文章编号: 1000−8152(2011)04−0472−07

卫星姿控系统基于模糊基函数网络与自回归模型的故障预测

张茂林[1], 宋　华[1,2], 朱新宇[3]

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 空间智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100190; 3. 中国民航飞行学院 航空工程学院, 四川 广汉 610000)

摘要: 针对卫星姿态控制系统的故障预测问题, 给出了模糊基函数网络(FBFN)与自回归模型(AR)相结合的故障预测方法, 并提出了预测置信因子的概念, 对故障预测的准确性进行评价. 首先利用卫星正常运行时的姿态数据训练FBFN, 将训练好的FBFN作为卫星姿控系统的标准输出模型; 然后把卫星实时姿态数据与FBFN输出数据之间的差值作为残差, 利用AR模型对残差序列进行建模, 进而对未来的残差进行预测; 最后依据预测残差的统计分布给出了故障发生概率, 利用故障预测置信因子来描述预测步长不同时故障预测结果的可信性.

关键词: 故障预测; 卫星姿态控制系统; 模糊基函数网络; 自回归模型; 故障发生率; 置信因子

中图分类号: V249.32　　　**文献标识码**: A

Fault prognosis in control system for satellite attitudes based on fuzzy basis function networks and autoregression model

ZHANG Mao-lin[1], SONG Hua[1,2], ZHU Xin-yu[3]

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing 100191, China;

2. National Key Laboratory of Science and Technology on Space Intelligent Control, Beijing 100190, China;

3. School of Aviation Engineering, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan Sichuan 610000, China)

Abstract: A new method based on fuzzy basis function networks(FBFN) and autoregression(AR) model is proposed for predicting faults in the control system for satellite attitudes. Firstly, normal satellite attitude data are used to train FBFN which is used as the standard model of the control system for satellite attitudes. Secondly, the real-time attitude residual errors are obtained by subtracting the FBFN output from the real-time data of satellite attitudes. Thirdly, the time series of the residual errors is used to build an AR model. Therefore, the faults in the control system for satellite attitudes are predicted by using the AR model, and the failure probability is given according to the statistical distribution of the prediction errors of the AR model. Finally, the confidence factor is determined which shows the confidence measure of the fault prognosis.

Key words: fault prognosis; satellite attitude control system; FBFN; AR model; failure probability; confidence factor

1　引言(Introduction)

卫星姿态控制系统是卫星的关键部分, 其故障可能造成灾难性的后果. 然而, 卫星姿态控制系统又是典型的闭环反馈系统, 结构复杂, 具有不确定性、非线性等特点, 很难获得精确的数学模型. 文献[1]总结了航天器故障诊断的必要性、特点和主要挑战, 指出航天器实现自主故障诊断可以大大增强航天器诊断的实时性, 如能在航天器出现故障前预测出未来故障的发生, 无疑为系统的重构争取了更多的时间, 提高了系统的可靠性. 文献[2]提出了基于自适应观测器的非线性系统故障诊断方法, 并以卫星姿控系统的执行机构故障为例, 进行了仿真验证. 但该文是基于卫星的非线性模型能够精确获得的基础上的. 研究不依赖于系统模型的基于数据驱动的故障预测方法是故障预测的一个发展方向. 近年来, 利用人工神经网络(ANN)、时间序列模型、支持向量机、灰色模型等对此类非线性系统的输出进行故障诊断与预测, 已取得了成功的经验[3,4]. 其中神经网络和时间序列模型在预测方面的应用尤为广泛. 神经网络对大量历史数据的趋势能较好地拟合与预测, 但其结果缺乏解释性, 对预测误差无法进行理论分析[5]. 而模糊逻辑提供了表达和处理模糊概念的机制, 具有处理不确定性信息的能力. 文献[6]将模糊逻辑引入到符号有向图(SDG)模型中, 增加了模型的包含的信息量, 提高了诊断的分辨率. 将模糊逻辑与神经网络相结合, 可提高神经网络的

收稿日期: 2010−05−16; 收修改稿日期: 2010−07−19.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074082); 空间智能控制技术国防科技重点实验室基金资助项目(SIC07030101); 民航科研基金资助项目(MHRD07Z16).

解释性. 文献[7]利用模糊基函数网络(FBFN)对飞机微波着陆系统进行故障诊断. 这些方法集合了模糊逻辑与神经网络各自的优点, 有较高的应用价值. 时间序列方法首先由Box和Jenkens在1970年系统提出, 发展到现在已较为成熟, 从理论上给出预测的最小预报误差[8]. 文献[9]利用时间序列方法对故障发生时间建立了ARIMA模型, 并对下次故障时间进行了预报. 但时间序列方法从本质上是线性模型, 不适合预报非线性系统[5].

本文综合了神经网络强大的非线性拟合能力、模糊逻辑很好的解释性与时间序列模型良好的预报性能, 以卫星俯仰通道为研究对象, 提出了模糊基函数网络–时间序列(FBFN–AR)模型的故障预测方法.与很多文献以预测值的形式给出预测结果不同, 本文考虑了预测结果的不确定性, 以概率的形式给出故障预测结果, 并提出了故障预测置信因子的概念来评价故障预测结果的准确程度.

