

基于稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制

鲍 伟, 孔慧芳, 张崇巍

(合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 针对被控系统不满足实现动态输出观测器反馈控制两个充分条件的情况, 提出稳定传输零点补偿器的概念. 将零点补偿器与被控系统串联, 使得整个系统拥有稳定的传输零点. 这样就保证可以实现动态输出观测器反馈控制, 从而使系统具有很高的鲁棒稳定性. 通过实验将基于稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制系统与全维状态观测器反馈控制系统进行了比较. 在被控系统参数发生变化的情况下, 基于稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制的鲁棒稳定性要明显高于全维状态观测器反馈控制.

关键词: 稳定传输零点补偿器; 动态输出观测器; 鲁棒稳定性

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Control with dynamic output-observer-feedback and stable transmission-zero compensator

BAO Wei, KONG Hui-fang, ZHANG Chong-wei

(School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009, China)

Abstract: When a controlled system does not satisfy the sufficient conditions for dynamic output-observer-feedback control, we propose compensating the stable transmission-zero by connecting a cascade compensator to the controlled system. This configuration ensures the realization of dynamic output-observer-feedback control, and improves the robust stability of the closed-loop system. Experiment results show that the robust stability of dynamic output-observer-feedback control with a stable transmission-zero compensator is better than that with the full-order state-observer when the parameters of controlled system are perturbed.

Key words: stable transmission-zero compensator; dynamic output observer; robust stability

1 引言(Introduction)

控制系统的鲁棒稳定性是指系统的稳定性或相对于系统参数摄动的不敏感性^[1]. 系统的鲁棒性越好, 可保持稳定性或性能的参数允许摄动范围就越大. 因为状态变量是最能描述系统本质特征的, 所以直接状态反馈是最理想的反馈控制方法, 能够使系统具有很高的鲁棒稳定性. 但是能够直接观测所有的状态变量, 这在工程上一般是很难实现的, 特别是高阶系统. 因此在不能直接观测到所有状态变量的时候, 也可以采用观测器反馈控制^[1,2]. 同时文献[3]给出了观测器设计应该遵守的3个原则:

1) 保证观测器的状态 $z(t) \Rightarrow Tx(t)$ 的充分必要条件是

$$TA - FT = LC. \quad (1)$$

2) 实现状态反馈控制的鲁棒稳定性的充分必要条件是

$$TB = 0. \quad (2)$$

3) 在满足式(1)的条件下, 保证产生反馈控制信号 $Kx(t)$ (K 是常数)的充分必要条件是

$$K = \begin{bmatrix} K_z & K_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ \dots \\ C \end{bmatrix} \triangleq \bar{K}\bar{C}. \quad (3)$$

但是无论全维状态观测器、降维状态观测抑或函数观测器, 都不能保证 $TB = 0$. 以全维状态观测器为例, 其状态空间表达式为

$$\dot{z} = Fz + Ly + TBu, \quad \hat{x} = T^{-1}z,$$

其结构如图1所示.

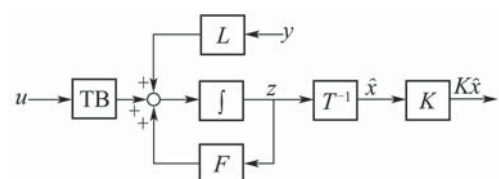


图 1 全维状态观测器反馈控制结构

Fig. 1 Structure of full order state observer

从其输出方程可以看出 T 可逆,所以必然有 $TB \neq 0$.

同时在很长的一段时间内人们都未能找到普遍的满足式(1)和式(2)的解矩阵^[4~6],这也是目前的观测器系统不能保证观测器的状态 $z(t)$ 趋向于 $Tx(t)$ 和系统的鲁棒性能同时满足的原因.而文献[2,7,8]提出了式(1)和式(2)的普遍的、解析的解,并在此基础上建立了“动态输出观测器”理论.对于一个严格真的被控系统:

$$\dot{x}_1(t) = A_1x_1(t) + B_1u(t), \quad y_1(t) = C_1x_1(t),$$

其中: A_1, B_1 和 C_1 的维数分别为 $n_1 \times n_1, n_1 \times p_1$ 和 $m_1 \times n_1$,基于动态输出观测器的反馈控制系统结构如图2所示.

