

## 静电刚度式谐振微加速度计闭环驱动控制

刘恒<sup>1,2</sup>, 何晓平<sup>2</sup>, 张凤田<sup>2</sup>, 苏伟<sup>2</sup>, 张富堂<sup>2</sup>

(1. 重庆大学通信工程学院, 重庆 400030; 2. 中国工程物理研究院电子工程研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 分析了谐振微加速度计闭环驱动控制的要求, 并根据要求建立了幅度和频率自适应控制的双闭环驱动分析模型. 鉴于系统的高阶非线性, 采用近似平均法分析了系统的稳态平衡点和稳定条件. 对基于锁相技术的频率跟踪环, 得到了环路频率稳定跟踪的积分控制器临界条件. 对基于自动增益的幅度控制环, 分析表明在没有PI控制器时不能实现恒幅振动, 在引入PI控制器后, 振动幅度与品质因数和频率无关; 同时, 较小的直流参考电压能实现同样大的振幅. 仿真结果有效的验证了上述结论, 理论分析和仿真有助于驱动电路的设计和调试.

**关键词:** 加速度计; 谐振; 恒幅; 频率跟踪; 平均法

**中图分类号:** V241.5 **文献标识码:** A

## Closed-loop control for resonant accelerometer based on electrostatic stiffness

LIU Heng<sup>1,2</sup>, HE Xiao-ping<sup>2</sup>, ZHANG Feng-tian<sup>2</sup>, SU Wei<sup>2</sup>, ZHANG Fu-tang<sup>2</sup>

(1. College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621900, China)

**Abstract:** We investigate the requirements of closed-loop control for a resonant micro-accelerometer, for which we develop a closed-loop of gain-control for stabilizing the amplitude and a phase-locked loop for tracking the frequency. Because of the obstacle of high order of nonlinearity of the system, we had to employ the average method for analyzing the system stability and determining the equilibrium point. The analysis reaches a critical condition for the integral controller in the stable tracking of the closed-loop frequency. As for the amplitude-stabilization loop with auto-gain, the analysis shows that an oscillation with constant amplitude can not be achieved without a PI controller. When the PI controller is introduced, the oscillation amplitude and the performance index are independent from the frequency, and the same value of amplitude can be realized by a smaller value of the reference voltage. Simulation results confirm the above conclusions. When combined with the theoretical analysis, they are instrumental to the design and testing of driving circuits.

**Key words:** accelerometer; resonant; constant amplitude; frequency tracking; averaging method

### 1 引言(Introduction)

振梁式微机械谐振加速度计主要通过频率的改变来敏感线加速度, 即利用加载在质量块上惯性力的变化来引起振梁等效刚度的变化, 谐振频率随之变化<sup>[1~5]</sup>. 该类型传感器输出为数字信号, 具有较好的数字接口; 传输中信号衰减少, 抗干扰性强, 广泛应用于航天、汽车等领域. 目前研究的振梁式微谐振加速度计多采用静电自激方式来实现活动结构的驱动, 一般量程较小, 大的量程意味着频率变化范围大; 同时由于谐振传感器在稳定时要满足相位和幅度平衡条件, 不可避免需要引入移相环节, 而一般的移相电路移相大小均与频率有关, 在频率变化时, 很难保证相位的平衡, 从而会引起系统谐振频率的抖动, 需要额外的相位补偿电路, 增加了驱动电路的复杂性. 在小量程加速度计的驱动电路设计过程中, 应

尽量使结构振动幅度恒定, 因为振动幅度的变化将带来结构振动频率的非线性变化<sup>[6]</sup>, 很难分辨频率的变化是由振动幅度变化引起还是由加速度变化引起, 制约了传感器的分辨率. 同时加速度改变将导致结构谐振频率的变化需要采用频率跟踪控制环来实现结构处在谐振状态.

目前谐振加速度计多采用双边驱动, 差分检测的方式. 通过自动增益控制(auto gain control, AGC)来稳定结构振动幅度, 电路结构多包括电荷放大器、全波整流、比较放大器、低通滤波、PI控制器等. 而频率控制环多采用锁相技术来实现频率跟踪. 由于结构本身相当于一个品质因数比较大的二阶带通滤波器(多采用真空封装), 加之外围的滤波器和PI控制器, 整个闭环系统阶次比较高, 同时存在全波整流非线性环节, 很难直接利用数值方法判断系

统的稳定性和振动幅度的稳态平衡点, 电路的设计和调试缺乏指导性理论.

本文根据谐振微加速度计的工作原理, 建立了幅度自动增益控制和频率锁相控制的双闭环驱动电路数值分析模型, 利用慢时变系统平均方法, 分析了系统的稳定性和振动幅度稳态平衡点, 分析了PI控制器在恒幅控制环中的作用及频率跟踪稳定性与积分控制器系数的关系, 并根据设计的基于静电刚度式谐振加速度计的参数, 建立了数值仿真验证模型, 对上述理论分析结果进行了验证.

## 2 谐振微加速度计的闭环驱动控制原理 (Closed-loop control principle for resonant accelerometer)

整个闭环控制电路模块见图1, 幅度和频率的混合控制包括两个环路: 恒定幅度控制和频率跟踪控制. 其中表芯结构等效为质量-弹簧-阻尼模型, 用二阶传递函数表示.  $m$ 为结构在工作模态的等效质量,  $\omega_n$ 为谐振频率,  $Q$ 为品质因数,  $x$ 为振子位移坐

标,  $k_1$ 为位移检测放大系数,  $\tau$ 为一阶低通滤波器的时间常数,  $A$ 为位移信号的检测幅度,  $V_R$ 为直流参考电压, 负号是由于实际电路采用反相加法器来完成差值运算.  $k_P$ 和 $k_I$ 分别为比例积分系数,  $V_C$ 为直流驱动电压,  $k_2$ 为电压与静电力的转换系数,  $F_d$ 为静电驱动力,  $r(t)$ 为电噪声产生的等效静电力, 稳定时其远小于稳态静电驱动力 $F_d$ , 频率跟踪环路见图2.

