithm and its applications

REN Zi-wu¹, XIONG Rong², CHU Jian²

(1. Robotics and Microsystems Centre, Soochow University, Suzhou Jiangsu 215021, China;

2. Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: Standard quantum-inspired evolutionary algorithm uses quantum gate to update the state of Q-bits, which deteriorates its optimization performance. A novel hybrid quantum-inspired evolutionary algorithm(HQDE) based on a hybrid of quantum differential evolutionary algorithm(QDE) and quantum harmony search(QHS) is presented. The HQDE adopts real-valued quantum angle to express the Q-bits of chromosome, and the new quantum population is produced through two approaches, i.e. QDE strategy and QHS strategy. Therein QDE strategy uses differential evolution to update the state of Q-bits, and QHS strategy employs harmony search to update the state of Q-bits. In addition, to avoid the disadvantage of easily getting in the local optimum, the HQDE performs quantum non-gate operation to transform the selected Q-bits of the current worst chromosome with a specified probability. Theoretical analysis proves that HQDE converges to the global optimum. The experimental results in solving 0-1 knapsack problem and 14 cities traveling salesman problem(TSP) demonstrate its effectiveness.

Key words: quantum-inspired evolutionary algorithm; differential evolution; harmony search; quantum non-gate

1 引言(Introduction)

量子计算是信息科学和量子力学相结合的新兴交叉学科, 自20世纪80年代初Benioff和Feynman提出量子计算概念以来^[1,2], 量子计算以其独特性能引起了诸多研究者广泛兴趣. 量子进化算法(quantum-inspired evolutionary algorithm, QEA)是量子计算与进化计算相融合的产物^[3], 它利用量子理论中量子态叠加、纠缠及相干特性, 通过量子比特编码染色体, 利用量子旋转门更新完成进化搜索, 具有种群规模小、收敛速度快和计算效率高的优点, 因此被广泛应用于组合优化^[3]、数值优化^[4]及信号处理^[5]等领域中. 但常规QEA算法中, 量子旋转门旋转角的取值直接影响到算法的收敛速度和搜索能力, 而基于

查询表方式给出的旋转角由于离散, 对问题解空间搜索具有跳跃性, 影响了算法的搜索效率^[6]; 特别对一些高维复杂优化问题, 该算法存在有早熟、易陷入局部最优的缺陷. 为克服常规QEA算法的这些缺陷, 目前相关研究工作主要集中在改进算法量子门旋转操作上, 如采用量子比特相位比较法更新量子门^[7], 引入了动态调整量子门旋转角步长机制^[8]等; 并结合其他优化方法如粒子群优化^[9]、克隆选择算法^[10]等更新量子比特状态.

本文在量子进化算法基础上, 提出了一种混合量子差分进化算法(hybrid quantum differential evolutionary algorithm, HQDE). 该方法采用量子角形式编码染色体, 通过设计一种由差分进化更新量子位状

态的量子差分进化算法(QDE)和一种由和声搜索更新量子位状态的量子和声搜索(QHS),并相互机制融合,采用两种不同机制进化策略共同作用更新量子个体,产生下一代种群;同时算法还引入量子非门变异操作以增强算法跳出局部最优解能力.该方法避免了算法采用旋转门查表方式更新量子比特状态的缺陷,同时加快算法寻优速度,提高了全局搜索能力,优化结果也具有较好可靠性.实验算例验证了该混合量子差分进化算法的有效性.

2 算法原理及描述(The principle and description of algorithm)

2.1 量子染色体编码及测量操作(Encoding and measurement for quantum chromosome)

量子进化算法中最小的信息单位是量子比特,一个量子比特状态可表示为

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

式中 α 和 β 分别表示量子态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率幅,其满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

在HQDE算法中,量子比特概率幅用量子角形式 $|\theta\rangle = [\cos\theta \ \sin\theta]^T$ 表示,其 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态概率幅满足 $|\cos\theta|^2 + |\sin\theta|^2 = 1$;对种群规模为 n 、长度为 m 的量子个体编码可定义为

$$\mathbf{q}_i^t = \begin{bmatrix} \cos\theta_1^t & \cos\theta_2^t & \cdots & \cos\theta_m^t \\ \sin\theta_1^t & \sin\theta_2^t & \cdots & \sin\theta_m^t \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

用量子角形式可简化表达为 $[\theta_1^t|\theta_2^t|\cdots|\theta_m^t]$.算法初始化种群时个体量子角 θ_l^t ($l = 1, 2, \dots, m; t = 0$) 在 $[0, 2\pi]$ 内随机生成.