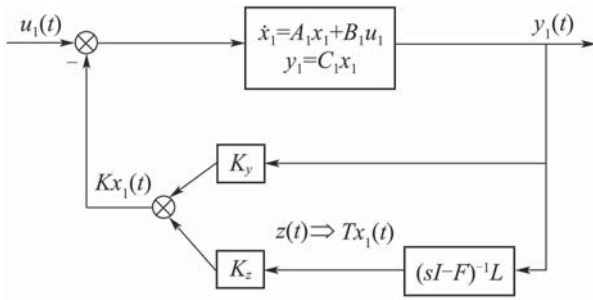


图2 动态输出观测器的反馈控制结构

Fig. 2 Structure of dynamic output observer feedback control

动态输出观测器的状态空间表达式为

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Ly_1(t), \quad (4)$$

$$Kx_1(t) = K_z z(t) + K_y y_1(t), \quad (5)$$

定义 1 传输零点是使传递函数矩阵 $G(s = z_0)$ 降秩的有限常数 z_0 ,也是使矩阵 $\begin{bmatrix} zI - A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ 降秩的 z 值^[3].

定义 2 阻塞零点是使传递函数矩阵 $G(s = z_0) = 0$ 的有限常数 z_0 ,可见阻塞零点也是传输零点的一个特殊部分^[3].

用动态输出观测器反馈控制来实现状态反馈控制有两个充分条件,即完全满足式(1)和式(2)的两个充分条件^[3]:

1) $m_1 > p_1$;

2) 在 $m_1 \leq p_1$ 的情况下,系统至少要有有一个稳定的传输零点,即拥有负实部的传输零点.

只要被控系统满足其中任意一个条件,都可以用动态输出反馈控制来实现状态反馈控制,从而得到较好的鲁棒稳定性.但是条件1)和条件2)只是充分条件,所以在不满足上述两个充分条件,即系统在 $m_1 \leq p_1$ 的情况下没有一个稳定的传输零点时,不能断定该情况下是否能实现动态输出观测器反馈

控制.

2 基于稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制(Dynamic output observer feedback control based on stable transmission zero compensator)

2.1 稳定传输零点补偿器的概念及结论 (Conception and conclusion of stable transmission zero compensator)

针对被控系统在 $m_1 \leq p_1$ 且没有一个稳定的传输零点的情况,本文提出稳定传输零点补偿器的概念,能够保证系统实现如图2所示的动态输出观测器反馈控制.稳定传输零点补偿器与被控系统的连接如图3所示.

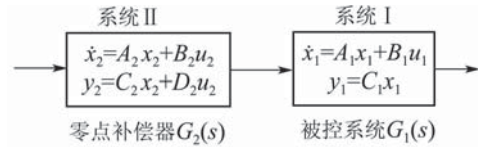


图3 零点补偿器与被控系统的连接方式
Fig. 3 Connection between the transmission zero compensator and the controlled system

定理 1 对于图3所示串联结构,若串联以后的系统能观测,且 z_0 是系统 $G_2(s)$ 的一个稳定的阻塞零点,则整个串联系统可以实现动态输出观测器反馈控制.

证 1) 证明 z_0 是整个串联系统的阻塞零点.

因为 z_0 是系统II的阻塞零点,根据定义2有

$$G_2(z_0) = 0, \quad (6)$$

而图3所示串联系统的传递函数矩阵

$$G(s) = G_1(s)G_2(s), \quad (7)$$

所以

$$G(z_0) = G_1(z_0)G_2(z_0) = 0, \quad (8)$$

因此 z_0 也是整个串联系统的阻塞零点.

2) 证明图3所示的串联系统能实现动态输出观测器反馈控制.

根据阻塞零点和传输零点的定义,如果 z_0 是整个系统的阻塞零点,那么它也是整个系统的传输零点.设串联以后的系统的状态空间描述为

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (9)$$

$$y = Cx, \quad (10)$$

其中 A, B 和 C 的维数分别为 $(n_1 + n_2) \times (n_1 + n_2), (n_1 + n_2) \times p_2$ 和 $m_1 \times (n_1 + n_2), n_2$ 和 p_2 分别为零点

补偿器的状态变量和输入量的维数. 根据传输零点的定义, z_0 也是使矩阵 $\begin{bmatrix} zI - A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ 降秩的值, 所以必然存在行向量 $x = a_0$, 使得线性矩阵方程

$$x \begin{bmatrix} z_0 I - A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

