

文章编号: 1000-8152(2011)12-1763-10

多输入-多输出非线性系统的特征模型及 在挠性卫星姿态控制中的应用

孙多青

(河北科技师范学院 数学与系统科学研究所, 河北 秦皇岛 066004; 中国空间技术研究院 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘要: 研究多输入-多输出(MIMO)高阶非仿射非线性系统的特征建模问题. 首先证明了MIMO高阶非仿射非线性系统的特征模型可用二阶时变差分方程组描述, 并给出了特征模型的建模误差. 然后设计了基于特征模型的自适应模糊广义预测控制器, 利用Lyapunov方法分析了闭环系统的稳定性. 由于控制结构中使用了分层模糊逻辑系统, 从而极大减少了模糊规则和可调参数的个数, 提高了控制的实时性. 通过对挠性卫星姿态控制的仿真研究验证了所给控制方案的有效性, 可实现高精度的姿态控制, 且该方法具有较强的鲁棒性.

关键词: 非仿射非线性系统; 特征模型; 分层模糊系统; 模糊控制; 预测控制; 卫星姿态控制

中图分类号: TP13; O231 **文献标识码:** A

Characteristic model for multi-input-multi-output nonlinear systems and its application in flexible satellite attitude control

SUN Duo-qing

(Institute of Mathematics and Systems Science, Hebei Normal University of Science and Technology, Qinhuangdao Hebei 066004, China;
Beijing Institute of Control Engineering, China Academy of Space Technology, Beijing 100190, China)

Abstract: The characteristic modeling is investigated for multi-input and multi-output higher-order non-affine nonlinear systems. First, we prove that the characteristic model for the above systems can be expressed by a system of quadratic time-varying difference equations and estimate the characteristic modeling errors. Next, we design an adaptive fuzzy generalized predictive controller based on this characteristic model, and analyze the stability of the closed-system using Lyapunov method. Because hierarchical fuzzy logic systems are employed in the control architecture, the number of fuzzy rules and adjustable parameters in a fuzzy logic controller are reduced greatly, thus improving the real-time operation performances of the control. Finally, the results from the control simulation on a flexible satellite attitude validate that the proposed control scheme is effective and has the advantages of high steady-state precision and strong robustness.

Key words: non-affine nonlinear system; characteristic model; hierarchical fuzzy system; fuzzy control; predictive control; satellite attitude control

1 引言(Introduction)

大型挠性空间结构的控制是当前控制领域中既富有成果又具有挑战性的问题^[1,2], 但此问题远远没有彻底解决^[1]. 对于这种控制对象往往难以建立精确的数学模型, 即使能用精确数学模型描述, 但其阶数高、结构复杂, 这给控制器设计带来很大困难. 目前, 对于像挠性结构这样的高阶参数未知的系统, 实用的控制方法还相对欠缺. 其重要原因在于现有的建模和控制理论是以精确动力学分析为基础, 将建模与控制要求分开来考虑. 特征建模方法的提出在很大程度上解决了上述问题. 所谓特征建模, 就是根据对象动力学特征和控制性能要求相结合进行建模, 而不是仅以对象精确的动力学分析来建模^[1]. 特

征模型具有如下特点: 在同样输入控制作用下, 对象特征模型和实际对象在输出上是等价的, 即在动态过程中保持在允许的输出误差内, 而在稳态时, 二者的输出是相等的; 特征模型的形式应比原对象动力学方程简单, 工程上方便易行. 特征建模的基本思想是用低阶线性时变差分方程来刻画原来的复杂系统. 该方法突破了原有对被控对象建模的框架, 为参数和阶数均未知的高阶复杂系统的建模提供了一种新思路, 为一些高阶系统实现低阶控制器设计打下了理论基础. 该方法在许多工业控制领域中已取得成功应用^[1]. 例如, 该方法被应用于飞船返回再入控制, 其开伞精度达到国际先进水平^[3]. 在理论研究方面, 文献[4]针对不超过两个重极点的单输入-单输

出(SISO)线性定常系统建立了特征模型;文献[5, 6]将上述结果分别推广到多输入-多输出(MIMO)高阶线性定常和线性时变系统.但是,对非线性系统特征建模的研究仅限于几类特殊形式的非线性系统,如,文献[7]仅对一类SISO非线性系统研究了特征建模问题.本文将研究MIMO非仿射非线性系统的特征建模问题,参照文献[8]的思路,在系统参数未知的情况下,基于特征模型,设计了自适应模糊广义预测控制器;并通过对挠性卫星姿态控制的仿真研究,表明了这种基于特征模型的控制方法的有效性.由于控制结构中使用了分层模糊系统,极大地减少了模糊规则数目,避免了模糊多变量控制中的“维数灾”问题,提高了控制的实时性.

