

# 随机时滞马尔可夫跳跃系统的比例-积分跟踪控制

许莉娟, 张天平, 裔 扬

(扬州大学 信息工程学院自动化专业部, 江苏 扬州 225009)

**摘要:** 针对具有时变时滞和未知非线性的随机马尔可夫跳变系统, 基于传统的PI控制策略和线性矩阵不等式算法, 提出一种具有随机稳定性能、跟踪性能和鲁棒性能的多目标控制器设计方案. 运用Lyapunov稳定性理论并引入 $L_1$ 性能指标, 构造出具有PI结构的跟踪控制器, 保证了随机马尔可夫跳跃系统的稳定性和跟踪性能, 实现了系统跟踪性能的优化, 提高了随机系统的干扰抑制能力和鲁棒性. 最后, 数值仿真算例验证了所提方案的可行性.

**关键词:** 随机马尔可夫跳跃系统; 随机稳定; PI跟踪控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 文献标识码: A

## PI tracking control for stochastic Markov jump systems with time-delay

XU Li-juan, ZHANG Tian-ping, YI Yang

(Department of Automation, College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu 225009, China)

**Abstract:** Based on the traditional PI control strategy and LMI algorithms, a new controller design scheme is proposed for stochastic Markov jump systems with a time-varying delay and an unknown nonlinear function. Stochastic stability, tracking performance and robust performance are realized in the multi-objective scheme. By using the Lyapunov stability theory and the peak-to-peak measure, we construct the PI tracking controller to guarantee the stochastic stability and the tracking performance of the stochastic systems, optimize the tracking performance, enhance the ability of the disturbance attenuation and improve the robustness of the stochastic systems. Finally, a numerical example is included to show that the proposed method is feasible.

**Key words:** stochastic Markov jump systems; stochastically stable; PI tracking control; LMI

### 1 引言(Introduction)

在工业过程中, 许多实际系统都会因内部部件的故障维修、收到突发性环境扰动、子系统之间关联发生改变等原因而发生结构上的改变. 1961年, Krasivskii和Lidskii第一次引入线性切换模型, 用连续时间的马尔可夫链来描述系统不同模型结构之间的切换. 本文把这类系统称为马尔可夫跳跃系统. 马尔可夫跳跃系统的特点是时间变量和时间变量的演化在不同的子系统内并行、实时的进行, 并且相互作用, 共同触发系统状态变量的变化. 这类系统具有广泛的实际应用背景, 可应用于机器制造系统, 飞行器跟踪与拦截系统以及通信系统等领域. 具有马尔可夫跳跃参数的随机混合系统是目前国内外学者研究的热点问题之一, 并已在 $H_\infty$ 控制、滤波及稳定性等方面取得了相当显著的成果<sup>[1~5]</sup>. 在跟踪控制方面, 文献[6]讨论了马尔可夫跳跃系统的鲁棒跟踪

与模型跟随问题, 构造了一组非线性控制器, 确保系统是以扰动衰减系数 $\gamma$ 鲁棒随机稳定的, 且跟踪误差有界. 文献[7]针对一类带Wiener过程的随机马尔可夫跳跃系统, 研究了其鲁棒跟踪与模型跟随问题. 但是, 正如文献[6, 7]中所指出的, 其主要结果并非对于所有的系统模型都有效, 而且控制器的非线性结构, 需要求解耦合矩阵不等式条件等都给控制器设计带来不少困难. 鉴于线性矩阵不等式的优越性, 文献[8]讨论了一类模态转移率不确定的马尔可夫跳跃系统的鲁棒 $H_\infty$ 输出跟踪控制问题. 文中主要结果无需对系统模型加以约束, 控制器的优化设计方案可归结为一组线性矩阵不等式的可解性问题, 因此控制器设计简单方便. 文献[9, 10]针对非线性马尔可夫跳跃系统研究其自适应跟踪控制问题. 然而, 上述文献在研究跟踪控制问题时都没有涉及到时滞, 由于时滞现象在各种系统中经常遇到, 且时滞的存在

常常会导致系统的不稳定以及性能减退,因而对于时滞系统的研究显得更具实际意义.目前,对于时滞系统的研究已经取得了一定的成果<sup>[11~14]</sup>.另外,众所周知,PID控制以及PI控制已经被广泛应用于工程以及许多理论方法的分析当中<sup>[15~18]</sup>.然而,对于一类带Wiener过程的马尔可夫跳跃随机时滞系统的稳定性分析以及控制问题仍然存在很大的空间亟待进一步发展和完善.

本文研究了一类新的基于复杂随机马尔可夫跳跃系统的多目标(随机稳定性、跟踪性能、鲁棒性能)控制问题.在稳定性分析方面,针对同时具有状态时变时滞、跟踪误差、不确定项以及外界干扰的复杂随机马尔可夫跳跃系统研究其随机稳定性问题.通过构造一组Lyapunov函数,同时基于LMI算法给出了系统随机稳定的充分条件;在跟踪控制方面,采用了传统的PI控制策略,通过引入新的状态变量,对复杂随机马尔可夫跳跃系统进行等价变换,基于LMI算法设计PI控制器从而保证系统具有良好的跟踪控制性能;在系统的鲁棒性方面,结合L<sub>1</sub>性能指标来描述系统的干扰衰减从而提高了系统的干扰抑制能力.

