

## 用于多个机动目标的混合高斯概率假设密度跟踪器

刘贵喜, 周承兴, 王泽毅, 廖兴海

(西安电子科技大学 自动控制系, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 现有的混合高斯概率假设密度(GM-PHD)跟踪器不仅可以估计时变的多目标状态, 还能辨识不同目标并保持其轨迹连续性. 但当多个目标发生机动时, 其稳定性较差, 容易丢失目标. 针对这一问题, 本文提出一种能跟踪多个机动目标的混合高斯概率假设密度跟踪器算法. 算法在GM-PHD滤波的框架上采用修正的输入估计方法将目标的概率假设密度(PHD)表示成混合高斯形式, 并利用不同的标记辨识各个高斯分量, 然后通过PHD滤波方程迭代这些高斯分量和对应的标记, 最终达到跟踪多个机动目标的目的. 仿真实验表明, 和传统的GM-PHD跟踪器相比, 新算法能以更高的稳定性跟踪多个机动目标.

**关键词:** 多目标跟踪; 随机集; 概率假设密度; 混合高斯; 机动目标

中图分类号: V249 文献标识码: A

## Gaussian-mixture probability-hypothesis-density tracker for multiple maneuvering targets

LIU Gui-xi, ZHOU Cheng-xing, WANG Ze-yi, LIAO Xing-hai

(Department of Automation, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** The existing Gaussian-mixture probability-hypothesis-density(GM-PHD) tracker can estimate time-varying multi-target states, identify different targets and continuously keep on their tracks. However, it is poor in stability and easy to lose targets when multiple targets are in maneuvering. To solve this problem, a Gaussian-mixture probability-hypothesis-density tracker algorithm for tracking multiple maneuvering targets is proposed. This algorithm employs modified input-estimation technique in the GM-PHD filtering framework to express the probability-hypothesis-density(PHD) of targets in a Gaussian-mixture form, and identifies each Gaussian component by using different labels. The Gaussian components and their labels are iterated through PHD filtering equations, eventually, achieving the tracking of multiple maneuvering targets. Simulation experiment shows that the new algorithm tracks multiple maneuvering targets with higher stability than that of the general GM-PHD tracker.

**Key words:** multiple target tracking; random sets; probability-hypothesis-density; Gaussian mixture; maneuvering targets

### 1 引言(Introduction)

传统多目标跟踪算法<sup>[1~3]</sup>以数据关联为基础, 需要通过数据关联确定目标与测量值之间的对应关系. 而基于随机有限集(RFS)的多目标跟踪方法<sup>[4~11]</sup>则无需数据关联. 该方法将多目标状态和测量值分别建模成一个随机有限集, 然后在贝叶斯框架内解决存在杂波且关联不确定的动态多目标估计问题<sup>[4]</sup>. 但是, 这种最优多目标贝叶斯方法在计算上难以实现. 而概率假设密度滤波<sup>[5~11]</sup>在单目标状态空间通过传递多目标后验分布的一阶统计矩, 即概率假设密度(PHD)近似最优多目标贝叶斯滤波, 使其在计算上的实现成为可能. 混合高斯PHD(GM-PHD)滤波算法<sup>[6]</sup>是PHD递推在线性高斯条件下的

解析闭合解. 但是, 该算法只能在每个时间步估计出多个目标的状态, 而无法辨识目标身份并得到连续的目标轨迹. GM-PHD跟踪器通过状态-轨迹关联<sup>[7,8]</sup>或者标记辨识<sup>[9~11]</sup>的方法实现多个目标的轨迹连续性, 兼备了PHD滤波及数据关联的优点.

在实际跟踪环境中, 当多个目标发生机动时, GM-PHD跟踪器容易丢失目标而导致难以持续跟踪. 为解决这一问题, 本文将修正的输入估计技术<sup>[12]</sup>引入到GM-PHD跟踪器, 提出一种具有跟踪多个机动目标能力的GM-PHD跟踪器算法(MMGM-PHDT). 其中, 修正的输入估计技术<sup>[12]</sup>是一种用于跟踪单机动目标的方法, 但无法直接用于跟踪多机动目标. 本文的工作在于将修正的输入估计方法引入

到GM-PHD迭代框架,以解决传统GM-PHD跟踪器无法跟踪多机动目标的问题.仿真结果表明,和传统的GM-PHD跟踪器(GM-PHDT)相比,新的GM-PHD跟踪器能以更高的稳定性跟踪多个机动目标.

