文章编号: 1000−8152(2011)08−1121−05

电动舵机的复合自适应非奇异终端滑模控制

李 浩[1,2], 窦丽华[1,2], 苏 中[3]

(1. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学 复杂系统智能控制与决策教育部重点实验室, 北京 100081;

3. 北京信息科技大学 现代测控技术教育部重点实验室, 北京 100101)

摘要: 非奇异终端滑模控制(NTSMC)能够实现误差的有限时间收敛, 但一般NTSMC的控制律采用高增益项来消除系统不确定性的影响, 具有较强的保守性. 为了降低这种保守性, 本文采用复合自适应律对系统的不确定参数进行估计, 按照估计值设计复合自适应非奇异终端滑模控制(CANTSMC), 对不确定参数引起的系统动态进行补偿. 本方案曾经应用于电动舵机, 以补偿不确定参数对模型动态性能的影响. 本文证明了闭环稳定性, 以及输出跟踪误差在有限时间内的收敛性. 通过仿真验证了该方法的有效性.

关键词: 非奇异终端滑模控制; 复合自适应律; 电动舵机; 有限时间收敛

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Composite adaptive nonsingular-terminal-sliding-mode-control for electromechanical actuator

LI Hao[1,2], DOU Li-hua[1,2], SU Zhong[3]

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2.Key Laboratory of Complex System Intelligent Control and Decision(Ministry of Education),
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
3. Key Laboratory of Modern Measurement & Control Technology(Ministry of Education),
Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100101, China)

Abstract: Nonsingular-terminal-sliding-mode-control(NTSMC) provides finite time convergence of the errors; however a high gain is usually required to compensate for the system uncertainties. This imposes a conservative condition on the system design. To relax this conservativeness, we apply the composite adaptive law to estimate the uncertain parameters in the system. Based on the estimated values, a composite adaptive nonsingular terminal sliding mode control(CANTSMC) is designed to compensate for the effects caused by the uncertain parameters. This scheme has been applied to an electromechanical actuator to compensate for the effects on the modeled dynamics caused by uncertain parameters. The close-loop stability and the finite-time convergence of the trajectory tracking error are also proved. The effectiveness of the proposed method is validated by simulation.

Key words: nonsingular terminal sliding mode control; composite adaptive law; electromechanical actuator; finite-time convergence

1 引言(Introduction)

直流电动舵机是导弹、火箭弹等飞行器的飞行控制系统中常用的执行机构. 在飞行器飞行过程中, 舵机的参数会发生变化, 其负载会随着飞行条件的变化而改变[1], 舵机控制器只有能够适应参数变化和负载扰动的影响, 才能取得良好的动、静态性能.

滑模控制对参数变化和外界扰动具有很强的鲁棒性[2], 在电机控制、机械臂控制等得到广泛应用. 传统滑模控制中滑模面为系统状态的线性函数, 只能保证误差的渐近收敛. Venkcataraman在Zak提出的终端吸引子[3]的基础上, 设计出二阶系统的终端滑模控制(TSMC)[4], 通过在滑模面中引入非线性项实现了误差的有限时间收敛. Man和Yu等将TSMC扩展到MIMO线性系统[5]、高阶系统[6]、不确定动态系统[7]. 然而TSMC中存在奇异现象, 文献[8]实现了二阶系统的全局非奇异终端滑模控制(nonsingular terminal sliding mode control, NTSMC), 解决了奇异性问题. 文献[9]在NTSMC设计中引入指数趋近律, 取消了传统滑模控制中的切换项, 消除了抖振. 文献[10]将NTSMC应用到反演控制的最后一步, 提高了系统的收敛速度和稳态跟踪精度. 然而, NTSMC中一般采用高增益项来抑制系统不确定性的影响,

收稿日期: 2010−04−13; 收修改稿日期: 2010−10−22.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972118).

保守性较强. 文献[11]在设计NTSMC时对系统中的不确定性采用一步延迟估计, 降低了控制设计的保守性, 但一步延迟估计的效果受系统采样率的影响较大, 当采样率较低时存在较大的控制误差.