## 2 问题的描述(Problem statement)

考虑如下—类具有状态时滞以及未知非线性的随机马尔可夫跳跃模型

$$dV(t) = [A_0(r(t))V(t) + A_{0d}(r(t))V(t - \tau(t)) + B_0(r(t))u(t) + F_0(r(t))f_0(V(t)) + B_{0v}(r(t))v(t)]dt + G_0(r(t))V(t)dw(t), \quad (1)$$

其中:  $V(t) \in \mathbb{R}^n$  为系统状态向量,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  为控制输入,  $v(t) \in \mathbb{R}^p$  是属于  $L_2[0, \infty)$  上的满足  $\|v(t)\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \|v(t)\| \leq 1$  的有界扰动.  $\tau(t)$  为状态时变时滞满足  $0 < \tau(t) \leq \tau^* < \infty$ ,  $\dot{\tau}(t) \leq \tau^+ < 1$ , 其中边界  $\tau^*$ ,  $\tau^+$  为已知常数.  $\{r(t), t \geq 0\}$  为在有限集合  $S = \{1, 2, \dots, N\}$  中取值的连续马尔可夫过程, 且其无穷小矩阵  $\Pi = (\pi_{ij})_{N \times N}$  ( $i, j \in S$ ) 由下式确定:

$$P\{r(t + \Delta) = j | r(t) = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i \neq j, \\ 1 + \pi_{ii}\Delta + o(\Delta), & i = j. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\lim_{\Delta \rightarrow 0} o(\Delta)/\Delta = 0$  ( $\Delta > 0$ ),  $\pi_{ij}$  为从模式  $i$  到模式  $j$  的转移率, 并且满足

$$\pi_{ii} = -\sum_{j \neq i} \pi_{ij}, \quad \pi_{ij} \geq 0, \quad j \neq i, \quad (3)$$

$w(t)$  为独立于马尔可夫过程  $\{r(t), t \geq 0\}$  的标准Wiener过程, 且满足  $E\{dw(t)\} = 0$ ,  $E\{dw(t)^2\} =$

$dt$ . 对任意给定的  $r(t) = i \in S$ ,  $A_0(i)$ ,  $A_{0d}(i)$ ,  $B_0(i)$ ,  $B_{0v}(i)$ ,  $F_0(i)$ ,  $G_0(i)$  均为适当维数的常数矩阵.  $f_0(V(t))$  为未知非线性函数满足  $f_0(0) = 0$  以及Lipschitz条件, 即存在已知矩阵  $U_0$  使得下式成立:

$$\|f_0(V_1(t)) - f_0(V_2(t))\| \leq \|U_0(V_1(t) - V_2(t))\|. \quad (4)$$

为简化起见, 当  $r(t) = i$  时, 用下标  $i$  来代替  $r(t)$ , 例如  $A(r(t)) = A_i$ .

假设参考动态信号为  $x_r(t) \in \mathbb{R}^n$ , 且对于所有的  $t > 0$  都满足  $x_r(t) \in L_2[0, \infty)$ . 本文将设计PI跟踪控制器使得系统(1)的状态向量尽可能跟踪给定的参考动态信号  $x_r(t)$  且跟踪误差尽可能小, 为此定义跟踪误差为  $e(t) = V(t) - x_r(t)$ .

基于非线性随机马尔可夫跳跃模型(1), 引入一个新的状态变量  $x(t) = [V^T(t), \int_0^t e^T(\tau)d\tau]^T$ , 则系统(1)可以转化为以下的随机马尔可夫跳跃模型

$$\begin{cases} dx(t) = [A_i x(t) + A_{di} x(t - \tau(t)) + B_i u(t) + F_i f(x(t)) + B_{vi} v(t) + H x_r(t)]dt + G_i x(t)dw(t), \\ z(t) = C_i x(t) + D_i v(t), \\ x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau^*, 0], \quad r(0) = r_0, \quad \phi(0) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $z(t)$  为测量输出,  $\phi(t)$  为定义在区间  $[-\tau^*, 0]$  上的初值向量连续函数,  $r_0 \in S$  为初始模式,  $f(x(t))$  满足  $f(0) = 0$  以及

$$\|f(x_1(t)) - f(x_2(t))\| \leq \|U(x_1(t) - x_2(t))\|,$$

其中  $U = \text{diag}\{U_0, 0\}$ . 且

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{0i} & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{di} = \begin{bmatrix} A_{0di} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_i = \begin{bmatrix} B_{0i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_i = \begin{bmatrix} F_{0i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{vi} = \begin{bmatrix} B_{0vi} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ G_i = \begin{bmatrix} G_{0i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix}.$$

为了解决跟踪控制问题, 本文将采用直接的PI控制策略, 选取PI控制器

$$u(t) = K_{P_i} V(t) + K_{I_i} \int_0^t e(\tau)d\tau, \quad (6)$$

其中:  $K_{P_i}$ ,  $K_{I_i}$  为待确定的控制增益. 且基于随机马尔可夫跳跃系统(5), PI控制器能够被进一步简化描述为

$$u(t) = K_i x(t), \quad K_i = [K_{P_i} \quad K_{I_i}]. \quad (7)$$

本文的控制目标是设计PI控制器(7)使得

1) 随机马尔可夫跳跃系统(5)的闭环系统是随机

稳定的且满足给定的 $L_1$ 性能指标;

2) 随机马尔可夫跳跃系统(1)的状态向量 $V(t)$ 尽可能的跟踪给定的参考动态信号 $x_r(t)$ , 且跟踪误差尽可能小.

### 3 基于LMI的PI跟踪控制(PI tracking control on the basis of LMI)

下面本文将给出PI控制器的设计方法以及跟踪控制问题可解的充分条件. 在得到主要结果之前先给出以下定义和引理.

结合文献[2]中对于时滞马尔可夫跳跃系统的随机稳定的定义, 将文献[7]中的定义1推广至时滞系统, 可以得到下列定义.

**定义 1** 对于给定的边界 $\tau^*$ 以及 $\tau^+ < 1$ , 当 $v(t) = 0, u(t) = 0$ 时, 随机马尔可夫跳跃系统(5)被称为是随机稳定的, 如果对任一初始状态 $(\phi, r_0)$ , 存在一个有限正常数 $T(\phi, r_0)$ , 使得下式成立:

$$E\left\{\int_0^\infty \|x(t, \phi, r_0)\|^2 dt\right\} \leq T(\phi, r_0), \quad (8)$$

其中:  $\|\cdot\|$ 表示向量的欧氏2-范数或者矩阵的谱范数,  $E[\cdot]$ 为数学期望,  $x(t, \phi, r_0)$ 为从初始状态 $(\phi, r_0)$ 出发的系统的状态轨迹.