2 特征模型推导(Derivation of characteristic model)

考虑如下MIMO高阶非仿射非线性系统:

$$\dot{y} = F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}; u, \dot{u}, \dots, u^{(m)}), \quad (1)$$

其中: $y = [y_1 \dots y_{k_1}]^T, u = [u_1 \dots u_{k_2}]^T$ 分别表示被控对象的输出和输入向量; $y^{(r)} = [y_1^{(r)} \dots y_{k_1}^{(r)}]^T, r = 0, 1, \dots, n; u^{(s)} = [u_1^{(s)} \dots u_{k_2}^{(s)}]^T, s = 0, 1, \dots, m.$

对系统(1)做如下假设:

假设1 $F(\cdot)$ 中的全部自变量 $y_1^{(r)}(t), \dots, y_{k_1}^{(r)}(t)$ ($r = 0, 1, \dots, n$), $u_1^{(s)}(t), \dots, u_{k_2}^{(s)}(t)$ ($s = 0, 1, \dots, m$)为0时, $F(\cdot) = 0$.

假设2 $F(\cdot)$ 对所有自变量连续可导,且各偏导数有界,即

$$\left| \frac{\partial F_i}{\partial y_q^{(r)}} \right| \leq M_{irq}, \left| \frac{\partial F_i}{\partial u_{\bar{q}}^{(s)}} \right| \leq N_{is\bar{q}},$$

式中: $M_{irq}, N_{is\bar{q}}$ 为正常数; $i, q = 1, \dots, k_1; \bar{q} = 1, \dots, k_2.$

假设3 y_i, u_j 的各阶导数是有界的,即 $|y_i^{(r)}| \leq M_{yrrq}, |u_{\bar{q}}^{(s)}| \leq N_{us\bar{q}}, M_{yrrq}, N_{us\bar{q}}$ 为正常数.

假设3并非苛刻,在实际工程中是容易满足的[7].

记 $M_i = \sum_{r=1}^n \sum_{q=1}^{k_1} M_{irq} \cdot M_{yrrq} + \sum_{s=1}^m \sum_{\bar{q}=1}^{k_2} N_{is\bar{q}} \cdot N_{us\bar{q}}, i = 1, \dots, k_1.$

定理1 对于MIMO非仿射非线性系统(1),当要实现位置保持或位置跟踪控制时,对给定的 $\varepsilon > 0$,若采样周期 T 满足

$$T < \min_{1 \leq i \leq k_1} \{ \min\{1, \varepsilon/3M_i\} \},$$

则其特征模型可用下列二阶差分方程组描述:

$$y_i(k+1) = \sum_{j=1}^{k_1} f_{ij}(k)y_j(k) + \sum_{j=1}^{k_1} f_{i,k_1+j}(k)y_j(k-1) +$$

$$\sum_{l=1}^{k_2} g_{il}(k)u_l(k) + \sum_{l=1}^{k_2} g_{i,k_2+l}(k)u_l(k-1), \quad (2)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, k_1.$ 且动态过程中的建模误差限为 $\varepsilon.$

证 1) 将系统(1)表示为等价的时变线性系统.

令 $Y_1 = y, Y_2 = \dot{y}, \dots, Y_{n+1} = y^{(n)}, U_1 = u, U_2 = \dot{u}, \dots, U_{m+1} = u^{(m)}.$ 则式(1)可写为

$$\dot{Y}_1 = F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m+1}). \quad (3)$$

由假设1有

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 = & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m+1}) - F(0, \dots, 0) = \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m+1}) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_m, 0) + \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_m, 0) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_m, 0) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m-1}, 0, 0) + \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m-1}, 0, 0) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{m-2}, 0, 0, 0) + \dots + \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, 0, \dots, 0) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, 0, \dots, 0) + \\ & F(Y_1, \dots, Y_{n+1}, 0, \dots, 0) - \\ & F(Y_1, \dots, Y_n, 0, 0, \dots, 0) + \dots + \\ & F(Y_1, 0, \dots, 0) - F(0, 0, \dots, 0). \end{aligned}$$

对于固定的 i ($i = 1, \dots, k_1$),由微分中值定理知

$$\begin{aligned} & F_i(Y_1, \dots, Y_j, 0, \dots, 0) - \\ & F_i(Y_1, \dots, Y_{j-1}, 0, \dots, 0) = \\ & y_1^{(j-1)} \frac{\partial F_i}{\partial y_1^{(j-1)}} \Big|_{(Z_{j-1}, V_{i,j-1,1}, 0, \dots, 0)} + \dots + \\ & y_{k_1}^{(j-1)} \frac{\partial F_i}{\partial y_{k_1}^{(j-1)}} \Big|_{(Z_{j-1}, V_{i,j-1,k_1}, 0, \dots, 0)} = \\ & \alpha_{i,j-1,1}(t)y_1^{(j-1)} + \dots + \alpha_{i,j-1,k_1}(t)y_{k_1}^{(j-1)} = \\ & \alpha_{i,j-1}(t)^T y^{(j-1)}, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} Z_{j-1} &= (Y_1, \dots, Y_{j-1}), \\ V_{i,j-1,1} &= (\theta_{i,j-1,1}y_1^{(j-1)}, y_2^{(j-1)}, \dots, y_{k_1}^{(j-1)}), \\ V_{i,j-1,2} &= (0, \theta_{i,j-1,2}y_2^{(j-1)}, y_3^{(j-1)}, \dots, y_{k_1}^{(j-1)}), \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$V_{i,j-1,k_1} = (0, \dots, 0, \theta_{i,j-1,k_1}y_{k_1}^{(j-1)}),$$

