

# 时变时滞随机非线性系统的自适应神经网络跟踪控制

余昭旭, 杜红彬

(华东理工大学 自动化系, 上海 200237)

**摘要:** 针对一类具有时变时滞的不确定随机非线性严格反馈系统的自适应跟踪问题, 利用Razumikhin引理和backstepping方法, 提出一种新的自适应神经网络跟踪控制器. 该控制器可保证闭环系统的所有误差变量皆四阶矩半全局一致最终有界, 并且跟踪误差可以稳定在零点附近的邻域内. 仿真例子表明所提出控制方案的有效性.

**关键词:** 自适应跟踪控制; 神经网络(NNs); Razumikhin引理; 随机系统; 时变时滞

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Adaptive neural tracking control for stochastic nonlinear systems with time-varying delay

YU Zhao-xu, DU Hong-bin

(Department of Automation, East China University of Science & Technology, Shanghai 200237, China)

**Abstract:** This paper focuses on the adaptive neural control for a class of uncertain stochastic nonlinear strict-feedback systems with time-varying delay. Based on the Razumikhin function approach, a novel adaptive neural controller is developed by using the backstepping technique. The proposed adaptive controller guarantees that all the error variables are 4-moment semi-globally uniformly ultimately bounded in a compact set while the tracking error remains in a neighborhood of the origin. The effectiveness of the proposed design is validated by simulation results.

**Key words:** adaptive tracking control; Neural Networks(NNs); Razumikhin lemma; stochastic systems; time-varying delay

### 1 引言(Introduction)

随机干扰广泛地存在于各类实际系统中, 因此随机非线性系统的稳定性分析及控制器设计受到越来越多的关注<sup>[1~6]</sup>. 特别地, 对于严格反馈型随机非线性系统, 采用backstepping方法提出了许多控制策略<sup>[3~6]</sup>. 然而这些控制策略往往要求系统函数已知或满足匹配条件. 如果不能获得系统函数的这些先验知识, 那么这些方法显然不适用. 由于神经网络和模糊系统对未知非线性函数具有良好的逼近性能, 采用自适应神经网络控制和自适应模糊控制能较好地避免前面的限制. 然而对具有未知系统函数的随机系统的神经网络控制问题和模糊控制问题的研究结果还比较少<sup>[6~10]</sup>.

时滞现象大量存在于如计算机网络、核反应器等实际系统中, 并且往往会导致系统的不稳定, 因此时滞系统一直是研究的热点问题<sup>[11]</sup>. Lyapunov-Krasovskii方法和Lyapunov-Razumikhin方法也广泛地应用于时滞随机非线性系统的稳定性分析和控制器设计. 文献[12,13]已将Lyapunov-Razumikhin方法应用到时滞不确定随机非线性系统的稳定性分析. 对时滞随机非线性系统的镇定与跟踪问题, 大多采

用Lyapunov-Krasovskii方法<sup>[9,14~16]</sup>. 相比Lyapunov-Razumikhin方法, Lyapunov-Krasovskii函数则不易构造, 且Lyapunov-Krasovskii函数的复杂性使得稳定性分析与控制器设计也更为复杂. 此外Lyapunov-Krasovskii对时滞常常不仅要求有界, 而且须满足 $\dot{\tau}(t) < \varsigma < 1$ ( $\varsigma$ 为常数), 而Lyapunov-Razumikhin方法仅要求时滞有界. 因此针对时变时滞随机非线性系统的跟踪控制问题, 采用Lyapunov-Razumikhin方法提出一种新的自适应神经网络控制器设计方法具有重要意义.

本文利用Razumikhin引理和backstepping方法, 针对一类具有时变时滞的不确定随机非线性严格反馈系统, 提出一种新的自适应神经网络跟踪控制策略. 所提出的控制器可保证跟踪误差四阶矩半全局一致最终有界. 同时由于神经网络参数化<sup>[10]</sup>的应用, 使得自适应控制器中所估计的参数大量减少.