为评价量子个体的优劣程度,需要对个体量子位状态进行测量,使其从 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 叠加态坍塌至与观测结果对应的经典比特状态.量子个体测量过程如下:对二进制编码问题,产生随机数 $r \in [0, 1]$,比较其与 $|\cos\theta_l^t|^2$ 的大小,若小于 $|\cos\theta_l^t|^2$,则测量后生成个体 \mathbf{p}_i^t 相应位取值为“0”,否则为“1”.

2.2 基于差分进化的量子染色体更新(Quantum chromosome update based on differential evolution)

QDE算法采用差分进化^[11](DE)更新染色体量子比特状态.算法在每次迭代中,对当前量子群体利用差分进化变异和交叉操作,产生一临时种群;然后再利用基于贪婪思想的选择操作对这两群体进行一对一的选择,从而实现量子群体的更新.

设量子个体编码长度为 m ,群体规模为 n ,对当前代采用量子角形式编码的每一个量子染色体 $\mathbf{q}_i^t =$

$(\theta_1^t, \theta_2^t, \dots, \theta_m^t)$ 按下式实施DE/rand/1/bin变异操作,得到对应变异个体 \mathbf{v}_i^t :

$$\mathbf{v}_i^t = \mathbf{q}_{r3}^t + F(\mathbf{q}_{r1}^t - \mathbf{q}_{r2}^t). \quad (3)$$

式(3)中: $r1, r2, r3 \in \{1, 2, \dots, n\}$ 互不相同且与目标序号 i 也不同, $F \in [0, 2]$ 为缩放因子;然后对 \mathbf{q}_i^t 和变异个体 \mathbf{v}_i^t 按式(4)实施交叉操作,生成试验个体 \mathbf{u}_i^t ,

$$\mathbf{u}_{ij}^t = \begin{cases} v_{ij}^t, & \text{rand}(\cdot) \leq CR | j = \text{rand } n, \\ \theta_{ij}^t, & \text{其他.} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中: $\text{rand}(\cdot)$ 为 $[0, 1]$ 间均匀分布随机数, $CR \in [0, 1]$ 为交叉概率, $\text{rand } n$ 为 $\{1, 2, \dots, m\}$ 中选取随机量; θ_{ij}^t 为个体 \mathbf{q}_i^t 第 j 个比特位量子角,其中 $j \in \{1, 2, \dots, m\}$.最后对试验个体 \mathbf{u}_i^t 和 \mathbf{q}_i^t 进行竞争,基于贪婪思想选择适应度更优的个体作为新一代量子个体 \mathbf{q}_i^{t+1} ,即

$$\mathbf{q}_i^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_i^t, & f(\mathbf{u}_i^t) \text{ 优于 } f(\mathbf{q}_i^t), \\ \mathbf{q}_i^t, & f(\mathbf{q}_i^t) \text{ 优于 } f(\mathbf{u}_i^t). \end{cases} \quad (5)$$

2.3 基于和声搜索的量子染色体更新(Quantum chromosome update based on harmony search)

和声搜索^[12](HS)是在音乐演奏中模拟乐师们根据记忆反复调整各乐器音调现象的一种启发式搜索方法.QHS算法采用和声搜索更新量子个体量子角状态,算法在迭代中根据记忆库创作一新和声(量子个体),并更新记忆库中的个体.

设量子个体编码长度为 m ,和声记忆库规模(harmony memory size, HMS)为 n ,在每次迭代中新和声 $\mathbf{q}'_i = (\theta'_1, \theta'_2, \dots, \theta'_m)$ 通过记忆因素、音调调整和随机选择法则^[13]创作产生.记忆因素为以和声记忆因素概率HMCR(harmony memory considering rate)在记忆库内搜索新的决策变量,以 $1 - \text{HMCR}$ 在变量区间内随机搜索,即

$$\theta'_i = \begin{cases} \theta'_i \in [\theta_i^1, \theta_i^2, \dots, \theta_i^n], & \text{rand}(\cdot) \leq \text{HMCR}, \\ \theta'_i \in [0, 2\pi], & \text{其他.} \end{cases} \quad (6)$$

由记忆因素法则获得的变量再以音符调节概率PAR(pitch adjustment rate)判断是否需要对其音量调整,即

$$\theta'_i = \begin{cases} \theta'_i \pm \text{rand} \times b_w, & \text{rand}(\cdot) \leq \text{PAR}, \\ \theta'_i, & \text{其他.} \end{cases} \quad (7)$$

式中: rand 为区间 $[0, 1]$ 内随机数, b_w 为间隔带宽.新个体产生后,计算新量子个体适应度值,若其优于记忆库中最劣的量子个体,则对记忆库中最劣量子个体加以取代.

和声搜索新和声的创作类似于遗传算法(GA)子代个体的产生,区别在于GA算法后代个体生成只利用父代两个个体的信息,而HS搜索新和声的生成充

分利用了记忆库中的所有个体的信息.