自适应控制是解决参数不确定性问题的另一种有效方法. 文献[12]在设计TSMC时, 通过自适应律对不确定参数的界进行学习, 然而其自适应律存在饱和问题. 文献[13]对参数进行在线估计, 解决了自适应律的饱和问题, 但只能保证误差的渐近收敛. 一般自适应律不能保证参数逼近其真值, 而复合自适应方法在设计自适应律时引入了参数估计误差的信息, 能够使参数估计值逼近其真值[14]. 文献[15]在机械臂控制中采用复合自适应律对不确定参数进行估计, 设计了自适应终端滑模控制, 实现了误差的有限时间收敛, 但其控制中存在奇异性问题.

本文在NTSMC的基础上, 采用复合自适应律对系统中的不确定参数进行估计, 设计复合自适应非奇异终端滑模控制器(composite adaptive nonsingular terminal sliding mode control, CANTSMC), 实现电动舵机的稳定控制与误差的有限时间收敛.

2 电动舵机模型与问题描述(Model of electromechanical actuator and problem formulation)

电动舵机一般由控制器、驱动器、直流电机、减速器和位置传感器构成. 忽略电机电枢电感, 可得电动舵机模型[1]

$$J\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}+f\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}+M_\mathrm{L}+\varXi=K_\mathrm{T}i, \tag{1}$$

其中: J, f和K_T分别为折算到舵机输出端的转动惯量、粘滞摩擦系数和力矩常数, M_L为舵机负载力矩, $\varXi$为系统未建模动态, δ为舵偏角, i为电枢电流.

负载力矩中考虑弹性负载和常值负载, 有[1]

$$M_\mathrm{L}=M_\mathrm{j}^\delta\delta+M_\mathrm{C}, \tag{2}$$

这里M_j^δ为舵偏角力矩系数.

对该模型进行变换, 令$x_1=\delta, x_2=\dot\delta, u=i$, 则由式(1)(2)可得

$$\begin{cases}\dot x_1=x_2,\\ \theta_1\dot x_2=u-\theta_2x_1-\theta_3x_2-\theta_4+\varXi',\\ y=x_1,\end{cases} \tag{3}$$

式中: $\varXi'=-\varXi/K_\mathrm{T}(\mathrm{A})$, $\theta_i(i=1,2,3,4)$定义如下:

$$\theta_1=\frac{J}{K_\mathrm{T}}(\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2/\mathrm{rad}),\ \theta_2=\frac{M_\mathrm{j}^\delta}{K_\mathrm{T}}(\mathrm{A}/\mathrm{rad}),$$

$$\theta_3=\frac{f}{K_\mathrm{T}}(\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}/\mathrm{rad}),\ \theta_4=\frac{M_\mathrm{C}}{K_\mathrm{T}}(\mathrm{A}).$$

令$\theta=[\theta_1\ \ \theta_2\ \ \theta_3\ \ \theta_4]^\mathrm{T}$, 由于$J$, f, M_j^δ和M_C是可变的, 因此θ是不确定的.

假设 1 θ_1有界, 即$\theta_{1,\min}\leqslant\theta_1\leqslant\theta_{1,\max}$, 其中$\theta_{1,\min}$和$\theta_{1,\max}$分别为$\theta_1$的上下界, 且$\theta_{1,\min}>0$.

假设 2 $\varXi'$是有界的, 即$\exists\varsigma>0$, 使得$\|\varXi'\|\leqslant\varsigma$.

本文研究的问题是: 设计一个控制器, 使得系统(3)的输出y对有界期望轨迹x_d的跟踪误差有限时间收敛, 并实现对不确定参数向量θ的估计.

3 复合自适应非奇异终端滑模控制(CANTSMC)

本部分先介绍非奇异终端滑模制的基本方法, 然后采用复合自适应律对系统中的不确定参数进行估计, 设计控制律, 阐述了CANTSMC的实现方法, 并证明系统的稳定性与误差的有限时间收敛特性.

