文章编号:1000-8152(2011)12-1747-07

### 改进的频域辨识方法及其在直升机建模中的应用

#### 刘 鹏,武 哲

(北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京100191)

摘要:本文提出了一种改进的直升机状态空间模型的频域系统辨识方法.该方法根据飞行扫频数据,得到包含直升机动力学模型耦合特性的非参数频率响应.将模式识别中的K平均理论应用到搜索状态空间模型代价函数的最小值中,根据机理建模结果拟合频率响应得到线性的六自由度直升机状态空间模型中的待辨参数.频率响应的计算中应用了一种复合窗函数方法,该方法综合不同窗口长度的频率响应得到一组优化的结果,显著增加了动力学模型频带和频率响应的精度.比较辨识得到的模型和飞行试验数据响应结果表明,辨识得到的模型较好地反映了该型无人直升机在悬停状态下的动力学特性.

关键词: 直升机; 状态空间模型; *K*平均聚类算法; 频域辨识; 复合窗函数法; 模型简化 中图分类号: TP273 文献标识码: A

# Modified frequency identification method and its application to helicopter modeling

#### LIU Peng, WU Zhe

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A frequency identification method for a six-DoF state-space model of helicopter is presented. The overall concept is to extract a complete set of non-parametric input-to-output frequency responses that fully characterizes the coupled helicopter dynamics. This set of frequency responses is the basis for the model simplification, and for conducting a nonlinear search based on *K*-means clustering algorithm for a six-DoF linear state-space model that matches the frequency-response data set. A new method for combining the results of multi-input frequency-response analyses obtained from a range of spectral windows into a single optimized response is presented. This method significantly improves the dynamic range and the accuracy of the identified frequency-response relative to single-window methods. The accuracy of the identified model is validated by comparing the model-predicted responses with the responses collected during flight experiments.

Key words: helicopter; state-space model; K-means clustering algorithm; frequency identification; composite windows; model simplifying

#### 1 引言(Introduction)

直升机是存在着强烈耦合效应的多输入多输出 (MIMO)系统,旋翼、发动机、传动装置等高阶振动 导致飞行试验中测量噪声很大,通常采用的是时域 系统辨识的方法,由于噪声对测量信号的影响很 大,建立精确的动力学模型比较困难.而频域系统辨 识的方法对于直升机来说是非常适合的,主要原因 有<sup>[1]</sup>:

 1) 频域分析可以通过滤波和相干性分析去除测 量噪声和其他一些不相关的过程噪声;

 2)频域分析中的相关函数能够反应频率响应的 信号质量和相应通道的线性度;

 3)每组频率响应能够选择在相干函数较高的频 段内进行模型拟合,可非常有效的处理动力学模型

#### 之间的频带不一致性;

4) 动力学模型中的时延可以通过频域辨识直接 得到.

目前,国内微小型无人直升机的辨识建模多采用 仿真方法,只有少数高校进行了实验研究<sup>[2~5]</sup>,主要 针对悬停状态单通道参数化模型,距全系统建模尚 有较大差距.本文在己有的直升机频域辨识理论上 进行了以下3方面改进:在频率响应计算时采用了一 种复合窗函数方法,与采用单个窗函数计算得到的 频率响应相比,显著增加了动力学模型频带和频率 响应的精度;根据频率响应去除了待辨模型中一些 无关的参数,简化了状态空间模型的结构;将模式搜 索中的K平均聚类算法应用到直升机状态空间模型 辨识中.

收稿日期: 2010-08-19; 收修改稿日期: 2011-03-25. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074010).