两个环路相互影响, 也就存在了耦合. 在分析过程中, 主要考虑两个环路在稳定状态时候的耦合. 在压控振荡器输出的电压幅度确定条件下, 根据接口电路的检测能力确定直流驱动电压的范围, 也就确定了频率跟踪环的直流电压, 最后确定幅度控制环的其他参数. 在介绍过程中, 首先分析频率跟踪环路, 假设驱动直流电压的幅度为固定值, 从而可以求解出锁相环路的稳定条件, 临界的积分控制器系数也就可以确定. 在幅度控制环中, 可以调节直流参考电压和其他电学参数来满足频率跟踪环对应的系统稳定条件.

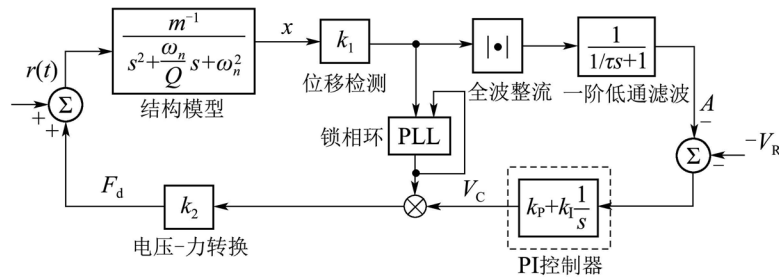


图1 谐振式微加速度计的双闭环驱动控制

Fig. 1 Double close-loops control for resonant accelerometer

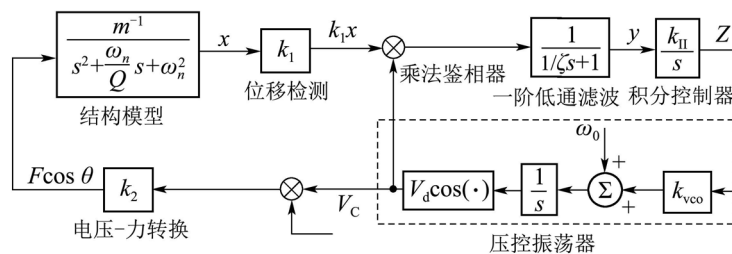


图2 基于锁相技术的谐振式微加速度计频率跟踪控制

Fig. 2 Frequency tracking control system for resonant accelerometer

### 2.1 基于锁相技术的频率跟踪控制(Frequency tracking technology based on phase-locked principle)

基于锁相环的频率跟踪控制系统包括电荷放大器, 模拟乘法器, 低通滤波器, 积分控制器, 压控振荡器, 加法电路等. 在初始状态, 直流电压固定, 交流电压由压控振荡器提供, 初始频率可以根据实际情况设定. 当检测的位移相位与驱动交流电

压相位不为 $90^\circ$ 积分控制器将对误差相位信息进行累加来调整压控振荡器的输入电压. 当达到稳定时, 压控振荡器输出的频率与结构的振动固有频率相一致<sup>[7]</sup>, 分析模型见图2.  $\zeta$ 为一阶低通滤波器的时间常数,  $k_{II}$ 为积分系数, 也就是设计控制器需要关注的参数.  $Z$ 是压控振荡器的控制电压,  $y$ 为积分器输入电压,  $k_{vco}$ 为压控振荡器的转换系数,  $V_d$ 和 $\omega_0$ 分别为压控振荡器的输出电压幅值和初始

振荡频率.

在采用梳齿结构驱动时, 当结构品质因数比较大时, 静电力可以表示为

$$F_d = k_2 V_C V_d \cos(\omega t + \phi) = F \cos \theta. \quad (1)$$

在驱动电压幅度固定时, 参数  $F$  是确定的. 对于压控振荡器来说, 有

$$\dot{\theta} = \omega_0 + k_{vco} Z. \quad (2)$$

式(2)中, 相位角度  $\theta$  可以表示为

$$\theta = \int_0^t (\omega_0 + k_{vco} Z) d\tau. \quad (3)$$

对于相位角度差的积分控制器来说, 有

$$Z = k_{II} \int_0^t y d\tau. \quad (4)$$

式(4)也可以表示为

$$\dot{Z} = k_{II} y. \quad (5)$$

对于模拟乘法器的鉴相器, 假定输出为单位的正余弦函数, 有

$$\dot{y} = \zeta(k_1 x \cos \theta - y). \quad (6)$$

根据上述各模块的建模, 得到系统的方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{\omega_n}{Q} \dot{x} + \omega_n^2 x = F \frac{\cos \theta}{m} = I \cos \theta, \\ \dot{\theta} = \omega_0 + k_{vco} Z, \\ \dot{Z} = k_{II} y, \\ \dot{y} = \zeta(k_1 x \cos \theta - y). \end{cases} \quad (7)$$