### 2 问题描述及准备(Problem formulation and preliminary results)

#### 2.1 预备知识(Preliminary results)

考虑以下随机非线性系统:

$$dx = f(t, x)dt + h(t, x)d\omega, \quad (1)$$

其中:  $x \in \mathbb{R}^n$  为状态,  $\omega$  为定义完备概率空间  $(\Omega, F, P)$  上的  $r$  维的标准布朗运动, 其中:  $\Omega$  为采样空间,  $F$  为  $\sigma$  域以及  $P$  为概率测度;  $f$  和  $h$  为合适维数的向量值函数或矩阵值函数. 针对  $C^2$  函数  $V(t, x)$  定义如下算子  $\mathcal{L}$ :

$$\mathcal{L}V(t, x) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{2}\text{tr}\{h^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} h\}, \quad (2)$$

其中  $\text{tr}(A)$  为  $A$  的迹.

**Razumikhin** 引理: 考虑时滞随机泛函微分方程 (retarded stochastic functional differential equation, RSFDE):  $dx = f(t, x_\tau)dt + h(t, x_\tau)d\omega$ , 令  $p > 1$ , 如果存在函数  $V(t, x) \in C^{1,2}([-\tau, \infty] \times \mathbb{R}^n)$  和常数  $c_i > 0$  ( $i = 1, 2$ ),  $q > 1$ , 满足以下不等式:

$$c_1 |x|^p \leq V(t, x) \leq c_2 |x|^p, \quad t \geq -\tau, x \in \mathbb{R}^n, \quad (3)$$

$$EV(t+s, x(t+s)) < qEV(t, x(t)), \quad \forall s \in [-\tau, 0]. \quad (4)$$

对所有的  $t \geq 0$ , 满足

$$\mathcal{L}V(t, x) \leq -\mu_1 V(t, x) + \mu_2. \quad (5)$$

那么 RSFDE 的具有初值  $\xi$  的解  $x(t, \xi)$  概率意义下一致最终有界, 并且满足

$$E|x(t, \xi)|^p \leq \frac{c_2}{c_1} \|\xi\|_0^p e^{-\gamma t} + \frac{\mu_2}{\gamma c_1}, \quad (6)$$

其中:  $\|\xi\|_0^p = \sup_{-\tau \leq s \leq 0} E|\xi(s)|^p$ ,  $\gamma = \mu_1 \wedge [\ln(\frac{c_1 q}{c_2})/\tau]$ .

由文献[17]中定理 4.1.4 取  $\kappa = 0$ ,  $\psi(t) = e^{-t}$ ,  $\mu = \mu_1$  和  $\zeta(t) = \mu_2$  可容易得到以上 Razumikhin 引理, 证明略. 本文中考虑  $p = 4$ .

**引理 1** 对于  $\varepsilon > 0$  和任意实数  $\eta \in \mathbb{R}$ , 存在不等式[18]

$$0 \leq |\eta| - \eta \tanh(\frac{\eta}{\varepsilon}) \leq k\varepsilon,$$

其中  $k$  为常数且满足  $k = e^{-(k+1)}$ , 即  $k = 0.2785$ .

**引理 2** 考虑不等式

$$\dot{\hat{\theta}} \geq -\lambda \hat{\theta},$$

其中  $\lambda$  为正常数, 如果初始条件  $\hat{\theta}(0) \geq 0$  成立, 则对所有  $t \geq 0$  有  $\hat{\theta}(t) \geq 0$ .

本文中, 高斯径向基函数 (RBF) 神经网络用来逼近任意的连续函数  $g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , 也即  $\hat{g} = \hat{W}^T \Phi(Z)$ , 其中输入向量  $Z \in \Omega_{NN} \subset \mathbb{R}^n$ , 权向量  $\hat{W} = (w_1, \dots, w_l)^T \in \mathbb{R}^l$  以及核向量  $\Phi(Z) = (s_1(Z), s_2(Z), \dots, s_l(Z))^T$ ; 激励函数  $s_i(Z)$  采用高斯函数, 即