有解. 将行向量 a_0 分解为前 $(n_1 + n_2)$ 维向量 t_0 和后 m_1 维向量 l_0 , 并代入式(11)有^[3]

$$\begin{bmatrix} t_0 \\ l_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_0 I - A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = 0. \quad (12)$$

将式(12)展开可得

$$z_0 t_0 - t_0 A + l_0 C = 0 \quad (13)$$

和

$$t_0 B = 0. \quad (14)$$

从式(13)和式(14)可以看出, 若令 $F = z_0$, 则 t_0 和 l_0 正是 $TA - FT = LC$ 和 $TB = 0$ 在 $F = z_0$ 时矩阵 T 和 L 的解. 又因为 z_0 是观测器状态矩阵 F 的特征值, 所以又要求 z_0 具有负实部, 即 z_0 是稳定的传输零点. 因此如果零点补偿器只有一个稳定的传输零点, 则该串联系统相对于 $TA - FT = LC$ 和 $TB = 0$ 的解矩阵存在, 且有

$$\{F, T, L\} = \{z_0, t_0, l_0\}. \quad (15)$$

一旦观测器状态矩阵确定下来, 就可以通过特征结构配置的方法或是二次型最优控制方法^[3]来获得满意的反馈矩阵 K_y 和 K_z .

综上所述, 若 z_0 是系统 $G_2(s)$ 的一个稳定的阻塞零点, 则整个串联系统可以实现动态输出观测器反馈控制. 带稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制结构图如图4所示. 证毕.

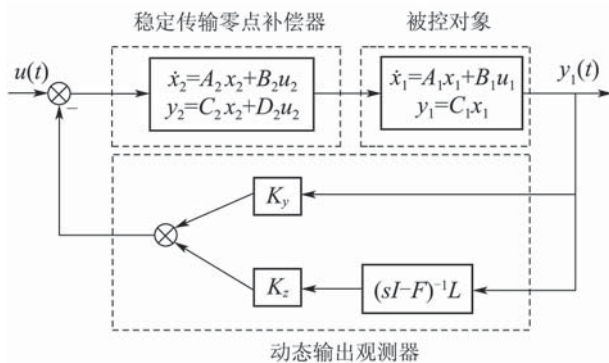


图 4 零点补偿器与被控系统的连接方式
Fig. 4 Connection between the transmission zero compensator and the controlled system

如果零点补偿器提供多个稳定的传输零点 z_i ($i = 1, \dots, r$), 则令观测器状态矩阵的每一个特征

值 $\lambda_F = z_i$ ($i = 1, \dots, r$), 分别求解对应于 z_i 的 t_i 和 l_i , 则最终的观测器状态矩阵取为

$$F = \text{diag}\{z_1, \dots, z_r\}, T = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_r \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_r \end{bmatrix}.$$

2.2 传输零点补偿器的设计原则(Design rules of transmission-zero compensator)

传输零点补偿器的形式不唯一, 但需要遵循以下几条原则:

1) 传输零点补偿器的设计要使得串联以后的系统能观测, 这是观测器设计最基本的要求.

2) 传输零点补偿器提供的传输零点必须具有负实部, 即必须是稳定的传输零点.

从式(15)可以看出, 零点补偿器的传输零点也是 F 的特征值, 而 F 是动态输出观测器的状态矩阵, 要使得整个系统稳定, F 的特征值必须具有负实部, 所以零点补偿器提供的零点也必须具有负实部.

3) 传输零点补偿器提供的稳定传输零点的个数不是越多越好.

对于传递函数矩阵为真或严格真的传输零点补偿器来说, 能够提供的稳定传输零点的个数不超过补偿器的阶数. 所以一味的增加传输零点的个数势必会增大补偿器的阶数, 这样会增加整个系统的阶数, 从而增加了设计的难度.

4) 传输零点补偿器的输出量维数要等于原系统输入量的维数.

由于传输零点补偿器与原系统是串联方式, 所以传输零点补偿器的输出量维数要等于原系统输入量的维数.

5) 传输零点补偿器零点位置的选取.

由于传输零点补偿器的传输零点也会是整个系统的极点, 因此要充分考虑所选取的零点位置对整个系统的影响.