为了简便起见, 在文章的以下部分, 本文将用 $x$ 代替 $x(t, x_0, r_0)$ .

根据文献[19],  $\sup_{\|v\|_\infty \leq 1} \|z(t)\|_\infty$ 为系统的peak-to-peak增益. 于是peak-to-peak控制问题就是寻找控制器 $u(t) = K_i x(t)$ 使得peak-to-peak增益最小或者满足

$$\sup_{\|v\|_\infty \leq 1} \|z(t)\|_\infty < \gamma, \quad (9)$$

其中 $\gamma > 0$ 为给定的常数.

**引理 1**<sup>[3]</sup> 令 $D, E, F$ 为适维实矩阵, 并且 $\|F\| \leq 1$ , 则对任意 $\varepsilon > 0$ 以及向量 $x, y \in \mathbb{R}^n$ 有

$$2x^T D F E y \leq \varepsilon^{-1} x^T D D^T x + \varepsilon y^T E^T E y. \quad (10)$$

**定理 1** 给定参数 $\lambda > 0, u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, x_m, y_d, \gamma, \alpha > 0$ 以及矩阵 $U > 0$ , 如果对于任意的 $i \in S$ , 存在正定矩阵 $X_i > 0, M > 0, N > 0$ 以及矩阵 $Y_i$ 使得下列线性矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

其中:

$$\Phi_{11} = \begin{bmatrix} D & X_i & X_i U^T \\ X_i & -N & 0 \\ U X_i & 0 & -\lambda^{-2} I \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{12} = \begin{bmatrix} F_i & B_{vi} & H & X_i G_i^T & X_i & \Xi(X_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{22} = \begin{bmatrix} -\lambda^2 I & 0 & 0 \\ 0 & -u_{2i}^2 I & 0 \\ 0 & 0 & -u_{3i}^2 I \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -X_i & 0 & 0 \\ 0 & -u_{1i}^{-2} M & 0 \\ 0 & 0 & -\Xi(X_0) \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{21} = \Phi_{12}^T,$$

且

$$\begin{bmatrix} u_{1i}^2 M & 0 & M C_i^T \\ 0 & (\gamma - u_{2i}^2 - u_{3i}^2 y_d) I & D_i^T \\ C_i M & D_i & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha I & I \\ I & M \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} M & 0 & M C_i^T \\ 0 & (\gamma - \alpha x_m^T x_m) I & D_i^T \\ C_i M & D_i & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \quad (14)$$

其中:  $D = (A_i X_i + B_i Y_i) + (A_i X_i + B_i Y_i)^T + \pi_{ii} X_i + (1 - \tau^+)^{-1} \times A_{di} N A_{di}^T, \Xi(X_i) = [\sqrt{\pi_{i1}} X_i \cdots \sqrt{\pi_{i,i-1}} X_i \sqrt{\pi_{i,i+1}} X_i \cdots \sqrt{\pi_{iN}} X_i], \Xi_0(X_i) = \text{diag}\{X_1, \cdots, X_{i-1}, X_{i+1}, \cdots, X_N\}$ , 则随机马尔可夫跳跃系统(5)的闭环系统是随机稳定的, 且满足

$$\sup_{\|v\|_\infty \leq 1} \|z(t)\|_\infty < \gamma, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*,$$

这里 $x^*$ 是一未知常数向量. 进而, 可以得到控制器增益为 $K_i = Y_i X_i^{-1}$ .

**证** 1) 稳定性分析.

将PI控制器(7)代入随机马尔可夫跳跃系统(5), 则闭环系统可以描述为

$$\begin{cases} dx(t) = [(A_i + B_i K_i)x(t) + A_{di}x(t - \tau(t)) + F_i f(x(t)) + B_{vi}v(t) + Hx_r(t)]dt + G_i x(t)dw(t), \\ z(t) = C_i x(t) + D_i v(t), \\ x(t) = \phi(t), t \in [-\tau^*, 0], r(0) = r_0, \phi(0) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

为闭环系统(15)选取如下的Lyapunov函数

$$\begin{aligned}
 V(x(t), r(t) = i, t) &= V(x, i) = \\
 &x^T(t)P_i x(t) + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)W x(s)ds + \\
 &\int_0^t [\|\lambda Ux(\tau)\|^2 - \|\lambda f(x(\tau))\|^2]d\tau, \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中 $P_i, W, U$ 为正定矩阵.

**注1** 由于 $f(0) = 0$ , 因此由 $\|f(x_1(t)) - f(x_2(t))\| \leq \|U_i(x_1(t) - x_2(t))\|$ 可以推断出所构造的 $V(x, i)$ 是正定的.

沿着系统(15)的解运用文献[1]中的无穷小生成算子 $L$ , 则

$$\begin{aligned}
 LV(x, i) &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} [E\{V(x(t+\Delta), r(t+\Delta))\|x(t), \\
 &r(t) = i\} - V(x(t), r(t) = i)] = \\
 &x^T(t)Wx(t) - x^T(t-\tau(t))Wx(t-\tau(t)) \cdot \\
 &(1 - \dot{\tau}(t)) + \|\lambda Ux(t)\|^2 - \|\lambda f(x(t))\|^2 + \\
 &2x^T(t)P_i[(A_i + B_iK_i)x(t) + \\
 &A_{di}x(t-\tau(t)) + F_i f(x(t)) + B_{vi}v(t) + \\
 &Hx_r(t)] + x^T(t)G_i^T P_i G_i x(t) + \\
 &x^T(t) \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j x(t). \quad (17)
 \end{aligned}$$