3.1 非奇异终端滑模控制(NTSMC)

文献[8]给出了一类二阶系统的非奇异终端滑模控制方法, 其设计过程如下:

定义系统的跟踪位置误差和速度误差分别为: $e_1=x_1-x_\mathrm{d}, e_2=x_2-\dot x_\mathrm{d}$. 设计滑模面为

$$\sigma=e_1+\frac{1}{\beta}|e_2|^{\frac{p}{q}}\operatorname{sgn}e_2, \tag{4}$$

其中: $\beta>0, 1<\dfrac{p}{q}<2$, 且$p, q$为奇数. 该滑模面具有以下性质[9]:

1) 系统状态到达滑模面σ之后, 经过时间t_1, 系统误差收敛为0. 其中t_1为

$$t_1=\frac{p}{\beta^{\frac{q}{p}}(p-q)}|e_1(t_0)|^{1-\frac{q}{p}}, \tag{5}$$

其中$e_1(t_0)$为系统状态到达滑模面σ时的跟踪误差.

2) 滑模面的导数为

$$\dot\sigma=e_2+\frac{p}{\beta q}|e_2|^{\frac{p}{q}-1}\dot e_2. \tag{6}$$

可通过选择控制量来保证系统在有限时间t_0内到达滑模面σ, 且σ和$\dot\sigma$是非奇异的.

结合式(3), 由文献[8]可知控制律为

$$u=\bar\theta^\mathrm{T}\varphi_1-k\operatorname{sgn}\sigma, \tag{7}$$

式中: $\bar\theta$为θ的标称值, $k>\|\Delta\theta^\mathrm{T}\|\,\|\varphi_1\|+\varsigma$, $\Delta\theta$为θ的变化量, $\varphi_1=[\ddot x_\mathrm{d}-\dfrac{\beta q}{p}|e_2|^{2-\frac{p}{q}}\operatorname{sgn}e_2\ \ x_1\ \ x_2\ \ 1]^\mathrm{T}$.

引理 1 对于对象(3), 在式(7)的控制作用下, 闭环系统稳定, 且系统误差有限时间收敛[8].

由式(7)可知, NTSMC中使用具有强鲁棒性的切换项$k\operatorname{sgn}\sigma$来抑制系统中参数摄动、外界扰动等不确定性的影响, 具有较强的保守性.

3.2 CANTSMC的设计(Design of CANTSMC)

CANTSMC的控制律中包含自适应项和鲁棒项. 自适应项采用复合自适应律对不确定参数进行估计, 解决参数不确定性问题. 鲁棒项包含切换项、滑模面的比例项和指数项, 其中切换项用于抑制系统

未建模动态的影响, 而滑模面的比例项和指数项可以提高系统的响应速度, 保证系统在引入自适应算法时仍有较快的收敛速率. 控制量设计为:

$$u=u_{\rm a}+u_{\rm s}, \tag{8a}$$

$$u_{\rm a}=\hat{\theta}^{\rm T}\varphi_1, \tag{8b}$$

$$u_{\rm s}=-k_1\sigma-k_2\sigma^r-k_3{\rm sgn}\,\sigma, \tag{8c}$$

其中: $u_{\rm a}$为自适应项, $u_{\rm s}$为鲁棒项, $\hat{\theta}$为θ的估计值, $\hat{\theta}=[\hat{\theta}_1\ \ \hat{\theta}_2\ \ \hat{\theta}_3\ \ \hat{\theta}_4]^{\rm T}$, $k_1>0$, $k_2>0$, $k_3>\varsigma$, $r=z_1/z_2$, $0<z_1<z_2$, 且z_1, z_2为奇数.

$\hat{\theta}$采用如下复合自适应律获得:

$$\dot{\hat{\theta}}=-\varGamma_1\varphi_2\sigma-\varGamma_1\varGamma_2\varphi_{\rm f}e_{\rm f}-\varGamma_1\varGamma_3\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}, \tag{9}$$

式中: $\varGamma_i={\rm diag}\{\varGamma_{i1},\ \varGamma_{i2},\ \varGamma_{i3},\ \varGamma_{i4}\}$, $\varGamma_{ij}>0(i=1,2,3,\ j=1,2,3,4)$. 这里:

$$\varphi_2=\beta'(\ddot{x}_{\rm d}-e_2,x_1,x_2,1)^{\rm T},\ \beta'=\frac{p}{\beta q}\,|e_2|^{\frac{p}{q}-1},$$

$$\varphi_{\rm f}=(\frac{\lambda_1 s}{s+\lambda_1}x_2,\ \frac{\lambda_1}{s+\lambda_1}x_1,\ \frac{\lambda_1}{s+\lambda_1}x_2,\ \frac{\lambda_1}{s+\lambda_1})^{\rm T},$$

$$e_{\rm f}=\varphi_{\rm f}^{\rm T}\hat{\theta}-u_{\rm f},\ u_{\rm f}=\frac{\lambda_1}{s+\lambda_1}u.$$

$\dfrac{\lambda_1}{s+\lambda_1}$为一阶惯性环节, s表示Laplace变换, $\lambda_1>0$.