假定结构振动位移为

$$x(t) = a(t) \cos(\theta(t) + \phi(t)), \quad (8)$$

$a(t)$  和  $\phi(t)$  为振动位移的幅度和相位, 在系统稳定条件下, 可以认为是两个缓变参数<sup>[8]</sup>. 此时振动速度为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -a(t) \dot{\theta} \sin(\theta + \phi) + \dot{a}(t) \cos(\theta + \phi) - \\ & a(t) \dot{\phi} \sin(\theta + \phi). \end{aligned} \quad (9)$$

由于幅度变化和相位变化为缓慢变化参数<sup>[8]</sup>, 有

$$\dot{a}(t) \cos(\theta + \phi) - a(t) \dot{\phi} \sin(\theta + \phi) = 0, \quad (10)$$

那么振动加速度为

$$\ddot{x}(t) = -\dot{a}(t) \dot{\theta} \sin(\theta + \phi) - a(t) \dot{\theta} (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos(\theta + \phi). \quad (11)$$

将  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$  代入式(7), 结合式(10)有

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) = & -\frac{1}{\omega_0 + k_{vco} Z} \{ I \sin(\theta + \phi) \cos \theta + \\ & a(t) [(\omega_0 + k_{vco} Z)^2 - \omega_0^2] \cdot \\ & \sin(\theta + \phi) \cos(\theta + \phi) + a(t) \cdot \\ & [k_{vco} k_{II} y + \frac{\omega_0}{Q} (\omega_0 + k_{vco} Z)] \sin^2(\theta + \phi) \}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(t) = & -\frac{1}{\omega_0 + k_{vco} Z} \left\{ \frac{I}{a(t)} \cos(\theta + \phi) \cos \theta + \right. \\ & [k_{vco} k_{II} y + \frac{\omega_0}{Q} (\omega_0 + k_{vco} Z)] \cdot \\ & \left. \sin(\theta + \phi) \cos(\theta + \phi) + \right. \\ & \left. [(\omega_0 + k_{vco} Z)^2 - \omega_0^2] \cos^2(\theta + \phi) \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{Z} = k_{II} y, \quad (14)$$

$$\dot{y} = \zeta(k_1 a(t) \cos(\theta + \phi) \cos \theta - y). \quad (15)$$

利用平均周期法对式(12)~(15)进行化简, 有

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) = & -\frac{1}{\omega_0 + k_{vco} Z} \left\{ \frac{I}{2} \sin \bar{\phi} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \bar{a}(t) [k_{vco} k_{II} y + \frac{\omega_0}{Q} (\omega_0 + k_{vco} Z)] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(t) = & -\frac{1}{\omega_0 + k_{vco} Z} \left\{ \frac{I}{2 \bar{a}(t)} \cos \bar{\phi} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} [(\omega_0 + k_{vco} Z)^2 - \omega_0^2] \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\dot{Z} = k_{II} y, \quad (18)$$

$$\dot{y} = \zeta \left( \frac{1}{2} k_1 \bar{a}(t) \cos \bar{\phi} - y \right). \quad (19)$$

对于平衡点的求取, 即令各参数对时间求导为0, 有

$$\bar{\phi}_0 = -\frac{\pi}{2}, \quad \bar{z}_0 = \frac{\omega_n - \omega_0}{k_{vco}}, \quad \bar{y}_0 = 0.$$

为了分析系统的稳定性, 在平衡点对方程进行线性化, 得到Jacobian矩阵, 有

$$\begin{pmatrix} \dot{a}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \dot{Z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\omega_n}{2Q} & 0 & \frac{I k_{vco}}{2\omega_n^2} & -\frac{I k_{vco} Q k_{II}}{2\omega_n^3} \\ 0 & -\frac{\omega_n}{2Q} & -k_{vco} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{II} \\ 0 & \frac{I \zeta Q k_1}{2\omega_n^2} & 0 & -\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ \phi(t) \\ Z(t) \\ y(t) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

根据劳思判据, 有

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\omega_n}{2Q} + \lambda \right)^2 \lambda (\lambda + \zeta) + \\ & \left( \frac{\omega_n}{2Q} + \lambda \right) \frac{Q I k_1 \zeta}{2\omega_n^2} k_{II} k_{vco} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

要使系统稳定, 那么要求化简后各系数大于0<sup>[9]</sup>, 其中  $\lambda$  为特征值, 有

$$k_{II} \leq \frac{(2Q\zeta + \omega_n)\omega_n^3}{2Q^3 I k_1 k_{vco}}. \quad (22)$$

要求系统能够稳定在平衡点, 控制器中的积分常数必须满足式(22). 显然积分常数越小, 需要稳定的时间越长. 对于基于静电刚度的谐振加速度计在刚度变化下, 可以求出对应的频率范围, 根据频率范围来得到积分控制器中的系数范围, 从而在整个量程内均能实现频率跟踪.

## 2.2 幅度自动增益控制(Amplitude auto gain control)

幅度的自动增益控制和相位跟踪控制存在耦合, 不同的频率激励结构产生的检测信号幅度对幅度控制将产生影响. 在分析时, 主要分析基于位移检测的直流幅度自动增益控制, 频率跟踪部分可以参照上一节的分析. 对于幅度的直流自动增益控制, 在无PI控制器条件下动力学方程为

$$\begin{cases} m(\ddot{x} + \frac{\omega_n}{Q}\dot{x} + \omega_n^2 x) = \\ -KV_C \sin(\omega_n t + \phi(t)), \\ \dot{A} = \frac{1}{\tau}(|k_1 x| - A), \\ V_C = V_R - A, \end{cases} \quad (23)$$