根据引理1有

$$\begin{aligned}
 2x^T(t)P_i F_i f(x(t)) &\leq \\
 \lambda^{-2}x^T(t)P_i F_i F_i^T P_i x(t) &+ \lambda^2 f^T(x(t))f(x(t)), \\
 2x^T(t)P_i B_{vi}v(t) &\leq \\
 u_{2i}^{-2}x^T(t)P_i B_{vi}B_{vi}^T P_i x(t) &+ u_{2i}^2 v^T(t)v(t), \\
 2x^T(t)P_i Hx_r(t) &\leq \\
 u_{3i}^{-2}x^T(t)P_i H H^T P_i x(t) &+ u_{3i}^2 x_r^T(t)x_r(t).
 \end{aligned}$$

注意到 $\tau^+ < 1$ , 结合式(17)可得

$$\begin{aligned}
 LV(x, i) &\leq \\
 x^T(t)[P_i(A_i + B_iK_i) &+ \\
 (A_i + B_iK_i)^T P_i + W &+ \\
 \lambda^2 U^T U + \lambda^{-2} P_i F_i F_i^T P_i &+ \\
 u_{2i}^{-2} P_i B_{vi} B_{vi}^T P_i + u_{3i}^{-2} P_i H H^T P_i &+ \\
 G_i^T P_i G_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j] x(t) &+ \\
 2x^T(t)P_i A_{di} x(t - \tau(t)) &+ \\
 x^T(t - \tau(t))[-(1 - \tau^+)W] &x(t - \tau(t)) + \\
 u_{2i}^2 v^T(t)v(t) + u_{3i}^2 x_r^T(t)x_r(t) &= \\
 x_e^T(t)\Omega x_e(t) + u_{2i}^2 \|v(t)\|^2 &+ u_{3i}^2 \|x_r(t)\|^2, \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中:

$$x_e(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau(t))]^T,$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & P_i A_{di} \\ A_{di}^T P_i & -(1 - \tau^+)W \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 \Omega_{11} &= P_i(A_i + B_iK_i) + (A_i + B_iK_i)^T P_i + \\
 &W + \lambda^2 U^T U + \lambda^{-2} P_i F_i F_i^T P_i + \\
 &u_{2i}^{-2} P_i B_{vi} B_{vi}^T P_i + u_{3i}^{-2} P_i H H^T P_i + \\
 &G_i^T P_i G_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j.
 \end{aligned}$$

对式(11)运用Schur定理, 可得

$$\begin{bmatrix} \Psi & A_{di} & F_i & B_{vi} & H & X_i G_i^T \\ A_{di}^T & Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_i^T & 0 & -\lambda^2 I & 0 & 0 & 0 \\ B_{vi}^T & 0 & 0 & -u_{2i}^2 I & 0 & 0 \\ H^T & 0 & 0 & 0 & -u_{3i}^2 I & 0 \\ G_i X_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_i \end{bmatrix} < 0, \quad (19)$$

其中:  $Z_1 = -(1 - \tau^+)N^{-1}$ ,  $\Psi = (A_i X_i + B_i Y_i) + (A_i X_i + B_i Y_i)^T + X_i N^{-1} X_i + u_{1i}^2 X_i M^{-1} X_i + X_i \sum_{j=1}^N \pi_{ij} X_j^{-1} X_i + \lambda^2 X_i U^T U X_i$ .

$$X_i = P_i^{-1}, Y_i = K_i X_i, N = W^{-1}, T = M^{-1},$$

对式(19)两端分别左乘矩阵 $\text{diag}\{P_i, I, I, I, I, P_i\}$ 和右乘对角矩阵 $\text{diag}\{P_i, I, I, I, I, P_i\}$ , 有下式成立:

$$\begin{bmatrix} \Lambda & P_i A_{di} & P_i F_i & P_i B_{vi} & P_i H & G_i^T P_i \\ A_{di}^T P_i & Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_i^T P_i & 0 & -\lambda^2 I & 0 & 0 & 0 \\ B_{vi}^T P_i & 0 & 0 & -u_{2i}^2 I & 0 & 0 \\ H^T P_i & 0 & 0 & 0 & -u_{3i}^2 I & 0 \\ P_i G_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -P_i \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

其中:  $Z_2 = -(1 - \tau^+)W$ ,  $\Lambda = P_i(A_i + B_iK_i)^T + (A_i + B_iK_i)^T P_i + W + \lambda^2 U^T U + u_{1i}^2 T + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j$ .

对式(20)运用Schur定理, 进一步可以得到

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} + u_{1i}^2 T & P_i A_{di} \\ A_{di}^T P_i & -(1 - \tau^+)W \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

进一步转化可以得到

$$\Omega < - \begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

对于任意的 $x_e(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau(t))]^T \neq 0$ 有

$$\begin{aligned}
 x_e^T(t)\Omega x_e(t) &< \\
 -x_e^T(t) \begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_e(t) &= \\
 -u_{1i}^2 x^T(t)T x(t). &
 \end{aligned}$$

结合式(18)有

$$LV(x, i) < -u_{1i}^2 x^T(t)Tx(t) + u_{2i}^2 v^T(t)v(t) + u_{3i}^2 x_r^T(t)x_r(t). \quad (22)$$

对式(22)两边同时从0到 $t(t > 0)$ 积分并取数学期望

$$\begin{aligned} & E\left\{\int_0^t LV(x(s), i)ds\right\} < \\ & E\left\{\int_0^t [-u_{1i}^2 x^T(s)Tx(s) + u_{2i}^2 v^T(s)v(s) + u_{3i}^2 x_r^T(s)x_r(s)]ds\right\}. \end{aligned}$$

由Dynkin公式

$$\begin{aligned} & E\left\{\int_0^t LV(x(s), i)ds\right\} = \\ & E\{V(x(t), i)\} - E\{V(x_0, r_0)\}. \quad (23) \end{aligned}$$