2.4 混合量子差分进化算法 (Hybrid quantum differential evolutionary algorithm)

由上述过程可看出, QDE算法与QHS算法均采用了实数量子角形式对个体量子比特进行编码, 并分别用DE算法与HS算法更新量子个体量子角状态, 避免了常规量子进化算法采用量子旋转门更新量子比特状态尚存的缺陷; 但从量子比特状态更新机制上看, QDE算法与QHS算法对个体量子位状态更新机制又有差别, QDE算法采用差分进化更新个体量子位状态, 由式(3)DE/rand/1/bin形式的差分操作可知, DE算法的变异个体由3个互不相同的量子个体组成, 无需任何适应度函数值信息, 有利于保持种群的多样性, 因而全局探索能力强, 但收敛速度慢^[14]; QHS算法采用和声搜索更新个体量子位状态, 算法简单, 然而HS是一种基于领域搜索的启发式优化方法^[15], 算法和声记忆库更新需依赖于记忆库中个体信息评估候选解, 因而对解空间局部开发能力强, 精度高, 收敛速度快, 但会加大算法陷入局部最优点的可能性. 目前相继有提出和声搜索和差分进化相结合的混合算法, Li和Wang以两算法操作算子相结合的方式作为混合优化出发点, 提出了两种混合算法^[16], 即将HS学习算子嵌入至DE算法中构成的GHDE混合算法, 和DE差分操作引入至HS算法中构成DHS混合算法, 基准函数测试结果表明这两种混合算法在搜索质量和效率上优于单一算法.

为更有效地平衡算法对解空间的全局勘探和局部开发能力, 结合各自特点并发挥各自优势, 将QDE算法与QHS算法相结合构建一种混合量子差分进化算法(HQDE), 算法结构图如图1所示.

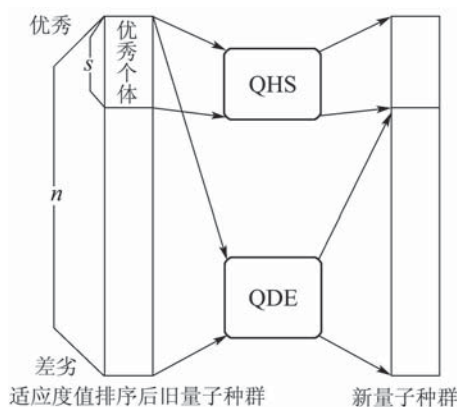


图 1 混合量子差分进化算法结构图

Fig. 1 Structure of hybrid quantum differential evolutionary algorithm

从图1中可看出, HQDE算法将种群中所有量子个体按适应度优劣排序分成两部分, 并通过两种策略共同作用生成新群体. 1) 量子和谐搜索策略: 对种群中的前s个优秀量子个体采用QHS策略更新量子位状态, 产生s个子代量子个体; 2) 量子差分进化

策略: 新一代中剩余 $n - s$ 个量子个体采用QDE策略对种群个体更新量子位状态生成. 在结构图中得出当 $s = 0$ 时意味着算法新群体中所有个体量子角状态都由QDE策略更新, HQDE算法就变为QDE算法; 同样当 $s = n$ 时, HQDE算法就退化为QHS算法. 在进化中优秀个体数s在群体规模中所占比例不易过大, 一般取值在15%~20%左右为宜.

HQDE算法还选择当前最劣量子个体 q_{worst}^t , 依概率 p_m 选择其携带的量子位实施量子非门变换^[17]:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta + \pi/2 - 2\theta) \\ \sin(\theta + \pi/2 - 2\theta) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中 θ 为对 q_{worst}^t 以一定概率选中量子位所对应的量子角. 该操作能使量子个体在其他搜索区域可能发现更优的全局最佳量子个体, 助于增强算法跳出局部最优解能力.

和声搜索是利用和声记忆库中个体信息创作新和声, 它是一种基于领域搜索的启发式优化方法, 局部开发能力强, 算法对种群中优秀个体采用和声搜索策略更新量子位, 可开发出性能更优的量子个体. 在HQDE算法中种群全局最佳量子个体即可能由量子差分进化操作产生, 也可能由量子和谐搜索操作或量子非门变换算子生成; 结合两种不同进化机制算法混合搜索, 能更大概率地在优化空间中搜索到性能更优的全局最佳量子个体, 减弱单一搜索机制在解决复杂问题时可能存在的早熟问题.