## 2 具有多机动目标跟踪功能的GM-PHD跟踪器(GM-PHD tracker with ability of tracking multiple maneuvering targets)

### 2.1 修正的输入估计技术(Modified input estimation technique)

修正的输入估计方法<sup>[12]</sup>是一种单机动目标跟踪方法,该方法无需事先给定多个目标模型,而是将目标的未知机动作为状态方程的附加输入项,其状态方程和测量方程如下<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{u}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{x}(k)$ 为 $k$ 时刻的单目标状态,  $\mathbf{u}(k)$ 为 $k$ 时刻的机动项,  $\mathbf{w}(k)$ 为 $k$ 时刻的过程噪声,  $\mathbf{F}$ 为状态转移矩阵,  $\mathbf{C}$ 为机动输入矩阵,  $\mathbf{G}$ 为噪声输入矩阵,  $\mathbf{z}(k)$ 为 $k$ 时刻测量值,  $\mathbf{H}$ 为测量矩阵,  $\mathbf{v}(k)$ 为 $k$ 时刻测量噪声.该方法将目标的状态向量和未知机动项组合成一个扩维状态向量,其形式如下<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{x}_{\text{aug}}(k) = [\mathbf{x}(k) \ \mathbf{u}(k)]^T, \quad (3)$$

其中: 状态向量 $\mathbf{x}(k) = (x_p(k), x_v(k), y_p(k), y_v(k))^T$ 表示 $x$ 坐标方向的位置、速度,  $y$ 坐标方向的位置、速度; 机动项 $\mathbf{u}(k) = (x_a(k), y_a(k))^T$ 表示 $x$ 坐标方向的加速度、 $y$ 坐标方向的加速度.这样,状态方程和测量方程可以变换为如下形式<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1) = \mathbf{F}_{\text{aug}}\mathbf{x}_{\text{aug}}(k) + \mathbf{G}_{\text{aug}}\mathbf{w}_{\text{aug}}(k), \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_{\text{aug}}(k) = \mathbf{H}_{\text{aug}}\mathbf{x}_{\text{aug}}(k) + \mathbf{v}_{\text{aug}}(k), \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{F}_{\text{aug}}$ 为扩维的状态转移矩阵,  $\mathbf{G}_{\text{aug}}$ 为扩维的噪声输入矩阵,  $\mathbf{w}_{\text{aug}}(k)$ 为 $k$ 时刻扩维的过程噪声,  $\mathbf{z}_{\text{aug}}(k)$ 为 $k$ 时刻扩维的测量值,  $\mathbf{H}_{\text{aug}}$ 为扩维的测量矩阵,  $\mathbf{v}_{\text{aug}}(k)$ 为 $k$ 时刻扩维的测量噪声,其具体表达式如下<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{\text{aug}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}, \mathbf{G}_{\text{aug}} = \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{w}_{\text{aug}}(k) = \mathbf{w}(k), \mathbf{H}_{\text{aug}} = [\mathbf{H}\mathbf{F} \ \mathbf{H}\mathbf{C}], \\ \mathbf{v}_{\text{aug}}(k) = \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{w}(k) + \mathbf{v}(k+1), \\ \mathbf{z}_{\text{aug}}(k) = \mathbf{H}_{\text{aug}}\mathbf{x}_{\text{aug}}(k) + \mathbf{v}(k). \end{cases} \quad (6)$$

经过上述处理以后,便可以在卡尔曼框架内进行滤波,其滤波过程分为如下两步<sup>[12]</sup>:

#### 1) 预测步.

$$\mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k) = \mathbf{F}_{\text{aug}}\mathbf{x}_{\text{aug}}(k|k), \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k) =$$

$$\mathbf{F}_{\text{aug}}\mathbf{P}_{\text{aug}}(k|k)\mathbf{F}_{\text{aug}}^T + \mathbf{G}_{\text{aug}}\mathbf{Q}_{\text{aug}}\mathbf{G}_{\text{aug}}^T, \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_{\text{aug}} = \mathbf{Q}, \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k)$ 为 $k+1$ 时刻的扩维状态预测值,  $\mathbf{x}_{\text{aug}}(k|k)$ 为 $k$ 时刻的扩维状态估计值,  $\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k)$ 为 $k+1$ 时刻的扩维协方差矩阵预测值,  $\mathbf{P}_{\text{aug}}(k|k)$ 为 $k$ 时刻的扩维协方差矩阵估计值,  $\mathbf{Q}$ 为过程噪声协方差,  $\mathbf{Q}_{\text{aug}}$ 为扩维的过程噪声协方差.