因此, 对于任意的初始状态 $(\phi(0), r_0)$ , 有

$$\begin{aligned} & E\{V(x(t), i)\} = \\ & E\left\{\int_0^t LV(x(s), i)ds\right\} + E\{V(x_0, r_0)\} < \\ & E\left\{\int_0^t [-u_{1i}^2 x^T(s)Tx(s) + u_{2i}^2 v^T(s)v(s) + u_{3i}^2 x_r^T(s)x_r(s)]ds\right\} + E\{V(x_0, r_0)\}, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} & E\left\{\int_0^t u_{1i}^2 x^T(s)Tx(s)ds\right\} \leq \\ & E\{V(x_0, r_0)\} + E\left\{\int_0^t u_{3i}^2 x_r^T(s)x_r(s)ds\right\} + \\ & E\left\{\int_0^t u_{2i}^2 v^T(s)v(s)ds\right\}. \end{aligned}$$

进一步可得

$$\begin{aligned} & u_{1i}^2 \lambda_{\min}(T) E\left\{\int_0^t x^T(s)x(s)ds\right\} \leq \\ & E\{V(x_0, r_0)\} + E\left\{\int_0^t u_{3i}^2 x_r^T(s)x_r(s)ds\right\} + \\ & E\left\{\int_0^t u_{2i}^2 v^T(s)v(s)ds\right\}. \end{aligned}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 对上式两边同时取极限

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^t x^T(s)x(s)ds\right\} \leq \\ & \frac{1}{u_{1i}^2 \lambda_{\min}(T)} \cdot E\{V(x_0, r_0)\} + \\ & \frac{1}{u_{1i}^2 \lambda_{\min}(T)} \cdot \left[\lim_{t \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^t u_{3i}^2 x_r^T(s)x_r(s)ds\right\} + \right. \\ & \left. \lim_{t \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^t u_{2i}^2 v^T(s)v(s)ds\right\}\right]. \end{aligned}$$

从而对于给定的参考动态信号 $x_r(t) \in L_2[0, \infty)$ 以及任意的 $v(t) \in L_2[0, \infty)$ , 由定义1可知, 闭环系统(15)是随机稳定的.

### 2) 鲁棒性分析.

这一部分, 本文将证明闭环系统(15)在定理1下满足 $L_1$ 性能指标.

由于 $x_r(t)$ 为给定的参考向量, 本文定义 $y_d = x_r^T(t)x_r(t)$ , 对于任意的 $v(t)$ 满足 $\|v(t)\|_\infty \leq 1$ , 结合

式(22), 有

$$LV(x, i) < -u_{1i}^2 x^T(t)Tx(t) + u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d,$$

如果 $x^T(t)Tx(t) \geq u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)$ , 那么 $LV(x, i) < 0$ . 由此可知, 当 $x^T(t)Tx(t) = u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)$ 时,  $LV(x, i) < 0$ , 从而可得 $V(x, i)$ 单调递减, 故

$$x^T(t)Tx(t) \leq u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d).$$

进一步有

$$\begin{aligned} & x^T(t)Tx(t) \leq \max\{x_m^T T x_m, u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)\}, \\ & \|x_m\| = \sup_{-\tau^* < t < 0} \|x(t)\|. \end{aligned}$$

因此闭环系统(15)的状态在干扰信号 $v(t)$ 和跟踪信号 $x_r(t)$ 存在的前提下是稳定有界的.

① 当 $x^T(t)Tx(t) \leq u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)$ 时, 由于稳定性分析部分已给出 $T = M^{-1}$ , 对式(12)两端分别左乘对角矩阵 $\text{diag}\{T, I, I\}$ 和右乘对角矩阵 $\text{diag}\{T, I, I\}$ 可得

$$\begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 & C_i^T \\ 0 & (\gamma - u_{2i}^2 - u_{3i}^2 y_d)I & D_i^T \\ C_i & D_i & \gamma I \end{bmatrix} > 0. \quad (24)$$

对式(24)运用Schur定理, 有

$$\begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 \\ 0 & (\gamma - u_{2i}^2 - u_{3i}^2 y_d)I \end{bmatrix} - \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} C_i^T \\ D_i^T \end{bmatrix} [C_i \ D_i] > 0. \quad (25)$$

因为

$$z^T(t)z(t) = [x^T(t) \ v^T(t)] \begin{bmatrix} C_i^T C_i & C_i^T D_i \\ D_i^T C_i & D_i^T D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

当 $\|v(t)\|_\infty \leq 1$ ,  $x^T(t)Tx(t) \leq u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)$ 时, 由式(25)(26)可得 $z^T(t)z(t) < \gamma^2$ .

② 当 $x^T(t)Tx(t) \leq x_m^T T x_m$ 时, 类似于①中的处理方法, 对式(14)两端分别左乘对角矩阵 $\text{diag}\{T, I, I\}$ 和右乘对角矩阵 $\text{diag}\{T, I, I\}$ 并运用Schur定理, 有下式成立

$$\begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & (\gamma - \alpha x_m^T x_m)I \end{bmatrix} - \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} C_i^T \\ D_i^T \end{bmatrix} [C_i \ D_i] > 0. \quad (27)$$

对(13)式运用Schur定理有

$$T < \alpha I. \quad (28)$$

类似于①中的证明, 同样可以得到 $z^T(t)z(t) < \gamma^2$ . 由①和②分析可知, 闭环系统(15)满足peak-to-peak干扰抑制性能.

**注2** 因为不知道 $x_m^T T x_m$ 和 $u_{1i}^{-2}(u_{2i}^2 + u_{3i}^2 y_d)$ 的大小

关系,所以文中分两种情况进行讨论,由分析可知,①或者②两种情况下都可以证明系统满足peak-to-peak干扰抑制性能,所以定理1当中将式(12)和(14)同时求解所求得的矩阵解必然是同时满足①和②两种情况的最优解.

