

## 基于能效优化的两足机器人步态控制方法

王丽杨<sup>1,2</sup>, 刘 治<sup>1</sup>, 曾小杰<sup>1</sup>, 章 云<sup>1</sup>

(1. 广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006; 2. 顺德职业技术学院 电子工程系, 广东 顺德 528300)

**摘要:** 针对高能耗导致的两足机器人实用化障碍, 提出了一种全新的、系统化的步态能效优化控制方法. 基于两足机器人运动的重要能耗指标(平均功率、平均功率偏差、平均力矩损耗), 提出了能耗预估策略和能效优化算法, 获取了零力矩点(ZMP)稳定区域内的能耗极小值. 沿着能耗极小值所对应的上体轨迹对机器人步态实施能效优化控制, 最终获得满足ZMP稳定判据的低能耗步态. 仿真结果证明, 该方法能够有效降低机器人能耗并保持其稳定性.

**关键词:** 能量效率; 两足机器人; 零力矩点; 步态控制

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Gait control based on energy-efficiency optimization for biped robots

WANG Li-yang<sup>1,2</sup>, LIU Zhi<sup>1</sup>, ZENG Xiao-jie<sup>1</sup>, ZHANG Yun<sup>1</sup>

(1. Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China;

2. Department of Electronic Engineering, Shunde Polytechnic, Shunde Guangdong 528300, China)

**Abstract:** A gait control based on energy-efficiency optimization is proposed for solving the fatal problem of high energy consumption in practical application of biped robots. A strategy of energy consumption estimation(ECE) and an algorithm of energy-efficiency optimization are proposed based on three important indices of energy consumption for biped locomotion average mechanical power, mean power derivation and mean torque consumption. Controlling the gait of the robot along the trunk trajectory which corresponds to the minimal energy consumption in the zero moment point(ZMP) stability domain, we obtain the energy-efficiency gait guaranteeing the ZMP criterion. Simulation results show the validity of the method.

**Key words:** energy efficiency; biped robot; zero moment point; gait control

### 1 引言(Introduction)

能量效率低下已成为两足机器人实用化进程的一大障碍. 被动行走(passive dynamic walking, PDW)为实现高效步行提供了一个可能的解决途径<sup>[1]</sup>, 然而当前的被动机器人尚难完成转向、启停等基本动作, 且非常容易摔倒, 这极大地限制了被动步行机器人的实际应用. 传统的主动步行利用跟踪预设关节轨迹的控制方法<sup>[2]</sup>, 虽然可实现类人行走和跑步, 但依赖大力矩驱动的高能耗特性成为其广泛应用和进一步发展的瓶颈问题之一.

针对两足机器人步行运动的能效及稳定性问题, 已有学者做了一些研究<sup>[3~8]</sup>. 总的来看, 基于零力矩点(zero moment point, ZMP)理论的控制方法已经比较成熟, 然而以Honda公司ASIMO<sup>[9]</sup>为代表的传统双足步行机器人, 虽然在非结构化环境中具有良好的移动能力和稳定性, 但其行走能耗是人类行走能耗的数十倍以上. 因此, 目前迫切需要一种系统的方法来获取机器人步态稳定与低能耗之间的最优平

衡.

基于ZMP稳定判据与两足机器人能耗分析, 本文为机器人步态的能效优化提供了一种全新的系统化方法, 该方法能够有效降低机器人能耗并保持其稳定性. 与传统的机器人控制系统不同, 该方法增加了基于能效优化的外环控制部分. 能效优化控制功能由模糊ZMP整定、上体能耗预估和基于能耗预估的迭代优化等3个模块合作完成. 其中, 模糊ZMP整定模块针对两足机器人步行过程中腿部轨迹发生变化的情况, 提出基于ZMP稳定性判据的模糊策略以调整上体轨迹, 使机器人保持稳定步行. 上体能耗预估模块基于两足机器人运动的重要能耗指标(平均功率、平均功率偏差、平均力矩损耗), 提出了机器人步行过程中能量消耗的预估策略. 基于能耗预估的迭代优化模块为在ZMP稳定区域内找到机器人的能耗极小点, 提出了稳定约束条件下以能耗最小为优化目标的迭代优化算法.

本文的主要贡献在于: 1) 提出了能效优化的控

制方法,为解决两足机器人的高能耗问题提供了新思路;2)提出了能耗预估策略,为步行两足机器人的关节能耗预估提供了有效途径;3)提出了基于能耗预估的能效优化算法,实现了机器人步态稳定与低能耗之间的最优平衡。

## 2 两足机器人模型(Model of biped robots)

### 2.1 两足机器人动力学模型 (The dynamic of biped robots)

对于连杆的开链机器人,其单腿支撑期的拉格朗日动力学方程如下:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau, \quad (1)$$

其中:  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) \in \mathbb{R}^n$  为各关节角,  $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为惯性矩阵,  $C(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^n$  为哥氏力/离心力,  $G(\theta)$  为重力项,  $\tau$  是逆动力学控制器。基于上述动力学方程,近年来许多学者利用计算力矩法<sup>[10]</sup>、变结构控制<sup>[11]</sup>、模糊系统<sup>[12~15]</sup>、神经网络<sup>[16~18]</sup>等方法设计两足机器人的控制器。其中,计算机力矩法用一个非线性补偿使机器人这个复杂的非线性、强耦合的系统实现了全局线性化且解耦,关节力矩由计算机力矩法得出:

$$\tau = \hat{M}(\theta)(\ddot{\theta}_d + K_v \dot{e} + K_p e) + \hat{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \hat{G}(\theta), \quad (2)$$

其中: “ $\wedge$ ”表示估计参数,  $e = \theta_d - \theta$ ,  $\dot{e} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$ ,  $\theta_d$ ,  $\dot{\theta}_d$ ,  $\ddot{\theta}_d$  是机器人的期望轨迹,  $K_p$  和  $K_v$  分别是比例和微分增益矩阵。机器人系统的坐标原点为支撑脚踝关节在地面的投影;  $y$  轴正向为机器人步行的前进方向;  $z$  轴与地面垂直且其正向指向上方;  $x$  轴由右手定则得出。