#### 2) 更新步.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k+1) = \\ \mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k) + \mathbf{K}_{\text{aug}}(k+1)[\mathbf{z}_{\text{aug}}(k+1) - \\ \mathbf{H}_{\text{aug}}\mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k)], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k+1) = \\ \mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k) - \mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k)\mathbf{H}_{\text{aug}}^T[\mathbf{R}_{\text{aug}} + \\ \mathbf{H}_{\text{aug}}\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k)\mathbf{H}_{\text{aug}}^T]^{-1}\mathbf{H}_{\text{aug}}\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\text{aug}}(k+1) = \\ [\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k)\mathbf{H}_{\text{aug}}^T + \mathbf{G}_{\text{aug}}\mathbf{T}_{\text{aug}}] \mathbf{R}_{\text{aug}}^{-1}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_{\text{aug}} = \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T\mathbf{H}^T + \mathbf{R}, \quad (13)$$

$$\mathbf{T}_{\text{aug}} = \mathbf{Q}\mathbf{G}^T\mathbf{H}^T, \quad (14)$$

其中:  $\mathbf{x}_{\text{aug}}(k+1|k+1)$ 为 $k+1$ 时刻的扩维状态估计值,  $\mathbf{K}_{\text{aug}}(k+1)$ 为 $k+1$ 时刻的扩维增益矩阵,  $\mathbf{P}_{\text{aug}}(k+1|k+1)$ 为 $k+1$ 时刻的扩维协方差矩阵估计值,  $\mathbf{R}$ 为测量噪声协方差,  $\mathbf{R}_{\text{aug}}$ 为扩维的测量噪声协方差,  $\mathbf{T}_{\text{aug}}$ 为扩维后的过程噪声与测量噪声的互协方差矩阵.

### 2.2 多机动目标混合高斯概率假设密度跟踪器 (Multiple maneuvering targets Gaussian mixture probability hypothesis density tracker)

修正的输入估计方法能以较高的精度跟踪机动目标,但是,它只适用于单目标跟踪领域.在多目标跟踪情况下,由于涉及到测量值与目标对应关系的不确定性、杂波和传感器检测率等复杂问题,多目标跟踪的滤波框架、性质和复杂程度不同于单目标跟踪,这使得修正的输入估计方法不能直接用于多机动目标跟踪.本文的工作在于将修正的输入估计技术引入到多目标跟踪的GM-PHD跟踪器,以解决其无法跟踪多机动目标的不足,从而提出一种能跟踪多个机动目标的GM-PHD跟踪器(MMGM-PHDT).该跟踪器在GM-PHD的迭代框架内通过修正的输入估计技术将目标PHD拟合混合高斯形式,同时利用标记辨识的方法<sup>[9~11]</sup>辨识不同的高斯分量以获得连续的目标轨迹.

作为本文算法的框架,GM-PHD滤波是在如下

线性高斯条件下得到的PHD方程闭合解<sup>[6]</sup>:

1) 每个目标和传感器具有线性高斯模型<sup>[6]</sup>, 即:

$$f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\zeta}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{Q}), \quad (15)$$

$$g_k(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}), \quad (16)$$

其中:  $N(\cdot; \mathbf{m}, \mathbf{P})$ 表示以 $\mathbf{m}$ 为均值,  $\mathbf{P}$ 为协方差的高斯分布.

2) 目标存活概率和检测概率均状态独立<sup>[6]</sup>, 即:

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k}, \quad p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}. \quad (17)$$

3) 新生目标和衍生目标的PHD均为混合高斯形式<sup>[6]</sup>, 即:

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} w_{\gamma,k}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}), \quad (18)$$

$$\beta_{k|k-1}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\zeta}) = \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} w_{\beta,k}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(j)}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(j)}, \mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}), \quad (19)$$

其中:  $J_{\gamma,k}$ 表示新生目标高斯分量个数,  $w_{\gamma,k}^{(i)}$ 表示第 $i$ 个新生目标高斯分量的权值,  $\mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}$ 分别表示第 $i$ 个新生目标高斯分量的均值和协方差, 它们决定了新生目标PHD函数的形状. 类似的,  $J_{\beta,k}$ ,  $w_{\beta,k}^{(j)}$ ,  $\mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}$ 为决定衍生目标PHD函数形状的参数.