2　卫星姿态数据的生成(Satellite attitude data generation)

2.1　卫星姿控系统的数据生成模型(Satellite attitude control system of data generation model)

以零动量三轴稳定卫星为例建立卫星姿控系统的数学模型, 控制方式为反作用轮动量控制. 由文献[10]可知, 零动量三轴稳定卫星姿态控制系统的微分方程可表示为:

$$\begin{cases} I_{\mathrm{x}}\dot{\omega}_{\mathrm{x}}+(I_{\mathrm{z}}-I_{\mathrm{y}})\omega_{\mathrm{y}}\omega_{\mathrm{z}}=-\dot{h}_{\mathrm{x}}+h_{\mathrm{y}}\omega_{\mathrm{z}}-h_{\mathrm{z}}\omega_{\mathrm{y}}+T_{\mathrm{x}}, \\ I_{\mathrm{y}}\dot{\omega}_{\mathrm{y}}+(I_{\mathrm{x}}-I_{\mathrm{z}})\omega_{\mathrm{z}}\omega_{\mathrm{x}}=-\dot{h}_{\mathrm{y}}+h_{\mathrm{z}}\omega_{\mathrm{x}}-h_{\mathrm{x}}\omega_{\mathrm{z}}+T_{\mathrm{y}}, \\ I_{\mathrm{z}}\dot{\omega}_{\mathrm{z}}+(I_{\mathrm{y}}-I_{\mathrm{x}})\omega_{\mathrm{x}}\omega_{\mathrm{y}}=-\dot{h}_{\mathrm{z}}+h_{\mathrm{x}}\omega_{\mathrm{y}}-h_{\mathrm{y}}\omega_{\mathrm{x}}+T_{\mathrm{z}}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{x}}\\ \omega_{\mathrm{y}}\\ \omega_{\mathrm{z}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{\varPhi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & \psi & -\theta\\ \psi & 1 & \varphi\\ \theta & \psi & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ -\omega_0\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{\varphi}-\omega_0\psi\\ \dot{\theta}-\omega_0\\ \dot{\psi}+\omega_0\varphi\end{bmatrix}. \tag{2}$$

式中: φ, θ, ψ为卫星相对于轨道坐标的姿态, 分别为滚动角、俯仰角和偏航角; 轨道坐标系在空间中的转速为$(0, -\omega_0, 0)$, $I_{\mathrm{x}}, I_{\mathrm{y}}, I_{\mathrm{z}}$为卫星三轴转动惯量, $\dot{h}_{\mathrm{x}}, \dot{h}_{\mathrm{y}}, \dot{h}_{\mathrm{z}}$为控制力矩, $\omega_{\mathrm{x}}, \omega_{\mathrm{y}}, \omega_{\mathrm{z}}$为卫星三轴角速度, $T_{\mathrm{x}}, T_{\mathrm{y}}, T_{\mathrm{z}}$为环境扰动力矩, 可按下式变化[10]:

$$\begin{cases} T_{\mathrm{x}}=a_{\mathrm{x0}}+a_{\mathrm{x1}}\cos\omega_0 t+b_{\mathrm{x1}}\sin\omega_0 t, \\ T_{\mathrm{y}}=a_{\mathrm{y0}}+a_{\mathrm{y1}}\cos\omega_0 t+b_{\mathrm{y1}}\sin\omega_0 t, \\ T_{\mathrm{z}}=a_{\mathrm{z0}}+a_{z1}\cos\omega_0 t+b_{z1}\sin\omega_0 t. \end{cases} \tag{3}$$

卫星姿态控制可采用PID方法. 以俯仰通道为例, 令控制动量(驱动反作用飞轮的输入)

$$\dot{h}_{\mathrm{ey}}=-K_{\mathrm{p}}[\tau_{\mathrm{p}}(\omega_{\mathrm{y}}+\omega_0)+\theta_{\mathrm{s}}], \tag{4}$$

θ_{s}为星敏感器输出, ω_{y}为陀螺输出. 飞轮输出

$$\dot{h}_{\mathrm{y}}=\dot{h}_{\mathrm{ey}}-M_{\mathrm{f}}. \tag{5}$$

M_{f}为飞轮的摩擦力矩.

式(1)～式(5)组成零动量卫星姿态控制系统俯仰通道的数学模型, 其参数可设置[10]如下:

$$I_{\mathrm{y}}=20.533\,\mathrm{kg{\cdot}m^2},\ M_{\mathrm{f}}=1\times10^{-3}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2},$$
$$K_{\mathrm{p}}=0.5,\ \tau_{\mathrm{p}}=0.5,\ \omega_0=10^{-3}\,\mathrm{rad/s},\ b_{\mathrm{y1}}=0\,\mathrm{N\cdot m}$$
$$a_{\mathrm{y0}}=3\times10^{-4}\,\mathrm{N\cdot m},\ a_{\mathrm{y1}}=5\times10^{-4}\,\mathrm{N\cdot m}.$$

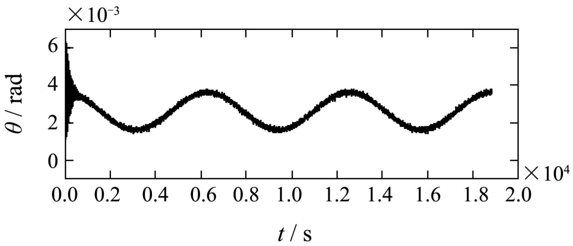
设星敏感器噪声标准差$\sigma_{\mathrm{s}}=12''$, 陀螺噪声标准差$\sigma_g=0.005\,(^{\mathrm{o}})/\mathrm{h}$, 系统采样时间$t_{\mathrm{s}}=0.1\,\mathrm{s}$, 可得卫星$\theta$数据如图1(a)所示. 图1横轴表示仿真时间, 共仿真18846 s(3个轨道周期); 纵轴表示卫星θ的变化情况. 可以看出, 卫星稳态运行时θ在4×10^{-3} rad以内, 达到了零动量三轴稳态卫星的控制要求.

