

四元数扩维无迹卡尔曼滤波算法及其在大失准角快速传递对准中的应用

周卫东, 吉宇人, 乔相伟

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对快速传递对准中量测失准角为大角度的情况, 在非线形欧拉角误差模型基础上, 推导了一种基于乘性四元数的等效快速传递对准模型. 为解决四元数在无迹卡尔曼滤波(UKF)算法中的应用问题, 提出了一种基于四元数的状态扩维无迹卡尔曼滤波(Q-AUKF)算法. 该算法将系统噪声增广到状态向量中, 解决了乘性四元数噪声无法进行向量意义下四则运算的问题. 针对四元数加权均值规范化的限制, 采用平均四元数算法保证其正交规范化要求. 最后将其应用到快速传递对准中的仿真实验结果表明, 在量测误差角为大角度的情况下, 该算法具有更高的估计精度与收敛速度.

关键词: 快速传递对准; 乘性四元数; 无迹卡尔曼滤波; 规范性

中图分类号: U666.1 **文献标识码:** A

Quaternion augmented unscented Kalman filter and its application to rapid transfer alignment under large misalignment

ZHOU Wei-dong, JI Yu-ren, QIAO Xiang-wei

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: An equivalent rapid transfer alignment model based on the multiplicative quaternion is derived for large misalignment measurements on the basis of nonlinear Euler angle error model. In order to apply quaternion to the unscented Kalman filter(UKF), a quaternion augmented UKF(Q-AUKF) algorithm is proposed. The arithmetic problem of multiplicative quaternion noise is solved by augmenting the system noise onto the state vector. An average quaternion method is adopted to guarantee the normalization of weighted quaternion. The Q-AUKF algorithm is applied to the rapid transfer alignment model and the simulation results show that the proposed algorithm has higher filter accuracy and faster convergence speed.

Key words: rapid transfer alignment; multiplicative quaternion; unscented Kalman filter; normalization

1 引言(Introduction)

传递对准是动基座对准中的一项重要技术, 它利用已经完成对准的主惯导信息对子惯导系统(如导弹、舰载机等)进行初始对准. 常用的传递对准算法主要有计算参数匹配法和测量参数匹配法. 根据使用背景的不同, 许多学者提出了多种相应的匹配方法. 其中, Kain和Cloutier提出的速度加姿态匹配算法, 由于增加了主子惯导相对姿态的观测, 从而使对准精度和时间都有了较大地提高^[1]. 但是该算法只是将初始误差角视为小量^[2], 而实际应用中经常会出现3个误差角都为大角度的情况, 此时就需要选取合理的非线性模型和滤波算法.

常用的惯导姿态更新算法主要有方向余弦法, 欧拉角法, 四元数法, 等效旋转矢量法等. 其中, 四元数法由于非奇异性和可全姿态工作得到了越来越广泛

的应用^[3,4]. 然而四元数法苛刻的正交规范化约束条件限制了它在非线性滤波中的应用. 对此, 国内外学者进行了广泛而深入的研究. Lefferts等人针对扩展卡尔曼滤波(EKF)算法中四元数规范化的限制造成的协方差阵奇异问题, 通过利用乘性误差四元数表示四元数真实值与估计值之间的距离, 推导了一种乘性EKF算法(multiplicative EKF)^[5]. 在此基础上, Vathsal和Psiaki等又分别给出了四元数的二阶非线性滤波算法和高级迭代EKF算法^[6,7]. 但是EKF算法固有的缺陷还是影响了估计精度的进一步提高. 上世纪90年代, Gordon给出了一种基于序贯重采样的粒子滤波算法, 一定程度地解决了粒子贫化问题^[8]. 以此为基础, Oshman与Carmi提出了一种四元数和遗传算法相结合的新型粒子滤波算法, 并将其应用于空间飞行器的姿态估计中^[9]. 但是粒子滤波算

法较大的计算量还是影响了其在实际工程中的应用. 近年来, Julier等人提出了通过采样点逼近系统状态分布的UKF算法^[10,11]. 在保持与EKF计算量相当的同时, 该算法的滤波精度达到了泰勒展开式的二阶. 因此, 该算法被广泛应用于非线性滤波系统中^[12]. 而四元数本质属于旋转矢量, 无法直接进行向量意义下的四则运算, 所以目前常用的方法仍是将系统方程中的四元数项转化为基于欧拉角的姿态转移矩阵再进行UKF滤波^[13]. 事实上, 限制四元数法与UKF结合的问题主要有两个, 一是姿态更新时乘性四元数的噪声不能简单地用加性噪声处理, 二是四元数的加权均值算法往往会破坏四元数的规范性. 第一个问题可通过扩维的方法将系统噪声增广到状态向量中来解决^[11]. 而针对第二个问题, Markley提出了一种基于Frononius范数的四元数加权均值算法^[14]. 该算法通过求取姿态矩阵代价函数极值的办法, 推导获得了规范的加权平均四元数.