为了使新算法具有跟踪多个机动目标的能力, 本文利用修正的输入估计的技术, 将目标的状态向量扩维成式(3)的形式, 并将相应的修正输入估计模型参数引入到GM-PHD递推方程. 若无特别说明, 下文中所用的目标状态及其统计量均为扩维形式. 推导出的新跟踪器算法包括以下几个步骤:

1) 初始化.

在 $k=0$ 时刻, 将目标的PHD函数 $v_0$ 初始化为如下的混合高斯形式:

$$v_0(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_0} w_0^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_0^{(i)}, \mathbf{P}_0^{(i)}), \quad (20)$$

其中:  $J_0$ 为 $k=0$ 时刻高斯分量个数,  $w_0^{(i)}$ 表示 $k=0$ 时刻第 $i$ 个高斯分量的权值,  $\mathbf{m}_0^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_0^{(i)}$ 分别表示 $k=0$ 时刻第 $i$ 个高斯分量的均值和协方差. 给每个高斯分量分配一个唯一的标记, 形成如下的标记集<sup>[9~11]</sup>:

$$\mathbf{T}_0 = \{\tau_0^{(1)}, \dots, \tau_0^{(i)}, \dots, \tau_0^{(J_0)}\}, \quad (21)$$

其中:  $\tau_0^{(i)}$ 表示0时刻第 $i$ 个高斯分量的标记. 初始化之后, 跟踪器就可以从 $k-1$ 时刻到 $k$ 时刻不断迭代.

2) 预测.

假设 $k-1$ 时刻得到的目标PHD函数 $\mathbf{v}_{k-1}$ 和对应的标记集 $\mathbf{T}_{k-1}$ 为如下形式:

$$\mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}), \quad (22)$$

$$\mathbf{T}_{k-1} = \{\tau_{k-1}^{(1)}, \dots, \tau_{k-1}^{(i)}, \dots, \tau_{k-1}^{(J_{k-1})}\}, \quad (23)$$

其中:  $J_{k-1}$ 为 $k-1$ 时刻高斯分量个数,  $w_{k-1}^{(i)}$ 为 $k-1$ 时刻第 $i$ 个高斯分量的权值,  $\mathbf{m}_{k-1}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i)}$ 分别表示 $k-1$ 时刻第 $i$ 个高斯分量的均值和协方差,  $\tau_{k-1}^{(i)}$ 表示 $k-1$ 时刻第 $i$ 个高斯分量的标记. 那么经过预测后得到的预测PHD为如下的混合高斯形式:

$$\mathbf{v}_{k|k-1}(\mathbf{x}) = v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) + v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x}) + \gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}), \quad (24)$$

其中:  $J_{k|k-1}$ 为预测高斯分量个数,  $w_{k|k-1}^{(i)}$ 为第 $i$ 个预测高斯分量的权值,  $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}$ 分别为第 $i$ 个预测高斯分量的均值和协方差,  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$ 为 $k-1$ 时刻到 $k$ 时刻的存活目标PHD, 其形式如下:

$$v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) = p_{S,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(i)}), \quad (25)$$

$$\mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_{\text{aug}} \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_{\text{aug}} \mathbf{P}_{k-1}^{(i)} \mathbf{F}_{\text{aug}}^T + \mathbf{G}_{\text{aug}} \mathbf{Q}_{\text{aug}} \mathbf{G}_{\text{aug}}^T, \quad (27)$$

其中:  $\mathbf{F}_{\text{aug}}$ ,  $\mathbf{G}_{\text{aug}}$ ,  $\mathbf{Q}_{\text{aug}}$ 为扩维的状态方程参数, 分别在式(6)(9)中定义.  $v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x})$ 为 $k-1$ 时刻到 $k$ 时刻的衍生目标PHD, 其形式如下:

$$v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} w_{k-1}^{(i)} w_{\beta,k}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}), \quad (28)$$

$$\mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{\text{aug},\beta,k-1}^{(j)} \mathbf{m}_{k-1}^{(i)} + \mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(j)}, \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{\text{aug},\beta,k-1}^{(j)} \mathbf{P}_{k-1}^{(i)} (\mathbf{F}_{\text{aug},\beta,k-1}^{(j)})^T + \mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}, \quad (30)$$

其中:  $\mathbf{F}_{\text{aug},\beta,k-1}^{(j)}$ 为扩维的衍生矩阵, 其余参数在式(19)中定义. 新生目标PHD函数 $\gamma_k(\mathbf{x})$ 在式(18)中给出.