### 2.2 两足步行系统 ZMP 描述 (ZMP of biped robots)

ZMP理论是由南斯拉夫学者Vukobratovic和Juricic在对两足步行机构的受力和动态步行深入研究的基础上提出的。ZMP理论一直被后来的研究所引用,现已成为两足步行建模的依据和稳定步行的判据。其基本内容是:机器人所受重力与运动中的惯性力合力的延长线与地面的交点称作ZMP,整个系统平衡的必要条件是ZMP落在支撑凸多边形内部<sup>[19]</sup>。

忽略连杆转动对ZMP的影响,机器人ZMP方程可表示如下:

$$x_{zmp} = \frac{\sum m_i [(\ddot{z}_i + g)x_i - \ddot{x}_i z_i]}{\sum m_i (\ddot{z}_i + g)}, \quad (3)$$

$$y_{zmp} = \frac{\sum m_i [(\ddot{z}_i + g)y_i - \ddot{y}_i z_i]}{\sum m_i (\ddot{z}_i + g)}. \quad (4)$$

式中:  $m_i$  为各连杆的质量,  $\ddot{x}_i$ ,  $\ddot{y}_i$ ,  $\ddot{z}_i$  分别为各连杆质心在  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向上的加速度,  $g$  为重力加速度,通常取作  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。考虑到两足机器人单腿支撑期

的能耗较大且更易失稳,本文主要讨论单腿支撑期的ZMP稳定性及其能效优化。

## 3 基于能效优化的步态控制方法(Gait control based on energy-efficiency optimization)

为了实现两足机器人的低能耗稳态步行,本文提出了一种基于模糊逻辑反馈控制的能效优化方法。该方法能够在稳定性与能量消耗之间找到一个基于能效优化的平衡点,使得机器人能够实现稳定条件下最小能耗的步行运动。整个控制系统由步态规划、内环的关节控制、外环的能效优化等3个部分构成。

其中,步态规划部分根据既定的运动任务生成各关节的轨迹,关节控制部分实施控制策略以跟踪离线规划的步行参考轨迹,这两部分目前都有比较成熟的实现方法<sup>[20]</sup>。基于ZMP的两足机器人稳定性控制理论目前已较完善,然而传统的ZMP控制方法在高稳定性和低能耗之间难以获得最佳平衡。本文所提控制系统的能效优化部分针对这一难题,提出了一种全新的、系统化的基于能效优化的步态控制方法。基于两足机器人运动的重要能耗指标(平均功率、平均功率偏差、平均力矩损耗),提出了能耗预估策略和能效优化算法,以获取ZMP稳定区域内的能耗极小值,并通过此极小值所对应的上体轨迹对机器人步态实施能效优化控制,最终获得满足ZMP稳定判据的低能耗步态。

### 3.1 模糊ZMP整定(Fuzzy ZMP tuning)

本模块针对两足机器人步行过程中腿部轨迹发生变化的情况,提出基于ZMP稳定性判据的模糊策略以调整上体轨迹,使机器人保持稳定步行。我们将首先根据模糊逻辑策略获得ZMP轨迹,然后由ZMP动态得到相应的机器人上体轨迹。

对两足机器人的ZMP进行定性分析得到下列事实:摆动腿踝关节和支撑腿髌关节的位置对于ZMP的影响最大。基于上述事实采用模糊ZMP轨迹整定方法,模糊规则的选取遵循以下条件:摆动腿踝关节的轨迹  $y_{\text{ankle}}$  与规划值  $y'_{\text{ankle}}$  偏离越多,ZMP往对应方向的调整量越大;支撑腿髌关节的轨迹  $y_{\text{hip}}$  与规划值  $y'_{\text{hip}}$  偏离越多,ZMP往对应方向的调整量越大。

这里主要讨论机器人径向平面的稳定性问题,模糊系统的输入为机器人前进方向摆动腿踝关节偏移量  $e_{\text{ankle}}$  和支撑腿髌关节偏移量  $e_{\text{hip}}$ ,表示为

$$e_{\text{ankle}} = y'_{\text{ankle}} - y_{\text{ankle}}, \quad (5)$$

$$e_{\text{hip}} = y'_{\text{hip}} - y_{\text{hip}}, \quad (6)$$

系统的输出为模糊整定的机器人ZMP轨迹  $\hat{y}_{zmp}$ 。系统的输入输出都采用三角隶属函数模糊化。

模糊系统的第  $i$  条规则表述如下:

$$\text{Rule } i: \text{ If } e_{\text{ankle}} \text{ is } A_{1,i} \text{ and } e_{\text{hip}} \text{ is } A_{2,i}$$

Then  $\hat{y}_{zmp}$  is  $B_i$ . (7)

其中:  $e_{\text{ankle}}$  和  $e_{\text{hip}}$  分别是机器人前进方向摆动腿踝关节和支撑腿髌关节的偏移量,  $\hat{y}_{zmp}$  为模糊整定的ZMP轨迹.

模糊推理环节采用乘积推理机

$$\mu_{A_i}(e) = \mu_{A_{1,i}}(e_{\text{ankle}}) + \mu_{A_{2,i}}(e_{\text{hip}}), \quad (8)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(e, \hat{y}_{zmp}) = \mu_A(e) \mu_B(\hat{y}_{zmp}), \quad (9)$$

$$\mu_{B'}(\hat{y}_{zmp}) = \max_{i=1}^I [\sup_{e \in U} (\mu_{A'}(e) \prod_{j=1}^{\bar{J}} \mu_{A_{j,i}}(e) \mu_B(\hat{y}_{zmp}))]. \quad (10)$$

其中: “+”表示 $s$ -范数算子, 这里 $s$ -范数算子选用最大算子.  $A \rightarrow B$ 表示If-Then规则If  $\langle A \rangle$  Then  $\langle B \rangle$ ,  $\mu(\cdot)$ 表示隶属度.  $A_{j,i}(j=1, \dots, \bar{J})$ 和 $B_i(i=1, \dots, I)$ 分别对应模糊集的前件和后件,  $\bar{J}$ 是输入变量的数量,  $I$ 是模糊规则的数量.  $U$ 表示偏移量 $e$ 所在的论域,  $A', B'$ 分别表示输入和输出的模糊集合.