注 1 　式(8c)中, 切换项$k_3{\rm sgn}\,\sigma$用于抑制系统未建模动态的影响, 而式(7)的切换项用于抑制系统不确定性的影响, 与NTSMC相比, CANTSMC可用较小的切换增益实现系统的稳定, 从而降低控制设计的保守性.

注 2 　与文献[9]类似, 式(8c)采用了趋近律的方法, 但保留了切换项, 该切换项用于抑制系统未建模动态的影响, 可以保证系统状态到达滑模面.

3.3 CANTSMC的稳定性证明与误差收敛特性分析(Stability proof of CANTSMC and convergence property of the errors)

讨论CANTSMC的稳定性之前, 先作如下假设:

假设 3 　$\varphi_{\rm f}$满足[15]

$$\int_t^{t+T}\varphi_{\rm f}\varphi_{\rm f}^{\rm T}{\rm d}\tau\geqslant\alpha I, \tag{10}$$

其中: $\alpha>0$, $T>0$, I为适当维数的单位矩阵.

定理 1 　对于对象(3), 采用式(8)的控制律和式(9)的自适应律组成的控制器, 当满足假设3时, 闭环系统稳定, 且系统误差有限时间收敛.

证 　选择如下Lyapunov函数:

$$V=V_1+V_2,$$

其中: $V_1=\dfrac{1}{2}\,\theta_1\sigma^2$, $V_2=\dfrac{1}{2}\,\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_1^{-1}\tilde{\theta}$, $\tilde{\theta}=\hat{\theta}-\theta$为参数估计误差.

对V求导, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\dot{V}_1+\dot{V}_2=\sigma\theta_1\dot{\sigma}+\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_1^{-1}\dot{\hat{\theta}}=\\&\sigma[\theta_1e_2+\frac{p}{\beta q}\,|e_2|^{\frac{p}{q}-1}\,(\hat{\theta}^{\rm T}\varphi_1-k_1\sigma-k_2\sigma^r-\\&k_3{\rm sgn}\,\sigma)-\theta_2x_1-\theta_3x_2-\theta_4+\varXi'-\theta_1\ddot{x}_{\rm d}]+\\&\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_1^{-1}\dot{\hat{\theta}}.\end{aligned} \tag{11}$$

下面分几种情况来讨论系统的稳定性:

I) $\sigma\neq0$, 且$e_2\neq0$.

$e_2\neq0$时$\beta'>0(\beta'=\dfrac{p}{\beta q}|e|^{\frac{p}{q}-1})$, 将$\varphi_1$, φ_2, $\hat{\theta}$及$\dot{\hat{\theta}}$代入式(11), 并考虑$k_3>\varsigma$, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\tilde{\theta}^{\rm T}\varphi_2\sigma-\beta'\sigma(k_1\sigma^2+k_2\sigma^r+k_3{\rm sgn}\,\sigma-\varXi')-\\&\tilde{\theta}^{\rm T}\varphi_2\sigma-\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_2\varphi_{\rm f}e_{\rm f}-\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_3\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}\leqslant\\&-\beta'(k_1\sigma^2+k_2\sigma^{1+r})-\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_2\varphi_{\rm f}e_{\rm f}-\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_3\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}.\end{aligned} \tag{12}$$

而

$$\begin{aligned}&\beta'(k_1\sigma^2+k_2\sigma^{1+r})=\\&\frac{2\beta'k_1}{\theta_1}V_1+\frac{2^{\frac{1+r}{2}}\beta'k_2}{\theta_1^{\frac{1+r}{2}}}V_1^{\frac{1+r}{2}}\geqslant k_1'V_1+k_2'V_1^{\frac{1+r}{2}},\end{aligned} \tag{13}$$

其中: $k_1'=\dfrac{2\beta'k_1}{\theta_{1,\max}}>0$, $k_2'=\dfrac{2^{\frac{1+r}{2}}\beta'k_2}{\theta_{1,\max}^{\frac{1+r}{2}}}>0$.