同时, 给 $k$ 时刻的衍生高斯分量和 $k$ 时刻的新生高斯分量分配新的标记, 然后, 就可以构建对应于预测PHD各高斯分量的标记集<sup>[9~11]</sup>

$$\mathbf{T}_{k|k-1} = \mathbf{T}_{k-1} \cup \{\tau_{\gamma,k}^{(1)}, \dots, \tau_{\gamma,k}^{(i)}, \dots, \tau_{\gamma,k}^{(J_{\gamma,k})}\} \cup \{\tau_{\beta,k}^{(1,1)}, \dots, \tau_{\beta,k}^{(i,j)}, \dots, \tau_{\beta,k}^{(J_{\beta,k-1} J_{\beta,k})}\}, \quad (31)$$

其中:  $\tau_{\gamma,k}^{(i)}$ 表示与第 $i$ 个新生目标高斯分量对应的标记,  $\tau_{\beta,k}^{(i,j)}$ 表示第 $i$ 个高斯分量衍生出的第 $j$ 个高斯分量的标记.

3) 更新.

假设经过预测得到的PHD为式(24)的形式, 那么

经过更新后的 $k$ 时刻PHD为如下的混合高斯形式:

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(i)}(z) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^{(i)}(z), \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}) = \sum_{i=1}^{J_k} w_k^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}), \quad (32)$$

其中:

$$w_k^{(i)}(z) = \frac{p_{D,k} w_{k|k-1}^{(i)} q_k^{(i)}(z)}{\kappa_k(z) + p_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z)}, \quad (33)$$

$$q_k^{(i)}(z) = N(z; \mathbf{H}_{\text{aug}} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{S}_k^{(i)}), \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(i)}(z) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)} + \mathbf{K}_k^{(i)}(z - \mathbf{H}_{\text{aug}} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}), \quad (35)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(i)} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} \mathbf{H}_{\text{aug}}^T (\mathbf{S}_k^{(i)})^{-1} \mathbf{H}_{\text{aug}}) \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}, \quad (36)$$

$$\mathbf{K}_k^{(i)} = (\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} \mathbf{H}_{\text{aug}}^T + \mathbf{G}_{\text{aug}} \mathbf{T}_{\text{aug}}) \mathbf{R}_{\text{aug}}^{-1}, \quad (37)$$

$$\mathbf{S}_k^{(i)} = \mathbf{H}_{\text{aug}} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} \mathbf{H}_{\text{aug}}^T + \mathbf{R}_{\text{aug}}, \quad (38)$$

其中 $\mathbf{H}_{\text{aug}}$ ,  $\mathbf{G}_{\text{aug}}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{aug}}$ ,  $\mathbf{T}_{\text{aug}}$ 为扩维的修正输入估计参数, 分别在式(6)(13)和式(14)中给出.

预测PHD的每个高斯分量经不同的测量值更新后增长到 $(1+|Z_k|)$ 项, 即总共产生 $(1+|Z_k|)J_{k|k-1}$ 项高斯分量, 其中 $|Z_k|$ 表示 $k$ 时刻测量值个数. 笔者给由同一个预测高斯项经过不同测量值更新得到的所有高斯项分配与预测高斯项一样的标记<sup>[9~11]</sup>, 即, 预测高斯项 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}$ 经不同测量值 $z \in Z_k$ 更新得到的所有更新高斯项 $\mathbf{m}_{k|k}^{(i)}(z)$ 获得与 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}$ 一样的标记. 因此, 可构建如下的更新标记集<sup>[9~11]</sup>:

$$\mathbf{T}_{k|k} = \mathbf{T}_{k|k-1} \cup \mathbf{T}_{k|k-1}^{z_1} \cup \dots \cup \mathbf{T}_{k|k-1}^{z_{|Z_k|}}, \quad (39)$$

其中 $\mathbf{T}_{k|k-1}^{z_i}$ 表示经第 $i$ 个测量值更新得到的混合高斯项所分配的标记集.

#### 4) 目标状态估计和轨迹提取.

为了限制高斯分量数的急剧增长, 采用文献[6,9]中的方法对高斯分量和对应的标记集进行剪枝和合并. 然后通过累加各个高斯分量的权值得到目标个数估计值 $N_k$ , 提取权值最大的前 $N_k$ 个高斯分量的均值和标记作为状态估计值及对应的标记. 在得到目标状态及其标记之后, 通过如下方式获得连续的目标轨迹: 对于 $k$ 时刻状态标记集中的某个标记 $\tau_k^{(i)}$ , 如果存在与之具有相同标记的轨迹, 这说明由该标记标识的状态值属于该条轨迹, 那么将其扩展到这个目标轨迹; 若找不到具有与之相同标记的轨迹, 说明这是一个新出现的目标, 那么起始一条新的目标轨迹. 当遍历完 $k$ 时刻状态标记集中的所有标记后, 若仍有轨迹未被关联, 则表明这些轨迹已经消亡, 那么终结这些轨迹.