2.2　有微小故障的卫星姿态数据的生成(Satellite with slight fault attitude data generation)

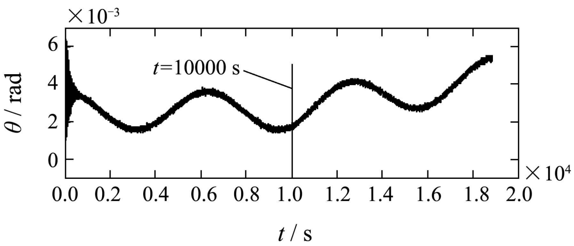
在$t=10000$ s时, 向动量轮注入M_{f}增大的微小故障: $M_{\mathrm{f}}=M_{\mathrm{f0}}+\Delta M_{\mathrm{f}}$, 式中$M_{\mathrm{f0}}=1\times10^{-3}$ N·m, 为动量轮固有摩擦力矩. ΔM_{f}为M_{f}的增量,

$$\Delta M_{\mathrm{f}}=1\times10^{-7}\times(t-10000).$$

此时, 卫星θ的输出如图1(b)所示.



(a) 无故障时卫星姿态数据



(b) 有微小故障时卫星姿态数据

图 1　卫星θ变化曲线

Fig. 1　Satellite θ curve

3　卫星姿控系统故障预测方法(Fault prognosis method of satellite attitude control system)

卫星姿态控制系统故障预测方法总体思路如图2所示. 共分3个部分: 残差的计算、残差的建模、故障预测.

3.1 残差的产生(Residual generation)

FBFN集成了T-S模糊模型处理不确定性、模糊性的能力及神经网络的自学习、联想和形式思维能力[7]. 利用卫星正常运行时的历史数据训练FBFN, 将训练好的FBFN作为标准模型; 卫星实时姿态数据与FBFN输出之差即为残差.

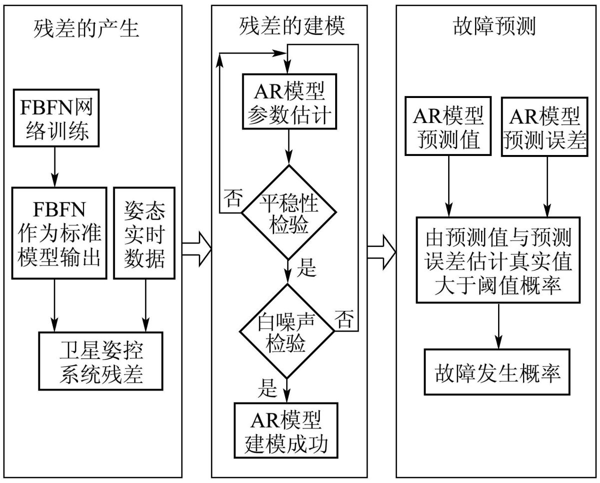


图 2 卫星故障预测框图

Fig. 2 Block diagram of satellite fault prognosis

对于卫星来说, 影响其姿态的最主要因素是环境干扰力矩. 卫星位置不同, 环境干扰力矩的大小不同. 考虑将卫星的真近点角(f)作为T-S模型的前件变量, θ作为输出.

设S_l是前件变量f对应第l条规则的模糊集, 则卫星姿控系统的T-S模型为:

规则$l(l=1,2,\cdots,m)$: 如果f是S_l, 则$\theta=\theta^l$. 其中, θ^l为规则l的输出. T-S模型的输出等于各个规则输出θ^l的加权平均:

$$\theta(f)=\frac{\sum\limits_{l=1}^{m}\theta^l\mu_l(f)}{\sum\limits_{l=1}^{m}\mu_l(f)}, \tag{6}$$

式中$\mu_l(f)$为隶属函数, 可取为高斯型函数

$$\mu_l(f)=a^l\exp(-\frac{1}{2}(\frac{f-f^l}{\sigma^l})^2),$$

a^l, f^l和σ^l为待确定参数.

定义模糊基函数为

$$F_l(f)=\frac{\mu_l(f)}{\sum\limits_{l=1}^{m}\mu_l(f)}, \tag{7}$$

则式(6)等价为一个模糊基函数的展开式:

$$\theta(f)=\sum_{l=1}^{m}F_l(f)\theta^l. \tag{8}$$

若将隶属函数中的a^l, f^l和σ^l作为设计参数, 则模糊基函数展开式与参数之间呈非线性关系. 如果将上述参数固定, 将θ^l作为式(8)的可调参数, 则模糊基函数展开式与参数θ^l之间呈线性关系[7]. 将式(8)表示成神经网络的形式, 则得到FBFN, 神经网络的接受层单元的输出为模糊基函数$F_l(f)(l=1,2,\cdots,m)$, 输出层为各模糊基函数的加权和. 加权系数可采用递推最小二乘法调整. 用图1(a)的第1个轨道周期(0～6283 s)的数据训练FBFN. 工作点确定为7个, 隶属函数的参数a^l固定为1, $\sigma^l=1.679$, f^l在$(0,2\pi)$间均匀选取7点. 训练完成后利用第2, 3个周期的数据对FBFN进行检验, 对残差的采样间隔为10 s, 估计误差如图3(a)所示.

从图3(a)可见, 在开始阶段由于卫星姿控系统还未稳定, 估计误差较大. 当卫星正常运行时, 统计的估计误差标准差为5.9033×10^{-5} rad, 与星敏感器的噪声标准差相当. 考虑到卫星正常运行时FBFN的残差均小于1.8×10^{-4}, 可令卫星姿控系统故障诊断阈值$T_{\rm D}=1.8\times10^{-4}$ rad.