本文HQDE算法流程可描述为:

- 1) HQDE算法参数赋值, 包括种群规模 n , 个体编码长度 m , 和声记忆库规模 s , 记忆库搜索概率HMCR, 音量调整概率PAR, 差分交叉概率CR, 和声搜索迭代数 t , 及算法进化代数 T 等;
- 2) 种群初始化, 产生初始种群;
- 3) 评价量子个体适应度值, 保存种群最佳量子个体 q_{best} ;
- 4) 选择种群最劣量子个体 q_{worst}^t , 对其携带的量子位依一定概率 p_m 选中的量子角实施量子非门变换操作, 并更新此量子个体的状态;
- 5) 对种群量子个体按照适应度值优劣排序;
- 6) 进行优秀量子个体的和声搜索策略, 对前s个优秀量子个体构成和声记忆库通过QHS策略创作新和声来更新生成s个子代量子个体;
- 7) 进行量子差分进化策略, 对上一代群体采用量子差分进化操作产生 $n - s$ 个子代量子个体;
- 8) 评价量子个体适应度值, 记当代前最佳个体为 q_{best}^t , 若 q_{best}^t 优于 q_{best} , 则 $q_{best}^t \Rightarrow q_{best}$; 否则 $q_{best} \Rightarrow q_{best}^t$;
- 9) 若算法达到允许进化代数 T , 则输出最优结果, 迭代结束, 否则转向步骤4), 继续进化搜索.

3 算法收敛性分析(Convergence analysis of the HQDE)

定义 1 设 S 为个体搜索空间; n 为种群规模; f^* 为目标函数 f 的全局最优解; 种群空间 S^n 为

$$S^n = \{X: X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, x_i \in S, 1 \leq i \leq n\},$$

式中 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 为种群. 全局最优解集为 $B^* = \{x \in S: f(x) = f^*\}$; 最优个体种群空间为 $S^* = \{X \in S^n | \chi_{B^*}(X) \neq 0\}$, 式中 $\chi_{B^*}(X)$ 为种群 X 包含有全局最优解集 B^* 中元素的数目.

定义 2 对于任意的初始状态 $X \in S^n$, 均有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P\{\chi_{B^*}(X_k) \neq 0 | X_0 = X\} = 1, \quad (9)$$

则称算法以概率 1 收敛, 式中 P 表示概率.

引理 1 混合量子差分进化算法种群序列 $\{X(k), k \geq 0\}$ 是有限齐次马尔科夫链. 证明略.

引理 2 对 HQDE 算法, 给定任意的状态 $X \in S^n$ 且 $k \geq 0$, 如果 $\chi_{B^*}(X) \neq 0$, 则有 $P\{\chi_{B^*}(X_{k+1}) \neq 0 | X_k = X\} = 1$ 成立.

证 设当前代 $\chi_{B^*}(X_k) \neq 0$, 即种群中存有个体 $x^{\text{best}} \in B^*$, 由于 HQDE 算法中 QHS 策略和 QDE 策略在新个体产生过程中选用适应度值更优的量子个体作为下一代个体, 因此在没寻优到适应度值更优的量子个体之前, 当前代种群最优量子个体定将进入至下一代; 否则 x^{best} 被属于 B^* 的另一相同适应度值的量子个体取代, 即 $\chi_{B^*}(X_{k+1}) \neq 0$.

定理 1 混合量子差分进化算法是概率 1 收敛.

证 由随机过程马尔科夫性质及引理 2 得

$$\begin{aligned} &P\{\chi_{B^*}(X_k) = 0\} = \\ &P\{\chi_{B^*}(X_1) = 0, \chi_{B^*}(X_2) = 0, \dots, \\ &\quad \chi_{B^*}(X_k) = 0\} = \\ &P\{\chi_{B^*}(X_1) = 0\} \cdot \\ &\prod_{i=2}^k P\{\chi_{B^*}(X_i) = 0 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\}. \quad (10) \end{aligned}$$

由于 $\{X(k), k \geq 0\}$ 是齐次马尔科夫链, 由上式可得只需要计算 $P\{\chi_{B^*}(X_i) = 0 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\}$.

根据 HQDE 算法由概率 p_m 对 q_{worst}^t 量子非门变异操作、以 $1-\text{HMCR}$ 概率在变量区间范围内和声搜索等策略生成下一代群体, 定义

$$\rho^* = \min_i P\{\chi_{B^*}(X_i) = 1 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\}_{\min}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (11)$$

因此

$$P\{\chi_{B^*}(X_i) = 1 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\} \geq \rho^* > 0, \quad (12)$$

于是

$$\begin{aligned} &P\{\chi_{B^*}(X_i) = 0 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\} = \\ &1 - P\{\chi_{B^*}(X_i) \geq 1 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\} \leq \\ &1 - P\{\chi_{B^*}(X_i) = 1 | \chi_{B^*}(X_{i-1}) = 0\} \leq \\ &1 - \rho^* < 1. \quad (13) \end{aligned}$$

将式(13)代入式(10)可得

$$P\{\chi_{B^*}(X_k) = 0\} \leq (1 - \rho^*)^k. \quad (14)$$

根据引理 2 得

$$\begin{aligned} &\lim_{k \rightarrow \infty} P\{\chi_{B^*}(X_k) \neq 0\} = \\ &1 - \lim_{k \rightarrow \infty} P\{\chi_{B^*}(X_k) = 0\} \geq \\ &1 - \lim_{k \rightarrow \infty} (1 - \rho^*)^k = 1, \quad (15) \end{aligned}$$

即 $\lim_{k \rightarrow \infty} P\{\chi_{B^*}(X_k) \neq 0 | X_0 = X\} = 1$. 证毕.