本文在建立了大失准角四元数传递对准模型的基础上, 提出了一种四元数扩维无迹卡尔曼滤波(Q-AUKF)算法. 在大失准角情况下, 分别对两种滤波算法和误差模型进行了仿真比较. 实验结果表明, 该算法具有更高的滤波精度与收敛速度.

2 基于乘性四元数的系统数学模型(System mathematic model based on multiplicative quaternion)

Kain推导的快速传递对准模型引入了量测失准角与实际失准角, 并认为失准角为小量^[1], 即

$$C_a^b = I + \langle \varphi \times \rangle, \quad (1)$$

其中 $\langle \varphi \times \rangle$ 为误差角的反对称阵形式, 并满足:

$$\langle \varphi \times \rangle = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_z & \varphi_y \\ \varphi_z & 0 & -\varphi_x \\ -\varphi_y & \varphi_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

在大失准角情况下, 由于无法做上述简化, 因此建立的快速传递对准模型是非线性模型. 在此模型的基础上, 通过四元数与姿态转移矩阵的等效旋转关系, 推导了基于乘性四元数的快速传递对准模型.

2.1 姿态误差模型(Attitude error model)

快速传递对准中, 大失准角情况下的非线性欧拉角姿态误差模型为^[1]

$$\dot{\psi}_m = (C_m^s - C_m^{s*})\omega_{nm}^m + \varepsilon_s^s, \quad (3)$$

其中: s^* 系和 s 系分别表示子惯导系统解算的载体坐标系与真实的载体坐标系, m 系表示主惯导系统解算的载体坐标系, n 系为导航坐标系. ψ_m 表示 s^* 系到 m 系之间的量测误差角, C_m^s 为方向余弦矩阵, ω_{nm}^m 表示 m 系相对 n 系的旋转角速度在 m 系上的投影, ε_s^s 为陀螺漂移.

由于 $\dot{\psi}_m$ 也可写成 $\omega_{ms^*}^{s*}$, 因此上式也可表示为

$$\omega_{ms^*}^{s*} = (C_m^s - C_m^{s*})\omega_{nm}^m + \varepsilon_s^s. \quad (4)$$

由姿态矩阵和四元数的等效旋转关系可得^[15]

$$\begin{cases} q(C_m^s \omega_{nm}^m) = Q_m^s \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_s^m, \\ q(C_m^{s*} \omega_{nm}^m) = Q_m^{s*} \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_{s^*}^m, \end{cases} \quad (5)$$

其中: Q_m^s 表示从 s 系到 m 系的乘性四元数, $q(\cdot)$ 表示将 3×1 维向量转化为标量为零的四元数. 这里规定推导过程中出现的四元数都满足规范化限制. 为不产生歧义, 本文定义当向量和四元数相乘时, 将向量转化为四元数形式后再作运算. 将式(5)代入式(4), 得到

$$\omega_{ms^*}^{s*} = Q_m^s \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_s^m - Q_m^{s*} \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_{s^*}^m + \varepsilon_s^s. \quad (6)$$

在式(6)两边同时右乘 Q_m^{s*} , 并根据

$$\omega_{ms^*}^{s*} = -\omega_{s^*m}^{s*}, \quad (7)$$

可得

$$-\omega_{s^*m}^{s*} \otimes Q_m^{s*} = Q_m^s \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_s^m \otimes Q_m^{s*} - Q_m^{s*} \otimes \omega_{nm}^m + \varepsilon_s^s \otimes Q_m^{s*}, \quad (8)$$

再由四元数微分方程

$$\dot{Q}_m^{s*} = \frac{1}{2}Q_m^{s*} \otimes \omega_{s^*m}^m = \frac{1}{2}\omega_{s^*m}^{s*} \otimes Q_m^{s*}, \quad (9)$$