由式(3)可知, 当忽略$\varXi'$的影响时, 有

$$u=\theta_1\dot{x}_2+\theta_2x_1+\theta_3x_2+\theta_4. \tag{14}$$

上式两边采用一阶惯性环节滤波, 有$u_{\rm f}=\varphi_{\rm f}^{\rm T}\theta$, 则$e_{\rm f}=\varphi_{\rm f}^{\rm T}\hat{\theta}-u_{\rm f}=\varphi_{\rm f}^{\rm T}\hat{\theta}-\varphi_{\rm f}^{\rm T}\theta=\varphi_{\rm f}^{\rm T}\tilde{\theta}$, 故[15]

$$V_2=\frac{1}{2}\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_1^{-1}\tilde{\theta}\leqslant\frac{1}{\chi}\tilde{\theta}^{\rm T}\varphi_{\rm f}\varphi_{\rm f}^{\rm T}\tilde{\theta}=\frac{1}{\chi}e_{\rm f}^2, \tag{15}$$

其中:

$$0<\chi\leqslant\frac{2\lambda_{\min}(\int_t^{t+T}\varphi_{\rm f}\varphi_{\rm f}^{\rm T}{\rm d}\tau)}{T\lambda_{\max}(\varGamma_1^{-1})}, \tag{16}$$

$\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$分别表示“$\cdot$”的最小特征值和最大特征值. 由于$\varGamma_i={\rm diag}\{\varGamma_{i1},\varGamma_{i2},\varGamma_{i3},\varGamma_{i4}\}$, 则

$$\begin{aligned}&\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_2\varphi_{\rm f}e_{\rm f}+\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_3\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}\geqslant\\&\lambda_{\min}(\varGamma_2)\tilde{\theta}^{\rm T}\varphi_{\rm f}\varphi_{\rm f}^{\rm T}\tilde{\theta}+\lambda_{\min}(\varGamma_3)\tilde{\theta}^{\rm T}\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}=\\&\lambda_{\min}(\varGamma_2)e_{\rm f}^2+\lambda_{\min}(\varGamma_3)\,|e_{\rm f}|\geqslant\\&\lambda_{\min}(\varGamma_2)\chi V_2+\lambda_{\min}(\varGamma_3)\chi^{\frac{1}{2}}V_2^{\frac{1}{2}}.\end{aligned} \tag{17}$$

所以, 由式(12)(13)(17)可知

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-k_1'V_1-k_2'V_1^{\frac{1+r}{2}}-\\&\lambda_{\min}(\varGamma_2)\chi V_2-\lambda_{\min}(\varGamma_3)\chi^{\frac{1}{2}}V_2^{\frac{1}{2}}\leqslant\\&-\rho_1(V_1+V_2)-\rho_2(V_1^{\frac{1+r}{2}}+V_2^{\frac{1}{2}}),\end{aligned} \tag{18}$$

其中:

$$\rho_1=\min\{k_1',\lambda_{\min}(\varGamma_2)\chi\},$$

$$\rho_2=\min\{k_2',\lambda_{\min}(\varGamma_3)\chi^{\frac{1}{2}}\}.$$

由于$0<r<1$, $V_1\geqslant0$, $V_2\geqslant0$, 则

$$V_1^{\frac{1+r}{2}}+V_2^{\frac{1}{2}}\geqslant(V_1+V_2)^{\mu}, \tag{19}$$

这里

$$\mu=\begin{cases}\dfrac{1+r}{2},\ 0\leqslant V_1<1\text{且}0\leqslant V_2<1,\\ \dfrac{1}{2},\qquad V_1\geqslant 1,\text{或}0\leqslant V_1<1\text{且}V_2\geqslant 1.\end{cases}$$

上式有关证明见附录. 由式(18)(19)可知

$$\dot V\leqslant-\rho_1V-\rho_2V^{\mu}<0,\tag{20}$$

闭环系统稳定.

式(20)中$0<\mu<1$, 则V有限时间收敛. 由$V=V_1+V_2$及$V_1\geqslant 0$, $V_2\geqslant 0$可知当$V=0$时, $V_1=0$. 再由$V_1=\frac{1}{2}\theta_1\sigma^2$及$\theta_1\geqslant\theta_{1,\min}>0$可知$V_1=0$时$\sigma=0$. 因此$V$有限时间收敛, 则系统状态在有限时间内到达滑模面$\sigma$.