通过重心模糊解器得到模糊系统的精确输出为机器人ZMP轨迹 $\hat{y}_{zmp}$ .

将ZMP轨迹代入式(4)得:

$$\begin{aligned} m_{\text{trunk}} \ddot{\hat{y}}_{\text{trunk}} \hat{z}_{\text{trunk}} - m_{\text{trunk}} g \hat{y}_{\text{trunk}} = \\ \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + g) y_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{y}_i z_i + \\ \hat{y}_{zmp} \left\{ -m_{\text{trunk}} g - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + g) \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

其中:  $\hat{y}_{zmp}$ 为ZMP点在 $y$ 轴方向的位置.  $m_{\text{trunk}}$ 为上体质量,  $\hat{y}_{\text{trunk}}$ 和 $\hat{z}_{\text{trunk}}$ 分别表示上体在 $y$ 轴方向和 $z$ 轴方向的位置,  $\ddot{\hat{y}}_{\text{trunk}}$ 为上体在 $y$ 轴方向的加速度,  $m_i, y_i, \ddot{y}_i (i=1, \dots, n)$ 分别表示机器人其它 $n$ 个杆件的质量、位置和加速度, 取重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ . 假设无外力作用, 且上体的高度不变, 也即 $\ddot{z}_{\text{trunk}} = \dot{z}_{\text{trunk}} = 0$ , 把机器人的每一个连杆看作一个质点, 通过Runge-Kutta方法, 由式(11)可解出上体轨迹 $\hat{y}_{\text{trunk}}$ , 此解也即为模糊ZMP整定的、令机器人系统稳定的上体轨迹.

### 3.2 上体能耗预估(ECE of the trunk)

显然, 经模糊ZMP整定导出的上体轨迹未必是能效最优的. 为使能耗可控且最优, 本模块将讨论机器人步行过程中能量消耗的预估策略, 并对机器人上体能耗做出预估. 考虑为应对腿部轨迹偏离而造成的上体能耗, 其预估步骤为: 首先预估上体关节角速度和上体关节驱动力矩; 然后构造上体关节预估能耗的计算式, 分析上体关节角速度、上体关节驱动力矩与预估能耗之间的函数关系.

#### 1) 上体状态预估.

首先进行上体关节角速度预估. 令杆状上体质心 $m_{\text{trunk}}$ 在径向平面的坐标位置为 $(y_{\text{trunk}}, z_{\text{trunk}})$ ,

上体质心与上体关节的距离为 $r_{\text{trunk}}$ , 考虑质心 $m_{\text{trunk}}$ 当前位置 $y_{\text{trunk}}$ 与预估位置 $\hat{y}_{\text{trunk}}$ 的时间间隔为 $T$ , 可得机器人前进方向的上体关节角速度预估值为

$$\hat{\theta}_{\text{trunk}} = \frac{\hat{y}_{\text{trunk}} - y_{\text{trunk}}}{r_{\text{trunk}} T}. \quad (12)$$

其次是上体关节驱动力矩预估. 由模糊ZMP整定模块输出的预估位置 $\hat{y}_{\text{trunk}}$ , 通过逆运动学求解和计算力矩两个步骤得上体关节驱动力矩 $\hat{\tau}_{\text{trunk}}$ . 逆运动学解决已知上体位置, 求上体关节角的问题: 用D-H方法建立机器人杆件的坐标系, 由D-H参数确定坐标系间的齐次变换矩阵 ${}^0A_n(\hat{y}_{\text{trunk}})$ , 机器人的运动学方程为

$${}^0A_1(\theta_1) {}^1A_2(\theta_2) \cdots {}^{n-1}A_n(\theta_n) = {}^0A_n. \quad (13)$$

由式(13)即可解出 $\theta_i (i=1, \dots, n)$ . 这里 $\Theta = [\theta_1 \cdots \theta_{\text{trunk}} \cdots \theta_n]^T$ 表示各关节角. 计算力矩法解决已知关节角, 求关节驱动力矩的问题:

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_{\text{trunk}}(\hat{y}_{\text{trunk}}) = \\ \hat{M}(\theta_{\text{trunk}})(\ddot{\theta}_{\text{trunk}}^d + K_v \dot{e}_{\text{trunk}} + K_p e_{\text{trunk}}) + \\ \hat{C}(\theta_{\text{trunk}}, \dot{\theta}_{\text{trunk}}) \cdot \dot{\theta}_{\text{trunk}} + \hat{G}(\theta_{\text{trunk}}), \quad (14) \end{aligned}$$

其中: “ $\sim$ ”表示估计参数.  $e_{\text{trunk}} = \theta_{\text{trunk}}^d - \theta_{\text{trunk}}$ ,  $\dot{e}_{\text{trunk}} = \dot{\theta}_{\text{trunk}}^d - \dot{\theta}_{\text{trunk}}$ ,  $\theta_{\text{trunk}}^d, \dot{\theta}_{\text{trunk}}^d, \ddot{\theta}_{\text{trunk}}^d$ 是机器人上体的期望轨迹,  $K_p$ 和 $K_v$ 分别是比例和微分增益矩阵.