4 仿真实验(Simulation)

4.1 0/1 背包问题(0/1 knapsack problem)

背包问题是一典型的组合优化问题, 本实验中, 将采用 HQDE 算法求解 0/1 背包问题, 并与其他算法进行性能比较.

0/1 背包问题可描述为: 给定 m 个物件和一容量为 C 的背包, 选择 m 个物件的子集尽可能使利润最大化. 最大化

$$f(x) = \sum_{i=1}^m p_i x_i,$$

满足

$$\sum_{i=1}^m \omega_i x_i \leq C, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i \leq m, \quad (16)$$

其中 ω_i, p_i 分别为第 i 物件重量和利润, 每一物件重量和利润数据集按如下方式选取^[9]:

$$\begin{cases} \omega_i \in [1, 10] \text{ 为均匀分布随机数,} \\ p_i = \omega_i + l_i, \quad l_i \in [0, 5] \text{ 为随机选取数,} \\ \text{背包容量 } C = (1/2) \sum_{i=1}^m \omega_i. \end{cases}$$

当搜索中个体不满足约束条件时, 采用文献[9]中的修补策略对个体进行修补. 各算法的参数设置如下: 不同算法群体规模 n 都取 $n = 30$, 量子个体的编码长度即为背包问题的物件数 m , 最大进化代数 $T = 1000$ (QHS 算法迭代 1000×30 次); QEA 算法量子旋转门旋转角步长 $\delta = 0.01\pi$; QDE 算法中 $F = 0.35$, $CR = 0.90$; QHS 算法参数 $\text{HMCR} = 0.95$, $\text{PAR} = 0.30$, $b_w = 0.05$; HQDE 算法中的 QDE 策略及 QHS 策略参数设置分别与前 QDE 算法和 QHS 算法中相应参数相同, 优秀个体数 $s = 6$, 另整体算法每进化一代, 执行 QHS 策略迭代次数 $t = s$, 量子非门变异概率 $p_m = 0.10$. 分别取不同物件数(100,

250, 500), 将以上4种不同算法对上0/1背包问题分别独立运行20次统计最优(best)、平均(mean)及最劣(worst)适应度值并计算20次适应度值的标准差(Std.), 结果如表1所示.

从表1中可看出, 从独立运行20次所得的最优、平均及最差寻优解上看, QEA算法的相应结果都不及QDE, QHS及HQDE算法, 说明常规量子进化算法采用旋转门更新量子个体存在有早熟缺陷,

影响了算法搜索性能. 与QEA, QDE及QHS 3种算法比较, HQDE算法对背包问题独立运行20次得到最优、平均及最差解质量都优于其他算法相应值. 另与QSE^[9]算法最优结果比较, HQDE算法在不同物件数下求解最劣结果都比QSE^[9]算法最优结果还好, 由上说明, HQDE算法利用QDE与QHS两种策略更新个体量子位状态生成下一代种群, 减弱了算法早熟、局部收敛问题, 提高算法的全局搜索性能.

表 1 0/1 背包问题不同算法独立运行20次寻优解结果比较

Table 1 Results over 20 independent runs of different algorithms on the knapsack problem

<i>m</i>	进化代数	算法	最优	平均	最劣	标准差
100	1000	QEA	450.3164	442.4155	435.4125	3.6198706
	1000	QDE	475.5463	464.8918	454.2240	6.6856357
	1000×30	QHS	478.3401	475.3143	472.7316	1.4622465
	1000	HQDE	479.7002	477.7327	473.6162	1.6471441
	1000	QSE ^[9]	457.03	*	*	*
250	1000	QEA	1.0794e+003	1.0647e+003	1.0501e+003	7.0706262
	1000	QDE	1.1541e+003	1.1391e+003	1.1168e+003	9.7633316
	1000×30	QHS	1.1618e+003	1.1533e+003	1.1461e+003	4.3083188
	1000	HQDE	1.1830e+003	1.1691e+003	1.1609e+003	4.7495964
	1000	QSE ^[9]	1141.9	*	*	*
500	1000	QEA	2.1199e+003	2.1043e+003	2.0933e+003	7.9857295
	1000	QDE	2.2564e+003	2.2324e+003	2.1605e+003	20.624288
	1000×30	QHS	2.2785e+003	2.2609e+003	2.2489e+003	8.2633410
	1000	HQDE	2.3164e+003	2.2992e+003	2.2850e+003	8.3571255
	1000	QSE ^[9]	2190.0	*	*	*

注: 表1中“*”表示文献[9]中无该数据.