### 3) 跟踪性能分析.

这一部分,本文将证明存在常数向量 $x^*$ 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$ .

在干扰 $v(t)$ 和参考向量 $x_r(t)$ 同时存在的前提下,本文假设 $\theta_1(t)$ 和 $\theta_2(t)$ 为闭环系统(15)在一定的初始条件下的状态轨迹.为了证明闭环系统(15)只有唯一的平衡点,定义 $\sigma(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ ,则关于 $\sigma(t)$ 的随机马尔可夫跳跃系统可以描述为

$$d\sigma(t) = [(A_i + B_i K_i)\sigma(t) + A_{di}\sigma(t - \tau(t)) + F_i(f(\theta_1(t)) - f(\theta_2(t)))]dt + G_i\sigma(t)dw(t). \quad (29)$$

类似于式(16),构造如下的Lyapunov函数

$$\begin{aligned} V(\sigma(t), \theta_1(t), \theta_2(t), r(t) = i, t) = \\ V(\sigma, \theta_1, \theta_2, i) = \\ \sigma^T(t)P_i\sigma(t) + \int_{-\tau(t)}^0 \sigma^T(t+s)W\sigma(t+s)ds + \\ \int_0^t [\|\lambda U\sigma(\tau)\|^2 - \|\lambda(f(\theta_1(\tau)) - f(\theta_2(\tau)))\|^2]d\tau. \end{aligned} \quad (30)$$

沿系统(29)的解对式(30)运用文献[1]中的无穷小生成算子 $L$ ,有

$$\begin{aligned} LV(\sigma, \theta_1, \theta_2, i) = \\ \sigma^T(t)W\sigma(t) - \\ \sigma^T(t - \tau(t))W\sigma(t - \tau(t))(1 - \dot{\tau}(t)) + \\ \|\lambda U\sigma(t)\|^2 - \|\lambda(f(\theta_1(\tau)) - f(\theta_2(\tau)))\|^2 + \\ 2\sigma^T(t)P_i[(A_i + B_i K_i)\sigma(t) + A_{di}\sigma(t - \tau(t)) + \\ F_i(f(\theta_1(\tau)) - f(\theta_2(\tau)))] + \\ \sigma^T(t)G_i^T P_i G_i \sigma(t) + \sigma^T(t) \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j \sigma(t) \leq \\ \sigma^T(t)[P_i(A_i + B_i K_i) + (A_i + B_i K_i)^T P_i + \\ W + \lambda^2 U^T U + \lambda^{-2} P_i F_i F_i^T P_i + G_i^T P_i G_i + \\ \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j] \sigma(t) + 2\sigma^T(t)P_i A_{di} \sigma(t - \tau(t)) + \\ \sigma^T(t - \tau(t))[-(1 - \tau^+)W]\sigma(t - \tau(t)) = \\ \eta^T(t)\Theta\eta(t), \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\eta(t) = [\sigma^T(t), \sigma^T(t - \tau(t))]^T$ ,

$$\Theta = \begin{bmatrix} F_1 & P_i A_{di} \\ A_{di}^T P_i & -(1 - \tau^+)W \end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned} F_1 = P_i(A_i + B_i K_i) + (A_i + B_i K_i)^T P_i + W + \\ \lambda^2 U^T U + \lambda^{-2} P_i F_i F_i^T P_i + G_i^T P_i G_i + \\ \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j. \end{aligned}$$

对式(20)运用Schur定理,类似于上面稳定性分析中的处理,很容易得到

$$\Theta < - \begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

因此对于任意的 $\eta(t) \neq 0$ ,有

$$\eta^T(t)\Theta\eta(t) < -\eta^T(t) \begin{bmatrix} u_{1i}^2 T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \eta(t), \quad (33)$$

从而可以得到

$$\begin{aligned} LV(\sigma, \theta_1, \theta_2, i) < -u_{1i}^2 \sigma^T(t)T\sigma(t) \leq \\ -u_{1i}^2 \lambda_{\min}(T)\|\sigma(t)\|^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $\lambda_{\min}(T)$ 为矩阵 $T$ 的最小特征值.

由文献[20]可知,随机马尔可夫跳跃系统(29)是随机稳定的,且 $\sigma(t) = 0$ 是其唯一平衡点.从而可以得到闭环系统(15)也存在唯一的平衡点 $x^*$ 使得闭环系统随机稳定.因此有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$ . 证毕.

**注3** 定理1的结果给出了随机时滞马尔可夫跳跃系统(1)多目标控制问题可解的充分条件,所采用的PI控制策略不仅保证了随机系统的稳定性而且实现了系统状态的鲁棒跟踪.若将本文系统(1)中的时滞和非线性取为零,采用文中第2部分所提出的变换方法,则系统(1)可以转化为类似于文献[7]中的一般模型,利用PI控制策略,要达到对系统的稳定性能、跟踪性能和鲁棒性能的多目标控制,只需将定理1中的参数 $\lambda > 0$ 以及矩阵 $N > 0, U > 0$ 去除且将(11)式修改如下:

$$\begin{bmatrix} Q & B_{vi} & H & X_i G_i^T & X_i & \Xi(X_i) \\ B_{vi}^T & -u_{2i}^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H^T & 0 & -u_{3i}^2 I & 0 & 0 & 0 \\ G_i X_i & 0 & 0 & -X_i & 0 & 0 \\ X_i & 0 & 0 & 0 & -u_{1i}^{-2} M & 0 \\ \Xi(X_i) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Xi(X_0) \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

其中: $Q = (A_i X_i + B_i Y_i) + (A_i X_i + B_i Y_i)^T + \pi_{ii} X_i$ .其他条件不变.(证明过程类似于定理1,只需令Lyapunov函数为 $V(x, i) = x^T(t)P_i x(t)$ ).与已有的结论相比(文献[6, 7, 17]),本文的控制器设计更加简便有效,其优化设计方案可归结为一组线性矩阵不等式的可解性问题,且弱化了对模型的约束条件.但是,文献[6,7]中的主要结果并非对于所有的系统模型都有效,而且控制器的非线性结构,需要求解耦合矩阵不等式条件等都给控制器设计带来不少困难.另外,文献[17]所讨论的系统模型不带有马尔可夫跳跃参数

和Wiener过程等随机因素, 提供的算法中则要求解一组非线性矩阵不等式.