#### 2) 上体能耗预估.

考虑到两足机器人系统能效评价的综合性和复杂性, 构造的上体关节能耗总预估函数中同时考虑了平均功率 $P_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t)$ 、平均功率偏差 $D_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t)$ 和平均力矩损耗 $L_e^{\text{trunk}}(t)$ 等3项指标<sup>[21]</sup>. 其中, 平均功率偏差指标是为了准确预估机器人关节瞬时功率在平均绝对功率周围分布的标准偏差的估计值, 从而避免平均功率较小而瞬时功率极大的不理想状况. 假设驱动力矩不做负功, 对所有时刻的功率取绝对值, 对于两足机器人的腿 $i$ 、关节 $j$ , 衡量关节能量消耗的指标具体如下:

平均功率:

$$P_{\text{av}}(t) = \frac{1}{T} \sum_{i,j} \int_0^T |\tau_{ij}(t) \dot{\theta}_{ij}(t)| dt; \quad (15)$$

平均功率偏差:

$$D_{\text{av}}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (P_i - P_{\text{av}})^2 dt}; \quad (16)$$

平均力矩损耗:

$$L_e(t) = \frac{1}{T} \int_0^T [\tau(t)]^2 dt. \quad (17)$$

其中:  $\tau_{ij}(t)$ 为关节驱动力矩,  $\dot{\theta}_{ij}(t)$ 为关节角速度, 瞬时功率

$$P_i(t) = \sum_{i,j} \tau_{ij}(t) \dot{\theta}_{ij}(t). \quad (18)$$

综合考虑以上3项指标, 构造的预估上体关节能耗总预估函数

$$\hat{E}_{\text{trunk}} = P_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t) + D_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t) + L_e^{\text{trunk}}(t). \quad (19)$$

其中:  $P_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t)$ ,  $D_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t)$ ,  $L_e^{\text{trunk}}(t)$  分别表示两足机器人上体关节驱动器的平均功率、平均功率偏差和平均力矩损耗. 将式(15)~(18)代入式(19)得预估上体关节能耗总预估函数:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\text{trunk}} = & P_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t) + D_{\text{av}}^{\text{trunk}}(t) + L_e^{\text{trunk}}(t) = \\ & \frac{1}{T} \int_0^T |\hat{\tau}_{\text{trunk}}(t) \hat{\theta}_{\text{trunk}}| dt + \\ & \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [Q - \frac{1}{T} \int_0^T |Q| dt]^2 dt} + \frac{1}{T} \int_0^T [\hat{\tau}_{\text{trunk}}(t)]^2 dt. \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $Q = \hat{\tau}_{\text{trunk}}(t) \hat{\theta}_{\text{trunk}}(t)$ , 而预估的关节速度  $\hat{\theta}_{\text{trunk}}(t)$  由当前上体位置  $y_{\text{trunk}}$  与模糊预估的上体位置  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  取  $T$  时间内的平均速度得到, 预估的关节驱动力矩  $\hat{\tau}_{\text{trunk}}(t)$  由预估位置  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  通过经典的逆动力学及计算力矩方法得到.

为使预估能耗  $\hat{E}_{\text{trunk}}$  与相关变量的关系更加明确, 以便获得能耗最小的上体轨迹, 将能耗预估模块各变量之间的关系直观地表示为:

$$\hat{E}_{\text{trunk}} = f(\hat{\theta}_{\text{trunk}}, \hat{\tau}_{\text{trunk}}) = g(\hat{y}_{\text{trunk}}, y_{\text{trunk}}), \quad (21)$$

其中  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  分别表示与相应变量之间的函数关系. 将式(12)~(14)(20)代入式(21)可以得到  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  的具体表达式. 预估能耗  $\hat{E}_{\text{trunk}}$  的取值与上体预估位置  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  和当前位置  $y_{\text{trunk}}$  有关. 记  $y_{\text{trunk}}^{\min} = \text{argmin}\{\hat{E}_{\text{trunk}}(\hat{y}_{\text{trunk}}, y_{\text{trunk}})\}$ , 其中  $y_{\text{trunk}}^{\min}$  表示不带约束条件的、令能耗  $\hat{E}_{\text{trunk}}$  最小的上体轨迹. 显然,  $y_{\text{trunk}}^{\min}$  不一定满足 ZMP 稳定性判据. 因此, 如何得到既满足稳定性判据又满足能耗最小的步态, 成为下一步要解决的问题.

### 3.3 基于能耗预估的迭代优化(Iterative optimization based on ECE)

为在 ZMP 稳定区域内找到机器人的能耗极小点, 本模块提出了稳定约束条件下以能耗最小为优化目标的迭代优化算法.

#### 1) 迭代优化性能指标的定义.

优化算法以能效最优为目标推导理想的低能耗稳态上体轨迹. 结合式(21), 将此目标描述为一个单变量约束的优化问题:

$$\begin{cases} \min \hat{E}_{\text{trunk}} = f(\hat{\theta}_{\text{trunk}}, \hat{\tau}_{\text{trunk}}) = g(\hat{y}_{\text{trunk}}, y_{\text{trunk}}), \\ \text{s.t. } \hat{y}_{\text{trunk}} \in (\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}}). \end{cases} \quad (22)$$

其中:  $\min \hat{E}_{\text{trunk}} = f(\hat{\theta}_{\text{trunk}}, \hat{\tau}_{\text{trunk}}) = g(\hat{y}_{\text{trunk}}, y_{\text{trunk}})$  是能耗最小表达式,  $\hat{y}_{\text{trunk}} \in (\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}})$  是稳定性约束条件.  $\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}$  和  $\bar{\hat{y}}_{\text{trunk}}$  分别表示上体预估位置  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  的下界和上界, 两者均可依据机器人结构参数得出, 具体方法在接下来的算法设计部分详细给出. 考虑到上体的当前位置  $y_{\text{trunk}}$  为可测参数, 故问题简化为已知  $y_{\text{trunk}}$ , 应如何围绕  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  在其邻域内搜索一个最优值以使能耗  $\hat{E}_{\text{trunk}}$  最小. 于是目标函数简化为

$$\begin{cases} \min \hat{E}_{\text{trunk}} = h(\hat{y}_{\text{trunk}}), \\ \text{s.t. } \hat{y}_{\text{trunk}} \in (\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}}), \end{cases} \quad (23)$$

也即求能耗函数  $\hat{E}_{\text{trunk}} = h(\hat{y}_{\text{trunk}})$  在机器人上体轨迹区间  $(\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}})$  上的极小点, 此极小点所对应的  $y_{\text{trunk}}^d$  即为稳定条件下最小能耗的上体位置.