3 实例及分析(Example and analysis)

3.1 算法实例(Example)

设被控系统的状态空间描述为

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1, \quad (16)$$

$$y_1 = C_1 x_1, \quad (17)$$

其中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

假设系统的状态变量不能直接测量, 试用观测器反馈控制理论使系统稳定.

3.2 带传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制(Dynamic output observer feedback control based on stable transmission zero compensator)

该系统的传递函数矩阵为

$$G_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-2} & \frac{2}{s-2} \\ \frac{3(s-1.667)}{(s-1)(s-2)} & \frac{6(s-1.667)}{(s-1)(s-2)} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

由于该系统的输入和输出的维数相同,且没有稳定的传输零点(注:1.667不是传输零点),所以该系统不满足动态输出观测器反馈控制的两个充分条件.根据稳定传输零点补偿器的设计原则,取稳定零点补偿器的状态空间描述如下:

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2, \quad (19)$$

$$y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2, \quad (20)$$

其中:

$$A_2 = 0, B_2 = [1 \ 1], \\ C_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

串联以后系统的传递函数矩阵为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{3(s+1)}{s(s-2)} & \frac{3(s+1)}{s(s-2)} \\ \frac{9(s-1.667)(s+1)}{s(s-1)(s-2)} & \frac{9(s-1.667)(s+1)}{s(s-1)(s-2)} \end{bmatrix}.$$

串联以后的系统是能观测的.虽然串联后的系统输入量维数等于输出量维数,但有一个稳定的传输零点 $z = -1$,所以串联后的系统可以实现动态输出观测器反馈控制.

设串联后的系统要配置的期望极点为 $(-2, -3, -4)$,根据文献[3,7~10]的算法求解式(1)~(3).最终求得图4所示的动态输出观测器反馈控制的各参数矩阵:

$$F = -1, T = [3 \ -10], L = [-3 \ 0], \\ \begin{cases} K_y = \begin{bmatrix} 26.6575 & -7.4971 \\ -7.6631 & 2.4989 \end{bmatrix}, \\ K_z = \begin{bmatrix} 0.8328 \\ -0.1664 \end{bmatrix}. \end{cases}$$

3.3 全维状态观测器反馈控制(Full order state observer feedback control)

为了便于比较,被控系统采用如图1所示全维状态观测器进行反馈控制.选取全维状态观测器的期

望特征值为 $\lambda_1^F = -1$ 和 $\lambda_2^F = -2$.根据文献[1]求得全维状态观测器各系统矩阵为

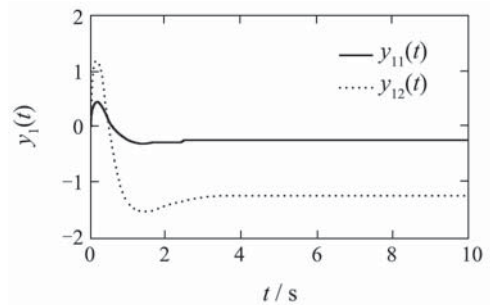
$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix}.$$

3.4 仿真实验及分析(Simulation and analysis)

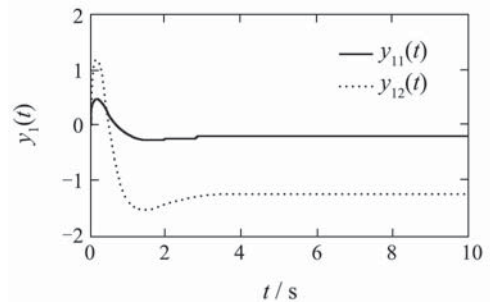
为了考察两种观测器反馈系统的鲁棒稳定性,保持已设计好的观测器各系数矩阵不变,而改变被控系统的系统矩阵 A_1 ,观察整个系统的单位阶跃响应的变化情况.

对于带稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制系统,让 A_1 所有元素同时减少10%,20%,30%,40%和50%.图5~图7是带稳定传输零点补偿器的动态输出观测器反馈控制系统的单位阶跃响应曲线.

从图5~图7中可以看出,带有稳定传输零点补偿器的系统不仅保证了对于不满足动态输出观测器反馈控制两个充分条件的被控系统肯定能够实现动态输出观测器反馈控制,而且由于满足 $TB = 0$,所以反馈系统最重要的鲁棒稳定性也得到了满足,即使 A_1 减小了50%,系统仍然保持稳定且单位阶跃响应几乎不变,从这点可以看出满足 $TB = 0$ 的重要性.