$$s_i(Z) = \exp[-\frac{\|Z - \mu_i\|^2}{\nu_i}], \quad i = 1, 2, \dots, l,$$

其中:  $\mu_i = (\mu_{i1}, \dots, \mu_{in})^T$  为接受域的中心,  $\nu_i$  为高

斯函数的宽度. 通过选择足够多的节点, 神经网络在紧集  $\Omega_{NN} \subset \mathbb{R}^n$  上可以逼近任意的连续函数, 即

$$g(Z) = W^{*T} \Phi(Z) + \delta, \quad \forall Z \in \Omega_{NN}. \quad (7)$$

“理想”的权向量  $W^*$  是为了分析而设想的量, 定义为  $W^* := \arg \min_{\hat{W} \in \mathbb{R}^n} \{ \sup_{Z \in \Omega_{NN}} |g(Z) - \hat{g}(Z)| \}$ .

**假设 1**  $\forall Z \in \Omega_{NN}$ , 存在“理想”的常数权向量  $W^*$ , 使得  $\|W^*\|_\infty \leq w_{\max}$  和  $|\delta| \leq \delta_{\max}$ , 其中上界  $w_{\max}, \delta_{\max} > 0$ .

由式(7)容易得到

$$W^{*T} \Phi(Z) + \delta \leq |W^{*T} \Phi(Z)| + |\delta| \leq \sum_{m=1}^l |s_m(Z)| w_{\max} + \delta_{\max} \leq \theta \beta(Z), \quad (8)$$

其中:  $\beta(Z) = \sqrt{(l+1)(\sum_{m=1}^l s_m^2(Z) + 1)}$ ,  $\theta = \max\{\delta_{\max}, w_{\max}\}$ .

## 2.2 问题描述(Problem formulation)

考虑由以下方程描述的时滞随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_i = x_{i+1} dt, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ dx_n = [f(x) + g(x)u + q(x(t-\tau(t)))] dt + h(x, x(t-\tau(t))) d\omega, \\ y = x_1, \quad x(t) = \varphi(t), \quad -\tau \leq t \leq 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $x_i \in \mathbb{R}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 为系统的状态, 定义  $\bar{x}_i = [x_1 \dots x_i]^T$ ,  $x = \bar{x}_n$ ;  $u \in \mathbb{R}$  为控制输入;  $y \in \mathbb{R}$  为系统的输出; Borel 可测函数  $\tau(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, \tau]$  表示未知的时变时滞;  $\omega$  与系统(1)定义相同;  $f(\cdot), g(\cdot), q(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  和  $h(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r$  皆为未知的非线性光滑函数. 本文的主要目的是设计一种自适应状态反馈控制率  $u(x, \hat{\theta}), \dot{\hat{\theta}} = \Phi(x, \hat{\theta})$ , 使得对于某紧集内的初始条件  $x(0), \hat{\theta}(0)$ , 闭环系统的所有误差变量皆四阶矩半全局一致最终有界, 且跟踪误差可以稳定在原点附近的邻域内.

**假设 2** 未知非线性函数  $g(x)$  的符号已知, 且存在正常数  $b_m$  和  $b_M$ , 满足  $0 < b_m \leq |g(x)| \leq b_M < \infty, \forall x \in \mathbb{R}^n$ . 不失一般性, 可进一步假设  $0 < b_m \leq g(x) \leq b_M < \infty$ .

**假设 3** 存在未知  $k_\infty$  类函数  $Q(\cdot)$  满足以下不等式:  $|q(x(t-\tau(t)))| \leq Q(\|x(t-\tau(t))\|)$ .

**假设 4** 未知非线性函数  $h(x, x(t-\tau(t)))$  满足以下不等式:  $\|h(x, x(t-\tau(t)))\|^2 \leq H_1(\|x\|) + H_2(\|x(t-\tau(t))\|)$ , 其中:  $H_1(\cdot)$  为未知非负光滑函数,  $H_2(\cdot)$  为未知  $k_\infty$  类函数.

**假设 5** 参考信号  $y_d(t)$  及其微分  $y_d^{(1)}(t), \dots, y_d^{(n)}(t)$  皆为连续且有界的. 进一步, 假定存在常数  $d$ , 使得  $\|[y_d \ y_d^{(1)} \ \dots \ y_d^{(n)}]^T\| \leq d$ .