$$0 < \theta_{i,j-1,q} < 1,$$

$$\alpha_{i,j-1,q}(t) = \frac{\partial F_i}{\partial y_q^{(j-1)}} \Big|_{(Z_{j-1}, V_{i,j-1,q}, 0, \dots, 0)},$$

$$\alpha_{i,j-1}(t) = (\alpha_{i,j-1,1}(t), \dots, \alpha_{i,j-1,k_1}(t))^T,$$

$$q = 1, \dots, k_1, j = 1, \dots, n+1.$$

$$F_i(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_l, 0, \dots, 0) -$$

$$F_i(Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{l-1}, 0, \dots, 0) =$$

$$\begin{aligned}
 & u_1^{(l-1)} \frac{\partial F_i}{\partial u_1^{(l-1)}} \Big|_{(\bar{Z}_{l-1}, \bar{V}_{i,l-1,1}, 0, \dots, 0)} + \dots + \\
 & u_{k_2}^{(l-1)} \frac{\partial F_i}{\partial u_{k_2}^{(l-1)}} \Big|_{(\bar{Z}_{l-1}, \bar{V}_{i,l-1,k_2}, 0, \dots, 0)} = \\
 & \beta_{i,l-1,1}(t) u_1^{(l-1)} + \dots + \beta_{i,l-1,k_2}(t) u_{k_2}^{(l-1)} = \\
 & \beta_{i,l-1}(t)^T u^{(l-1)},
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_{l-1} &= (Y_1, \dots, Y_{n+1}, U_1, \dots, U_{l-1}), \\
 \bar{V}_{i,l-1,1} &= (\bar{\theta}_{i,l-1,1} u_1^{(l-1)}, u_2^{(l-1)}, \dots, u_{k_2}^{(l-1)}), \\
 \bar{V}_{i,l-1,2} &= (0, \bar{\theta}_{i,l-1,2} u_2^{(l-1)}, u_3^{(l-1)}, \dots, u_{k_2}^{(l-1)}), \\
 &\vdots \\
 \bar{V}_{i,l-1,k_2} &= (0, \dots, 0, \bar{\theta}_{i,l-1,k_2} u_{k_2}^{(l-1)}), \\
 0 &< \bar{\theta}_{i,l-1,\bar{q}} < 1, \\
 \beta_{i,l-1,\bar{q}}(t) &= \frac{\partial F_i}{\partial u_{\bar{q}}^{(l-1)}} \Big|_{(\bar{Z}_{l-1}, \bar{V}_{i,l-1,\bar{q}}, 0, \dots, 0)}, \\
 \beta_{i,l-1}(t) &= (\beta_{i,l-1,1}(t), \dots, \beta_{i,l-1,k_2}(t))^T, \\
 \bar{q} &= 1, \dots, k_2, l = 1, \dots, m+1.
 \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_i &= \alpha_{i0}^T(t) y + \alpha_{i1}^T(t) \dot{y} + \dots + \alpha_{im}^T(t) y^{(n)} + \\
 & \beta_{i0}^T(t) u + \beta_{i1}^T(t) \dot{u} + \dots + \beta_{im}^T(t) u^{(m)}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

2) 特征模型的推导.

将式(4)改写为

$$\dot{y}_i = a_{i0}^T(t) y + \beta_{i0}^T(t) u + G_i(t), \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 G_i(t) &= a_{i1}^T(t) \dot{y} + \dots + a_{in}^T(t) y^{(n)} + \\
 & \beta_{i1}^T(t) \dot{u} + \dots + \beta_{im}^T(t) u^{(m)}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

对式(5)两边微分得

$$\begin{aligned}
 \ddot{y}_i &= \\
 & \frac{d[a_{i01}(t)]}{dt} y_1 + a_{i01}(t) \frac{dy_1}{dt} + \dots + \frac{d[a_{i0k_1}(t)]}{dt} y_{k_1} + \\
 & a_{i0k_1}(t) \frac{dy_{k_1}}{dt} + \frac{d\beta_{i01}(t)}{dt} u_1 + \dots + \frac{d\beta_{i0k_2}(t)}{dt} u_{k_2} + \\
 & \beta_{i01}(t) \frac{du_1}{dt} + \dots + \beta_{i0k_2}(t) \frac{du_{k_2}}{dt} + \frac{dG_i(t)}{dt}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

将式(5)和式(7)相加, 再根据前差和后差相结合的近似离散化方法, 可得

$$\begin{aligned}
 y_i(k+1) &= \\
 & \sum_{j=1}^{k_1} f_{ij}(k) y_j(k) + \sum_{j=1}^{k_1} f_{i,k_1+j}(k) y_j(k-1) + \\
 & \sum_{l=1}^{k_2} g_{il}(k) u_l(k) + \sum_{l=1}^{k_2} g_{i,k_2+l}(k) u_l(k-1) + W_i(k), \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 f_{ii}(k) &= 2 - T + 2T\alpha_{i0i}(k) - T\alpha_{i0i}(k-1) + \\
 & T^2\alpha_{i0i}(k),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{ij}(k) &= 2T\alpha_{i0j}(k) - T\alpha_{i0j}(k-1) + \\
 & T^2\alpha_{i0j}(k), \quad j \neq i,
 \end{aligned}$$