# 2 直升机状态空间模型建立(Development of the state-space model of helicopter)

本文小型无人直升机的研究对象是RaPtor50遥 控模型直升机(见图1),把直升机看作刚体,利用牛顿-欧拉方程可以得到线性化后的直升机状态空间 模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t-\tau), \\ y = C\boldsymbol{x} + D\boldsymbol{u}, \end{cases}$$
(1)

其中:  $\boldsymbol{x} = (u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi), \boldsymbol{u} = (\delta_{col}, \delta_{lat}, \delta_{lon}$  $\delta_{ped}), \boldsymbol{\tau} = (\tau_{col}, \tau_{lat}, \tau_{lon}, \tau_{ped}). \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}, \boldsymbol{A}$ 为气动导数 矩阵,  $\boldsymbol{B}$ 为操纵导数矩阵,  $\boldsymbol{C}$ 为单位阵,  $\boldsymbol{D}$ 为零矩阵. 其中:  $U_0, V_0, W_0$ 为直升机配平飞行速度,  $\boldsymbol{\phi}_0$ 和 $\Theta_0$ 为 直升机配平飞行时的横滚角和俯仰角, g为重力加速

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q - W_0 \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p + W_0 & Y_q \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p - V_0 & Z_q + U_0 \\ L_u & L_v & L_w & L_p & L_q \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \Phi_0 \tan \Theta_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \Phi_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \Phi_0 \sec \Theta_0 \end{bmatrix}$$

### 3 飞行扫频试验设计(The design of the frequency sweep test)

辨识试验使用的无人直升机平台由RaPtor50 航模直升机改造而成,如图1所示.该平台具有5路 主要操纵输入,包括总距操纵、横、纵向周期变距 操纵、尾桨距操纵和发动机油门操纵,其中总距和 油门操纵存在线性耦合关系.机身上装备了一套 数据采集系统,其中包括1个三轴陀螺、1个三轴加 速度计、1个GPS以及1个基于CAN总线的飞控计 算机,数据的采样频率为100 Hz.

飞行试验数据必须充分包含动力学模型的丰 富信息,故采用扫频试验获得飞行数据,即通过 度, **A**阵和**B**阵中的导数形式都为 $\Omega_*$ ,其中 $\Omega$ 代表机体轴3个方向上的力X, Y, Z和力矩L, N, M,下标\*代表机体轴3个方向上的速度u, v, w,角速度p, q, r和操纵输入 $\delta_{col}, \delta_{lat}, \delta_{lon}, \delta_{ped}$ .



图 1 试验使用的无人直升机 Fig. 1 Instrumented helicopter in experiment

$X_r + V_0$	0	$-\mathrm{gcos} \Theta_0$	0 ]
$Y_r - U_0$	$\operatorname{gcos} \Theta_0$	0	0
$Z_r$	0	0	$-gsin \Theta_0$
$L_r$	0	0	0
$M_r$	0	0	0
$N_r$	0	0	0
$\cos \Phi_0  an \Theta_0$	0	0	0
$-\sin \Phi_0$	0	0	0
$\cos \Phi_0 \sec \Theta_0$	0	0	0

操控手逐渐增加输入的频率.小直升机的固有频率一般为0.3~30 rad/s<sup>[6]</sup>,故确定操控手的扫频范围为0.1~5 Hz.每个典型扫频输入的持续时间为80~120 s.

横向通道扫频数据如图2所示,从图中可以看 到,横向扫频输入δ<sub>lat</sub>和横滚角速度输出*p*有很高 的一致性,这为系统辨识提供了很好的频谱特性.





图 2 包含其他通道输入的横向通道扫频数据 Fig. 2 Lateral frequency sweep and roll rate response including off-axis inputs

# 4 直升机频域辨识(Frequency identification for helicopter)

#### 4.1 复合窗函数法(Composite windows)

系统辨识最关键的步骤是得到输入/输出精确的频率响应<sup>[7]</sup>. 在计算单输入单输出(SISO)频率响应时, 需权衡动力学模型的频带和辨识的精度.