II) $\sigma\neq 0$, 且$e_2=0$.

$e_2=0$时, $\varphi_1=(\ddot x_{\rm d},x_1,x_2,1)^{\rm T}$, 将式(8)代入式(3), 经整理得

$$\theta_1\dot e_2=\tilde\theta^{\rm T}\varphi_1-k_1\sigma-k_2\sigma^r-k_3{\rm sgn}\,\sigma+\varXi'.\tag{21}$$

若($\sigma\neq 0$, $e_2=0$)是系统的吸引子, 则$\dot e_2=0$. 那么

$$\tilde\theta^{\rm T}\varphi_1-k_1\sigma-k_2\sigma^r-k_3{\rm sgn}\,\sigma+\varXi'=0.\tag{22}$$

由式(4)(6)知$e_2=0$时, $\sigma=e_1$, $\dot\sigma=0$, 故σ为非零常数. 不失一般性, 假设$\sigma>0$. 由$k_3>\varsigma$可知$-k_3{\rm sgn}\,\sigma+\varXi'\leqslant-k_3+\varsigma<0$, 则

$$\tilde\theta^{\rm T}\varphi_1-k_1\sigma-k_2\sigma^r>0.\tag{23}$$

另一方面, 当$e_2=0$时, $\varphi_2=0$, 此时有

$$\begin{aligned}\dot V_2=&-\tilde\theta^{\rm T}\varGamma_2\varphi_{\rm f}e_{\rm f}-\tilde\theta^{\rm T}\varGamma_3\varphi_{\rm f}{\rm sgn}\,e_{\rm f}\leqslant\\&-\lambda_{\min}(\varGamma_2)\chi V_2-\lambda_{\min}(\varGamma_3)\chi^{\frac12}V_2^{\frac12},\end{aligned}\tag{24}$$

故V_2有限时间收敛, $\tilde\theta$在有限时间内为零. 而σ^r与σ的符号相同, $\tilde\theta=0$且$\sigma>0$时式(23)不成立. $\sigma<0$时与此类似. 因此($\sigma\neq 0$, $e_2=0$)不是系统的吸引子, 系统状态不会一直保持在($\sigma\neq 0$, $e_2=0$).

III) $\sigma=0$.

系统状态位于滑模面上, 由式(4)知系统在滑模面上是稳定的, 而且将于有限时间内收敛至平衡点.

由I), II)和III)的分析可知, 闭环系统稳定, 且系统状态在有限时间内到达滑模面σ. 由性质1)知系统状态到达滑模面σ之后, 系统误差将在t_1时间内收敛至0, 因此在式(8)的控制律和式(9)的自适应律作用下, 系统误差有限时间收敛. 证毕.

4 仿真与分析(Simulation and analysis)

舵机的标称参数$\bar J=1.26\,{\rm kg\cdot m^2}$, $\bar M_{\rm C}=0$, $\bar M_{\rm j}^{\delta}=0$, $\bar K=10.08\,{\rm N\cdot m/A}$, $\bar f=1.512\,{\rm N\cdot m\cdot s/rad}$. 仿真时舵机参数为: $J=6\bar J$, $f=6\bar f$, $K=\bar K$, $M_{\rm C}=4\,{\rm N\cdot m}$, $M_{\rm j}^{\delta}=305\,{\rm N\cdot m/rad}$, $\varXi=(2{\rm rand}(1)-1)\,{\rm N\cdot m}$, ${\rm rand}(1)$为$[0,1]$之间的随机数. 计算θ及$\bar\theta$为: $\theta=(0.75,30.32,0.9,0.397)^{\rm T}$, $\bar\theta=(0.125,0,0.15,0)^{\rm T}$.