## 3 仿真实验(Simulation experiments)

### 3.1 仿真场景(Simulation environment)

仿真实验在Intel Celeron 2.66 GHz处理器, 1 GB内存的PC机上, 使用MATLAB 7.1平台实现. 在二维平面空间, 先后出现4个作不同机动的运动目标, 且在运动过程中分别发生以下机动: 目标1在21时刻以加速度 $\mathbf{u} = (18, 16)^T$ 发生机动并持续11个时间步, 目标2在16时刻以加速度 $\mathbf{u} = (16, -20)^T$ 发生机动并持续10个时间步, 目标3在28时刻以加速度 $\mathbf{u} = (-18, -20)^T$ 发生机动并持续9个时间步, 目标4在24时刻以加速度 $\mathbf{u} = (15, 12)^T$ 发生机动并持续8个时间步. 目标的运动模型和测量模型如下<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F} \mathbf{x}_k + \mathbf{C} \mathbf{u}_k + \mathbf{G} \mathbf{w}_k, \quad (40)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (41)$$

其中:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{pmatrix}, \\ \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{array} \right. \quad (42)$$

目标状态向量 $\mathbf{x}_k$ 和机动项 $\mathbf{u}_k$ 的定义在式(7)中指出. 采样周期 $T = 1$  s, 过程噪声 $\mathbf{w}_k$ 和测量噪声 $\mathbf{v}_k$ 均为零均值的高斯白噪声:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}), \quad \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}), \\ \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 90 & 0 \\ 0 & 90 \end{pmatrix}. \end{array} \right. \quad (43)$$

每个时刻的杂波个数服从均值为4的泊松分布, 杂波点均匀分布在观测区域, 目标的检测概率 $p_{D,k} = 0.98$ , 目标的存活概率 $p_{S,k} = 0.99$ . 不考虑目标衍生, 新生目标的PHD为如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_k = 0.5N(\bar{\mathbf{x}}_{\text{aug},1}, \mathbf{Q}_{1,r}) + 0.5N(\bar{\mathbf{x}}_{\text{aug},2}, \mathbf{Q}_{2,r}), \\ \bar{\mathbf{x}}_{\text{aug},1} = [\bar{\mathbf{x}}_1; \mathbf{u}_1], \quad \bar{\mathbf{x}}_{\text{aug},2} = [\bar{\mathbf{x}}_1; \mathbf{u}_2], \\ \bar{\mathbf{x}}_1 = (-500, -20, 4000, 30)^T, \\ \bar{\mathbf{x}}_2 = (2000, -50, 600, 100)^T, \quad \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = (0, 0)^T, \\ \mathbf{Q}_{1,r} = \mathbf{Q}_{2,r} = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1\}. \end{array} \right. \quad (44)$$

### 3.2 仿真结果(Simulation result)

在上述条件下, 比较传统GM-PHD跟踪器(GM-PHDT)和本文提出的跟踪器(MMGM-PHDT)在跟踪多机动目标时的性能. 其中, MMGM-PHDT算法的仿真实现步骤如下:

**Step 1** 取初始目标状态及其协方差作为跟踪器的初始高斯分量均值及协方差, 并分配标记值. 其形式如式(20)和式(21)所示.

**Step 2** 通过新生目标PHD及衍生目标PHD得到新生目标和衍生目标高斯分量的均值、协方差及相应的权值. 同时, 给新生目标的高斯分量指派新的标记, 其形式如式(18)(28)和式(31)所示.

**Step 3** 对上一时刻存活目标的各个高斯分量按照卡尔曼滤波进行预测, 得到预测高斯分量的均值、协方差和对应的权值. 同时, 保留上一时刻各个高斯分量的标记不变. 其形式如式(25)和式(31)所示.

**Step 4** 综合Step 2和Step 3中得到的所有目标高斯分量及对应的权值, 以卡尔曼滤波更新的方式通过式(32)进行更新, 得到滤波后的各个高斯分量均值、方差及权值, 并通过式(39)进行各个高斯分量的标记更新.

**Step 5** 对更新过的各个高斯分量进行裁剪, 然后通过累加各个高斯分量的权值得到目标个数估计值 $N_k$ , 提取权值最大的前 $N_k$ 个高斯分量的均值和标记作为状态估计值及对应的标记. 同时, 按照2.2节中的第4)步利用标记值进行轨迹连续性处理.