窗函数的长度T决定了辨识的最小频率 $\omega_{\min}$ :

$$\omega_{\min} = 2\pi/T.$$
 (2)

辨识得到的频率响应的随机误差与窗函数的 个数n<sub>d</sub>成反比<sup>[8]</sup>:

$$\varepsilon_r = \frac{\sqrt{0.55}[1 - \gamma_{\rm xy}^2]^{\frac{1}{2}}}{|\gamma_{\rm xy}|\sqrt{2n_{\rm d}}},$$
(3)

式中: $\gamma_{xy}$ 为输入x和输出y之间的相干函数值,  $n_d = T_r/T, T_r$ 为辨识数据的时间长度.

式(3)表明,使用长度较小的窗函数可以提高模型的带宽,但同时也会增加辨识的随机误差,降低 辨识的精度.本文使用了一种新的复合窗函数方 法来提高辨识得到的频率响应精度.优化的复合 窗函数的目标函数为

$$J(f) = \sum_{i=1}^{n_w} W_i \{ (\frac{G_{xx_c} - G_{xx_i}}{\hat{G}_{xx}})^2 + (\frac{G_{yy_c} - G_{yy_i}}{\hat{G}_{yy}})^2 + [(\frac{G_{xx_c} - G_{xx_i}}{\hat{G}_{xx}})^2] + 5.0(\frac{(\gamma_{xy_c})^2 - (\gamma_{xy_i})^2}{(\hat{\gamma}_{xy})^2})^2 \},$$

$$(4)$$

式中: *G*为功率谱密度; *n*<sub>w</sub>为窗函数的个数; *W*<sub>i</sub>为 基于随机误差和窗口频带的权重; 下标*i*为单独窗 口的结果; 下标*c*为复合窗口的结果.

通过在不同的频段使用不同长度的窗函数,可 以在较宽的频率范围内得到随机误差较小并且一 致性较高的频率响应.

在获得了满足要求的辨识数据后,分别使用 5 s, 15 s和30 s不同长度的窗函数,计算得到横向 偏相干函数值如图3所示.由图3可以看出,30 s的 窗函数的相干函数值在低频段最好,在中频段开 始振荡,这说明辨识精度下降;15s的窗函数的相 干函数值在中频段最好,在高频段辨识精度下降; 5s的窗函数在中频段精度较低,而在高频段的相 干函数值最高.

利用复合窗函数法得到的偏相干函数值如图4 所示,可以看到,采用复合窗函数法得到的频率响 应曲线在很宽的频带内(0.5~30 rad/s)有较高的辨 识精度.



图 3 横向通道使用不同窗口的相干函数值





图 4 横向通道复合窗函数得到的相干函数

Fig. 4 Coherence of lateral channel using composite window

## **4.2** 根据频率响应进行模型简化(Simplified model based on frequency-response table)

在悬停状态时,直升机状态空间模型中有的气动导数值可以忽略,这是由直升机的飞行动力学特性决定的,不去除这些气动导数,会造成待辨识模型的参数冗余.例如,偏航角速率r与纵向输入 δlon的关系几乎为零,这意味着这两者不相关.因此,状态空间模型中纵向输入和纵向响应中与航向通道相关的稳定性导数或控制导数应该被去除. 所以,在状态空间模型优化的时候, N<sub>δlon</sub>, N<sub>q</sub>, N<sub>u</sub> 被提前置零.这种方法被用于所有的相干性较低的频率响应,根据由实验数据计算得到的频率响 应进行模型简化后的状态空间方程如下:

	$\int X_u$	0	0	$X_n$	$X_{a}$	0	0	$-g\cos\Theta_0$	0 ]	
	$Y_u$	$Y_v$	0	$Y_p^P$	0	0	$g\cos\Theta_0$	0	0	
	0	0	$Z_w$	0	0	0	0	0	$-gsin\Theta_0$	
	$L_u$	$L_v$	$L_w$	$L_p$	$L_q$	$L_r$	0	0	0	
A =	$M_u$	0	0	0	$M_q$	0	0	0	0	
	0	$N_v$	$N_w$	$N_p$	0	$N_r$	0	0	0	
	0	0	0	1	$\sin \Phi_0 \tan \Theta_0$	$\cos \Phi_0 \tan \Theta_0$	0	0	0	
	0	0	0	0	$\cos \Phi_0$	$-\sin \Phi_0$	0	0	0	
	0	0	0	0	$\sin \Phi_0 \sec \Theta_0$	$\cos \Phi_0 \sec \Theta_0$	0	0	0	