从独立运行20次得到优化解的稳定性方面比较, HQDE算法适应度值标准差值除与QHS算法相应值基本接近外, 对 $m = 100/250$ 情形下都优于QEA与QDE算法寻优解标准差值, 在 $m = 500$ 情形下也优于QDE算法优化解标准差值, 说明在求解质量上HQDE算法也具有较可靠的可靠性.

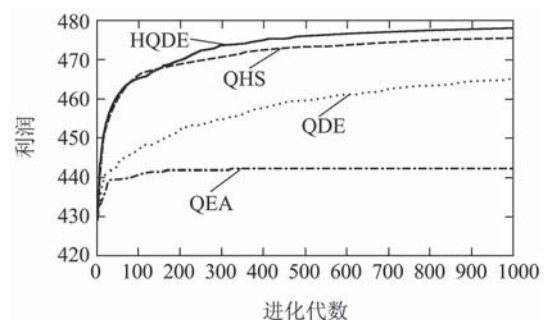
图2为采用QEA, QDE, QHS和HQDE算法对上背包问题在不同物件数及相应进化代数下独立运行20次平均最佳适应度值进化过程比较曲线图, 从图中可看出, 本文的HQDE算法全局搜索性能及收敛速度上均优于QEA, QDE及QHS算法, 说明HQDE算法减弱了算法易陷入局部极值点缺陷, 改善了算法优化性能, 验证HQDE算法有效性.

此外在同一计算机(2.66 GHz CPU, 2.98 G内存)及相同适应度值函数计算次数情况下, 4种算法求解0/1背包问题(以物件数 $m = 500$ 为例)CPU耗时上比较, 有

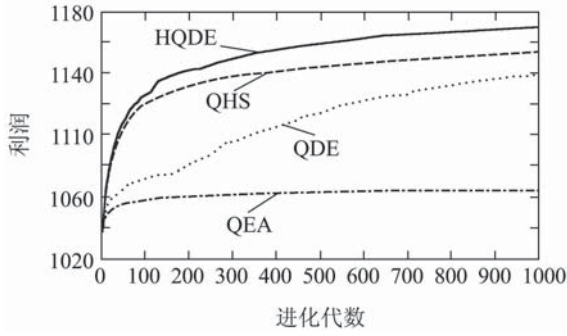
$$T_{QEA}(145.99\text{ s}) > T_{QHS}(109.43\text{ s}) >$$

$$T_{HQDE}(33.38\text{ s}) > T_{QDE}(18.60\text{ s}).$$

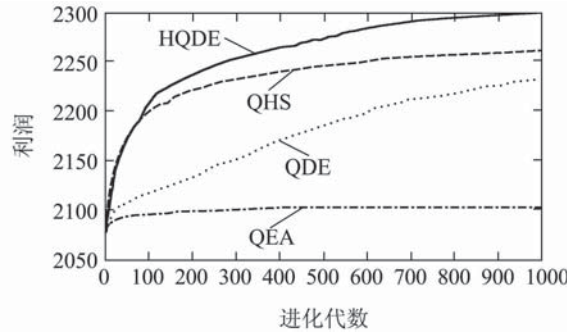
与QDE算法比较, 本文HQDE算法在CPU耗时上多近15 s左右, 但由于CPU计算时间与计算机硬件配置、操作系统、编程语言及代码编写技巧等多种因素有关, 算法更关注的是对相同适应度值函数计算次数下解决同一背包问题最后寻优解的质量, 从此角度看HQDE算法有更好的搜索性能.



(a) $m = 100$



(b) $m = 250$



(c) $m = 500$

图2 不同算法平均利润进化曲线比较图

Fig. 2 Average profits evolution curves of different algorithms

4.2 TSP旅行商问题(TSP problem)

旅行商(TSP)问题是组合优化领域另一极为著名NP问题, TSP问题描述虽简单易懂, 但其求解过程极为困难.

TSP问题简言之是寻找一条遍历 m 个城市的最短路径, 即搜索整数子集 $X = \{1, 2, \dots, m\}$ (X 元素表示对城市的编号)的一排列 $X = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$, 使下式取最小值:

$$T_d = \sum_{i=1}^{n-1} d(v_i, v_{i+1}) + d(v_m, v_1), \quad (17)$$

式中 $d(v_i, v_{i+1})$ 表示城市 v_i 至城市 v_{i+1} 距离.