将式(9)代入式(8), 得到

$$-2\dot{Q}_m^{s*} = Q_m^s \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_s^m \otimes Q_m^{s*} - Q_m^{s*} \otimes \omega_{nm}^m + \varepsilon_s^s \otimes Q_m^{s*}. \quad (10)$$

整理可得基于乘性四元数的姿态误差模型为

$$\dot{Q}_m^{s*} = \frac{1}{2}Q_m^{s*} \otimes \omega_{nm}^m - \frac{1}{2}Q_m^s \otimes \omega_{nm}^m \otimes Q_s^m \otimes Q_m^{s*} - \frac{1}{2}\varepsilon_s^s \otimes Q_m^{s*}. \quad (11)$$

2.2 速度误差模型(Velocity error model)

快速传递对准中, 大失准角情况下考虑杆臂效应的非线性速度误差模型为^[1]

$$\delta\dot{V} = C_{s^*}^n (I - C_m^{s*} C_s^m) f_s^s - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V - \omega_{ie}^n \times (\omega_{em}^n + \omega_{en}^n) \times r^n + C_{s^*}^n \nabla_s^s, \quad (12)$$

其中: r^n 表示杆臂, ∇_s^s 为加速度计漂移, e 系表示地球坐标系.

根据四元数相继转动性定理^[15], 有

$$C_m^{s*} C_s^m f_s^s = Q_m^{s*} Q_s^m f_s^s Q_m^s Q_{s^*}^m. \quad (13)$$

将式(13)代入式(12), 并由之前的等效旋转定理, 式(12)可写成

$$\delta\dot{V} = Q_{s^*}^n (f_s^s - Q_m^{s*} Q_s^m f_s^s Q_m^s Q_{s^*}^m) Q_n^{s*} - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V -$$

$$\omega_{ie}^n \times (\omega_{em}^n + \omega_{en}^n) \times r^n + Q_n^s \nabla_s^s Q_n^{s*}, \quad (14)$$

从而得到基于乘性四元数的速度误差模型。

由于快速传递对准时间较短, 主、子惯导之间认为不发生相对移动, 且杆臂位移固定不变, 从而有

$$\dot{Q}_m^{s*} = 0, \quad \dot{r}^n = 0. \quad (15)$$

2.3 惯性器件误差模型(Inertial unit error model)

考虑到惯性测量元件在快速传递对准过程中经历时间较短, 其陀螺与加速度计误差可被建模为随机常值加上白噪声, 即假设加速度计零偏和陀螺常值漂移不随时间变化. 其表达式可描述为

$$\nabla_s^s = \nabla_c + \omega_a, \quad \dot{\nabla}_c = 0, \quad (16)$$

$$\varepsilon_s^s = \varepsilon_c + \omega_g, \quad \dot{\varepsilon}_a = 0. \quad (17)$$

2.4 量测方程(Measurement equation)

快速传递对准在观测方程中增加了相对姿态的观测, 即量测失准角 ψ_m , 其对应的四元数为 Q_m^{s*} , 该姿态四元数主要通过主子惯导设备提供的姿态参数组合而成. 由于捷联惯导系统在姿态解算之后可以直接提供四元数形式的姿态参数, 因此在每一个时间拍的计算中, 主惯导都将提供一次高精度的姿态四元数 Q_m^n , 同时子惯导系统也在一次装订的基础上作姿态解算并得到其对应的姿态四元数 Q_n^{s*} , 通过求解单位四元数 Q_n^{s*} 的共轭值 Q_n^s 并乘上 Q_m^n , 即可得到主子惯导间的相对姿态测量.

取主子惯导解算的姿态信息与速度信息作为量测量, 得到量测方程为

$$Z = HX + v, \quad \nu(t) \sim N(0, R), \quad (18)$$

其中: $\nu(t)$ 为量测噪声, R 为量测噪声方差阵,

$$HX = \begin{bmatrix} Q_m^{s*} \\ \delta V + \omega_{em}^n \times (Q_m^n r^m Q_n^m) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$Z = [Z^q \quad Z^e]^T, \quad (20)$$

$$\begin{cases} Z^q = Q_n^{s*} Q_m^n, \\ Z^e = V_{s^*}^n - V_m^n, \end{cases} \quad (21)$$

Q_m^n, Q_n^{s*} 分别为主子惯导解算出来的姿态四元数, V_m^n 和 $V_{s^*}^n$ 分别表示由主子惯导提供的速度信息.