## **4.3** 状态空间模型辨识(State-space model identification)

频率响应矩阵*T*(*s*)可以表示为状态空间方程 系统矩阵的函数

$$T(s) = C(sI - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B} + D.$$
 (5)

选取其中 $n_{\rm TF}$ 对在较宽频率范围内满足 $\gamma_{\rm xy}^2 \ge$  0.6的频率响应 $T_c(\omega)$ ,将 $s = j\omega$ 代入上述传递函数 矩阵中对应的传递函数表达式T(s),得到待辨识的状态空间模型的代价函数如下<sup>[9]</sup>:

$$J = \sum_{i=1}^{n_{\rm TF}} \{ \frac{20}{n_{\omega}} \sum_{i=\omega_1}^{\omega_{n_{\omega}}} W_{\gamma} [W_g (|\hat{T}_c^i| - |T^i|)^2 + W_p (\angle \hat{T}_c^i - \angle T^i)^2] \},$$
(6)

式中: |·|为对应频率点的幅值;  $\angle$ 为对应频率点的相角;  $n_{\omega}$ 为频率点的个数;  $\omega_1 \pi \omega_{n_{\omega}}$ 为拟合的起始频率和截止频率;  $W_r = [1.58(1 - e^{-\gamma_{xy}^2})]^2$ ;  $W_g = 1.0$ ;  $W_p = 0.01745$ .

一般认为当平均代价函数 $J_{\text{ave}} \leq 100$ 时,将获得1个非常可靠的状态空间模型<sup>[1]</sup>.状态矩阵A,控制矩阵B和延迟时间 $\tau$ 中的待辨识参数的个数用 $n_p$ 来表示,将所有的待辨识参数用向量 $\Theta$ 来表示:

$$\boldsymbol{\Theta} = [\theta_1 \ \theta_1 \ \cdots \ \theta_{n_p}]. \tag{7}$$

本文在直升机系统辨识过程中使用模式搜索 中的K平均算法将数据进行分类,算法的具体步 骤如下: 1) 选取k组估计解 $\Theta_i$ ,把由此计算出的k组频 率响应 $T_i$ 作为作为初始的聚类中心, $i = 1, 2, \cdots$ , k.

2) 比较不同频率响应与由试验数据得到的频率响应*T<sub>r</sub>*之间的距离,如果

$$\begin{cases} \| |T_r| - |T_j| \| < \| |T_r| - |T_i| \|, \\ \| \angle T_r - \angle T_j \| < \| \angle T_r - \angle T_i \|, \end{cases}$$
(8)

其中:  $i = 1, 2, \dots, k, i \neq j$ , 则将 $T_j$ 归类为距离最近的类.

3) 根据上一步的结果利用下式更新聚类中心:

$$\bar{T}_j = \frac{1}{N} \sum_{T_j \in f_j} T_j, \tag{9}$$

式中:  $\bar{T}_j$ 为新的聚类中心, N为第j类包含的样本数目.

采用各类样本对应聚类中心距离的平方和作 为准则函数,计算*T*<sub>r</sub>到新聚类中心的距离,使其余 的类到新的聚类中心距离最小.

4) 直到 $\bar{T}_i = T_i$ 时, 计算得到k个聚类中心中使 代价函数最小的频率响应函数, 如果平均代价函 数值满足 $J_{\text{ave}} \leq 100$ , 算法结束. 否则转到第2)步.