### 4 仿真算例(Simulation example)

考虑由两个模态构成的随机马尔可夫跳跃系统(1), 其参数设置如下:

$$\begin{aligned}
 A_{01} &= \begin{bmatrix} -22 & 1 \\ 0 & -17 \end{bmatrix}, A_{0d1} = \begin{bmatrix} 2.5 & -1.5 \\ 1 & -0.3 \end{bmatrix}, \\
 B_{01} &= \begin{bmatrix} 1.1 \\ 2 \end{bmatrix}, B_{0v1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, F_{01} = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.3 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, \\
 G_{01} &= \begin{bmatrix} 0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, A_{02} = \begin{bmatrix} -3.5 & 1 \\ -51 & -30 \end{bmatrix}, \\
 A_{0d2} &= \begin{bmatrix} -0.1 & 0.9 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}, B_{02} = \begin{bmatrix} -3.1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\
 B_{0v2} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, F_{02} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, \\
 G_{02} &= \begin{bmatrix} 0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, f_0(V(t)) = \begin{bmatrix} V_2 - \cos V_1 \\ \sin V_2 \end{bmatrix}, \\
 \tau(t) &= 0.98|\cos t|, \tau^* = 1, \tau^+ = 0.98,
 \end{aligned}$$

马尔可夫链的转移率矩阵为  $\Pi = \begin{bmatrix} -185 & 185 \\ 789 & -789 \end{bmatrix}$ .

定义参数  $u_{11} = 4, u_{12} = 3, u_{21} = \sqrt{2}, u_{22} = \sqrt{3}, u_{31} = u_{32} = 9, \gamma = 68, y_d = 0.4, \alpha = 10, x_m^2 = 0.1, \lambda^2 = 0.6$ . 给定参考向量为  $x_r(t) = [0.5 \ 1]^T$ , 用MATLAB中LMI工具箱求解线性矩阵不等式(11)~(14), 本文可以得到

$$\begin{aligned}
 K_{P1} &= [-0.9003 \quad -1.8507], \\
 K_{I1} &= [-1.5553 \quad -2.0015], \\
 K_{P2} &= [0.1670 \quad -0.0762], \\
 K_{I2} &= [1.9029 \quad -0.7341].
 \end{aligned}$$

设初始条件为  $V = [-0.2 \ -0.5]^T$ , 则系统在两个模态下的跟踪曲线、跟踪误差曲线以及马尔可夫跳跃参数  $r(t)$  轨迹如图1~5所示. 图1和图2为模态1的曲线, 图3和图4为模态2的曲线.

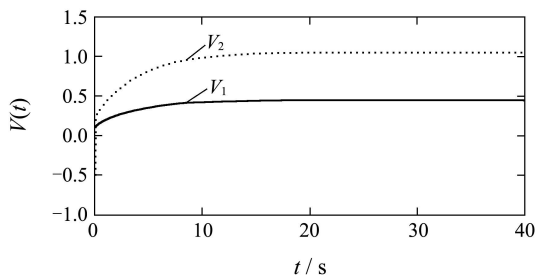


图1 系统状态响应

Fig. 1 Response of system state

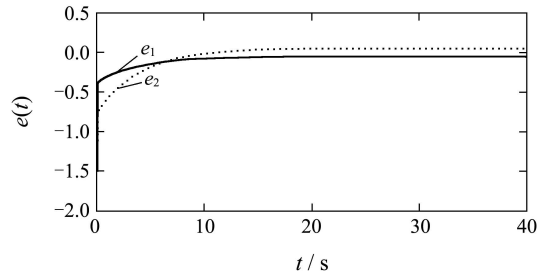


图2 跟踪误差

Fig. 2 Tracking error

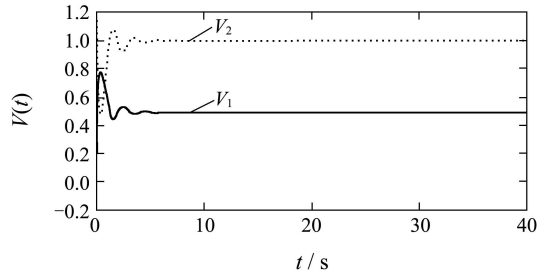


图3 系统状态响应

Fig. 3 Response of system state

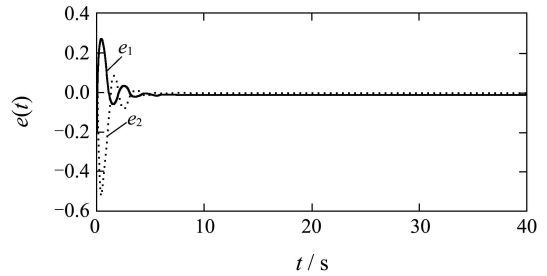


图4 跟踪误差

Fig. 4 Tracking error

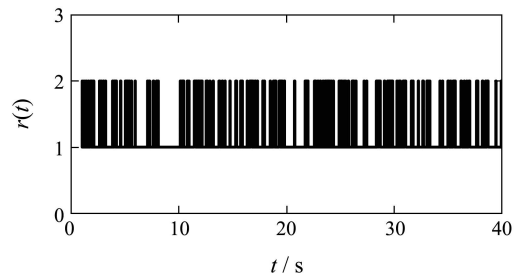


图5 马尔可夫跳跃参数

Fig. 5 Markovian jumping parameters

由仿真结果可以看出, PI控制器具有良好的跟踪性能.