### 3 控制器设计及稳定性分析(Controller design and stability analysis)

这一节, 针对系统(9), 利用backstepping方法及Razumikhin引理设计一种新的自适应神经网络跟踪控制器. 首先, 需引入以下误差变量:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}(\bar{z}_{i-1}, y_d^{[i-1]}), \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

其中:  $\alpha_{i-1}(\bar{z}_{i-1}, y_d^{[i-1]})$ 为待定的虚拟控制函数,  $y_d^{[i]} := [y_d \ y_d^{(1)} \ \dots \ y_d^{(i)}]^T$ .

对于  $1 \leq i \leq n-1$ , 选取Lyapunov函数

$$V_i = \frac{1}{4}z_1^4 + \dots + \frac{1}{4}z_i^4.$$

选取虚拟控制函数为

$$\alpha_i(\bar{z}_i, y_d^{[i]}) = -k_i z_i + L\alpha_{i-1}, \quad (11)$$

其中:  $L\alpha_{i-1} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_k} \frac{dz_k}{dt} + \sum_{k=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)}$ ,  $k_i$ 为待定设计常数.

则容易得到以下关系式:

$$\begin{aligned} dz_i &= (z_{i+1} - k_i z_i)dt, \\ dV_i &\leq [-\sum_{j=1}^i p_j z_j^4 + \frac{1}{4}z_{i+1}^4]dt, \end{aligned}$$

其中:  $p_1 = k_1 - 3/4 > 0$ ,  $p_i = k_i - 1 > 0$  ( $2 \leq i \leq n-1$ ).

将式(11)可改写为如下形式:

$$\alpha_i(\bar{z}_i, y_d^{[i]}) = d_{i,1}z_1 + \dots + d_{i,i}z_i + y_d^{(i)}, \quad (12)$$

系数  $d_{i,j}$  为常数. 另外,  $\alpha_0(y_d) = y_d$ .

基于以上的介绍, 容易得到下面引理3.

**引理3** 存在正常数  $\rho, \nu$ , 使得

$$\|x(t)\| \leq \rho \|Z\| + \nu,$$

其中:  $Z = [z_1 \ \dots \ z_n \ |\tilde{\theta}|^{\frac{1}{2}}]^T$ ,  $\tilde{\theta} := \hat{\theta} - \theta/b_m$ ,  $\hat{\theta}$ 表示未知常数  $\theta/b_m$  的估计.

下面继续控制器的设计.

当  $i = n$  时, 由Itô公式可得

$$\begin{aligned} dz_n &= (f + gu + q(x(t - \tau(t)))) - L\alpha_{n-1} dt + \\ &h(x, x(t - \tau(t)))d\omega, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $L\alpha_{n-1} := \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial z_i} \frac{dz_i}{dt} + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i+1)}$ .

定义Lyapunov函数

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{4}z_n^4 + \frac{1}{2}b_m \lambda^{-1} \tilde{\theta}^2.$$

由式(2)可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_n &= \mathcal{L}V_{n-1} + z_n^3 (f + gu + q(x(t - \tau(t)))) - \\ &L\alpha_{n-1} + \frac{3}{2}z_n^2 \|h(x, x(t - \tau(t)))\|^2 + \\ &b_m \lambda^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}}. \end{aligned} \quad (14)$$

由假设3可得

$$z_n^3 |q(x(t - \tau(t)))| \leq |z_n^3| Q(\|x(t - \tau(t))\|). \quad (15)$$

由于  $Q(\cdot)$  为  $k_\infty$  类函数, 利用引理3及Razumikhin引理可得

$$\begin{aligned} Q(\|x(t - \tau(t))\|) &\leq Q(\rho \|Z(t - \tau(t))\| + \nu) \leq \\ &Q(2\rho q \|Z(t)\|) + Q(2\nu). \end{aligned} \quad (16)$$

由引理1,  $|z_n^3| F_n$ , 其中  $F_n = Q(2\rho q \|Z(t)\|) + Q(2\nu)$ , 可通过以下不等式进行处理:

$$|z_n^3| F_n \leq z_n^3 F_n \tanh\left(\frac{z_n^3 F_n}{\varepsilon}\right) + k\varepsilon. \quad (17)$$