K平均算法的基本思想如图5所示,设k=3,也 就是需要将数据集划分为3份(聚类).根据最近距 离原则,不断更新空间数据分布的聚类中心,直到 各聚类中的对象已不再变化,整个聚类操作结束.



图 5 K-均值聚类算法聚类过程示意描述

Fig. 5 Sketch map of the K-means clustering algorithm

在K均值算法中, k个初始聚类中心点的选取 对聚类结果具有较大的影响.在实际的辨识过程 中,忽略各个通道间的耦合,得到反映直升机主 要运动特性的单通道传递函数,以此初值作为状 态空间模型辨识的初始聚类中心.在合理的确定 了*K*均值算法的初始聚类中心后,算法收敛比较 快,从而得到整个直升机状态空间方程.

图6比较了辨识得到的模型与试验数据计算得 到的主通道频率响应,可以看出模型与试验数据 取得了很好的一致性.







辨识得到的状态空间模型的状态矩阵A,控制矩阵B和延迟时间 $\tau$ 结果如下:

	-0.0218	0	0	-0.2066	0.7365	0	0	-9.7993	0	
	0.0055	-0.0336	0	-0.6717	0	0	9.7993	0	0	
	0	0	-0.3383	0	0	0	0	0	0.1197	
	0.0251	-0.0875	-0.0109	-2.9867	-0.6362	0.3142	0	0	0	
A =	0.0155	0	0	0	-0.7992	0	0	0	0	,
	0	0.0495	-0.0009	0.4680	0	-0.4375	0	0	0	
	0	0	0	1	0.0002	-0.0122	0	0	0	
	0	0	0	0	0.9998	0.0192	0	0	0	
	0	0	0	0	-0.0192	0.9999	0	0	0	





 $\tau = [0.15226 \ 0.02175 \ 0.02175 \ 0.01193].$ 

#### 5 模型验证(Model verification)

时域验证是评价辨识得到的模型的精度和可 信度的一种重要方法,即重新采集一组小直升机 在悬停附近的飞行数据,将辨识得到的模型的输 出和实测的输出进行比较<sup>[10]</sup>.横向通道的模型验 证结果如图7所示,两者吻合的非常好,其余通道 的模型验证结果也匹配的很好,说明了辨识得到 的状态空间模型是非常精确的.





Fig. 7 Comparison between the frequency response computed from the flight data(solid) and those derived from the identified model(dashed)

#### 6 结论(Conclusion)

本文讨论了频域系统辨识的基本理论,并将该 方法用于无人直升机状态空间模型的辨识,其中 重点研究了以下几个问题:

 在由飞行试验数据计算频率响应时采用了 一种复合窗函数方法,该方法综合不同窗口长度 的频率响应得到一组优化的结果,与采用单个窗 函数计算得到的频率响应相比,显著增加了动力 学模型频带和频率响应的精度;

2)当直升机处于悬停状态时,针对某些相干 函数值较小的输入/输出对传递函数,对与这些传 递函数相关的参数进行了频域特性的分析,从而 剔除了模型中一些无关的参数,减少了待辨参数 的个数,简化了状态空间模型的结构;

3) 在辨识过程中,将模式识别中的K平均理论 应用到搜索代价函数的最小值中,并利用简化的 单通道传递函数模型的辨识结果作为状态空间模 型辨识初始的聚类中心,算法收敛较快;

4) 最后通过时域交叉验证,说明了基于该频 域辨识方法建立的直升机六自由度状态空间模型 的精确性和有效性,可以在该状态下以此模型进 行自主飞行控制器设计.