**Step 6** 转Step 2进行迭代.

图1为 $x$ - $y$ 二维平面上的多目标跟踪轨迹, 图2和图3分别是 $x$ 坐标方向和 $y$ 坐标方向的多目标跟踪轨迹.

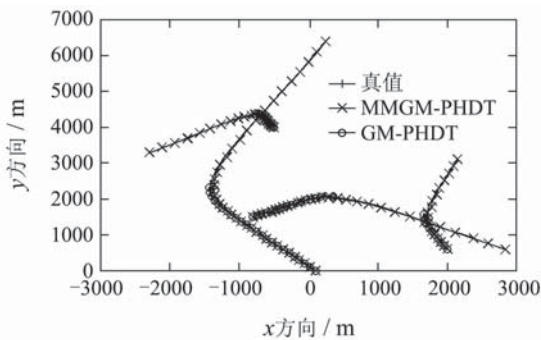


图 1  $x$ - $y$ 平面上的多目标跟踪轨迹

Fig. 1 Multi-target tracking trajectory in  $x$ - $y$  plane

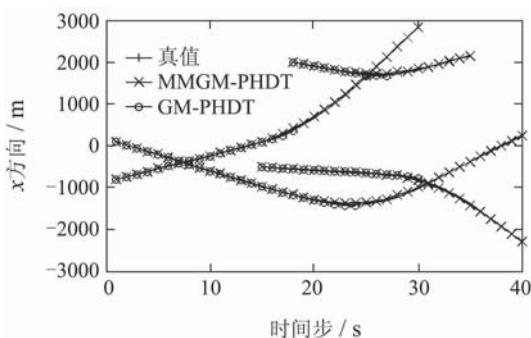


图 2  $x$ 坐标方向上的多目标跟踪轨迹

Fig. 2 Multi-target tracking trajectory in  $x$  coordinate

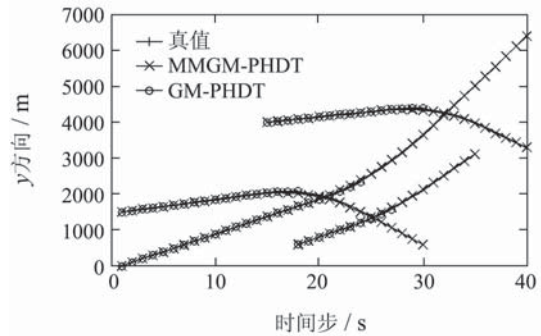


图 3  $y$ 坐标方向上的多目标跟踪轨迹

Fig. 3 Multi-target tracking trajectory in  $y$  coordinate

从这些跟踪轨迹可以看出, 传统GM-PHDT跟踪器(GM-PHDT)在目标发生机动时容易丢失目标, 其稳定性较差; 而新的GM-PHDT跟踪器(MMGM-PHDT)即使在目标发生机动时同样能持续跟踪目标, 其稳定性要明显优于GM-PHDT算法. 图4是两种跟踪器对目标个数的估计结果, 可以看出, 在跟踪多机动目标时, MMGM-PHDT算法对目标数的估计要比传统GM-PHDT算法准确的多.

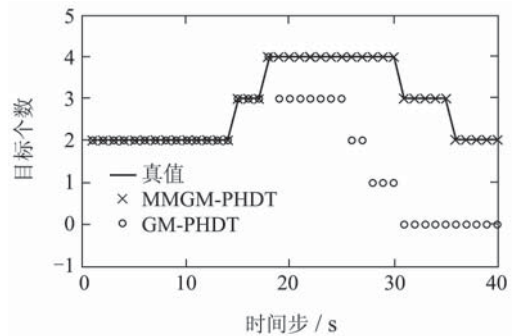


图 4 目标个数

Fig. 4 Number of targets

由于GM-PHDT在跟踪多机动目标时极易丢失目标, 因此难以用误差指标来衡量算法的定量性能. 为了从统计意义上更合理的比较两种算法的稳定性能, 本文重复进行100次蒙特卡罗仿真, 统计两种算法在跟踪过程中跟踪到的目标状态个数平均值. 其中, 在文章所进行的40步仿真实验中, 先后出现4个运动目标, 总共有114个目标状态. 表1为两种跟踪器算法在100次蒙特卡罗仿真中跟踪到的目标状态个数平均值比较.