将训练好的FBFN作为标准模型, 卫星θ输出与FBFN之间的差值作为残差, 用$\theta_{\rm e}(t)$表示:

$$\theta_{\rm e}(t)=\theta(t)-\theta_{\rm F}(t), \tag{9}$$

式中$\theta(t)$, $\theta_{\rm F}(t)$分别为t时刻卫星的θ输出和FBFN的模型输出. 当有微小故障注入时(如图1(b)所示), 可得$\theta_{\rm e}(t)$如图3(b)所示. 由图3(b)可见, 在10000 s后存在微小故障的影响, 残差序列呈现不断增大的趋势.

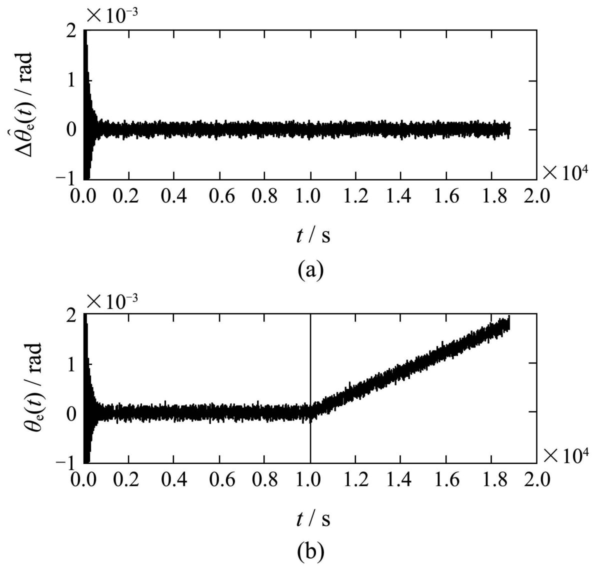


图 3 卫星θ与FBFN估计之差

Fig. 3 Error between Satellite θ and FBFN

下面利用时间序列分析方法对残差序列进行建模, 进而进行故障预测.

3.2 残差的建模与预测(Modling and prediction of residual)

1) 残差的时间序列模型.

建模一般可以采用ARMA模型. 但AR模型的定阶、参数估计等远比ARMA模型简单[11], 不少学者提倡用高阶AR模型对时间序列进行建模. 文献[11]对这一思想的可靠性进行了理论证明. 本文采用AR模型. AR(p)模型可表示为

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \cdots + \varphi_{\mathrm{p}} x_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (10)$$

由于AR模型的参数估计采用的是固定的一批数据, 不能反映系统数据更新的特点, 故采用滚动数据窗的方法给残差建模. 随着数据窗的不断更新, 模型的最优阶数也随之变化. 本文确定模型的标准是使线性预报的方差达到最小, 可采用FPE(final prediction error)准则[11]进行模型定阶. 模型参数$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_{\mathrm{p}}$可采用最小二乘法求取. 模型建立成功后其预报即是线性最小方差意义下的平稳预报.

模型建立后, 还要进行平稳性检验, 及模型残差的白噪声检验, 以确定建模是否成功. 平稳性检验可采用朱利准则[11], 模型残差的白噪声检验采用整体检验法[11]. 当模型无法同时通过平稳性检验与白噪声检验时, 可适当改变阶数并重新估计参数, 直至其同时通过.

在建模前首先用逆序法[11]对残差序列$\{\theta_{\mathrm{e}}(t_l - N+1), \theta_{\mathrm{e}}(t_l - N+2), \cdots, \theta_{\mathrm{e}}(t_l)\}$进行了非平稳趋势检验, 检验结果在大于95%的置信水平上有趋势项, 说明不能采用时间序列分析方法建模. 因此对残差序列进行差分处理

$$\begin{cases} \Delta\theta_{\mathrm{e}}(0) = \theta_{\mathrm{e}}(0), \\ \Delta\theta_{\mathrm{e}}(t) = \theta_{\mathrm{e}}(t) - \theta_{\mathrm{e}}(t-1). \end{cases} \quad (11)$$

对差分序列$\{\Delta\theta_{\mathrm{e}}(t_l - N+1), \Delta\theta_{\mathrm{e}}(t_l - N+2), \cdots, \Delta\theta_{\mathrm{e}}(t_l)\}$重新检验, 检验结果在大于95%的置信水平上数据无趋势项.

利用AR模型对残差差分序列进行建模, 则模型预测的也是残差差分值.

2) 故障预测.

设t时刻对$t+k$时刻$\Delta\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$的估计值为$\Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k)$. 由式(11)可得

$$\begin{cases} \Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{1}{t}) = \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{1}{t}) - \theta_{\mathrm{e}}(t), \\ \Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t}) = \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t}) - \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k-\frac{1}{t}), k \geqslant 2. \end{cases} \quad (12)$$

对$t+k$时刻进行故障预测, 就是判断$t+k$时刻$\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$是否超出给定阈值. 因此需要根据$\Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t})$进一步得到$\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t})$.

将第1步到第k步的预测结果进行累加, 则可得

$$\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t}) = \theta_{\mathrm{e}}(t) + \sum_{i=1}^{k} \Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{i}{t}). \quad (13)$$

采用式(13)估计的$\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t})$, 并结合选定的$T_{\mathrm{D}}$, 可预测第$k$步后系统是否会发生故障.