由假设4, 可得以下不等式:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}z_n^2 \|h(x, x(t - \tau(t)))\|^2 &\leq \\ \frac{1}{\vartheta_1} + \frac{9}{16}\vartheta_1 z_n^4 (H_1(\|x\|))^2 &+ \frac{1}{\vartheta_2} + \frac{9}{16}\vartheta_2 z_n^4 (G_n)^2, \end{aligned} \quad (18)$$

其中:  $G_n = H_2(2\rho q \|Z\|) + H_2(2\nu)$ ,  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  为任意的正常数. 定义一个新的函数

$$\begin{aligned} \bar{f} &:= f(x) - L\alpha_{n-1} + F_n \tanh\left(\frac{z_n^3 F_n}{\varepsilon}\right) + \\ &\frac{9}{16}\vartheta_1 z_n \|H_1(x)\|^2 + \frac{9}{16}\vartheta_2 z_n (G_n)^2. \end{aligned}$$

在紧集  $\Omega_Z$  中  $\bar{f}$  可通过RBF神经网络逼近:

$$\bar{f} = W^{*T} S(Z_n) + \delta,$$

其中:  $Z_n = [x \ \bar{y}^{[n]} \ \hat{\theta}] \in \Omega_Z$ ,  $W^{*T} S(Z_n)$  表示  $\bar{f}$  的“理想”神经网络近似, 而  $\delta(Z_n)$  表示逼近误差. 利用神经网络参数化式(8), 可得

$$W^{*T} S(Z_n) + \delta \leq \theta \beta(\cdot), \quad (19)$$

其中:  $\beta(\cdot) = \sqrt{(l+1)(\sum_{m=1}^l s_m^2(Z_n) + 1)}$ ,  $\theta = \max\{\delta_{\max}, w_{\max}\}$ .

构造实际控制器及参数调整算法如下:

$$u = -k_n z_n - \hat{\theta} \beta(\cdot) \tanh\left(\frac{z_n^3 \beta(\cdot)}{\sigma}\right), \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\lambda \hat{\theta} + \lambda z_n^3 \beta(\cdot) \tanh\left(\frac{z_n^3 \beta(\cdot)}{\sigma}\right), \quad (21)$$

其中  $k_n, \sigma$  与  $\lambda$  为待定的正设计参数.

利用不等式  $\tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \geq \frac{1}{2} \dot{\tilde{\theta}}^2 - \frac{1}{2b_m^2} \theta^2$ , 在控制器(20)(21)的作用下, 由式(14)~(19)可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_n &\leq -\sum_{i=1}^n p_i z_i^4 - \frac{b_m}{2} \tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2b_m} \theta^2 + \\ &k(\theta\sigma + \varepsilon) + \frac{1}{\vartheta_1} + \frac{1}{\vartheta_2}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中  $p_n := k_n b_m - \frac{1}{4} > 0$ .

式(22)可改写为

$$\mathcal{L}V_n \leq -\mu V_n + \nu, \quad (23)$$

其中:  $\mu := \min\{4p_1, 4p_2, \dots, 4p_{n-1}, 4p_n, \lambda\}$ ,  $\nu :=$

$$\frac{1}{2b_m}\theta^2 + k(\theta\sigma + \varepsilon) + \frac{1}{\vartheta_1} + \frac{1}{\vartheta_2}.$$

由式(23)及Razumikhin引理可知, 闭环系统的解四阶矩半全局一致最终有界, 且对于足够小的 $\varsigma > 0$ , 存在时间 $T := \max\{0, \frac{1}{\gamma} \ln(\frac{c_2 \|\xi\|_0^4}{\nu\varsigma})\}$ , 其中:  
 $\|\xi\|_0^4 = \sup_{-\tau \leq s \leq 0} E|Z(s)|^4$ ,  $\gamma = \mu \wedge (\ln(\frac{c_1 q}{c_2})/\tau)$ ,  $c_1 \leq \min\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}b_m\lambda^{-1}\}$ ,  $c_2 \geq \max\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}b_m\lambda^{-1}\}$ , 使得 $\forall t \geq T$ , 有 $E|(y(t) - y_d)^4| \leq (1 + \varsigma)\frac{\nu}{\gamma c_1}$ .