式(23)中  $K = k_1 k_2$ . 将式(8)(9)和(11)代入方程组(23), 令

$$R = \frac{\omega_n}{Q}, T = \frac{k(V_R - A)}{m\omega_n}.$$

结合式(10), 有

$$\dot{a}(t) = -R(a(t) - T)\sin^2(\omega_n t + \phi(t)), \quad (24)$$

$$\dot{\phi}(t) = \frac{-R(a(t) - T)}{a(t)}\sin(\omega_n t + \phi(t)) \times \cos(\omega_n t + \phi(t)), \quad (25)$$

$$\dot{A} = \frac{1}{\tau}(|k_1 a(t)\cos(\omega_n t + \phi(t))| - A). \quad (26)$$

利用平均周期法化简式(24)~(26), 有

$$\dot{a}(t) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_n}{Q}a(t) - \frac{k(V_R - A)}{m\omega_n}\right), \quad (27)$$

$$\dot{\phi}(t) = 0, \quad (28)$$

$$\dot{A} = \frac{1}{\tau}\left(\frac{2}{\pi}k_1 a(t) - A\right). \quad (29)$$

分析方程(24)~(26)构成的系统的稳定性, 需要求出其稳态平衡点, 求解平衡点有

$$\begin{cases} \bar{a}_0 = \frac{\pi K Q V_R}{\pi m \omega_n^2 + 2 k_1 K Q}, \\ \bar{A}_0 = \frac{2 k_1 K Q V_R}{\pi m \omega_n^2 + 2 k_1 K Q}. \end{cases} \quad (30)$$

对上述方程(27)(29)在平衡点附近线性化, 对于平

衡点  $(\bar{a}_0, \bar{A}_0)$  有

$$\begin{cases} \dot{a}(t) = \\ \frac{\omega_n}{2Q}\left(\frac{\pi K Q V_R}{\pi m \omega_n^2 + 2 k_1 K Q} - a(t)\right) - \frac{K A(t)}{2 m \omega_n}, \\ \dot{A}(t) = \frac{1}{\tau}\left(\frac{2}{\pi}k_1 a(t) - A(t)\right). \end{cases} \quad (31)$$

对上述方程组进行拉普拉斯变换, 有

$$\begin{cases} s a(s) = -\frac{1}{2}\frac{\omega_n}{Q}a(s) - \frac{1}{2}\frac{K}{m\omega_n}A(s), \\ s A(s) = \frac{1}{\tau}\left(\frac{2}{\pi}k_1 a(s) - A(s)\right). \end{cases} \quad (32)$$

式(32)对应特征多项式为

$$\tau s^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\tau\omega_n}{Q}\right)s + \frac{1}{2}\frac{\omega_n}{Q} + \frac{K k_1 \tau}{\pi m \omega_n} = 0. \quad (33)$$

由于特征根在相平面的左半平面, 该平衡点是稳定的.

$$\Delta = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\tau\omega_n}{Q}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\frac{\omega_n}{Q} + \frac{K k_1 \tau}{\pi m \omega_n}\right), \quad (34)$$

$\Delta$ 的大小和正负将影响系统的稳态响应时间和振荡幅度大小. 通过对式(29)平衡点的分析发现, 振动幅度的稳态值与品质因数和频率有关, 这意味着在加速度增加的作用下, 等效谐振频率变化, 频率锁定后, 幅度将不再保持原来的值, 采用这样的控制方法是不能实现恒幅振动的.

对于幅度的直流自动增益控制, 在有PI控制器条件下系统动力学方程为

$$\begin{cases} m(\ddot{x} + \frac{\omega_n}{Q}\dot{x} + \omega_n^2 x) = -KV_C \sin(\omega_n t + \phi(t)), \\ \dot{A} = \frac{1}{\tau}(|k_1 x| - A), \\ V_C = k_P(V_R - A) + k_I(\dot{V}_R - \dot{A}). \end{cases} \quad (35)$$

令

$$R = \frac{\omega_n}{Q}, \dot{T} = \frac{k V_C}{m \omega_n}.$$

求解后有

$$\dot{a}(t) = -(R a(t) - \dot{T})\sin^2(\omega_n t + \phi(t)), \quad (36)$$

$$\dot{\phi}(t) = \frac{(\dot{T} - R a(t))}{a(t)}\sin(\omega_n t + \phi(t)) \times \cos(\omega_n t + \phi(t)), \quad (37)$$

$$\dot{A} = \frac{1}{\tau}(|k_1 a(t)\cos(\omega_n t + \phi(t))| - A), \quad (38)$$

$$V_C = k_P(V_R - A) - k_I \dot{A}. \quad (39)$$

利用平均法化简式(36)~(39), 求解得到平衡点有

$$\begin{cases} \bar{a}_0 = \frac{\pi V_R}{2k_1}, \\ \bar{V}_C = \frac{m\omega_n^2}{KQ}, \\ \bar{A}_0 = V_R. \end{cases} \quad (40)$$

对上述方程(36)~(39)在平衡点附近线性化, 特征多项式为

$$\frac{\tau\pi}{2k_1}s^3 + \left(\frac{\pi}{2k_1} + \frac{\tau\pi\omega_n}{4k_1Q}\right)s^2 + \left(\frac{\pi\omega_n}{4k_1Q} + \frac{k_P K}{2m\pi\omega_n}\right)s + \frac{kk_1}{2m\omega_n} = 0, \quad (41)$$

要使系统稳定, 需要满足

$$\Delta = \left(1 + \frac{\tau\omega_n}{2Q}\right)\left(\frac{\pi\omega_n}{4k_1Q} + \frac{k_P K}{2m\omega_n}\right) - \frac{\tau K k_1}{2m\omega_n} \geq 0. \quad (42)$$