3.3 故障发生概率的计算(Calculation of failure probability)

由于各种观测误差的影响, 采用公式(13)估计的$\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t})$总会存在误差. 设AR模型对$\Delta\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$的$k$步预测误差为$\varepsilon_t(k)$, 则

$$\varepsilon_t(k) = \Delta\theta_{\mathrm{e}}(t+k) - \Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t}), \quad (14)$$

t时刻$\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$的预测误差为$e_t(k)$, 则

$$e_t(k) = \theta_{\mathrm{e}}(t+k) - \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+\frac{k}{t}). \quad (15)$$

定理 1 对$\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$的k步预测误差$e_t(k)$等于差分序列$\{\theta_{\mathrm{e}}(t-N+1), \theta_{\mathrm{e}}(t-N+2), \cdots, \theta_{\mathrm{e}}(t)\}$的1步预测到$k$步预测误差之和, 即

$$e_t(k) = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_t(i). \quad (16)$$

证 将式(11)(12)代入式(14), 可得

$$e_t(2) = \varepsilon_t(1) + \varepsilon_t(2).$$

设k步预测

$$e_t(k) = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_t(i) \quad (17)$$

成立, 由式(14)得$k+1$步残差差分序列预测误差

$$\begin{aligned} \varepsilon_t(k+1) = {} & \Delta\theta_{\mathrm{e}}(t+k+\frac{1}{t}) - \Delta\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k+\frac{1}{t}) = \\ & (\theta_{\mathrm{e}}(t+k+1) - \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k+1)) - \\ & (\theta_{\mathrm{e}}(t+k) - \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k)), \end{aligned}$$

即$e_t(k+1) = e_t(k) + \varepsilon_t(k+1)$. 由式(17)可得:

$$e_t(k+1) = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_t(i) + \varepsilon_t(k+1) = \sum_{i=1}^{k+1} \varepsilon_t(i). \quad (18)$$

由数学归纳法知式(17)对于$k \geqslant 1$恒成立. 证毕.

定理 2 对于线性最小方差预报, 其k步预报方差$\sigma_t^2(k)$可表示为[11]

$$\sigma_t^2(k) = \sigma_\varepsilon^2(1 + G_1^2 + \cdots + G_{k-1}^2), \quad (19)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = R(0) - \sum_{j=1}^{p} \hat{\varphi}_j R(j),$$

其中: $\hat{\varphi}_1, \cdots, \hat{\varphi}_{\mathrm{p}}$为式(10)中模型参数$\varphi_1, \cdots, \varphi_{\mathrm{p}}$的估计值, $R(0), \cdots, R(p)$是数据序列的样本协方差函数在不同迟后时的值, $G_1, \cdots, G_{k-1}$为格林函数[11].

使用拟合优度检验中的Pearsonχ^2检验法对残差序列进行正态性检验, 检验结果在大于95%的置信水平上残差序列服从均值为0正态分布. 因$\varepsilon_t(k)$为不同时刻残差的线性组合, 所以$\varepsilon_t(k)$服从均值

为0正态分布, 则$e_t(k)$服从均值为0正态分布. 但某一时刻不同步长的预测误差不是独立的.

定理 3 设k个随机变量$x_1, x_2, \cdots, x_k$均服从均值为0的正态分布, 令$y_k = (k-1)\sum\limits_{i=1}^{k} x_i$, 则$y_k$的方差满足如下不等式:

$$D(y_k) \leqslant k\sum_{i=1}^{k-1} D(x_i) + 2D(x_k). \tag{20}$$

证 当$k=2$时, 由方差性质可知

$$D(x_1+x_2) = \mathrm{E}[(x_1+x_2)^2] - [\mathrm{E}(x_1+x_2)]^2,$$

其中$\mathrm{E}(x_1+x_2)$表示x_1+x_2的数学期望. 又因为

$$x_1x_2 \leqslant \frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2), \tag{21}$$

则可得

$$D(y_2) \leqslant 2[D(x_1)+D(x_2)], \tag{22}$$

则$k=2$时定理3成立. 假设当$k=n$时定理3成立, 即

$$D(y_k) = D(\sum_{i=1}^{n} x_i) \leqslant n\sum_{i=1}^{n} D(x_i) + 2D(x_n).$$

当$k=n+1$时,

$$D(y_{k+1}) = \mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} x_i + x_{n+1})^2] - \mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n+1} x_i)^2] =$$

$$\mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2] + 2\mathrm{E}(x_{n+1}\sum_{i=1}^{n} x_i) + \mathrm{E}(x_{n+1}^2). \tag{23}$$

当各随机变量均服从均值为0正态分布, 则

$$\mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2] = D(\sum_{i=1}^{n} x_i) \leqslant$$

$$n\sum_{i=1}^{n-1} D(x_i) + 2D(x_n) \leqslant n\sum_{i=1}^{n} D(x_i). \tag{24}$$

由式(21)可得

$$2\mathrm{E}(x_{n+1}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i) \leqslant \mathrm{E}(x_{n+1}^2) + \sum_{i=1}^{n} \mathrm{E}(x_i^2). \tag{25}$$

将式(24)(25)代入式(23), 可得

$$D(y_{k+1}) \leqslant (n+1)\sum_{i=1}^{n} D(x_i) + 2D(x_n+1). \tag{26}$$

由数学归纳法知式(20)对任意$k\geqslant 2$恒成立. 证毕.