基于以上分析, 主要结论可由以下定理描述:

**定理 1** 对于满足假设(2)~假设(5)的时变时滞不确定随机非线性系统(9), 在控制器(20)和参数自适应率(21)作用下, 闭环系统的所有误差信号四阶矩半全局一致最终有界, 且跟踪误差稳定在以下集合 $\Omega$ 所定义的区域:

$$\Omega = \{y(t) \in \mathbb{R} | E|(y(t) - y_d)^4| \leq (1 + \varsigma)\frac{\nu}{\gamma c_1}, \forall t \geq T\}.$$

**注 1** 定义如下紧集: 初始值集合 $\Omega_0$ 、有界紧集 $\Omega_Z$ 、稳态紧集 $\Omega_s$ 和神经网络逼近的有效集合 $\Omega_{NN}$ . 在控制器设计过程中为了 $\forall t \geq 0$ 神经网络逼近皆有效, 需保证 $\Omega_Z \subseteq \Omega_{NN}$ . 为了阐述方便, 由式(23)及Razumikhin引理, 可将有界紧集 $\Omega_Z$ 和稳态紧集 $\Omega_s$ 定义如下:

$$\Omega_Z := \{Z \in \mathbb{R}^{n+1} | E|Z|^4 \leq \frac{c_2}{c_1} \|\xi\|_0^4 + \frac{\nu}{\gamma c_1}\}, \quad (24)$$

$$\Omega_s := \{Z \in \mathbb{R}^{n+1} | E|Z|^4 \leq \frac{\nu}{\gamma c_1}\}. \quad (25)$$

这些集合之间的关系如图1所示. 在控制器设计的初始阶段首先定义 $\Omega_{NN}$ , 并且 $\Omega_{NN}$ 与控制器的参数和初始集合 $\Omega_0$ 均无关. 由式(24)(25)可知: i) 初始集合 $\Omega_0$ 通过 $\|\xi\|_0$ 影响 $\Omega_Z$ , 但与 $\Omega_s$ 和 $\Omega_{NN}$ 无关; ii) 可通过调整参数 $k_i, \lambda, \sigma, \varepsilon, \vartheta_1$ 和 $\vartheta_2$ , 使得 $\Omega_Z$ 和 $\Omega_s$ 足够小.

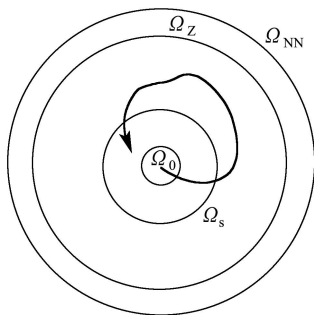


图 1 各紧集之间的关系

Fig. 1 The relationship among compact sets

由集合 $\Omega_Z$ 和 $\Omega_s$ 的界可知, 对于给定足够大的 $\Omega_{NN}$ , 存在合适的 $\|\xi\|_0, \gamma$ 和 $\nu$ 使得 $\Omega_Z \subseteq \Omega_{NN}$ 和 $\Omega_s \subseteq \Omega_{NN}$ . 而由 $\gamma$ 和 $\nu$ 的定义可知,  $\gamma$ 和 $\nu$ 的值依赖于控制参数 $k_i, \lambda, \sigma, \varepsilon, \vartheta_1$ 和 $\vartheta_2$ 的选择. 因此对于给定足够大的 $\Omega_{NN}$ 和 $\|\xi\|_0 = \xi_{\max} > 0$ , 存在合适的控制参数使得 $\Omega_Z \subseteq \Omega_{NN}$ . 定义 $x_i(0)$ ,

$z_i(0)$ 和 $\tilde{\theta}(0)$ 的初始值集合 $\Omega_0$ 使得 $\|\xi\|_0 < \xi_{\max}$ . 这时对于属于 $\Omega_0$ 的所有 $x_i(0), z_i(0)$ 和 $\tilde{\theta}(0), \forall t > 0$ 均有 $\Omega_Z \subseteq \Omega_{NN}$ .