3 Q-AUKF 滤波算法设计(Design of Q-AUKF algorithm)

因为大失准角情况下得到的模型为非线性四元数模型, 此时采用非线性估计可以获得比传统的线性估计更好的滤波效果. 而 UKF 滤波除了具有算法简单, 计算量适中等优点之外, 更由于其非线性程度很高的情况下仍可获得较高的滤波精度而得到了越来越多的研究与应用. 考虑到四元数噪声无法直接进行一般意义下的加减运算, 这里对状态向量进

行了扩维, 将模型中的过程噪声和观测噪声增广到状态向量中. 定义增广向量为

$$X^a = [X^T \quad \omega^T \quad \nu^T]^T, \quad (22)$$

式中: $\omega(t)$ 为过程噪声, 满足 $\omega(t) \sim N(0, Q)$, Q 为过程噪声方差阵. 此外, 将状态向量分为了四元数部分与非四元数部分^[16]. 系统状态向量定义如下:

$$X^{aT} = [Xq^T \quad Xe^{aT}], \quad (23)$$

$$\begin{cases} Xq^T = [Q_m^{s*T} \quad Q_m^{sT}], \\ Xe^{aT} = [\delta V^T \quad \nabla_c^T \quad \varepsilon_c^T \quad r^{nT} \quad \omega^T \quad \nu^T], \end{cases} \quad (24)$$

其中: Xq^T 为四元数部分, Xe^{aT} 为非四元数部分.

Q-AUKF 滤波算法的一般步骤为:

1) 初始值设定:

$$\hat{X}_0^a = E[X_0^a] = [X_0^T \quad 0 \quad 0]^T. \quad (25)$$

四元数部分为

$$P_0^q = E[(Xq_0)^{-1} \otimes \hat{X}q_0][(Xq_0)^{-1} \otimes \hat{X}q_0]^T. \quad (26)$$

非四元数部分为

$$P_0^e = E[(Xe_0^a - \hat{X}e_0^a)(Xe_0^a - \hat{X}e_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}. \quad (27)$$

2) sigma 点 $\chi_{i,k-1}^a$ 的选取与相应权值的计算四元数和非四元数部分的 sigma 点 $\chi_{i,k-1}^q$ 和 $\chi_{i,k-1}^e$ 选取规则如下:

$$\begin{cases} \chi_{k-1}^q = [\hat{X}q_{k-1} \quad \delta \hat{X}q_{i,k-1} \otimes \hat{X}q_{k-1} \quad \cdots \\ \quad (\delta \hat{X}q_{i,k-1})^{-1} \otimes \hat{X}q_{k-1}], \\ \chi_{k-1}^e = [\hat{X}e_{k-1}^a \quad \hat{X}e_{k-1}^a + [\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^e}]_i^T \\ \quad \cdots \quad \hat{X}e_{k-1}^a - [\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^e}]_i^T], \\ \delta \hat{X}q_{i,k-1} = \frac{1}{\|\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^q}\|} [\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}^e}]_i^T, \end{cases} \quad (28)$$

其中: $i = 1, \dots, n$, $[\cdot]_i^T$ 表示方阵第 i 行的转置, n 为所取状态向量的维数, $\delta \hat{X}q_{i,k-1}$ 为四元数 sigma 点的扰动部分.

第 i 个 sigma 点可表示如下:

$$\chi_{i,k-1}^a = [\chi_{i,k-1}^{qT} \quad \chi_{i,k-1}^{eT}]^T, \quad i = 0, \dots, 2n. \quad (29)$$

权值计算公式为

$$\omega_0^m = \lambda / (n + \lambda), \quad (30)$$

$$\omega_0^c = \lambda / (n + \lambda) + 1 - \alpha^2 + \beta, \quad (31)$$

$$\omega_i^m = \omega_i^c = 1 / [2(n + \lambda)], \quad i = 1, \dots, 2n, \quad (32)$$

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n, \quad (33)$$

上式中: α 表示sigma点与其均值的离散程度, 一般设为很小的正值; κ 是尺度因子, 通常为 $3 - n$. β 在高斯分布中, 一般取为2.