由定理3可知, 当$\varepsilon_t(k)$服从均值为0方差为$\sigma_t^2(k)$的正态分布, $e_t(k)$也服从均值为0的正态分布, 其方差为

$$\sigma_{\mathrm{et}}^2(k) \leqslant k\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_t^2(i) + 2\sigma_t^2(k), \tag{27}$$

计算时取其最大值, 即令

$$\sigma_{\mathrm{et}}^2(k) = k\sum_{i=1}^{k-1} \sigma_t^2(i) + 2\sigma_t^2(k).$$

设$t+k$时刻故障发生概率为$\alpha_t(k)$, 则

$$\alpha_t(k) = P\{\theta_{\mathrm{e}}(t+k) > T_{\mathrm{D}}\}. \tag{28}$$

将式(15)代入式(28)可得

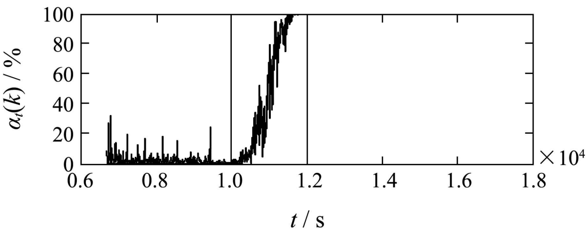
$$\alpha_t(k) = P\{e_t(k) > T_{\mathrm{D}} - \hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k)\},$$

则

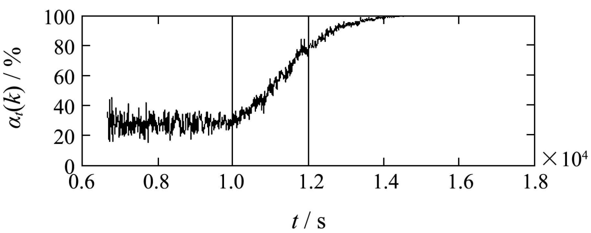
$$\alpha_t(k) = \varPhi(\frac{\hat{\theta}_{\mathrm{e}}(t+k) - T_{\mathrm{D}}}{\sigma_{\mathrm{et}}(k)}). \tag{29}$$

其中$\varPhi(x)$为标准正态分布函数. 利用AR模型计算故障发生概率, 图4(a)给出1步预测的结果. 图4(b)给出4步预测的结果.

可见, 在10000 s之前, 1步预测的故障发生概率多数在10%以下, 4步预测的故障发生概率大约为20%～40%; 12000 s以后1步预测的故障发生概率为1, 4步预测的故障发生概率需要再过约2000 s才趋近于1. 实际上, 卫星在10000 s前正常, 在10000 s至12000 s期间, 残差在阈值附近震荡, 在12000 s后发生故障. 从仿真结果看出, 1步预测和4步预测的结果与卫星的真实情况均是一致的, 但相比较而言, 1步预测结果更加准确. 这是因为1步预测使用的数据均是历史数据, 而4步预测还需要使用1～3步的预测值. 可见, 步长的不同将影响预测的准确性.



(a) 1步预测结果



(b) 4步预测结果

图 4 1步预测与4步预测结果对比

Fig. 4 One-step prediction results compared with the four-step prediction

4 故障预测准确性评价(Accuracy of fault prognosis)

定义 1 系统故障: 当$t+k$时刻卫星姿态残差超出阈值时, 即认为此时卫星姿态控制系统发生故障, 用C_{t+k}表示:

$$C_{t+k} = \{\theta_{\mathrm{e}}(t+k) : \theta_{\mathrm{e}}(t+k) \geqslant T_{\mathrm{D}}\},$$

其中: $\theta_{\mathrm{e}}(t+k)$为$t+k$时刻残差值, T_{D}为阈值.

定义 2 预测系统故障[12]: 当t时刻预测系统在$t+k$时刻的残差超出阈值时, 就预测k步后系统将

发生故障, 用$A_{t,k}$表示, 则

$$A_{t,k}=\{\hat{\theta}_{\rm e}(t+\frac{k}{t}):\hat{\theta}_{\rm e}(t+\frac{k}{t})\geqslant T_{\rm D}\}.$$

其中$\hat{\theta}_{\rm e}(t+\dfrac{k}{t})$为$t$时刻对$t+k$时刻残差的预测值.

定义 3　预测正确率(probability of correct alarms)[12]是事件$A_{t,k}$发生(即t时刻预测$t+k$时刻发生故障)的条件下事件C_{t+k}发生(即$t+k$时刻发生故障)的概率, 即$P\{C_{t+k}|A_{t,k}\}$.

定义 4　故障正确预测率(probability of detecting a fault)[12]是在事件C_{t+k}已经发生的情况下, 倒推t时刻事件$A_{t,k}$发生的概率, 即$P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}$.

定义 5　无误预测率(probability of detecting no fault) 是在事件C^*_{t+k}(事件C_{t+k}的补集)已经发生的情况下, 倒推t时刻事件$A^*_{t,k}$(事件$A_{t,k}$的补集)发生的概率, 即$P\{A^*_{t,k}|C^*_{t+k}\}$.

预测正确率与故障正确预测率是故障预测的两个主要评价参数[12]. 当事件$A_{t,k}$发生时, 预测正确率$P\{C_{t+k}|A_{t,k}\}$ 与式(29)中的$\alpha_t(k)$相等. 故障正确预测率$P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}$是一个后验概率, 其大小与所建模型的精确程度及预测步长均有关系. 由于残差序列本身具有不确定性, 使得对建模误差的估计较为困难. 当通过平稳性检验和模型残差的白噪声检验后, 则认为建模成功, 从而可忽略建模误差的影响. 本文主要考虑预测步长对故障预测准确性的影响.