#### 参考文献(References):

- TISCHLER M B, REMPLE R K. Aircraft and Rotorcraft System Identification: Engineering Methods with Flight Test Examples[M]. California: American Institute of Aeronautics and Astronautics Press, 2006.
- [2] 陈皓生,陈大融. 悬停状态下微型直升机航向模型的系统辨识[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(2): 184 – 187.
   (CHEN Haosheng, CHEN Darong. System identification of the yaw model for a hovering micro helicopter[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2003, 43(2): 184 – 187.)
- [3] 王辉, 徐锦法. 小型无人直升机飞行动力学建模及增稳设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(3): 277 282.
   (WANG Hui, XU Jinfa. Flight dynamics model and stability augment design for a small-size unmanned helicopter[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(6): 277 282.)

- [4] 顾冬雷,高正,孙传伟. 无人直升机控制动态特性的频域辨识建模 方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(6): 688 – 692.
  (GU Donglei, GAO Zheng, SUN Chuanwei. Flight dynamics model and stability augment design for a small-size unmanned helicopter[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2003, 35(3): 688 – 692.)
- [5] WU J D. Research on modeling and control of mini unmanned helicopter based on frequency identification[D]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2007.
- [6] METTLER B. Modeling small-scale unmanned rotorcraft for advanced flight control design[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2001.
- [7] 莫建林, 王伟. 系统辨识中的闭环问题[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 9 14.
  (MO Jianlin, WANG Wei. Closed loop problem in system identification[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 9 14.)
- [8] TISCHLER M B, GAUFFMAN M G. Frequency-response method for rotorcraft system identification: flight application to bo 105 coupled rotor/fuselage dynamics[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1992, 37(3): 3 – 17.

- [9] 邹瑜, 裴海龙, 刘馨, 等. 飞机模型频域辨识方法——CIFER算法研究[J]. 电光与控制, 2010, 17(5): 46 49, 73.
  (ZOU Yu, PEI Hailong, LIU Xin, et al. Study on CIFER algorithm a method for frequency identification of aircraft model[J]. *Electronics Optics & Control*, 2010, 17(5): 46 – 49, 73.)
- [10] IVLER C M, TISCHLER M B. Control System development and flight test experience with the MQ-8B fire scout vertical take-off unmanned aerial vehicle[C] //Proceedings of the 63rd American Helicopter Society Annual Forum. Virginia: AHS, 2007, 63: 1 – 27.

#### 作者简介:

**刘 鹏** (1985—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为直升机动 力学建模和控制, E-mail: lppl2008@163.com;

**武 哲** (1957—), 男, 博士生导师, 长江学者特聘教授, 主要研 究方向为无人直升机总体设计、飞行器隐身等, E-mail: wuzhe@buaa. edu.cn.

### 下期要目

社会控制论及其进展	ī百五
一类非线性系统的自适应观测器设计 赵黎丽, 李平, 李	修亮
水下滑翔机垂直面运动优化控制	、艾群
电梯群的可调整鲁棒优化调度	≤俊芳
基于非光滑观测器的间隙三明治系统状态估计周祖鹏, 谭	永红
变量泵控制变量马达系统建模及控制 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	:岩
时滞反应扩散Hopfield神经网络的滑动模控制 ····································	」云龙
改进型平方根无迹卡尔曼滤波器及其在无轴承永磁同步电机无速度传感器运行中的应用	
	晓东
信标模式机动目标跟踪数据实时处理 ····································	友谊
网络瞄准环境下异步航迹融合策略及融合算法研究 王 琳,张 涛,冯国强,于 雷,核	海燕
基于T-S模糊模型非线性网络控制系统改进 $H_\infty$ 跟踪控制 $\cdots$ 。 肖会芹,何 勇,吴 敏,肖	间伸平
基于Dezert-Smarandache理论的递归目标识别融合方法 ···········胡丽芳, 关 欣, 何	」 友
带未知有色观测噪声的自校正融合Kalman滤波器 ····································	3自立
用四元数状态切换无迹卡尔曼滤波器估计的飞行器姿态 乔相伟, 周卫东, 吉	ī宇人
级联无刷双馈电机定子磁场定向的直接反馈控制	〔超英
加热炉生产数据预处理策略研究	沃佑