#### 2) 迭代优化算法设计.

针对以上单变量约束优化问题提出了一种基于能耗预估的迭代优化算法, 其总体思路是: 围绕模糊稳定性的上体预估位置, 在其邻域内搜索一个最优值以使能耗最小. 具体分两步完成: 首先考虑稳定性约束条件. 依据机器人脚掌的几何尺寸, 给出符合稳定性判据的 ZMP 轨迹范围, 并通过 ZMP 方程求出相应的上体位置范围. 然后在稳定性约束条件下搜索令能耗最小的上体轨迹. 将上体轨迹离散化, 比较相邻采样点的能耗值, 以能耗最小为优化目标, 采用梯度下降算法使相应的上体轨迹收敛到理想值附近.

令机器人支撑脚踝关节在地面的投影为坐标原点, 并且机器人脚跟至坐标原点的径向距离为  $d_{\text{ankle-heel}}$ , 而机器人脚尖至坐标原点的径向距离为  $d_{\text{ankle-toe}}$ , 依照人类前脚掌长度大于后脚掌长度的事实, 取  $d_{\text{ankle-toe}} > d_{\text{ankle-heel}}$ . 由 ZMP 稳定性判据, 单腿支撑期的稳定条件是

$$\hat{y}_{\text{zmp}} \in (\underline{\hat{y}}_{\text{zmp}}, \bar{\hat{y}}_{\text{zmp}}) = (-d_{\text{ankle-heel}}, d_{\text{ankle-toe}}), \quad (24)$$

其中:  $\underline{\hat{y}}_{\text{zmp}}$  和  $\bar{\hat{y}}_{\text{zmp}}$  分别表示稳定条件下 ZMP 点在  $y$  轴方向的坐标下界和上界.  $\underline{\hat{y}}_{\text{zmp}} = -d_{\text{ankle-heel}}$ ,  $\bar{\hat{y}}_{\text{zmp}} = d_{\text{ankle-toe}}$ , 也即单腿支撑期的 ZMP 点始终落在支撑脚构成的支撑多边形内. 由式(24)得出的取值区间及式(4)所示的 ZMP 方程, 可得上体预估位置  $\hat{y}_{\text{trunk}}$  的下界  $\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}$  和上界  $\bar{\hat{y}}_{\text{trunk}}$ , 也即得到了优化问题的稳定性约束条件

$$\hat{y}_{\text{trunk}} \in (\underline{\hat{y}}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}}). \quad (25)$$

迭代优化算法的具体步骤如下:

**步骤 1** 上体位置初始化. 取模糊整定模块定性导出的上体轨迹为迭代初值, 也即

$$\hat{y}_{\text{trunk}}(0) = \hat{y}_{\text{trunk}}. \quad (26)$$

**步骤2** 设计步长参数 $a(n)$ . 对上体轨迹按 $a(n)$ 步长间隔采样, 在 $(\hat{y}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}})$ 区间内得到 $M+1$ 个离散值 $\hat{y}_{\text{trunk}}(n), n=0, \dots, k, \dots, M$ .  $M$ 是迭代次数的最大值. 显然 $M$ 越大, 控制精度越高, 但同时计算量也增大, 实时性减弱. 实际应用时可结合实验数据, 折中权衡控制精度和实时性两方面的要求来确定 $M$ 的取值;

$$\begin{cases} \hat{y}_{\text{trunk}}(n+1) = \hat{y}_{\text{trunk}}(n) + a(n), \\ a(n) = n \frac{\bar{\hat{y}}_{\text{trunk}} - \hat{y}_{\text{trunk}}}{M}, n=0, \dots, k, \dots, M. \end{cases} \quad (27)$$

**步骤3** 能量差分运算. 由式(20)计算能量函数的变化量 $\Delta E = \hat{E}_{\text{trunk}}(n+1) - \hat{E}_{\text{trunk}}(n)$ .

**步骤4** 利用能量函数的变化量确定迭代搜索的梯度方向:

$$\begin{cases} \hat{y}_{\text{trunk}}(n+1) = \hat{y}_{\text{trunk}}(n) - \text{sgn}(\Delta E)a(n), \\ a(n) = n \frac{\bar{\hat{y}}_{\text{trunk}} - \hat{y}_{\text{trunk}}}{M}, n=0, \dots, k, \dots, M. \end{cases} \quad (28)$$

**步骤5** 稳定性判断. 检测是否满足 $\hat{y}_{\text{trunk}}(n) \in (\hat{y}_{\text{trunk}}, \bar{\hat{y}}_{\text{trunk}})$ . 若满足, 回到步骤4; 不满足, 执行下一步.

**步骤6** 输出稳定条件下能耗最小的上体轨迹. 返回 $n=k-1$ 状态, 输出其 $\hat{y}_{\text{trunk}}$ 值作为理想的上体轨迹 $y_{\text{trunk}}^d$ , 也即

$$y_{\text{trunk}}^d = \arg \min \{ \hat{E}_{\text{trunk}}(\hat{y}_{\text{trunk}}(n)) \}. \quad (29)$$

综上, 算法从模糊ZMP整定的上体位置出发, 通过迭代优化搜索到稳定区域内的能耗极小点, 并通过此极小点所对应的上体位置对机器人步态实施上体关节控制, 最终获得满足ZMP稳定判据的低能耗步态.