定义 6　预测置信因子(confidence factor): 是用来评价故障预测准确度的指标, 反映由于预测步长增加等因素影响而导致的预测准确度的降低程度. k步预测的置信因子记为c_k.

显然, c_k与$P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}$相关. 根据残差$\theta_{\rm e}(t+k)$的不同, 分两种情况进行讨论.

1) $\theta_{\rm e}(t+k)\geqslant T_{\rm D}$. 此时事件$C_{t+k}$发生,

$$\begin{aligned}&P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}=\\&P\{\hat{\theta}_{\rm e}(t+k)>T_{\rm D}|\theta_{\rm e}(t+k)>T_{\rm D}\}.\end{aligned}\tag{30}$$

设

$$\zeta_{\rm e}(t+k)=|\theta_{\rm e}(t+k)-T_{\rm D}|,\tag{31}$$

将式(15)代入式(30), 可得

$$P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}=P\{e_t(k)<\zeta_{\rm e}(t+k)\},\tag{32}$$

即当$t+k$时刻系统故障时, t时刻的故障正确预测率可转化为残差的k步预测误差$e_t(k)$小于$\zeta_{\rm e}(t+k)$的概率.

2) $\theta_{\rm e}(t+k)<T_{\rm D}$. 此时

$$P\{A^*_{t,k}|C^*_{t+k}\}=P\{e_t(k)<\zeta_{\rm e}(t+k)\}.\tag{33}$$

即当$t+k$时刻系统正常时, 其在t时刻的无误预测率可转化为残差的k步预测误差$e_t(k)$ 小于$\zeta_{\rm e}(t+k)$的概率.

由式(32)(33)可知, 在事件C_{t+k}发生的条件下$A_{t,k}$发生的概率$P\{A_{t,k}|C_{t+k}\}$, 与事件C_{t+k^*}发生的条件下$A^*_{t,k}$发生的概率$P\{A^*_{t,k}|C^*_{t+k}\}$可统一为

$$P\{e_t(k)<\zeta_{\rm e}(t+k)\}.\tag{34}$$

当$e_t(k)$服从正态分布时,

$$P\{e_t(k)<\zeta_{\rm e}(t+k)\}=\varPhi(\frac{\zeta_{\rm e}(t+k)}{\sigma_{\rm et}(k)}).\tag{35}$$

令

$$P_{\rm r}(k)=\varPhi(\frac{\zeta_{\rm e}(t+k)}{\sigma_{\rm et}(k)}),$$

则$P_{\rm r}$可反映系统预测的可信程度. 当$t+k$时刻系统故障时, $P_{\rm r}$与故障正确预测率相等; 当$t+k$时刻系统正常时, $P_{\rm r}$与无误预测率相等. 说明$P_{\rm r}$越大, 则系统正确预测的可能性越大. 因此可令预测置信因子为$c_k=P_{\rm r}(k)$.

注意到$\sigma_{\rm et}(k)$随着k的增大而增大, 且

$$\lim_{k\to\infty}\sigma_{\rm et}(k)=+\infty,\ \lim_{k\to\infty}P_{\rm r}(k)=0.5.$$

由一般经验可知, 当$k\to0$时, 其置信度应为0. 因此, 对c_k稍作调整, 令$c_k=P_{\rm r}(k)-0.5$, 此时c_k的范围为$(0,0.5)$. 通常我们习惯于置信因子在$(0,1)$范围内. 将c_k归一化, 得

$$c_k=\frac{P_{\rm r}(k)-0.5}{0.5}=2\varPhi(\frac{\zeta_{\rm e}(t+k)}{\sigma_{\rm et}(k)})-1.\tag{36}$$

上式说明c_k与$e_t(k)$和$\zeta_{\rm e}(t+k)$有关. 而$\zeta_{\rm e}(t+k)$在t时刻是未知的, 需要事先确定. 设

$$\zeta_{\rm c}=\zeta_{\rm e}(t+k),\ k=1,2,\cdots,\infty.$$

当$\zeta_{\rm c}=0$时, $c_k=0$; 当$\zeta_{\rm c}\to\infty$时, $\lim\limits_{k\to\infty}c_k=1$; 当$\zeta_{\rm c}$在区间$(0,1\times10^{-3})$变化时, 对于同一$\zeta_{\rm c}$, 不同预测步长的预测方差下$c_k(k=1,2,\cdots,10)$的值有差别. 由预测置信因子定义, 参数$\zeta_{\rm c}$的选取要使得当预测步长变化时, 对应的置信因子也发生变化, 因此$\zeta_{\rm c}$应在区间(0.1×10^{-3})内选择. 可见, 当$\zeta_{\rm c}=3\sigma_{\rm et}(1)$时, 不同预测步长下$c_k(k=1,2,\cdots,10)$ 的值差别较为明显; 且由3σ法则可知, 此时的c_1可认为等于1; 此时其他步长下的c_k都有所衰减, 与预测准确度随步长增加而降低的事实相符. 将$\zeta_{\rm c}=3\sigma_{\rm et}(1)$代入式(38), 得

$$c_k=2\varPhi(\frac{3\sigma_{\rm et}(1)}{\sigma_{\rm et}(k)})-1,\tag{37}$$

其中$\sigma_{\rm et}(1)$和$\sigma_{\rm et}(k)$可由式(19)求出.

仿真对比c_k值与预测准确性的关系. 不同步长的预测准确性无法量化, 本文以卫星正常运行时, 预测

的故障发生概率来反映. 此时预测的故障发生概率越大, 说明预测准确性越低(由于卫星在这段时间无故障). 在卫星正常飞行段(6684 s～9900 s), 对各时刻预测步长不同时的故障发生概率与c_k均取平均值, 如图5所示.