$$f_{i,k_1+i}(k) = -1 + T - T\alpha_{i0i}(k),$$

$$f_{i,k_1+j}(k) = T\alpha_{i0j}(k), \quad j \neq i,$$

$$g_{il}(k) = 2T\beta_{i0l}(k) - T\beta_{i0l}(k-1) + T^2\beta_{i0l}(k),$$

$$g_{i,k_2+l}(k) = -T\beta_{i0l}(k),$$

$$W_i(k) = T^2G_i(k) + T[G_i(k) - G_i(k-1)],$$

$$i = 1, 2, \dots, k_1, l = 1, 2, \dots, k_2.$$

由式(6)知 $G_i(k)$ 是 u_j 和 y_l 的各阶导数的线性组合, 因此若要实现恒值控制, 则在稳态时, $G_i(k) = G_i(k-1) = 0$, 从而 $W_i(k) = 0$, 此时, 式(8)成为式(2). 在动态过程中, 用式(2)近似代替式(8)的绝对误差为 $e_i(k) = W_i(k)$. 易见 $|G_i(k)| \leq M_i$, $|G_i(k-1)| \leq M_i$, 从而对给定的误差限 $\varepsilon > 0$, 取 $\delta_i = \min\{1, \varepsilon/3M_i\}$, 则当 $0 < T < \delta_i$ 时,

$$\begin{aligned}
 |e_i(k)| &= |W_i(k)| \leq 2M_iT + M_iT^2 \leq \\
 (2M_i + M_i \cdot 1)T &\leq (2M_i + M_i)\varepsilon/3M_i = \varepsilon,
 \end{aligned}$$

因此, 当采样周期满足 $0 < T < \delta_i$ 时, 式(8)近似成为式(2). 并且由上式可见, 动态过程中建模误差限为 ε .

总之, 若要实现恒值控制, 只要采样周期 $T < \min_{1 \leq i \leq k_1} \{\delta_i\}$, 系统(1)的特征模型可用式(2)来描述且特征模型的建模误差限小于事先给定的 ε . 证毕.

注 1 由证明可知, 系统(1)中的函数 $F(\cdot)$ 表达式不论是否已知, 定理1均成立.

注 2 仿照文献[7]中的方法易证: $f_{ij}(k)$, $f_{i,k_1+j}(k)$, $g_{il}(k)$, $g_{i,k_2+l}(k)$ 是慢时变的.

注 3 对固定的 $i(i = 1, 2, \dots, k_1)$, 当 $T \rightarrow 0^+$ 时, 有

$$\sum_{j=1}^{k_1} [f_{ij}(k) + f_{i,k_1+j}(k)] + \sum_{l=1}^{k_2} [g_{il}(k) + g_{i,k_2+l}(k)] \rightarrow 1.$$

注 4 不难将定理1的结果推广到下列非仿射非线性系统:

$$F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}; u, \dot{u}, \dots, u^{(m)}) = 0, \quad (1')$$

其中 y 与 u 的含义同系统(1), 且系统(1')满足假设1~3.

3 基于特征模型的自适应模糊广义预测控制器设计(Adaptive fuzzy generalized predictive controller design based on characteristic model)

3.1 预测模型及预测控制律推导(Deduction for predictive model and predictive control law)

对于系统(1)的特征模型(2), 记:

$$A_1(k) = (-f_{ij}(k))_{k_1 \times k_1},$$

$$A_2(k) = (-f_{i, k_1+j}(k))_{k_1 \times k_1},$$

$$B_0(k) = (g_{ij}(k))_{k_1 \times k_2}, B_1(k) = (g_{i,k_2+j}(k))_{k_1 \times k_2},$$

则式(2)可化为

$$A(z^{-1})y(k+1) = B(z^{-1})u(k), \quad (2')$$

式中:

$$A(z^{-1}) = I + A_1(k)z^{-1} + A_2(k)z^{-2},$$

$$B(z^{-1}) = B_0(k) + B_1(k)z^{-1}.$$

控制目的是使被控对象的输出 $y_i(k)$ 保持在设定值 $y_{di}(i = 1, 2, \dots, k_1)$.

记 $y_d = [y_{d1} \ y_{d2} \ \dots \ y_{dk_1}]^T$, 并令:

$$Y_r = [y_d^T(k+1) \ y_d^T(k+2) \ \dots \ y_d^T(k+N)]^T,$$

$$Y = [y(k+1) \ y(k+2) \ \dots \ y(k+N)]^T,$$

$$U = [u(k) \ u(k+1) \ \dots \ u(k+N_u-1)]^T,$$

此处 N 为最大预测时域, N_u 为控制时域, $N_u \leq N$. 取性能指标函数如下:

$$J = \|Y - Y_r\|^2 + \|U\|_\Omega^2, \quad (9)$$

$\|U\|_\Omega^2 = U^T \Omega U$, $\Omega = \text{diag}\{A_0\}$, $A_0 = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{k_2}\}$, $\lambda_i > 0$ 为加权因子.

使 J 取最小值的控制律为^[9]

$$U = (G^T(k)G(k) + \Omega)^{-1}G^T(k)[Y_r - F(z^{-1})y(k) - H(z^{-1})u(k-1)],$$

其中 $G(k)$, $F(z^{-1})$, $H(z^{-1})$ 的表达式见文献[9].