## 4 仿真(Simulation)

### 4.1 步态规划(Gait planning)

本文提出的控制方法应用于一个七自由度机器人. 假设一个完整的步行周期由单脚支撑期和双脚支撑期构成. 单脚支撑期中, 支撑脚和地面完全接触; 双脚支撑期中, 双脚绕其与地面的接触点转动. 令机器人的步行周期为 $T_c$ , 取 $T_c = 1$  s. 依据人类的步行模式规划了两种步态.

#### 1) 步态1(单脚支撑)步态规划.

步态1的单脚支撑期占整个步行周期的100%, 机器人髋关节和踝关节的轨迹规划如下:

$$\begin{cases} y_a(k) = \frac{a}{\pi} \left\{ \frac{2\pi}{N+1}k - \sin\left(\frac{2\pi}{N+1}k\right) \right\}, \\ z_a(k) = \frac{d}{\pi} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{N+1}k\right) \right\}, \\ y_h(k) = \frac{1}{2}y_a(k) + \frac{a}{2}, \\ z_h(k) = \frac{1}{2}z_a(k) + r_1 + r_2 - \frac{d}{2}. \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $y_h, z_h$ 表示髋关节的位置,  $y_a, z_a$ 表示摆动脚踝关节的位置,  $a$ 是步长,  $d$ 是摆动脚踝关节的高度. 一个步行周期内的采样点数为 $N+1$ ,  $k$ 是采样序号. 小腿和大腿的长度分别是 $r_1$ 和 $r_2$ .

#### 2) 步态2(单双脚支撑)步态规划.

步态2的单脚支撑期占整个步行周期的80%, 机器人髋关节和踝关节的轨迹规划与步态1相同. 在双脚支撑期, 脚掌绕其与地面的接触点转动, 左右脚的转动方式分别是:

$$q_{\text{left}} = \begin{cases} \frac{q(t_B - t)^6}{t_B^6}, t \in (0, t_A], \\ \frac{q(t_B - t)^6}{t_B^6}, t \in (t_A, t_B], \\ 0, t \in (t_B, t_C], \\ 0, t \in (t_C, t_D]. \end{cases} \quad (31)$$

$$q_{\text{right}} = \begin{cases} 0, t \in (0, t_A], \\ -\frac{q_{\text{toe}}(t - t_A)^6}{(t_C - t_A)^6}, t \in (t_A, t_B], \\ -\frac{q_{\text{toe}}(t - t_A)^6}{(t_C - t_A)^6}, t \in (t_B, t_C], \\ a_{0qR} + a_{1qR}t + a_{2qR}t^2 + a_{3qR}t^3 + a_{4qR}t^4 + a_{5qR}t^5, t \in (t_C, t_D]. \end{cases} \quad (32)$$

其中:  $q_{\text{left}}, q_{\text{right}}$ 分别是机器人左右脚与地面的夹角,  $q_{\text{heel}}, q_{\text{toe}}$ 分别是左脚绕其脚跟、右脚绕其脚尖转动的角度. 对左脚, 0时刻开始绕脚跟转动,  $t_A$ 时刻继续转动,  $t_B$ 至 $t_D$ 时刻脚掌与地面完全接触; 对右脚, 0时刻脚掌与地面完全接触,  $t_A$ 时刻开始绕脚尖转动,  $t_B$ 时刻继续转动,  $t_C$ 时刻离开地面,  $t_D$ 时刻脚跟着地.

对以上2种步态分别应用3组不同的步态参数. 其中, 第1组参数为步长0.5 m, 步高0.1 m; 第2组参数为步长0.6 m, 步高0.1 m; 第3组参数为步长0.7 m, 步高0.1 m.

### 4.2 性能比较与分析(Analysis and comparison of the performance)

仿真研究将传统的内环PID控制、内环PID+外环模糊控制以及能效优化控制方法相比较. 为便

于阐述,下文分别将这3种方法简称为方法1、方法2和方法3.按照式(30)(31)和式(32)规划的2种步态,对3种控制方法产生的机器人步态和能耗进行比较分析.在3组不同的步态参数(步长0.5 m,步高0.1 m;步长0.6 m,步高0.1 m;步长0.7 m,步高0.1 m)下,对规划步态1(单脚支撑)和步态2(单双脚支撑)分别实施3种控制方法.图1和图2所示的步态图为步长0.5 m,步

高0.1 m时的情况.可以看出,方法1使得机器人上体发生明显的前后摆动,而方法2与方法3使机器人上体的摆幅明显减小,这符合ZMP模糊整定的预期.不同步态参数条件下的仿真图形相似,限于篇幅未一一列出.

采用步长0.5 m,步高0.1 m的步态参数,相应的能耗曲线见图3和图4.

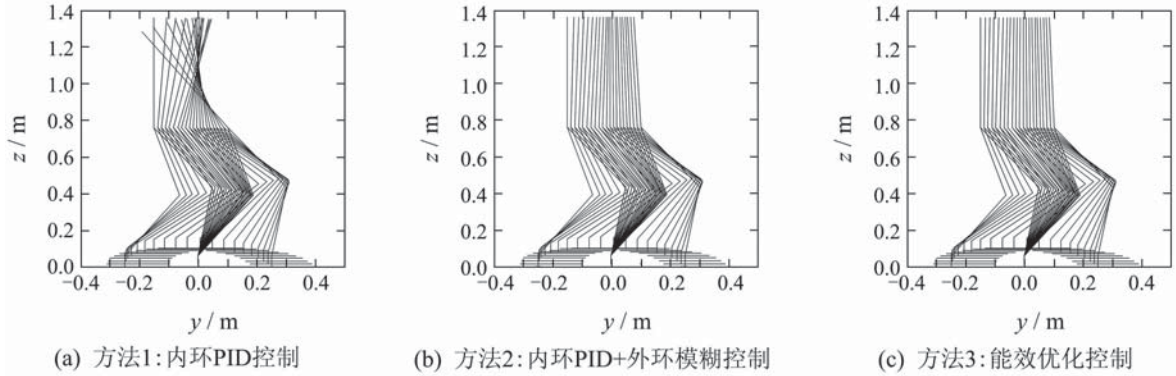


图1 对规划步态1分别实施3种控制方法所得步态图

Fig. 1 Walking simulation based on the planned gait 1 with three control methods respectively