3) 时间更新.

$$\chi_{i,k|k-1}^a = F(\chi_{i,k-1}^a, k-1). \quad (34)$$

在四元数部分的计算步骤中, 求取状态的一步预测时需要四元数进行加权求和. 因为本文的快速对准模型是基于乘性四元数建立的, 因此不能通过简单的加减法来进行操作. 在文献[14]中, 四元数部分的加权求和是通过求取姿态矩阵代价函数极值的办法来获得的, 这种方法保证了最终得到的四元数为一个规范四元数. 经过整理, 最终的加权求和公式可表示为

$$\hat{x}_{k|k-1}^q = \arg \max q_{k|k-1} M q_{k|k-1}^T, \quad (35)$$

其中:

$$M = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m \chi_{i,k|k-1}^q (\chi_{i,k|k-1}^q)^T, \quad (36)$$

$\chi_{i,k|k-1}^q$ 为 $\chi_{i,k|k-1}^a$ 的四元数部分, $\arg \max$ 表示求取使目标函数 $q_{k|k-1} M q_{k|k-1}^T$ 为最大值时 $q_{k|k-1}$ 的值.

从而, 得到四元数部分的状态一步预测误差与一步预测方差阵为

$$\delta x_{i,k|k-1}^q = (\chi_{i,k|k-1}^q)^{-1} \otimes \hat{x}_{k|k-1}^q, \quad (37)$$

$$P_{k|k-1}^q = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c [(\chi_{i,k|k-1}^q)^{-1} \otimes \hat{x}_{k|k-1}^q] \times [(\chi_{i,k|k-1}^q)^{-1} \otimes \hat{x}_{k|k-1}^q]^T. \quad (38)$$

非四元数部分的计算步骤为

$$\hat{x}_{k|k-1}^e = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m \chi_{i,k|k-1}^e. \quad (39)$$

上式中 $\chi_{i,k|k-1}^e$ 为 $\chi_{i,k|k-1}^a$ 的非四元数部分. 其一步预测方差阵为

$$P_{k|k-1}^e = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (\chi_{i,k|k-1}^e - \hat{x}_{k|k-1}^e) \times (\chi_{i,k|k-1}^e - \hat{x}_{k|k-1}^e)^T. \quad (40)$$

4) 量测更新.

$$z_{i,k|k-1}^a = H(\chi_{i,k-1}^a, k-1). \quad (41)$$

四元数部分的计算步骤为

$$\hat{z}_{k|k-1}^{aq} = \arg \max q_{k|k-1}^z M^z (q_{k|k-1}^z)^T, \quad (42)$$

其中: $M^z = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m z_{i,k|k-1}^{aq} (z_{i,k|k-1}^{aq})^T$, $z_{i,k|k-1}^{aq}$ 为 $z_{i,k|k-1}^a$ 的四元数部分.

$$P_{xz,k}^q = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c [\hat{z}_{k|k-1}^{aq} \otimes (\chi_{i,k|k-1}^q)^{-1}] \times [\hat{z}_{k|k-1}^{aq} \otimes (\chi_{i,k|k-1}^q)^{-1}]^T, \quad (43)$$

$$P_{zz,k}^q = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c [\hat{z}_{k|k-1}^{aq} \otimes (z_{i,k|k-1}^{aq})^{-1}] \times [\hat{z}_{k|k-1}^{aq} \otimes (z_{i,k|k-1}^{aq})^{-1}]^T. \quad (44)$$

非四元数部分的计算步骤为

$$\hat{z}_{k|k-1}^{ae} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m z_{i,k|k-1}^{ae}, \quad (45)$$

其中: $z_{i,k|k-1}^{ae}$ 为 $z_{i,k|k-1}^a$ 的非四元数部分.

$$P_{xz,k}^e = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (\chi_{i,k|k-1}^e - \hat{x}_{k|k-1}^e) \times (z_{i,k|k-1}^{ae} - \hat{z}_{k|k-1}^{ae})^T, \quad (46)$$

$$P_{zz,k}^e = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (z_{i,k|k-1}^{ae} - \hat{z}_{k|k-1}^{ae}) \times (z_{i,k|k-1}^{ae} - \hat{z}_{k|k-1}^{ae})^T. \quad (47)$$

5) 状态更新.