根据TSP旅行商问题及所提出算法特点, 采用如下量子角形式对量子个体进行编码 $q = [\theta_{11} | \dots | \theta_{1c} | \theta_{21} | \dots | \theta_{2c} | \dots | \theta_{m1} | \dots | \theta_{mc}]$, c 是满足 $2^c > m$ 常数. 量子个体观测后形成观测值 $x = [x_{11} | \dots | x_{1c} | x_{21} | \dots | x_{2c} | \dots | x_{m1} | \dots | x_{mc}]$, 其中字符串 $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ic}\}$ 即为城市 i 的二进制编码串, $i = 1, 2, \dots, m$. 对观测后的二进制编码串解码得到访问城市顺序 $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_m$, 并按文献[9]中的修补策略在评价个体适应度值前对个体进行修补.

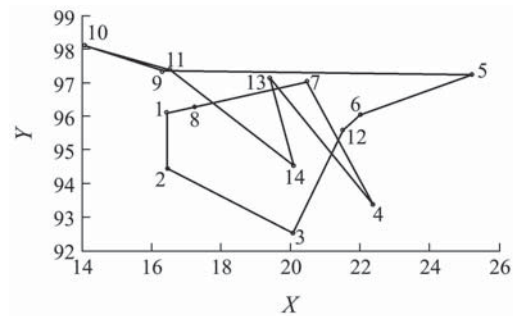
表2是标准TSPLIB库^[18]中14个城市数据BURMA14位置坐标.

表2 TSP问题14个城市位置坐标数据

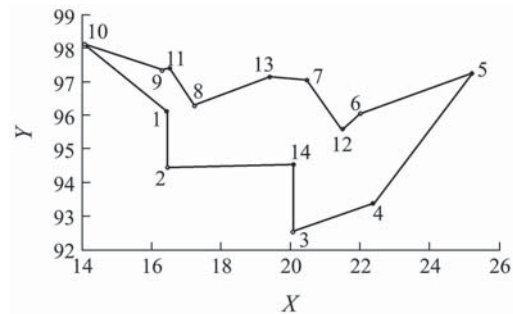
Table 2 The data for the TSP problem of 14 cities

城市	1	2	3	4	5	6	7
X	16.47	16.47	20.09	22.39	25.23	22.00	20.47
Y	96.10	94.44	92.54	93.37	97.24	96.05	97.02
城市	8	9	10	11	12	13	14
X	17.20	16.30	14.05	16.53	21.52	19.41	20.09
Y	96.29	97.38	98.12	97.38	95.59	97.13	94.55

采用HQDE算法求解, 其中参数 $m = 14, n = 20, c = 4$; QDE策略参数 $F = 0.45, CR = 0.80$; QHS策略中 $HMCR = 0.90, PAR = 0.30, b_w = 0.025$; 算法优秀个体 $s = 4$, 整体算法进化一代执行QHS策略迭代次数 $t = s$, 量子非门变异概率 $p_m = 0.10$; 当进化到 $T = 399$ 代时, 算法就寻找到该TSP问题最优适应度值 $T_d = 30.8785$, 其优化解(即城市访问顺序)为 $X = \{10, 1, 2, 14, 3, 4, 5, 6, 12, 7, 13, 8, 11, 9\}$, 该结果与文献[9, 19]中算法获取的城市访问顺序数据 $1 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 8 \rightarrow 13 \rightarrow 7 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 14 \rightarrow 2$ 相同. 图3为由HQDE求解到的初始路线图(代价: 47.3543)和最优路线图(代价: 30.8785).



(a) 初始路线



(b) 最优路线

图3 HQDE算法求解TSP问题结果

Fig. 3 Results of the HQDE for the TSP problem

HQDE算法求解此最优路线的搜索空间可由群体规模、量子个体Q-bit位数量以及迭代次数

乘积确定, 即 $20 \times 4 \times 14 \times 399 = 446880$, 易得此搜索空间仅占总体解空间($14!/(14 \times 2) = 3113510400$)的 0.014%。表 3 为本文算法寻优结果同文献[9, 19]结果比较, 从表中比较得出本文算法搜索空间占用总体解空间比率最小。

表 3 3 种方法求解 14 个城市 TSP 问题结果比较
Table 3 Comparison of 3 algorithms for TSP problem

	PSO ^[19]	QSE ^[9]	HQDE
初始路线代价	59.8462	50.7981	47.3543
算法搜索空间	2000000	1680000	446880
搜索空间占比/%	0.064	0.054	0.014

5 结论(Conclusion)