令 $P^T(k) = (p_{lm})(m = 1, 2, \dots, k_1 \cdot N)$ 是 $(G^T(k)G(k) + \Omega)^{-1}G^T(k)$ 的前 k_2 行, 则广义预测控制律可写成如下形式^[9]:

$$u(k) = P^T(k)[Y_r - F(z^{-1})y(k) - H(z^{-1})u(k-1)]. \quad (10)$$

引理 1^[8] 定义广义误差向量

$$E_g(k+N) = P^T(k)(Y - Y_r) + Q^T(k)\Omega U, \quad (11)$$

其中 $Q^T(k) = (q_{lr})(r = 1, 2, \dots, k_2 \cdot N_u)$ 是 $(G^T(k) \cdot G(k) + \Omega)^{-1}$ 的前 k_2 行, 则 $E_g(k+N) = 0$, 当且仅当 $u(k)$ 由式(10)定义.

3.2 自适应模糊广义预测控制器的设计(Design of adaptive fuzzy generalized predictive controller)

当系统参数未知时, 本文利用分层模糊逻辑系统逼近控制器(10)以达到控制目的. 所采用的分层模糊逻辑系统其规则库的形式参见文献[10, 11], 第 i 层模糊系统的输出为

$$z_i = \theta_i^T \xi_i(z_{i-1}, x_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (12)$$

其中: $x_i(i = 1, 2, \dots, n)$ 为模糊逻辑系统的输入变量, $z_0 = x_1$; $\theta_i = (\theta_i^1, \theta_i^2, \dots, \theta_i^{L_i})^T$, θ_i^k 的含义见文献[11], 本文中为待调参数; $\xi_i(z_{i-1}, x_{i+1}) = (\xi_i^1, \xi_i^2,$

$\dots, \xi_i^{L_i})^T$, ξ_i^k 为模糊基函数; L_i 为第 i 层模糊规则库中所含模糊规则个数.

对于分层模糊系统, 其规则数目是系统变量个数的线性函数^[10, 11], 因而, 利用分层模糊系统设计自适应模糊广义预测控制器, 将极大减少规则数目, 便于实时控制.

令

$$X(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_n(k)]^T = [y^T(k) \ y^T(k-1) \ u^T(k-1)]^T.$$

上式中 $n = 2k_1 + k_2$; k_1, k_2 分别为 y, u 的维数(见第2节), 下同.

记 $X_{ij}(k) = [z_{i-1,j} \ x_{i+1}(k)]^T, i = 1, 2, \dots, n-1, z_{0,j} = x_1(k)$. 此处 i 代表分层模糊系统的层数, $z_{i-1,j}(i = 1, 2, \dots, n-1)$ 表示用于逼近 u_j 的第 i 层模糊系统的输出.

构造分层模糊广义预测控制器

$$u_j(k) = u_{cj} + u_{hj}, \quad j = 1, 2, \dots, k_2, \quad (13)$$

式中: 分层模糊控制器的输出

$$u_{cj} = \theta_{n-1,j}^T \xi_{n-1,j}(X_{n-1,j}(k)),$$

u_{hj} 为中间各层模糊系统输出之和, 即

$$u_{hj} = z_{1j} + z_{2j} + \dots + z_{n-2,j} = \theta_{1j}^T \xi_{1j}(X_{1j}(k)) + \theta_{2j}^T \xi_{2j}(X_{2j}(k)) + \dots + \theta_{n-2,j}^T \xi_{n-2,j}(X_{n-2,j}(k)).$$

若不基于特征模型设计模糊控制器, 则 $u^T(k-2), u^T(k-3)$ 等也将是模糊控制器的输入变量, 即利用特征模型设计模糊控制器减少了输入变量的个数, 因而减小了模糊规则库的规模.

3.3 自适应调节律设计(Design of adaptive adjust laws)

由引理1知, 基于广义误差 $E_g(k)$ 对模糊广义预测控制器(13)的参数 $\theta_{ij}(k)$ 进行自适应调节, 使得序列 $\{E_g(k)\}$ 收敛到零, 则可达到控制目的.

令 $z = k/(1+k)$, 则式(11)中的时变矩阵 $P(k), Q(k)$ 成为 $(-1, 1)$ 内的时变矩阵 $P(z), Q(z)$. 取Legendre多项式

$$L_0(z) = 1, \quad L_1(z) = z,$$

$$L_{l+1}(z) = \frac{2l+1}{l+1}zL_l(z) - \frac{l}{l+1}L_{l-1}(z), \quad l \geq 1$$