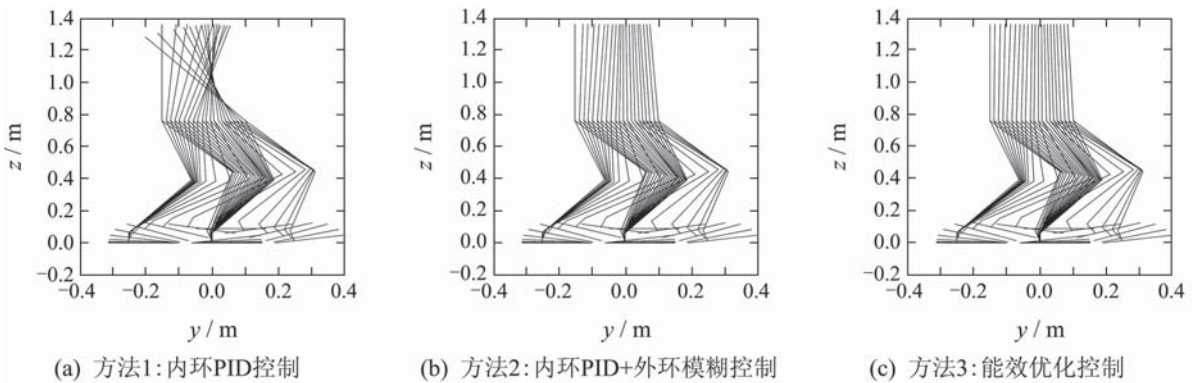


图2 对规划步态2分别实施3种控制方法所得步态图

Fig. 2 Walking simulation based on the planned gait 2 with three control methods respectively

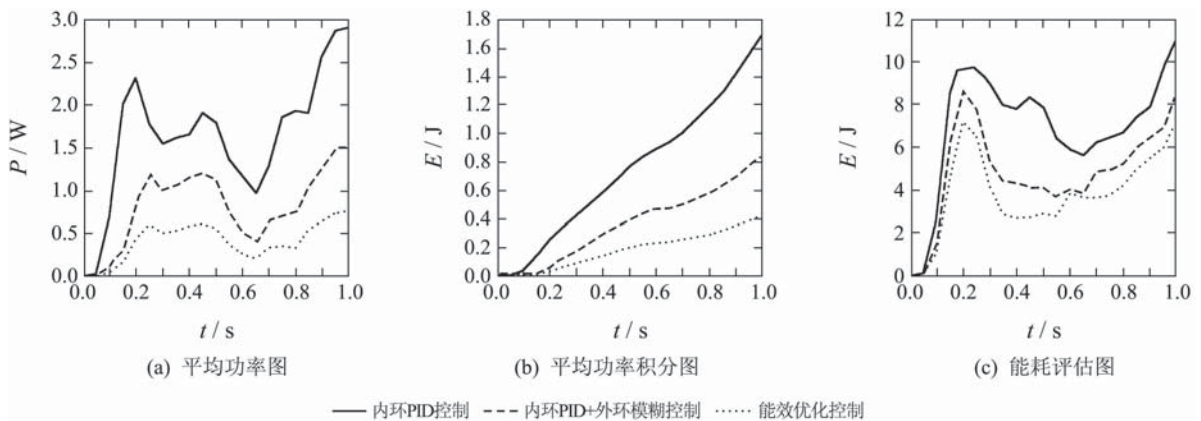


图3 对规划步态1分别实施3种控制方法所得能量图

Fig. 3 Energy consumption simulation based on the planned gait 1 with three control methods respectively

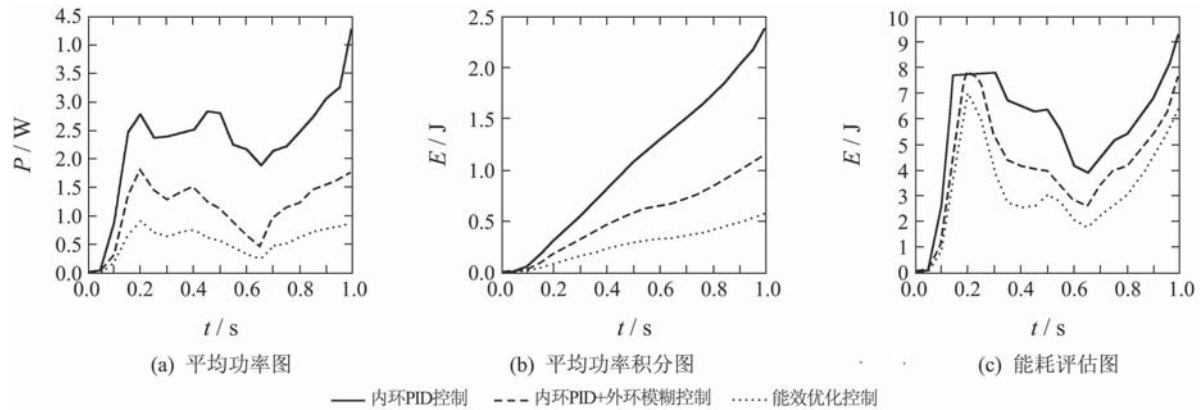


图 4 对规划步态2分别实施3种控制方法所得能量图

Fig. 4 Energy consumption simulation based on the planned gait 2 with three control methods respectively

依据式(15)得出的平均功率曲线如图3和图4中的(a)图所示, 依据式(20)得出的能耗评估曲线如图3和图4中的(c)图所示, (b)图为平均功率在一个步长周期( $T_c = 1$  s)内的积分曲线. 仿真结果表明, 不同步态规划和步态参数条件下仿真能耗的变化趋势基本一致. 相对方法1和方法2而言, 方法3使机器人上体关节的平均功率、平均功率偏差和平均力矩损耗等明显降低. 3种方法对同步态实施

控制的上体能耗数据见表1所示.