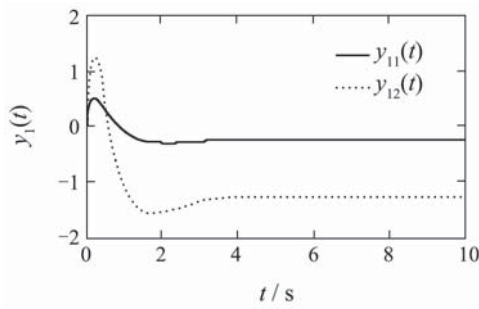


(a) 100% A_1 时

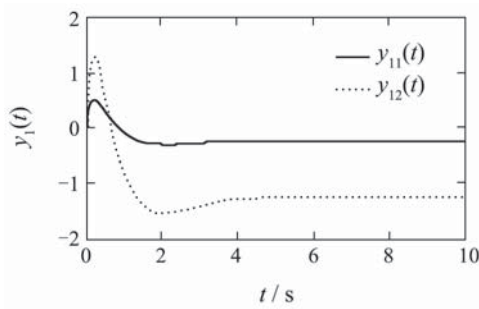


(b) 90% A_1 时

图5 100%和90% A_1 时的单位阶跃响应
Fig. 5 Step response with 100% A_1 and 90% A_1

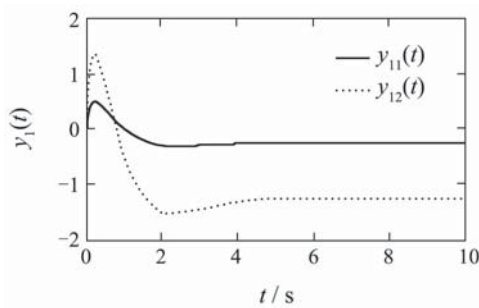


(a) 80% A_1 时

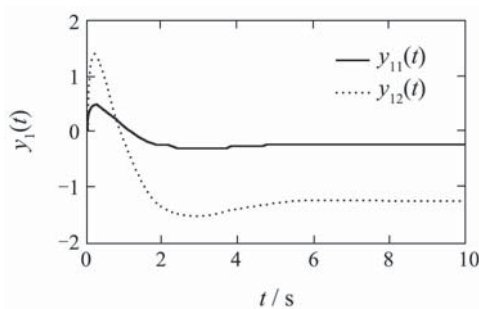


(b) 70% A_1 时

图 6 80%和70% A_1 时的单位阶跃响应
Fig. 6 Step response with 80% A_1 and 70% A_1



(a) 60% A_1 时



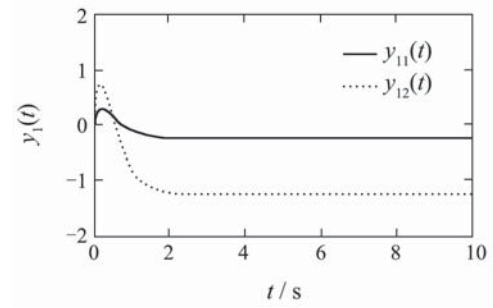
(b) 50% A_1 时

图 7 60%和50% A_1 时的单位阶跃响应
Fig. 7 Step response with 60% A_1 and 50% A_1

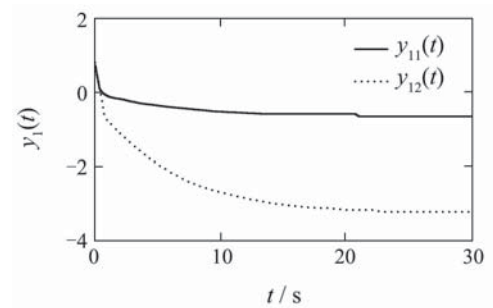
再对全维状态观测器反馈控制系统进行类似的仿真, A_1 依次减少2%, 4%和50%, 其单位阶跃响应如图8和图9所示.

由于全维状态观测器不可能实现 $TB = 0$, 所以不可能实现状态反馈控制的鲁棒稳定性. 如

图8(b)所示, 当 A_1 减少2%的时候, 全维状态观测器的控制效果已经变差, 当 A_1 仅减少4%的时候系统已经不稳定, 如图9(a). 图9(b)是 A_1 减少50%的时候系统的阶跃响应.