作为基函数, 则 $P^T(z), Q^T(z)$ 中的元素可表为:

$$p_{lm}(z) = \sum_{s=0}^S a_{lms} L_s(z) + \omega_{plm}(z),$$

$$q_{ln}(z) = \sum_{s=0}^S b_{lns} L_s(z) + \omega_{qln}(z),$$

其中: a_{lms}, b_{lns} 为常数, $\omega_{plm}(z), \omega_{qln}(z)$ 为逼近误差. 将上式代入式(11)得

$$E_g(k) = \bar{\Theta}_{ab}^T Z(k - N) + E(k - N), \quad (14)$$

其中 $\bar{\Theta}_{ab}^T$ 的第 i 行为

$$\bar{\theta}_{abi}^T = [a_{i10} \cdots a_{i1S} \cdots a_{i,k_1 \times N,0} \cdots a_{i,k_1 \times N,S} \\ b_{i10} \cdots b_{i1S} \cdots b_{i,k_2 \times N_u,0} \cdots b_{i,k_2 \times N_u,S}], \\ i = 1, \dots, k_2,$$

$$Z(k - N) = \begin{bmatrix} L(z) & & & & \\ & L(z) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & L(z) & \\ & & & & L(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k - N + 1) - y_r \\ \vdots \\ y(k) - y_r \\ \Lambda_0 u(k - N) \\ \vdots \\ \Lambda_0 u(k - 1) \end{bmatrix},$$

$L(z) = [L_0(z) \cdots L_s(z)]^T$, $E(k - N)$ 为误差向量^[8].

因被控对象参数完全未知, 广义误差 $E_g(k)$ 无法算出, 因此只能基于广义误差的估计值 $\hat{E}_g(k)$ 对控制器参数 $\theta_{ij}(k)$ 进行自适应调节. 为此, 先定义广义误差向量估计值

$$\hat{E}_g(k) = \Theta_{ab}^T(k - N)Z(k - N) = [\hat{E}_{g1}(k) \cdots \hat{E}_{gk_2}(k)]^T, \quad (15)$$

其中 $\Theta_{ab}(k)$ 是 $\bar{\Theta}_{ab}(k)$ 的估计值.

采用如下的自适应律来调节参数向量 $\theta_{ij}(k)$:

$$\theta_{ij}(k) = \begin{cases} \psi_{ij}(k), & \|\psi_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}, \\ P\{\psi_{ij}(k)\}, & \|\psi_{ij}(k)\| > M_{\theta_{ij}}, \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\psi_{ij}(k) = \theta_{ij}(k - N) - \alpha_{ij} \frac{\xi_{ij}(X_{ij}(k - N))}{(1 + \|Z(k - N)\|)^2} \hat{E}_{gj}(k),$$

$\hat{E}_{gj}(k)$ 为 $\hat{E}_g(k)$ 的第 j 个分量; α_{ij} 是自适应学习率; $M_{\theta_{ij}}$ 为设计者取定的正常量, $\|\theta_{ij}(-N + 1)\| \leq M_{\theta_{ij}}, \dots, \|\theta_{ij}(0)\| \leq M_{\theta_{ij}}$, 投影算子 $P\{*\}$ 为

$$P\{\psi_{ij}(k)\} = M_{\theta_{ij}} \frac{\psi_{ij}(k)}{\|\psi_{ij}(k)\|}.$$

令 $\theta_{abj}^T(k)$ 为 $\Theta_{ab}^T(k)$ 的第 j 行, 采用如下自适应律来调节参数向量 $\theta_{abj}(k)$:

$$\theta_{abj}(k) = \begin{cases} \varphi_j(k), & \|\varphi_j(k)\| \leq M_{abj}, \\ P\{\varphi_j(k)\}, & \|\varphi_j(k)\| > M_{abj}, \end{cases} \quad (17)$$

其中:

$$\varphi_j(k) = \theta_{abj}(k - N) - \beta_j \frac{Z(k - N)}{(1 + \|Z(k - N)\|)^2} \hat{E}_{gj}(k),$$

β_j 是自适应学习率; M_{abj} 为设计者取定的正常量, $\|\theta_{abj}(-N + 1)\| \leq M_{abj}, \dots, \|\theta_{abj}(0)\| \leq M_{abj}$, 投影算子 $P\{*\}$ 为

$$P\{\varphi_j(k)\} = M_{abj} \frac{\varphi_j(k)}{\|\varphi_j(k)\|}.$$

至此, 得到如下基于特征模型的分层模糊自适应广义预测控制算法:

首先选择设计参数 $N, N_u, \lambda_i, \alpha_{ij}, \beta_j$ 和隶属函数, 然后按以下步骤计算:

Step 1 由式(15)计算 $\hat{E}_{gj}(k)$;

Step 2 由式(16)和式(17)计算 $\theta_{ij}(k)$ 和 $\theta_{abj}(k)$;

Step 3 由式(13)计算 $u(k)$;

Step 4 若广义误差估计值满足预先给定的误差限, 停止迭代; 否则置 $k = k + 1$, 返回 Step 1.

仿照文献[8]的证明方法可得:

定理 2 若被控对象(1)满足广义 Lipschitz 条件, 即存在正常数 L , 使得对任意的 t 和 $\Delta u(t)$ 有

$$\|\Delta y(t)\| \leq L \|\Delta u(t)\|.$$

其自适应模糊广义预测控制器为式(13), 参数向量 $\theta_{ij}(k)$ 和 $\theta_{abj}(k)$ 的自适应律分别为式(16)和式(17), 则当 $\alpha_{ij} > 0, \beta_j > 0$ 且 $\alpha_{1j} + \dots + \alpha_{n-1,j} + \beta_j \leq 1$ 时, 则有:

1) $\|\theta_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}, \|\theta_{abj}(k)\| \leq M_{abj}$, 且 $\{u(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$ 是有界序列;

2) $\hat{E}_g(k)$ 和 $E_g(k)$ 均收敛到原点的小邻域内.