#### 4 仿真研究(Simulation example)

考虑以下时变时滞不确定随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_1 = x_2 dt, y = x_1, \\ dx_2 = [(x_2 - 2x_1 - \sin x_1) + x_1(t - \tau(t)) \\ \quad x_2(t - \tau(t)) + (2 + \sin x_1)u]dt + \\ \quad (1/3)(x_2 + \sin x_1)x_2(t - \tau(t))d\omega, \end{cases}$$

其中:  $\tau(t) = 1 + \sin t$ , 初始条件为 $x_1(0) = 0.2$ 和 $x_2(0) = 0.1$ , 参考输入信号 $y_d = 0.5(\sin t + \sin 0.5t)$ . 仿真过程中, 采用RBF神经网络来逼近未知函数,  $W^T S(Z_2)$ 包含729个节点, 中心分布在 $[-5, 5] \times [-5, 5] \times [-5, 5] \times [-5, 5] \times [0, 5]$ , 宽度为1; 其他仿真参数给出如下:  $k_1 = 4.74, k_2 = 15, \lambda = 5, \sigma = 1$ . 采用定理1中的控制器(20)和参数自适应率(21), 其中 $z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1, \beta = \beta(Z_2)$ . 仿真结果由图2~4给出, 图2表明所提出的自适应跟踪控制器具有良好的跟踪性能, 输出响应 $y$ 能比较快地跟踪参考输入 $y_d$ ; 控制输入如图3所示; 图4描述了自适应参数曲线.

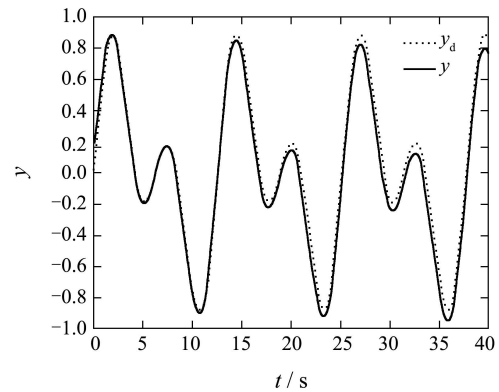


图 2 输出响应 $y(t)$ 和参考输入 $y_d(t)$

Fig 2 Output response  $y(t)$  and reference input  $y_d(t)$

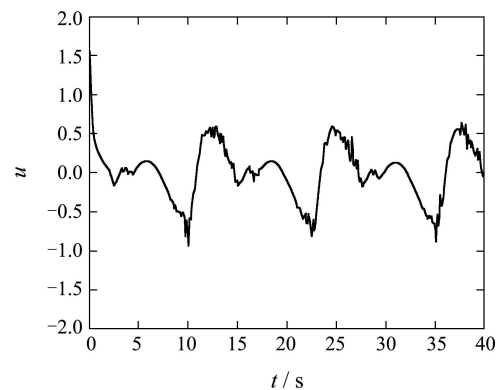
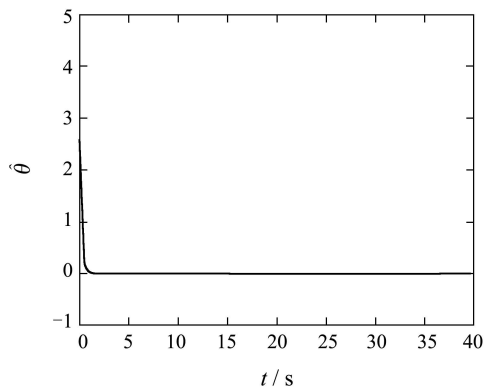


图 3 控制输入 $u(t)$

Fig 3 Control input  $u(t)$

图4 自适应参数 $\hat{\theta}$ Fig 4 Adaptive parameter  $\hat{\theta}$ 

## 5 结论(Conclusion)

本文针对一类具有未知时变时滞的不确定随机非线性严格反馈系统, 利用 Razumikhin 引理和 backstepping 方法, 提出了一种新的神经网络自适应控制器, 可以保证跟踪误差四阶矩半全局一致最终有界. 所给出的控制器结构简单, 易于实现. 将该方法推广到更一般的严格反馈型随机非线性系统是下一步工作的方向.