通过对式(40)平衡点的分析发现, 振动幅度 $a(t)$ 的稳态值与品质因数和频率无关, 这意味着在加速度变化的作用下, 幅度将保持原来的值, 采用这样的控制方法才能实现真正恒幅振动。

### 3 仿真验证(Simulation verification)

谐振式微加速度计多通过刚度的变化来改变振梁的频率, 振梁工作模态频率 $f$ 可以表示为

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_m - k_e(g)}{m}}. \quad (43)$$

式(43)中:  $k_m$ 为振梁工作模态的等效刚度,  $k_e(g)$ 为惯性加速度或加载电压等引起的刚度变化量, 为加速度 $g$ 的函数. 为了验证上述理论, 利用设计的基于静电刚度式谐振加速度计参数建立了数值仿真模型, 其中表芯结构见图3所示. 图中: 1, 5为检测电极, 2, 4, 6, 8为驱动电极, 3, 7为活动振梁电极, 具体工作原理见文献[5].

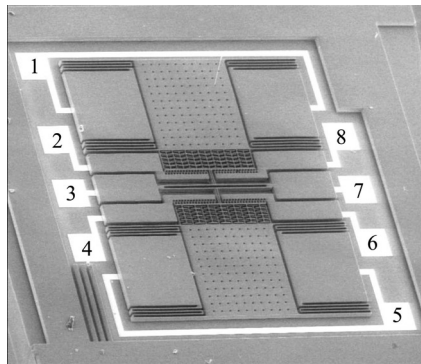


图 3 体硅溶片工艺制造的静电刚度谐振加速度计(SEM)  
Fig. 3 Accelerometer fabricated with sulk-silicon dissolved process (SEM)

结构和仿真电学参数见表1, 其中:  $k_s$ 为折叠梁刚度,  $d_0$ 为检测端平板电容初始间距,  $m_s$ 为折叠梁

质量,  $V_s$ 为检测端电压. 参数意义可参见文献[10].

表 1 加速度计结构参数及电学参数  
Table 1 Structure and circuit Parameters for accelerometer

参数	值	参数	值
$k_m$	200 N/m	$\tau$	2000
$k_s$	24 N/m	$\omega_n$	10000 Hz
$m$	200 $\mu\text{g}$	$\omega_0$	8000 Hz
$m_s$	50.7 $\mu\text{g}$	$k_{vco}$	10000 rad/V
$V_s$	5 V	$Q$	100
$S$	0.452 $\mu\text{m}^2$	$d_0$	2.5 $\mu\text{m}$
$k_1$	1000000 N/V <sup>2</sup>	$k_2$	10 N/V <sup>2</sup>
$\varsigma$	628		

基于 Simulink 的系统仿真模型见图 4(a), 函数  $k_e(g)$ 见参考文献[10], 在仿真时间为6 s时, 加速度由0阶跃跳变到98  $\text{m}^2/\text{s}$ , 见图4(b). 在频率跟踪环分析时, 直流驱动电压设定为10 V, 根据上述参数和式(22), 计算得到临界 $k_{II}$ 为23.37. 图5为频率跟踪曲线, 在 $k_{II}$ 为5小于临界值时, 频率跟踪达到稳定时间长, 但未出现频率的抖动(图5(a)); 在 $k_{II}$ 为85大于临界值时, 频率跟踪达到稳定时间短, 但出现了明显的抖动(图5(b)).

加入幅度控制环后, 选择的直流参考电压 $V_R$ 为0.6 V, 加载加速度保持不变, 在无PI控制器条件下, 随着加速度的增加, 谐振频率变小, 见图6(a). 根据式(30), 检波电压 $A$ 应随频率的减小而变大, 图7(a)曲线表明在加速度增大后, 检波电压 $A$ 增大, 验证了理论分析. 很显然, 式(23)中稳态直流驱动电压将减小, 图8(a)与结论一致. 对于结构振动幅度, 图9(a)表明在频率变小情况下, 振动幅度将增大, 不再保持原来的幅值, 式(30)中关于振动幅度的稳态表达结果得到了验证. 在引入PI控制器后, 设定 $k_P$ 为1, 根据式(42)计算得到临界 $k_I$ 为2048, 仿真设定为10, 满足稳定条件.

在有PI控制器条件下, 随着加速度的增加, 谐振频率依然变小, 见图6(b), 对频率跟踪环路几乎不产生影响. 根据式(40), 检波电压 $A$ 应保持与直流参考电压一致, 图7(b)曲线表明在稳态时, 检波电压 $A$ 趋于0.6 V, 不随加速度的变化而改变, 验证了这一理论分析. 图8(b)表明直流驱动电压 $V_C$ 将随频率减小而减小, 与式(40)中关于 $V_C$ 的表达式一致. 对于结构振动幅度, 图9(b)表明在加速度变化前后, 稳态振动幅度不变, 能实现恒定幅度的振动; 同时, 与图9(a)比较, 振动幅度远大于没有PI控制器的振动幅度. 上述仿真结果表明基于平均周期法分析闭环谐振加速度计的驱动控制是有效的.