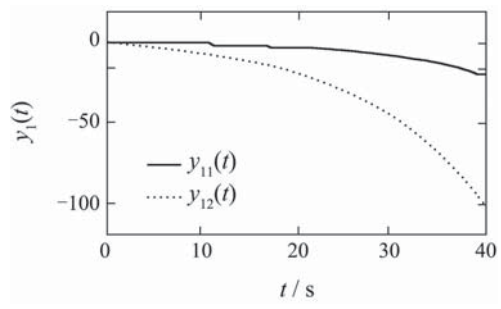


(a) 100% A_1 时

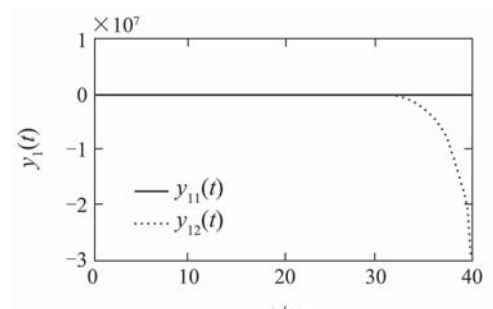


(b) 98% A_1 时

图 8 100%和98% A_1 时的单位阶跃响应
Fig. 8 Step response with 100% A_1 and 98% A_1



(a) 96% A_1 时



(b) 50% A_1 时

图 9 96%和50% A_1 时的单位阶跃响应
Fig. 9 Step response with 96% A_1 and 50% A_1

4 结论(Conclusion)

本文针对被控系统在 $m_1 \leq p_1$ 且没有稳定的传输零点的情况下, 提出稳定传输零点补偿器的概念. 只需要串联一个零点补偿器, 使得整个系统拥有一个稳定的传输零点, 就能实现动态输出观测器反馈控制, 从而保证系统能够实现很强的鲁棒稳定性. 整个算法思路清晰, 易于实现, 行之有效. 同时本文提出的稳定传输零点补偿器的概念完善了动态输出观测器反馈控制的理论体系, 使之对绝大多数被控系统均适用.

参考文献(References):

- [1] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2002: 316 – 317.
- [2] 周兰, 吴敏, 余锦华, 等. 具有状态观测器的鲁棒重复控制系统设计[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 942 – 948.
(ZHOU Lan, WU Min, SHE Jinhua, et al. Design of robust repetitive control system with a state observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(9): 942 – 948.)
- [3] 崔家骥. 现代控制系统设计理论的新发展[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 2007: 16 – 170.
- [4] SYRMOS V L, LEWIS E L. Output feedback eigenstructure assignment using two Sylvester equations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(3): 495 – 499.
- [5] CALVETTI D, LEWIS B, REICHEL L. On the solution of large Sylvester observer equation[J]. *Numerical Linear Algorithm Applications*, 2001, 6(7): 435 – 452.
- [6] CARVALHO J, DATTA K, HONG Y. A new algorithm for full-rank solution of the Sylvester-observer equation[J]. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 2003, 48(12): 2223 – 2228.
- [7] TUSI C C. Unified output feedback design and loop transfer recovery[C] // *Proceedings of the 1992 American Control Conference*. Chicago: American Automatic Control Council Press, 1992, 4: 3113 – 3118.
- [8] TUSI C C. A design algorithm of static output feedback control for eigenstructure assignment[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Arlington: IEEE, 2001, 2: 1669 – 1674.
- [9] TUSI C C. Eight irrationalities of basic state space control system design[C] // *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation*. Dalian: IEEE, 2006, 1: 2304 – 2307.
- [10] TUSI C C. Six-dimensional expansion of output feedback design for eigenstructure assignment[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2005, 342(7): 892 – 901.

作者简介:

鲍伟 (1981—), 男, 讲师, 博士, 主要从事观测器理论和自动变速器控制技术的研究, E-mail: gbjane2005@yahoo.com.cn;

孔慧芳 (1964—), 女, 教授, 硕士生导师, 主要从事自动变速器控制技术的研究, E-mail: konghuifang@163.com;

张崇巍 (1945—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事可再生能源利用、特种电源和网络控制技术的研究, E-mail: cwzhang@hfut.edu.cn.