由表1可见, 方法3与方法1相比, 能耗下降率达到75%左右; 方法3与方法2相比, 能耗下降率达到50%左右, 这证明了能效优化控制方法的有效性. 由于仿真中采用的机器人模型上体质量约占机器人总质量的77%, 因此通过本文提出的上体步态优化控制方法大幅降低了机器人能耗, 也与仿真所用机器人模型的连杆质量分布特点相符.

表 1 3种方法对同步态实施控制的上体能耗数据

Table 1 Data of energy consumption simulation based on the different gait with three control methods

方法	能耗	步态1(步长×步高)/m			步态2(步长×步高)/m		
		0.5 × 0.1	0.6 × 0.1	0.7 × 0.1	0.5 × 0.1	0.6 × 0.1	0.7 × 0.1
方法1	上体能耗/J	2.400	2.640	3.137	1.706	2.071	2.561
方法2		1.151	1.256	1.589	0.850	0.967	1.283
方法3		0.574	0.628	0.796	0.423	0.481	0.656
方法3比方法1	能耗下降率/%	76.0	76.2	74.6	75.2	76.8	74.4
方法3比方法2		50.1	50.0	49.9	50.2	50.3	48.9

### 5 结论(Conclusion)

本文提出了一种全新的基于能效优化的两足机器人步态控制方法. 所提出的控制策略在保证机器人步行稳定的前提下实施能效优化控制方法, 依据腿部轨迹的变化动态调整上体步态, 从而大幅降低机器人能耗, 这对于排除两足机器人实用化进程中的高能耗障碍具有重要意义. 仿真结果表明了该方法的有效性.

### 参考文献(References):

[1] MCGEER T. Passive dynamic walking[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1990, 9(2): 62 – 82.

[2] BRAUN D J, GOLDFARB M. A control approach for actuated dynamic walking in biped robots[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25 (6): 1292 – 1303.

[3] SCHWAB A, WISSE M. Basin of attraction of the simplest walking model[C] // *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration*. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2001: 1 – 9.

[4] GOSWAMI D, VADAKKEPAT P. Planar bipedal jumping gaits with stable landing[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(5): 1030 – 1046.

[5] KIM D W, SEO S J, SILVA C W. Use of support vector regression in stable trajectory generation for walking humanoid robots[J]. *Electronics and Telecommunications Research Institute Journal*, 2009, 31(5): 565 – 575.

[6] ENDO G, MORIMOTO J, MATSUBARA T. Learning CPG-based biped locomotion with a policy gradient method: Application to a humanoid robot[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2008, 27(2): 213 – 228.

[7] ERBATUR K, KURT O. Natural ZMP trajectories for biped robot reference generation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 835 – 845.

- [8] VUNDAVILLI P R, PRATIHAR D K. Soft computing-based gait planners for a dynamically balanced biped robot negotiating sloping surfaces[J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(1): 191 – 208.
- [9] DARIUSH B, GIENGER M, ARUMBAKKAM A. Online transfer of human motion to humanoids[J]. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2009, 6(2): 265 – 289.
- [10] VANDERBORGHT B, VAN HAM R, VERRELST B. Overview of the lucy project: dynamic stabilization of a biped powered by pneumatic artificial muscles[J]. *Advanced Robotics*, 2008, 22(10): 1027 – 1051.
- [11] ZHOU Y L, XIANG L J, XU X H. Sliding-mode control of biped robot[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2003, 24(9): 892 – 895.
- [12] SHIEH M Y, CHANG K H. An optimized neuro-fuzzy controller design for bipedal locomotion[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2009, 11(3): 137 – 145.
- [13] PARK S, HAN Y, HAHN H. Fuzzy controller based biped robot balance control using 3D image[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2009, 11(3): 202 – 212.
- [14] LIU Z, LI H X. A probabilistic fuzzy logic system for modeling and control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 2005, 13(6): 848 – 859.
- [15] WONG C C, CHENG C T, HUANG K H. Fuzzy control of humanoid robot for obstacle avoidance[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2008, 10(1): 1 – 10.
- [16] FERREIRA J P, CRISOSTOMO M M, Coimbra A P, et al. SVR versus neural-fuzzy network controllers for the sagittal balance of a biped robot[J]. *IEEE Transactions on Neural Network*, 2009, 20(12): 1885 – 1897.
- [17] MANOONPONG P, WORGOTTER F. Efference copies in neural control of dynamic biped walking[J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2009, 57(11): 1140 – 1153.
- [18] WIKLENDT L, CHALUP S K, SERON M M. Simulated 3D biped walking with an evolution-strategy tuned spiking neural network[J]. *Neural Network World*, 2009, 19(2): 235 – 246.
- [19] VUKOBRATOVIC M, BOROvac B, SURLA D. *Biped Locomotion: Dynamic, Stability, Control and Application*[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1990.
- [20] 段萍, 张建畅, 丁承君, 等. 基于模糊遗传算法的移动机器人墙跟踪控制策略[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23 (3): 416 – 420. (DUAN Ping, ZHANG Jianchang, DING Chengjun, et al. The fuzzy genetic algorithm for the mobile robot's wall tracking control[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23 (3): 416 – 420.)
- [21] SILVA F M, MACHADO J A T. Energy analysis during biped walking[C] // *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. New York: IEEE, 1999: 59 – 64.

### 作者简介:

王丽杨 (1980—), 女, 讲师, 博士研究生, 从事两足机器人、智能控制等研究, E-mail: ddd0wwl@sohu.com;

刘治 (1977—), 男, 教授, 从事模糊系统、非线性控制等研究, E-mail: lz@gdut.edu.cn;

曾小杰 (1985—), 男, 硕士研究生, 研究领域为两足机器人、模糊控制, E-mail: 438021579@qq.com;

章云 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为智能控制、自动化装备, E-mail: zy@gdut.edu.cn.