四元数部分的更新过程为

$$K_k^q = P_{xz,k}^q (P_{zz,k}^q)^{-1}, \quad (48)$$

$$P_k^q = P_{k|k-1}^q - K_k^q (P_{zz,k}^q)^{-1} (K_k^q)^T, \quad (49)$$

$$\hat{X} q_k = K_k^q ((\hat{z}_{k|k-1}^{aq})^{-1} \otimes Z^q) \otimes \hat{x}_{k|k-1}^q. \quad (50)$$

非四元数部分的更新过程为

$$K_k^e = P_{xz,k}^e (P_{zz,k}^e)^{-1}, \quad (51)$$

$$P_k^e = P_{k|k-1}^e - K_k^e (P_{zz,k}^e)^{-1} (K_k^e)^T, \quad (52)$$

$$\hat{X} e_k^a = \hat{x}_{k|k-1}^e + K_k^e (Z^e - \hat{z}_{k|k-1}^{ae}). \quad (53)$$

最终得到第 k 步的状态向量为

$$\hat{X}^a = [\hat{X} q_k^T \hat{X} e_k^{aT}]^T. \quad (54)$$

4 仿真与分析(Simulation and analysis)

本次仿真实验模拟了舰体在匀速直线运动中舰载机的快速传递过程, 在大失准角条件下, 比较了Q-AUKF与EKF这两种滤波算法在四元数模型中的估计精度与收敛速度, 同时对基于乘性四元数的误差模型和基于姿态角的误差模型进行了比较. 仿真初始条件为: 载舰的初始位置为北纬, 平直匀速向北航行, 北向速度为. 载舰在行驶过程中受海浪影响而发生的纵摇、横摇和艏摇运动可由一系列正弦波来描述:

$$\begin{cases} \theta_x = \theta_{xm} \sin(\omega_x t + \theta_{x0}), \\ \theta_y = \theta_{ym} \sin(\omega_y t + \theta_{y0}), \\ \theta_z = \theta_{zm} \sin(\omega_z t + \theta_{z0}). \end{cases} \quad (55)$$

因为对准时间很短, 可以假定载舰只做一种频率和幅值的三轴摆动. 设摇摆幅度 θ_{xm} , θ_{ym} , θ_{zm} 分别为 5° , 4° , 2° ; 摇摆频率 ω_x , ω_y , ω_z 为 0.18 Hz , 0.13 Hz , 0.06 Hz ; 载舰向北航行, 因此初始角 θ_{x0} , θ_{y0} , θ_{z0} 都为 0° . 由于主惯导的导航设备相比子惯导精度高出很多, 可以认为其输出无误差. 而子惯导由于成本等

原因, 存在较大误差, 其陀螺常值漂移设为 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0.05$ ($^{\circ}$)/h, 加速度计初始偏差为 10^{-3} g, 陀螺和加速度计的高斯白噪声强度分别设为 $(0.001$ ($^{\circ}$)/h) 2 和 $(10^{-4}$ g) 2 ; 杆臂为 $(3 \ 3 \ 1)$, 单位为 m; 量测失准角 ψ_x, ψ_y, ψ_z 分别设为 $1^{\circ}, 5^{\circ}, 25^{\circ}$, 除了 x 方向的误差角为小角度, 其余两个误差角都为大角度; 系统状态 x 的非四元数部分估计初始值均设为 0, 四元数部分设为 $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$; 两种滤波器的更新频率都设置为 20 Hz.

方案 1 在基于相同的乘性四元数快速传递对准模型中, 分别采用 Q-AUKF 与 EKF 对量测误差角进行估计, 可以得到其误差曲线如图 1~3 所示.

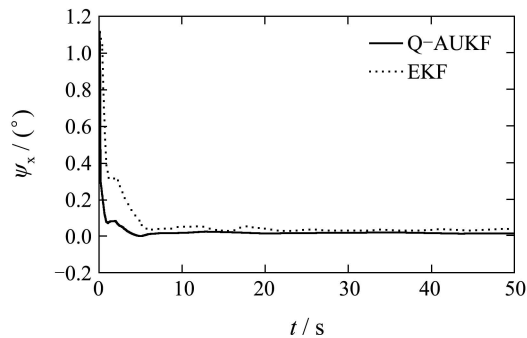


图 1 量测失准角 ψ_x 的估计误差(方案 1)
Fig. 1 Estimation error of measurement misalignment ψ_x (Assumption 1)