期望信号为: $x_{\rm d}=0.2\sin(2\pi t)\,{\rm rad}$. 仿真时电流限幅为$-30\,{\rm A}\sim30\,{\rm A}$, 用$\frac{2}{\pi}\arctan(4000\sigma)$代替${\rm sgn}\,\sigma$以消除控制量的抖振. 采用ODE4仿真算法, 仿真时长为10 s, 仿真步长为1 ms. 对两种控制器进行仿真:

C1) CANTSMC. 控制器参数为:

$$\beta=10,\ k_1=100,\ k_2=50,\ k_3=10,$$
$$p=15,\ q=13,\ r=\frac{13}{15},\ \lambda_1=20,$$
$$\varGamma_1={\rm diag}\{0.5,50,1,1\},$$
$$\varGamma_2={\rm diag}\{0.6,30,3,1.5\},$$
$$\varGamma_3={\rm diag}\{0.05,2.5,0.05,0.05\}.$$

C2) NTSMC. 滑模面参数与C1)中相同, $k=20$.

由图1可知CANTSMC与NTSMC的误差收敛速度接近, 但由于采用自适应律对未知参数进行估计, 降低了控制设计的保守性. 图2中, 与NTSMC相比, CANTSMC具有更小的控制作用. 由于采用饱和函数来代替符合函数, 消除了抖振. 从图3可知, 复合自适应律能够使参数的估计值逼近其真值, 具有良好的参数估计能力.

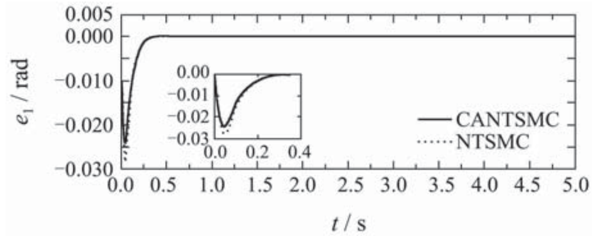


图 1 系统跟踪误差曲线

Fig. 1 Tracking error of the system

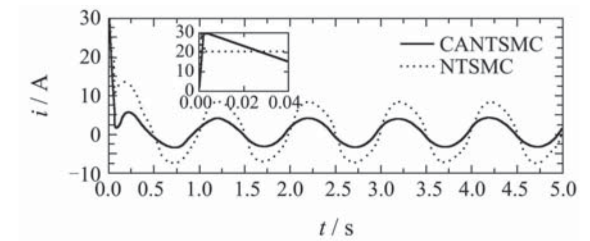
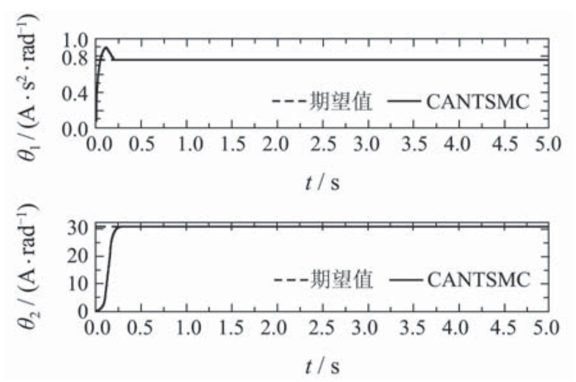


图 2 系统控制量

Fig. 2 Control effort of the system



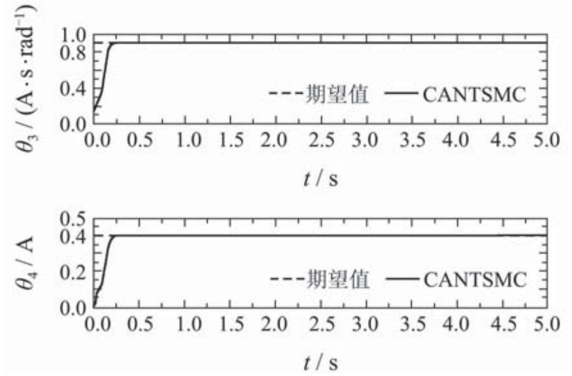


图 3 CANTSMC中参数θ的估计结果

Fig. 3 Estimation of parameter θ in CANTSMC

5 结论(Conclusion)

本文针对NTSMC中控制设计过于保守的问题, 提出了CANTSMC设计方法, 采用复合自适应律对系统中的不确定参数进行估计, 解决了不确定参数问题, 降低了NTSMC设计的保守性. 复合自适应律能够使参数估计值逼近其真值, 具有良好的的参数估计能力. 本文从理论上证明了CANSTMC的闭环稳定性, 实现了跟踪误差的有限时间收敛, 通过仿真验证了该方法的有效性.