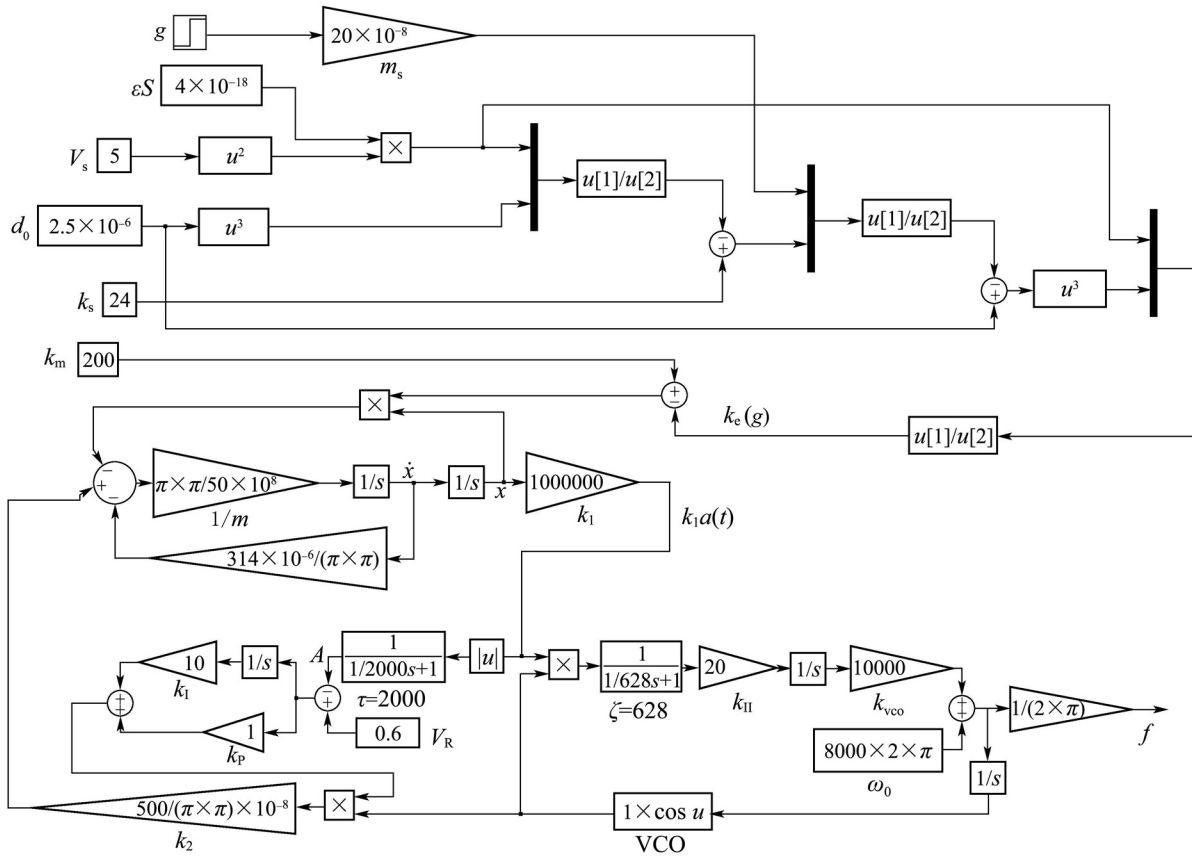


图 4(a) 数值仿真模型

Fig.4(a) Model for simulation

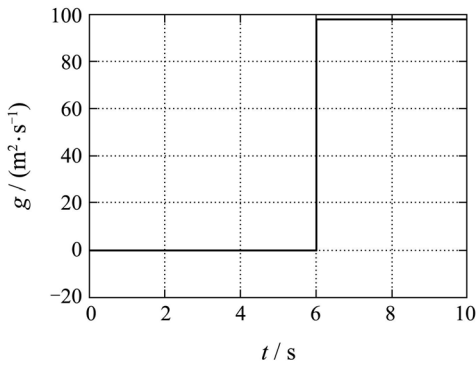


图 4(b) 加速度

Fig. 4(b) Applied acceleration

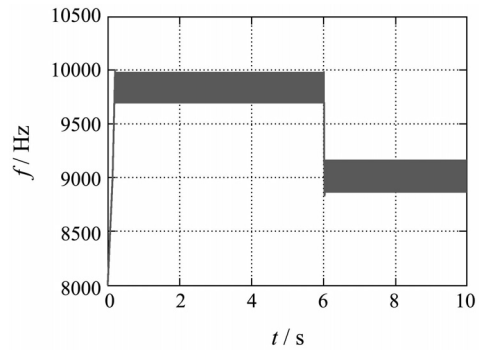


图 5(b) 频率跟踪( $k_I = 85$ )

Fig. 5(b) Frequency tracking  $f(k_I = 85)$

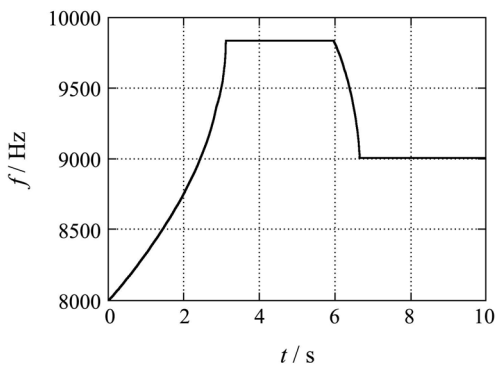


图 5(a) 频率跟踪( $k_I = 5$ )

Fig. 5(a) Frequency tracking  $f(k_I = 5)$

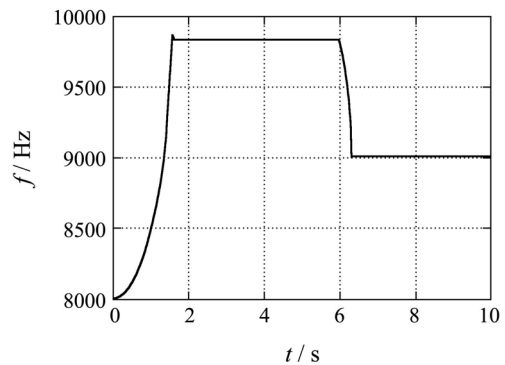


图 6(a) 频率跟踪(无PI控制器)