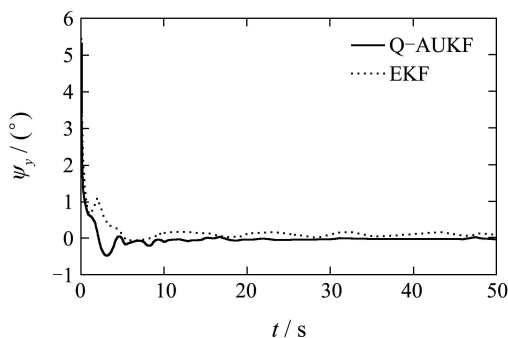


图 2 量测失准角 ψ_y 的估计误差(方案 1)
Fig. 2 Estimation error of measurement misalignment ψ_y (Assumption 1)

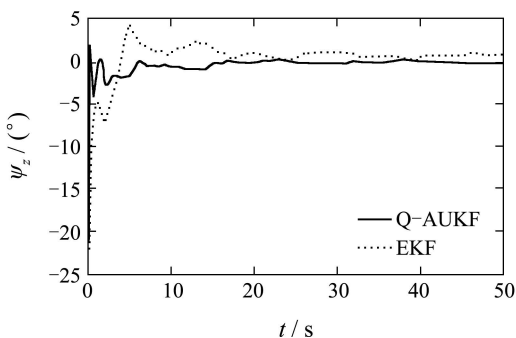


图 3 量测失准角 ψ_z 的估计误差(方案 1)
Fig. 3 Estimation error of measurement misalignment ψ_z (Assumption 1)

方案 2 对基于乘性四元数的误差模型和基于姿态角的误差模型分别采用 Q-AUKF 和 UKF 滤波算法, 得到的估计误差曲线如图 4~6 所示.

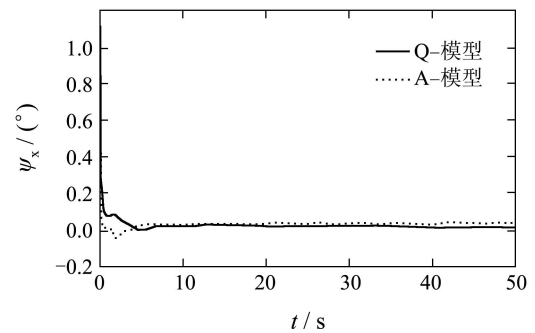


图 4 量测失准角 ψ_x 的估计误差(方案 2)
Fig. 4 Estimation error of measurement misalignment ψ_x (Assumption 2)

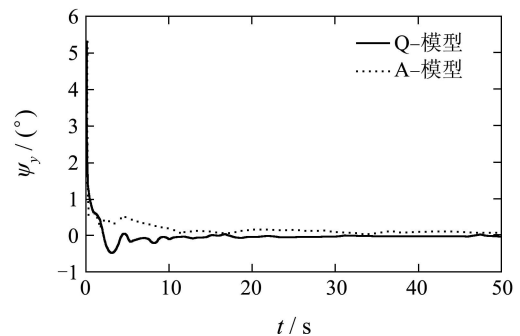


图 5 量测失准角 ψ_y 的估计误差(方案 2)
Fig. 5 Estimation error of measurement misalignment ψ_y (Assumption 2)

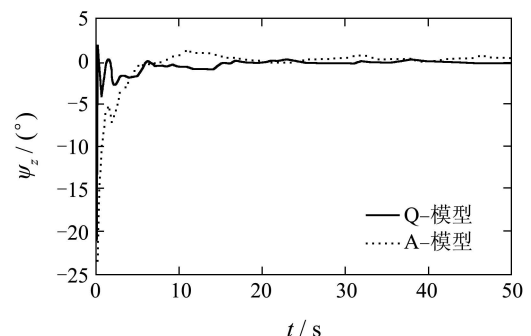


图 6 量测失准角 ψ_z 的估计误差(方案 2)
Fig. 6 Estimation error of measurement misalignment ψ_z (Assumption 2)