### 5 结论(Conclusion)

针对同时具有状态时变时滞、跟踪误差、不确定项以及外界干扰的复杂随机马尔可夫跳跃系统, 提出了一种新的多目标跟踪控制方案. 通过传统的PI控制策略、LMI算法以及引入的  $L_1$  干扰抑制性能指标, 实现了系统的稳定性能、鲁棒性能以及跟

踪性能的多目标控制. 与现存结果相比, 本文所采用的PI控制策略同样适用于不带有时滞的一般线性马尔可夫跳跃系统中, 并降低了算法的复杂度. 仿真结果也表明了该方法的有效性.

## 参考文献 (References):

- [1] MARTON M. *Jump Linear System in Automatic Control*[M]. New York: Marcel Dekker, 1990.
- [2] MAHMOUD M S, SHI P. *Methodologies for Control of Jump Time-delay Systems*[M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [3] 孙敏慧, 邹云, 徐胜元. 随机马尔可夫切换系统的 $H_\infty$ 模型降阶[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 268 – 274.  
(SUN Minhui, ZOU Yun, XU Shengyuan. H-infinity model reduction for stochastic systems with Markovian jump parameters and time delay[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 268 – 274.)
- [4] 陈武华, 关治洪, 卢小梅. 不确定离散时间马尔可夫切换时滞系统的保成本控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 599 – 601.  
(CHEN Wuhua, GUAN Zhihong, LU Xiaomei. Guaranteed cost control for uncertain discrete-time Markovian jumpsystems with mode-dependent time-delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(4): 599 – 601.)
- [5] XU S Y, CHEN T W, LAM J. Robust  $H_\infty$  filtering for uncertain Markov jump systems with mode-dependent time-delay[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(5): 900 – 907.
- [6] 肖晓波, 奚宏生, 季海波, 等. 一类不确定Markov跳跃系统的鲁棒跟踪与模型跟随[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(4): 573 – 576.  
(XIAO Xiaobo, XI Hongsheng, JI Haibo, et al. Robust tracking and model following for a class of uncertain Markov jump systems[J]. *Journal of Engineering and Electronics*, 2006, 28(4): 573 – 576.)
- [7] 肖晓波, 奚宏生, 季海波. 不确定Markov跳跃线性系统的鲁棒跟踪与模型跟随[J]. 控制与决策, 2006, 21(12): 1432 – 1436.  
(XIAO Xiaobo, XI Hongsheng, JI Haibo. Robust tracking and model following for uncertain Markov jump linear systems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(12): 1432 – 1436.)
- [8] 陈志盛, 李勇刚. 不确定Markov跳跃系统的 $H_\infty$ 输出跟踪控制[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(8): 154 – 157.  
(CHEN Zhisheng, LI Yonggang.  $H_\infty$  output tracking control for Markovian jump systems with uncertain mode transition rates[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2007, 29(8): 154 – 157.)
- [9] XIAO X B, KANG Y, XI H S, et al. Adaptive tracking for a class of nonlinear Markov jump systems[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2005, 35(2): 190 – 194.
- [10] 朱进, 季海波, 李大鹏, 等. 具有Markov跳跃参数的随机非线性系统的自适应跟踪[J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36(5): 517 – 522.  
(ZHU Jin, JI Haibo, LI Dapeng, et al. Adaptive tracking of stochastic nonlinear systems with Markov jumping parameters[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2006, 36(5): 517 – 522.)
- [11] 侯晓丽, 胥布工. 不确定多时滞系统的滑模控制[J]. 电机与控制学报, 2007, 11(4): 384 – 387.  
(HOU Xiaoli, XU Bugong. Variable structure control for systems with mismatched uncertainty and multiple delays[J]. *Electric Machines and Control*, 2007, 11(4): 384 – 387.)
- [12] OUCHERIAH S W. Robust tracking and model following of uncertain dynamic delay systems by memoryless linear controllers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(7): 1473 – 1477.
- [13] BOUKAS E K, LIU Z K, SHI P. Delay-dependent stability and output feedback stabilization of Markov jump system with time-delay[J]. *IEE Proceedings: Control Theory & Applications*, 2002, 149(5): 379 – 386.
- [14] FEI Z Y, GAO H J, SHI P. New results on stabilization of Markovian jump systems with time delay[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2300 – 2306.
- [15] YI Y, CAO S Y, LI T, et al. Constrained discrete-time PI controller design for output PDFs of stochastic systems with time delays[J]. *International Journal of Systems Science*, 2009, 40(5): 439 – 448.
- [16] GUO L, WANG H. Generalized discrete-time PI control of output PDFs using square root b-spline expansion[J]. *Automatica*, 2005, 41(1): 159 – 162.
- [17] GUO L, WANG H. PID controller design for output PDFs of stochastic systems using linear matrix inequalities[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 2005, 35(1): 65 – 71.
- [18] YI Y, ZHANG T P, GUO L. Multi-objective PID control for non-Gaussian stochastic distribution system based on two-step intelligent models[J]. *Science in China(Series F)*, 2009, 52(10): 1754 – 1765.
- [19] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理办法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(YU Li. *Robust Control – Using Linear Matrix Inequalities*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [20] KOLMAOVSKII V B, MYSHKIA A D. *Applied Theory of Functional Differential Equations*[M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992.

## 作者简介:

许莉娟 (1983—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为随机控制、鲁棒控制等, E-mail: xulijuandh@126.com;

张天平 (1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、模糊控制理论、智能控制及非线性控制, 本文通讯作者, E-mail: tpzhang@yzu.edu.cn;

裔扬 (1980—), 男, 博士, 讲师, 硕士生导师, 主要研究方向为随机控制、自适应控制及非线性控制, E-mail: yiyangcontrol@163.com.