由图5可见, 随着步长的增加, 预测的故障发生概率不断增加, c_k不断减小, 最终均趋于平缓. c_k的变化趋势与预测准确性的变化趋势是一致的. 可见, c_k可以很好地反映预测的准确程度. 其值越大, 说明预测的准确性越高.

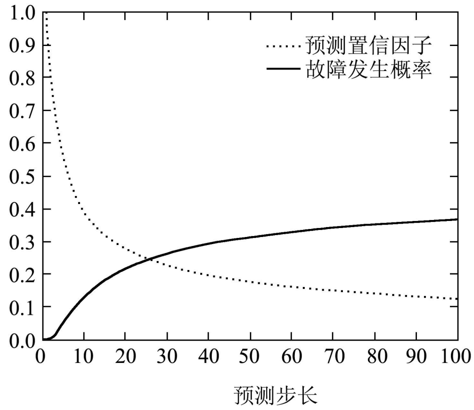


图 5 预测步长不同时的c_k与故障发生概率

Fig. 5 Relationship between c_k and failure probability

5 结论(Conclusions)

本文研究了卫星姿态控制系统的故障预测问题, 利用卫星无故障时的数据训练FBFN, 将训练好的FBFN作为卫星姿控系统的标准输出模型, 借助滚动数据窗的办法, 利用AR模型对卫星实时姿态数据与FBFN之间的差值进行了建模与预测. 给出了k步后的故障发生概率, 并给出了故障预测置信因子, 对所求的故障发生概率进行评价. 可以想见, 当在卫星运行时能够实时给出其未来的故障发生概率, 就可以及时发现故障部件, 为系统重构争取更多的时间, 提高系统的可靠性和安全性, 保证卫星的平稳运行. 同时, 本文方法可推广应用到其他系统中. 需要指出的是, 当系统残差的统计规律不服从正态分布时, 预测置信因子的公式需要重新给出, 但思路与本文完全类似. 但在自然现象和社会现象中, 大量随机变量都服从或近似服从正态分布, 因此本文结论具有一定的普遍性.

参考文献(References):

[1] 姜连祥, 李华旺, 杨根庆, 等. 航天器自主故障诊断技术研究进展[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1320 – 1326.
(JIANG Liangxiang, LI Huawang, YANG Genqing, et al. A Survey of spacecraft autonomous fault diagnosis research[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(4): 1320 – 1326.)

[2] 王小丽, 倪茂林. 基于自适应观测器的非线性系统故障诊断[J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(4): 33 – 37
(WANG Xiaoli, NI Maolin. An adaptive observer based fault diagnosis for nonlinear systems[J]. *Aerospace Control & Application*. 2008, 34(4): 33 – 37.)

[3] 张军峰, 胡寿松. 基于聚类和支持向量机的非线性时间序列故障预报[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 64 – 68.
(ZHANG Junfeng, HU Shousong. Nonlinear time series fault prediction based on clustering and support vector machines[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 64 – 68.)

[4] TERASVIRTA T, VAN DIJK D, MEDEIROS M C. Linear models, smooth transition auto regressions, and neural networks for forecasting macroeconomic time series: a re-examination[J]. *International Journal of Forecasting*, 2005, 21(4): 755 – 775.

[5] 陈敏泽, 周东华. 动态系统的故障预报技术[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 819 – 824.
(CHEN Minze, ZHOU Donghua. Fault prediction techniques for dynamic systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 819 – 824.)

[6] 宋其江, 徐敏强, 王日新. 基于模糊SDG模型的航天器故障诊断方法研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 2073 – 2077
(SONG qijiang, XU minqiang, WANG lixin. Research on fault diagnosis approach for spacecrafts based on fuzzy sdg model[J]. *Journal of Astronautics*, 22008, 29(6): 2073 – 2077.)

[7] 宋华, 张洪钺. 基于模糊基函数网络的系统故障检测[J]. 北京航空航天大学学报. 2003, 299(7): 570 – 574.
(SONG Hua, ZHANG Hongyue. Fuzzy basis function network based approach for fault information detection in unknown systems[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, 299(7): 570 – 574.)

[8] BOX G E, JENKINS G M. *Time Series Analysis Forecasting & Control*[M]. San Francisco: Holden-Day, 1970.

[9] HO S L, XIE M. The use of arima models for reliability forecasting and analysis[J]. *Computers & Industrial Engineering* , 1998, 35(2): 213 – 216

[10] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制(2)[M]. 北京: 宇航出版社. 1998: 196 – 197.
(TU Shancheng. *Satellite Attitude Dynamics and Control(2)*[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 1998: 196 – 197.)

[11] 杨位钦, 顾岚. 时间序列分析与动态数据建模[M]. 北京: 北京工业学院出版社. 1986: 22 – 124.
(YANG Weiqin, GU Lan. *Analyses and Modeling of Time Series*[M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 1986: 22 – 124.)

[12] SVENSSON A, HOLST J, LINDQUIST R, et al. Optimal prediction of catastrophes in autoregressive moving-average processes[J]. *Journal of Time Series Analysis*, 1996, 17(5): 511 – 531.

作者简介:

张茂林 (1984—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为飞行器故障诊断与预测, E-mail: mltrees@163.com;

宋 华 (1968—), 男, 副教授, 主要研究方向为故障诊断与容错控制, E-mail: songhua@buaa.edu.cn;

朱新宇 (1969—), 男, 教授, 主要研究方向为故障诊断与预测, E-mail: zhuxinyu@sina.com.cn.