参考文献(References):

[1] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
(WU Sentang, FEI Yuhua. *Flying Control System*[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics & Astronautics Press, 2005.)

[2] UTKIN V, GULDNCR J, SHI J. *Sliding Modes in Electromechanical System*[M]. London: Taylor & Francis, 1999.

[3] ZAK M. Terminal attactors in neural networks[J]. *Neural Networks*, 1989, 2(4): 259 – 274.

[4] VENKATARAMAN S T, GULATI S. Control of nonlinear systems using terminal sliding modes[C] //*Proceedings of American Control Conference*. New York: IEEE, 1992: 891 – 893.

[5] MAN Z H, YU X H. Terminal sliding mode control of mimo linear systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1996, 44(11): 1065 – 1070.

[6] YU X H, MAN Z H. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes[J]. *International Journal of Control*, 1996, 64(4): 1165 – 1176.

[7] WU Y, YU X H, MAN Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(5): 281 – 288.

[8] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.

[9] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

[10] 郑剑飞, 冯勇, 郑雪梅, 等. 不确定非线性系统的自适应反演终端滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 410 – 414.
(ZHENG Jianfei, FENG Yong, ZHENG Xuemei, et al. Adaptive backstepping-based terminal-sliding-mode control for uncertain nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 410 – 411.)

[11] JIN M, LEE J, CHANG P, et al. Practical nonsingular terminal sliding-mode control of robot manipulators for high-accuracy tracking control[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(9): 3593 – 3691.

[12] MAN Z H, O'DAY M, YU X H. A robust adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators[J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 1999, 24(1): 23 – 41.

[13] WU J H, PU D L, DING H. Adaptive robust motion control of SISO nonlinear systems with implementation on linear motors[J]. *Mechatronics*, 2007, 17(4/5): 263 – 270.

[14] 张国柱, 陈杰, 李志平. 基于复合自适应律的直线电机自适应鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(8): 833 – 837.
(ZHANG Guozhu, CHEN Jie, LI Zhiping. An adaptive robust control for linear motors based on composite adaptation[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 833 – 837.)

[15] BARAMBONES O, ETXEBARRIA V. Energy-based approach to sliding composite adaptive control for rigid robots with finite error convergence time[J]. *International Journal of Control*, 2002, 75(5): 352 – 359.

附录　式(19)的证明(Appendix　Proof of equation(19))

由于$0 < r < 1$, 因此$\frac{1}{2} < \frac{1+r}{2} < 1$.

当$0 < V_1 < 1,\ 0 < V_2 < 1$时, 有

$$V_1^{\frac{1+r}{2}} + V_2^{\frac{1}{2}} \geqslant V_1^{\frac{1+r}{2}} + V_2^{\frac{1+r}{2}} \geqslant (V_1 + V_2)^{\frac{1+r}{2}},$$

此时$\mu = \frac{1+r}{2}$.

当$0 < V_1 < 1,\ V_2 \geqslant 1$时, 有

$$(V_1^{\frac{1+r}{2}} + V_2^{\frac{1}{2}})^2 - (V_1 + V_2) \geqslant$$
$$(V_1 + V_2^{\frac{1}{2}})^2 - (V_1 + V_2) = V_1(V_1 + 2V_2^{\frac{1}{2}} - 1) > 0,$$

因此$V_1^{\frac{1+r}{2}} + V_2^{\frac{1}{2}} \geqslant (V_1 + V_2)^{\frac{1}{2}}$, 则$\mu = \frac{1}{2}$.

当$V_1 \geqslant 1$时, 有

$$V_1^{\frac{1+r}{2}} + V_2^{\frac{1}{2}} \geqslant V_1^{\frac{1}{2}} + V_2^{\frac{1}{2}} \geqslant (V_1 + V_2)^{\frac{1}{2}},$$

此时$\mu = \frac{1}{2}$.

综上可知, 式(19)成立.

作者简介:

李　浩　(1982—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为滑模控制、自适应控制、伺服控制, E-mail: lhnewmind@bit.edu.cn;

窦丽华　(1961—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、模式识别, E-mail: doulihua@bit.edu.cn;

苏　中　(1962—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为导航制导与控制, E-mail: sz@bistu.edu.cn.