表 1 两种算法跟踪到的状态数平均值比较

Table 1 Average state number comparison of two algorithms can tracked

	真实值	GM-PHDT	MMGM-PHDT
状态个数	114	73	113

从中可以看出, 在跟踪多机动目标时, 传统GM-PHDT算法容易丢失大量目标状态, 而MMGM-PHDT

PHDT算法则可以估计出几乎所有目标状态. 事实上, 若跟踪算法持续丢失场景中的大量目标状态超过一定时间, 那么算法将极易发散, 从而导致跟踪失败. 从仿真图及上表中得出的结果可以看出, MMGM-PHDT算法在进行多机动目标跟踪时, 性能明显优于传统GM-PHDT算法. 这是因为传统GM-PHDT算法是基于单一运动模型的PHD跟踪器, 无法根据实际目标运动参数的变化自适应的调整跟踪器参数, 这使得该算法只能适用于目标运动参数不变的多目标跟踪, 对于目标运动参数时刻发生变化的多机动目标跟踪情况并不适用. 而本文提出的算法MMGM-PHDT将单机目标跟踪中的修正输入估计技术引入到GM-PHD跟踪器, 使其在跟踪多个机动目标时具有自适应调整跟踪参数的能力, 从而能够成功的持续跟踪多机动目标. 因此, 本文仿真实验中出现的MMGM-PHDT算法在跟踪多个机动目标时性能明显优于传统GM-PHDT算法的结果是合理的.

#### 4 结论(Conclusion)

提出了一种具有多机动目标跟踪功能的混合高斯PHD跟踪器. 该跟踪器能在多个目标发生机动时以较高的稳定性持续跟踪目标, 而这是传统的GM-PHDT算法所办不到的. 仿真结果表明, 当多个目标发生机动时, MMGM-PHDT算法可以持续跟踪场景中的目标, 其稳定性要明显高于传统的GM-PHDT算法.

#### 参考文献(References):

- [1] MUSICKI D, SCALA B L. Multi-target tracking in clutter without measurement assignment[J]. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 877 – 896.
- [2] 李晨, 韩崇昭, 徐林海, 等. 舰载红外警戒系统的单站多目标数据关联与滤波算法[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(4): 733 – 737. (LI Chen, HAN Chongzhao, XU Linhai, et al. Data association and tracking algorithm for a shipborne infrared surveillance system[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 733 – 737.)
- [3] BLACKMAN S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, 19(1): 5 – 18.
- [4] MAHLER R P S. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152 – 1178.
- [5] VO BA-NGU, SINGH S, DOUCET A. Sequential monte carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1224 – 1245.
- [6] VO BA-NGU, MA W K. The gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4091 – 4104.
- [7] LIN L, BAR-SHALOM Y, KIRUBARAJAN T. Track labeling and PHD filter for multitarget tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(3): 778 – 795.
- [8] PANTA K, VO Ba-Ngu, SINGH S. Novel data association schemes for the probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(2): 556 – 570.
- [9] CLARK D E, PANTA K, VO Ba-Ngu. The GM-PHD filter multiple target tracker[C] // *The 9th International Conference on Information Fusion*. New York: IEEE, 2006: 1749 – 1756.
- [10] PHAM N T, HUANG W, ONG S H. Maintaining track continuity in GM-PHD filter[C] // *The 6th International Conference on Information, Communications & Signal Processing*. New York: IEEE, 2007: 622 – 626.
- [11] PANTA K, CLARK D E, VO Ba-Ngu. Data association and track management for the gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(3): 1003 – 1016.
- [12] KHALOOZADEH H, KARSAZ A. Modified input estimation technique for tracking manoeuvring targets[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2009, 3(1): 30 – 41.

#### 作者简介:

刘贵喜 (1966—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多传感器信息融合、目标检测与跟踪、图像处理与机器视觉等, E-mail: gxliu@xidian.edu.cn;

周承兴 (1987—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为多目标跟踪、跟踪滤波和图像处理等, E-mail: xajdcx@126.com;

王泽毅 (1979—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理、跟踪滤波和多传感器信息融合等, E-mail: ws1394@sina.com;

廖兴海 (1986—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为多图像融合、目标跟踪和跟踪滤波等, E-mail: lxh\_860624@163.com.