Fig. 6(a)  $f(t)$ (without PI controller)

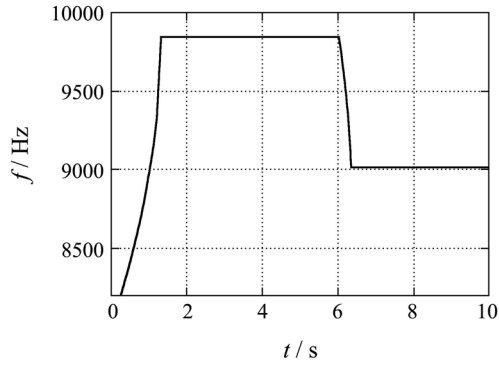


图 6(b) 频率跟踪(有PI控制器)

Fig. 6(b)  $f(t)$ (PI controller)

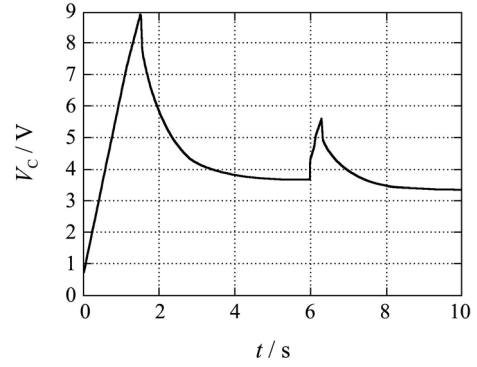


图 8(b)  $V_C$ (有PI控制器)

Fig. 8(b)  $V_C$ (with PI controller)

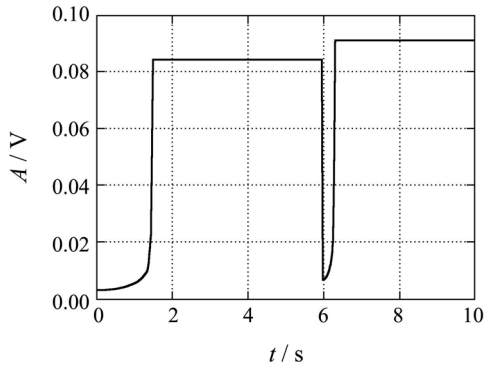


图 7(a)  $A$ (无PI控制器)

Fig. 7(a)  $A$ (without PI controller)

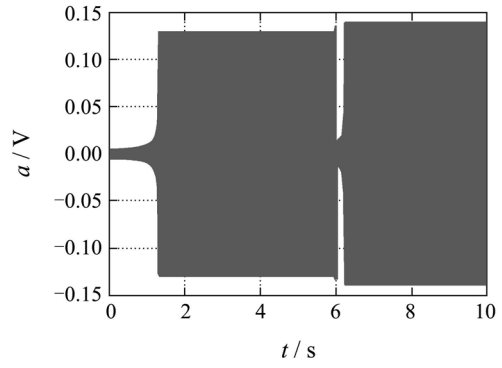


图 9(a)  $a(t)$ (无PI控制器)

Fig. 9(a)  $a(t)$ (without PI controller)

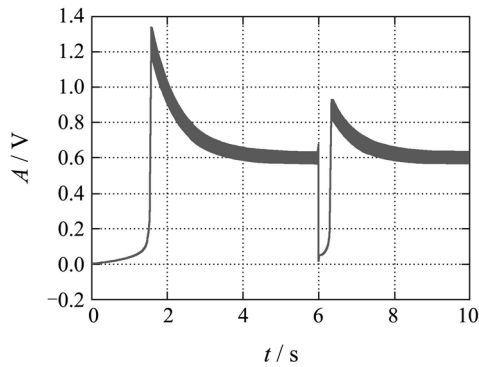


图 7(b)  $A$ (有PI控制器)

Fig. 7(b)  $A$ (with PI controller)

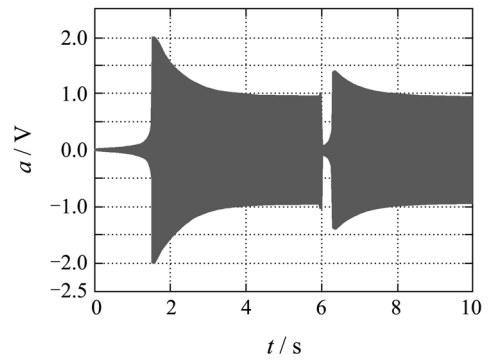


图 9(b)  $a(t)$ (有PI控制器)

Fig. 9(b)  $a(t)$ (with PI controller)

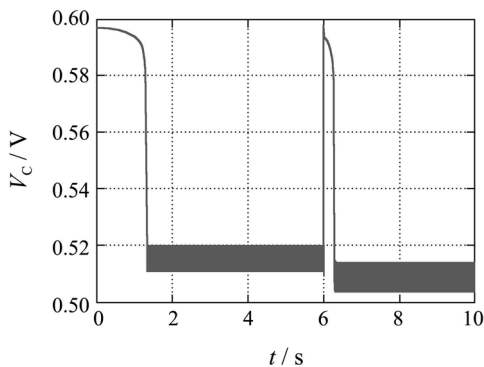


图 8(a)  $V_C$ (无PI控制器)