本文提出一种混合量子差分进化算法, 该方法分别设计一种由差分进化更新量子位状态的 QDE 算法, 和由和声搜索更新量子位状态的 QHS 算法; 利用差分进化基于全局并行搜索特性, 及和声搜索基于领域搜索特点, 算法对种群优秀个体采用 QHS 策略更新量子位, 由 QDE 策略对种群量子个体更新生成剩余个体, 两种策略共同作用生成新群体, 提高算法搜索能力, 减轻算法早熟问题。将来可进一步分析该算法的部分参数效应, 并将其应用于优化调度等其他领域的优化问题中。

参考文献(References):

- [1] BENIOFF P. The computer as a physical system: a microscopic quantum mechanical hamiltonian model of computers as represented by turing machines[J]. *Journal of Statistical Physics*, 1980, 22(5): 563 – 591.
- [2] FEYNMAN R. Simulating physics with computers[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 1982, 21(6): 467 – 488.
- [3] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(6): 580 – 593.
- [4] WANG L, TANG F, WU H. Hybrid genetic algorithm based on quantum computing for numerical optimization and parameter estimation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 171(2): 1141 – 1156.
- [5] LI Y, JIAO L C. An effective method of image edge detection based on parallel quantum evolutionary algorithm[J]. *Signal Processing*, 2003, 19(1): 69 – 74.
- [6] 高辉, 徐光辉, 王哲人. 改进量子进化算法及其在物流配送路径优化问题中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(6): 969 – 972. (GAO Hui, XU Guanghui, WANG Zheren. An improved quantum evolutionary algorithm and its application to a real distribution routing problem[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 969 – 972.)
- [7] 张葛祥, 李娜, 金炜东, 等. 一种新量子遗传算法及其应用[J]. *电子学报*, 2004, 32(3): 476 – 479.

(ZHANG Gexiang, LI Na, JIN Weidong, et al. A novel quantum genetic algorithm and its application[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(3): 476 – 479.)

- [8] 邢焕来, 潘炜, 邹喜华. 一种解决组合优化问题的改进型量子遗传算法[J]. *电子学报*, 2007, 10(10): 1999 – 2002. (XING Huanlai, PAN Wei, ZOU Xihua. A novel improved quantum genetic algorithm for combinatorial optimization problems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 10(10): 1999 – 2002.)
- [9] WANG Y, FENG X Y, HUANG Y X, et al. A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications[J]. *Neurocomputing*, 2007, 70(4): 633 – 640.
- [10] 李阳阳, 焦李成. 求解 SAT 问题的量子免疫克隆算法[J]. *计算机学报*, 2007, 30(2): 176 – 183. (LI Yangyang, JIAO Licheng. Quantum-inspired immune clonal algorithm for SAT problem[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2007, 30(2): 176 – 183.)
- [11] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341 – 359.
- [12] GEEM Z W, KIM J H, LOGANATHAN G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search[J]. *Simulation*, 2001, 76(2): 60 – 68.
- [13] GEEM Z W, CHOI J Y. Music composition using harmony search algorithm[M] //MARIO G, STEFAN M, ANTHONY B, et al. *Lecture Notes in Computer Science: Applications of Evolutionary Computing*. Spain: Springer-Verlag, 2007, 4448: 593 – 600.
- [14] 吴亮红, 王耀南, 周少武, 等. 双群体伪并行差分进化算法研究及应用[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 453 – 458. (WU Lianghong, WANG Yaonan, ZHOU Shaowu, et al. Research and application of pseudo parallel differential evolution algorithm with dual subpopulations[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 453 – 458.)
- [15] WANG C M, HUANG Y F. Self-adaptive harmony search algorithm for optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(4): 2826 – 2837.
- [16] LI L P, WANG L. Hybrid algorithms based on harmony search and differential evolution for global optimization[C] //*Proceedings of the first ACM/SIGEVO Summit on Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM, 2009: 271 – 278.
- [17] 李盼池, 李士勇. 求解连续空间优化问题的量子蚁群算法[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(2): 237 – 241. (LI Panchi, LI Shiyong. Quantum ant colony algorithm for continuous space optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 237 – 241.)
- [18] Standard TSPLIB[OL/DB]. 1997. Online Available: <http://elib.zib.de/pub/Packages/mp-testdata/tsp/tsplib/tsplib.html>.
- [19] WANG K P, HUANG L, ZHOU C G, et al. Particle swarm optimization for traveling salesman problem[C] //*Proceeding of the 2nd ICMLC*. New York: IEEE, 2003, 3: 1583 – 1585.

作者简介:

任子武 (1976—), 男, 助理研究员, 研究方向为计算智能理论与应用、复杂系统仿真, E-mail: zwren@iipc.zju.edu.cn;

熊蓉 (1972—), 女, 副教授, 研究方向为智能环境建模、多智能体协作, E-mail: rxiong@iipc.zju.edu.cn, 通信作者;

褚健 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为工业控制、智能系统等, E-mail: chuj@iipc.zju.edu.cn.