## 参考文献(References):

- [1] FLORCHINGER P. Lyapunov-like techniques for stochastic stability[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1995, 33(4): 1151 – 1169.
- [2] FLORCHINGER P. Feedback stabilization of affine in the control stochastic differential systems by the control Lyapunov function method[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1997, 35(2): 500 – 511.
- [3] PAN Z G, BASAR T. Adaptive controller design for tracking and disturbance attenuation in parameter-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1066 – 1083.
- [4] DENG H, KRISTIC M. Stochastic nonlinear stabilization: part 1: a backstepping design[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(3): 143 – 150.
- [5] DENG H, KRISTIC M. Stochastic nonlinear stabilization: part 2: inverse optimality[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(3): 151 – 159.
- [6] WANG Y C, ZHANG H G, WANG Y Z. Fuzzy adaptive control of stochastic nonlinear systems with unknown virtual control gain function[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(2): 170 – 178.
- [7] PSILLAKIS H E, ALEXANDRIDIS. NN-based adaptive tracking control of uncertain nonlinear systems disturbed by unknown covariance noise[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(6): 1830 – 1835.
- [8] YU J J, ZHANG K J, FEI S M. Direct fuzzy tracking control of a class of nonaffine stochastic nonlinear systems with unknown dead-zone input[C] // *Proceedings of the 17th World Congress, the International Federation of Automatic Control*. Elsevier: International Federation of Accountants, 2008, 12236 – 12241.
- [9] 谢立, 何星, 熊刚, 等. 随机非线性时滞大系统的输出反馈分散镇定[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(6): 825 – 830. (XIE Li, HE Xing, XIONG Gang, et al. Decentralized output feedback stabilization for large scale stochastic nonlinear system with time delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 825 – 830.)
- [10] GE S S, HUANG C C, LEE T, et al. *Stable Adaptive Neural Network Control*[M]. USA: Kluwer Academic, 2002.
- [11] RICHARD J P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems[J]. *Automatica*, 2003, 39(10): 1667 – 1694.
- [12] MAO X R. Razumikhin-type theorems on exponential stability of stochastic functional differential equations[J]. *Stochastic Process and Their Application*, 1996, 65(2): 233 – 250.
- [13] JANKOVIC S, RANDJELOVIC J, JOVANOVIC M. Razumikhin-type exponential stability criteria of neutral stochastic functional differential equations[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2009, 355(2): 811 – 820.
- [14] CHEN W S, JIAO L C, LI J, et al. Adaptive NN backstepping output-feedback control for stochastic nonlinear strict-feedback systems with time-varying delays[J]. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3): 939 – 950.
- [15] LIU S J, GE S S, ZHANG J F. Robust output-feedback stabilization for a class of uncertain stochastic nonlinear systems with time-varying delays[C] // *Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Control and Automation*. Piscataway, NJ: IEEE, 2007: 2766 – 2771.
- [16] 余昭旭, 杜红彬. 基于NN的不确定随机非线性时滞系统自适应有界镇定[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(7): 855 – 860. (YU Zhaoxu, DU Hongbin. Neural-network-based bounded adaptive stabilization for uncertain stochastic nonlinear systems with time-delay[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(7): 855 – 860.)
- [17] 胡适耕, 黄乘明, 吴付科. 随机微分方程[M]. 科学出版社, 2008: 153 – 156. (HU Shigeng, HUANG Chengming, WU Fuke. *Stochastic Differential Equations*[M]. Beijing: Science Press, 2008: 153 – 156.)
- [18] PLOLYCARPOU M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447 – 451.

## 作者简介:

余昭旭 (1978—), 男, 讲师, 目前研究方向为非线性控制, E-mail: yyzx@ecust.edu.cn;

杜红彬 (1974—), 男, 副教授, 目前研究方向为非线性智能控制, E-mail: ben.du@ecust.edu.cn.