证 1) 若式(16)的第 1 行成立, 则 $\|\theta_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}$; 若式(16)的第 2 行成立, 则 $\|\theta_{ij}(k)\| = M_{\theta_{ij}}$. 故对所有的 $k \geq 1$, 均有 $\|\theta_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}$. 同理利用式(17)可证, 对所有的 $k \geq 1$, 均有 $\|\theta_{abj}(k)\| \leq M_{abj}$. 由于 z_{ij} 为 θ_{ij} 中元素的加权平均, 因此 $|z_{ij}| \leq \|\theta_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}$, 同理 $u_{cj}(k)$ 有界, 从而 $u_j(k)$ 有界, 由假设知 $y_i(k)$ 也有界, 故 $\{u(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$ 是有界序列.

2) 由文献[9]知

$$Y = G(k)U + F(k)y(k) + H(k)u(k - 1).$$

将上式代入式(11)经直接计算可得

$$E_g(k + N) = u(k) - P^T(k)[Y_r - F(k)y(k) - H(k)u(k - 1)], \quad (18)$$

从而 $E_g(k + N)$ 的第 j 个分量

$$E_{gj}(k + N) = u_j(k) - u_j^*(k), \quad (19)$$

$$u_j^*(k) =$$

$$P_j^T(k)[Y_r - F(k)y(k) - H(k)u(k - 1)],$$

上式中 $P_j^T(k)$ 为 $P^T(k)$ 的第 j 行; 显然, $u_j^*(k)$ 恰为式(10)中 $u(k)$ 的第 j 个分量.

定义

$$\theta_{u_j}^* = (\theta_{1j}^{*T}, \theta_{2j}^{*T}, \dots, \theta_{n-1,j}^{*T})^T = \arg \min_{\|\theta_{ij}(k)\| \leq M_{\theta_{ij}}} \{ \sup_{X(k) \in U_x} |u_j(k) - u_j^*(k)| \},$$

其中: $u_j(k)$ 由式(13)所定义, U_x 是可控区域.

记 $\Phi_{ij} = \theta_{ij} - \theta_{ij}^*$, 再定义

$$\omega_j(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \theta_{ij}^{*\top} \xi_{ij}(X_{ij}(k)) - u_j^*(k),$$

则由式(19)并利用式(13), 得

$$E_{gj}(k+N) = \sum_{i=1}^{n-1} \Phi_{ij}^\top(k) \xi_{ij}(X_{ij}(k)) + \omega_j(k),$$

即

$$E_{gj}(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \Phi_{ij}^\top(k-N) \xi_{ij}(X_{ij}(k-N)) + \omega_j(k-N). \quad (20)$$

记 $\Phi_{abj}^\top(k) = \theta_{abj}^\top(k) - \bar{\theta}_{abj}^\top$, 则由式(14)(15)知

$$\hat{E}_{gj}(k) = \Phi_{abj}^\top(k-N)Z(k-N) + E_{gj}(k) - E_j(k-N). \quad (21)$$

由式(21)和式(20)得

$$\hat{E}_{gj}(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \Phi_{ij}^\top(k-N) \xi_{ij}(X_{ij}(k-N)) + \Phi_{abj}^\top(k-N)Z(k-N) + d_j(k-N), \quad (22)$$

其中 $d_j(k-N) = \omega_j(k-N) - E_j(k-N)$. 记:

$$\eta_{ij}(X_{ij}(k)) = \frac{\xi_{ij}(X_{ij}(k))}{1 + \|Z(k)\|},$$

$$\eta_{abj}(k) = \frac{Z(k)}{1 + \|Z(k)\|},$$

$$\bar{E}_{gj}(k) = \frac{\hat{E}_{gj}(k)}{1 + \|Z(k-N)\|}.$$

取Lyapunov函数

$$V_j(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\alpha_{ij}} \Phi_{ij}^\top(k) \Phi_{ij}(k) + \frac{1}{\beta_j} \Phi_{abj}^\top(k) \Phi_{abj}(k).$$

a) 如果式(16)第1行和式(17)第1行成立, 则

$$\Phi_{ij}(k) = \Phi_{ij}(k-N) - \alpha_{ij} \eta_{ij}(X_{ij}(k-N)) \bar{E}_{gj}(k),$$

$$\Phi_{abj}(k) = \Phi_{abj}(k-N) - \beta_j \eta_{abj}(k-N) \bar{E}_{gj}(k).$$

由式(22)知

$$\begin{aligned} \bar{E}_{gj}(k) &= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi_{ij}^\top(k-N) \eta_{ij}(X_{ij}(k-N)) + \\ &\Phi_{abj}^\top(k-N) \eta_{abj}(k-N) + \bar{d}_j(k-N), \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\bar{d}_j(k) = \frac{d_j(k)}{1 + \|Z(k)\|}$. 记

$$\Pi_{\eta j}(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{ij} \|\eta_{ij}(X_{ij}(k))\|^2 + \beta_j \|\eta_{abj}(k)\|^2,$$