Fig. 8(a)  $V_C$ (without PI controller)

### 4 结论(Conclusions)

本文首先分析谐振微加速度计闭环驱动的要求和存在的问题,建立了双闭环自动增益幅度控制和基于锁相的频率跟踪控制的数值分析模型,对振动幅度和频率耦合控制,利用平均周期法得到了系统的稳定条件和各自稳态平衡点,并分析了PI控制器对恒幅振动的影响.得到了指导电路设计和调试的以下结论,并进行了仿真验证:

- 1) 固定电压幅度的闭环锁相控制,在鉴相器为模拟乘法器时,系统稳定需要积分控制器系数 $k_{II}$ 满足式(22), $k_{II}$ 太小,频率跟踪稳定时间长;

$k_{II}$ 太大, 频率跟踪将出现抖动, 振动幅度稳态平衡点与频率有关。

2) 当振动幅度和频率耦合控制中, 幅度控制环没有PI控制器时, 结构振动幅度稳态平衡点与频率有关, 当频率变化将导致振动幅度发生变化, 不能实现恒幅振动。

3) 当振动幅度和频率耦合控制中, 幅度控制环有PI控制器时, 结构振动幅度稳态平衡点与频率、品质因数无关, 仅与直流参考电压和增益放大系数有关, 当加速度引起频率变化时振动幅度恒定; 同时, 较小的直流参考电压能得到较大的振动幅度。但PI控制器各系数的选择需满足式(42)。

### 参考文献(References):

- [1] SUSAN X P S, HENRY S Y. A resonant accelerometer with two-stage micro-leverage mechanisms fabrication by SOI-MEMS technology[J]. *IEEE Sensor Journal*, 2005, 5(6): 1214 – 1223.
- [2] 任杰, 樊尚春, 王路达. 谐振式微加速度计设计的关键技术[J]. *传感技术学报*, 2008, 21(4): 593 – 595.  
(REN Jie, FAN Shangchun, WANG Luda. Critical technologies in design of micromechanical resonant accelerometer[J]. *Chinese Journal of Sensor and Actuator*, 2008, 21(4): 593 – 595.)
- [3] 何高法, 唐一科, 何晓平. 一种新型谐振式加速度计设计和分析[J]. *微纳电子技术*, 2007, 7(8): 252 – 253.  
(HE Gaofa, TANG Yike, HE Xiaoping. Design and analysis of a novel micro resonant accelerometer[J]. *Micronanoelectronic Technology*, 2007, 7(8): 252 – 253.)
- [4] SEOK S, CHUN K. Inertial-grade in-plane resonant silicon accelerometer[J]. *Electronics Letters*, 2006, 42(19): 1092 – 1094.
- [5] ZHANG F T, HE X P, SI Z G, et al. Structure design and fabrication of silicon resonant micro-accelerometer based on electrostatic stiffness[J]. *Electronic Engineering and Computing Technology Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2010, 60: 37 – 45.
- [6] 郝一龙, 贾玉斌. 谐振加速度计的非线性分析[J]. *纳米技术与精密工程*, 2003, 1(1): 31 – 33.  
(HAO Yilong, JIA Yubin. Nonlinear analysis for micro-machined based on resonant principle[J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2003, 1(1): 31 – 33.)
- [7] 许宜申, 王寿荣, 盛平, 等. 微机械振动陀螺仪闭环驱动电路分析与设计[J]. *测控技术*, 2006, 25(10): 68 – 70.  
(XU Yishen, WANG Shourong, SHENG Ping, et al. Analysis and design on the closed-loop driving circuit of micro-machined vibratory gyroscope[J]. *Measurement and Control Technology*, 2006, 25(10): 68 – 70.)
- [8] 王展飞, 鲁文高, 李峰, 等. MEMS振动陀螺闭环自激驱动的理论分析与数值仿真[J]. *传感技术学报*, 2008, 21(8): 1337 – 1342.  
(WANG Zhanfei, LU Wengao, LI Feng, et al. Theoretical analysis and numerical simulation of closed loop self oscillation system for MEMS vibratory gyroscopes[J]. *Chinese Journal of Sensor and Actuator*, 2008, 21(8): 1337 – 1342.)
- [9] SUN X, HOROWITZ R, KOMVOPOULOS K. Stability and resolution analysis of a phase-locked loop natural frequency tracking system for MEMS fatigue testing [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2002, 124(6): 599 – 605.
- [10] 刘恒, 张凤田, 何晓平, 等. 检测电压对一种新型谐振式微加速度计的影响[J]. *传感技术学报*, 2009, 22(9): 1261 – 1265.  
(LIU Heng, ZHANG Fengtian, HE Xiaoping, et al. The influence of the sensing voltage for a novel type resonant micro-accelerometer[J]. *Chinese Journal of Sensor and Actuator*, 2009, 22(9): 1261 – 1265.)

### 作者简介:

刘恒 (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为微机械惯性传感器系统设计, E-mail: ghost80boy@163.com;

何晓平 (1969—), 女, 研究员, 目前研究方向为MEMS传感技术及惯性传感器开发, E-mail: hexpiee@263.net;

张凤田 (1976—), 男, 博士, 目前研究方向为MEMS传感器及集成电路等, E-mail: zftstuart@sohu.com;

苏伟 (1964—), 男, 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为MEMS传感技术及无线电物理, E-mail: weisu@caep.ac.cn;

张富堂 (1941—), 男, 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为无线测控技术, E-mail: zft5431@caep.ac.cn.