从仿真结果可以看出, 在基于相同的乘性四元数误差模型中, 当水平失准角为小角度时, 两种滤波算法的估计精度在 8 s 后都可以达到 0.05° 以下, 其中 A-QUKF 算法在 15 s 后达到稳定的滤波精度为 0.015° . 但当 y 轴与 z 轴方向上的水平失准角与方位失准角分别为 5° 和 25° 时, EKF 算法由于对非线性函数的 Taylor 展开式进行了一阶线性化截断, 其估计曲线出现了震荡, 同时滤波精度也开始急剧下降, 估计

误差均值分别达到了 0.178° 与 0.716° 。而A-QUKF算法由于将乘性四元数应用在扩维UKF算法中,并通过sigma点采样的方法使其在大初始失准角下获得了更好的估计效果,其估计误差均值分别为 0.055° 与 0.149° 。同时,基于姿态角的快速传递对准误差模型在采用UKF滤波时,其水平失准角的估计误差均值分别为 0.031° 和 0.075° ,方位失准角的估计误差均值为 0.248° ,其误差较EKF算法更低。但在方位角为大角时,基于姿态角的误差模型收敛速度较慢,这主要是由于涉及到了超越函数的运算。

5 结论(Conclusion)

本文首先在非线性欧拉角误差模型的基础上,推导了一种大初始失准角下的乘性四元数模型。并针对四元数在UKF中应用出现的问题提出了一种Q-AUKF算法,通过扩维与平均四元数法分别解决了四元数在向量空间中四则运算与标准规范化的问题,为四元数与非线性滤波的结合提供了新的思路。仿真结果表明,在量测误差角为大角度的情况下,该算法具有更高的估计精度与收敛速度。

参考文献(References):

- [1] KAIN J, CLOUTIER J. Rapid transfer alignment for tactical weapon application[C] // *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Boston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989: 1290 – 1300.
- [2] 戴邵武, 李娟. 一种快速传递对准方法的误差模型研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(3): 942 – 946.
(DAI Shaowu, LI Juan. Study of rapid transfer alignment error model[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(3): 942 – 946.)
- [3] YU M J, LEE J G, PARK H W. Comparison of SDINS in-flight alignment using equivalent error models[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 35(3): 1046 – 1053.
- [4] 夏家和, 秦永元, 赵长山. 基于测量矢量匹配的传递对准方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(12): 2946 – 2948.
(XIA Jiahe, Qin Yongyuan, ZHAO Changshan. Study on measurement vector matching based transfer alignment method[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(12): 2946 – 2948.)
- [5] LEFFERTS E J, MARKLEY F L, SHUSTER M D. Kalman filtering for attitude estimation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1982, 5(5): 417 – 429.
- [6] VATHSAL S. Spacecraft attitude determination using a second-order nonlinear filter[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1987, 10(5): 559 – 566.
- [7] PSIAKI M L. The super-iterated extended Kalman filter[C] // *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Providence, RI: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004: 16 – 19.
- [8] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. *Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 107 – 113.
- [9] OSHMAN Y, CARMİ A. Attitude estimating from vector observations using a genetic algorithm-embedded quaternion particle filter[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2006, 29(4): 879 – 891.
- [10] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 92(3): 401 – 422.
- [11] DAN SIMON. *Optimal State Estimation*[M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006: 433-457.
- [12] 谭红力, 黄新生, 岳冬雪. 捷联惯导大失准角误差模型在快速传递对准中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(6): 19 – 23.
(TAN Hongli, HUANG Xinsheng, YUE Dongxue. Rapid transfer alignment based on large misalignment SINS error model[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30(6): 19 – 23.)
- [13] HAO Y L, XIONG Z L, WANG W. Rapid transfer alignment based on unscented Kalman filter[C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis USA: IEEE, 2006, 6: 2215 – 2220.
- [14] MARKLEY F L, CHENG Y, CRASSIDIS J L, et al. Averaging quaternions[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2007, 30(4): 1193 – 1197.
- [15] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 305-311.
(QIN Yongyuan. *Inertial Navigation*[M]. Beijing: Publishing House of Science, 2006: 305-311.)
- [16] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2003, 26(4): 536 – 542.

作者简介:

周卫东 (1966—), 男, 教授, 目前研究方向为组合导航、信息融合及传递对准技术, E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn;

吉宇人 (1986—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为传递对准技术及非线性滤波算法, E-mail: baziji@163.com;

乔相伟 (1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为飞行器姿态确定及非线性滤波算法, E-mail: qiaoxiangwei@126.com.