则有

$$\begin{aligned} V_j(k) - V_j(k-N) &= \\ -2 \sum_{i=1}^{n-1} \Phi_{ij}^\top(k-N) \eta_{ij}(X_{ij}(k-N)) \bar{E}_{gj}(k) + \\ \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{ij} \|\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\|^2 \bar{E}_{gj}^2(k) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2\Phi_{abj}^\top(k-N) \eta_{abj}(k-N) \bar{E}_{gj}(k) + \\ &\beta_j \|\eta_{abj}(k-N)\|^2 \bar{E}_{gj}^2(k) = \\ &-2[\bar{E}_{gj}(k) - \bar{d}_j(k-N)] \bar{E}_{gj}(k) + \\ &\Pi_{\eta j}(k-N) \bar{E}_{gj}^2(k) = \\ &[-1 + \Pi_{\eta j}(k-N)] [\bar{E}_{gj}(k) + \frac{\bar{d}_j(k-N)}{-1 + \Pi_{\eta j}(k-N)}]^2 - \\ &\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 + \frac{\bar{d}_j^2(k-N)}{1 - \Pi_{\eta j}(k-N)}. \end{aligned} \quad (24)$$

而 $\|\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\| < 1$, $\|\eta_{abj}(k-N)\| < 1$, $\alpha_{1j} + \dots + \alpha_{n-1,j} + \beta_j \leq 1$, 所以 $-1 + \Pi_{\eta j}(k-N) < 0$, 因此, 由式(24)得

$$V_j(k) - V_j(k-N) < -\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 + D_j(k-N), \quad (25)$$

其中 $D_j(k-N) = \frac{\bar{d}_j^2(k-N)}{1 - \Pi_{\eta j}(k-N)}$.

b) 如果对于某些 i , 式(16)中的第2行和式(17)的第1行成立, 由于 $\|\theta_{ij}^*\| \leq M_{ij}$, 则

$$\begin{aligned} &\Phi_{ij}^\top(k) \Phi_{ij}(k) < \\ &\Phi_{ij}^\top(k-N) \Phi_{ij}(k-N) - \\ &2\alpha_{ij} \Phi_{ij}^\top(k-N) \eta_{ij}(X_{ij}(k-N)) \bar{E}_{gj}(k) + \\ &\alpha_{ij}^2 \|\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\|^2 \bar{E}_{gj}^2(k). \end{aligned} \quad (26)$$

事实上, 令 $\mu = \frac{M_{\theta ij}}{\|\psi_{ij}(k)\|}$, 则 $0 < \mu < 1$, $\theta_{ij}(k) =$

$\mu \psi_{ij}(k)$, 于是

$$\begin{aligned} &\|\theta_{ij}(k) - \theta_{ij}^*\|^2 - \\ &\|\theta_{ij}(k-N) - \alpha_{ij} \eta_{ij}(X_{ij}(k-N)) \bar{E}_{gj}(k) - \theta_{ij}^*\|^2 = \\ &(\mu \psi_{ij}(k) - \theta_{ij}^*)^\top (\mu \psi_{ij}(k) - \theta_{ij}^*) - \\ &(\psi_{ij}(k) - \theta_{ij}^*)^\top (\psi_{ij}(k) - \theta_{ij}^*) = \\ &(\mu - 1)[(\mu + 1) \psi_{ij}^\top(k) \psi_{ij}(k) - 2\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^*]. \end{aligned}$$

由柯西-布涅科夫斯基不等式知

$$|\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^*| \leq \|\psi_{ij}(k)\| \cdot \|\theta_{ij}^*\|,$$

于是, 若 $\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^* \geq 0$, 则

$$\begin{aligned} &(\mu + 1) \psi_{ij}^\top(k) \psi_{ij}(k) - 2\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^* \geq \\ &\|\psi_{ij}(k)\|^2 - \|\psi_{ij}(k)\| \cdot \|\theta_{ij}^*\| + \mu \|\psi_{ij}(k)\|^2 - \\ &\|\psi_{ij}(k)\| \cdot \|\theta_{ij}^*\| = \\ &\|\psi_{ij}(k)\| \cdot (\|\psi_{ij}(k)\| - \|\theta_{ij}^*\|) + \\ &\|\psi_{ij}(k)\| \cdot (M_{\theta ij} - \|\theta_{ij}^*\|) > 0. \end{aligned}$$

若 $\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^* < 0$, 则显然有

$$(\mu + 1) \psi_{ij}^\top(k) \psi_{ij}(k) - 2\psi_{ij}^\top(k) \theta_{ij}^* > 0,$$

故

$$\|\theta_{ij}(k) - \theta_{ij}^*\|^2 <$$

$$\|\theta_{ij}(k-N) - \alpha_{ij}\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\bar{E}_{gj}(k) - \theta_{ij}^*\|^2.$$

由上式立即可得式(26). 于是, 按a)的方法知式(25)成立.

同理, 当式(16)中的第1行和式(17)的第2行成立及当式(16)中的第2行和式(17)的第2行成立时, 也可得式(25). 由万能逼近定理, 只要模糊规则足够多, $\theta_{n-1,j}^{*T}\xi_{n-1,j}(X_{n-1,j}(k)) - u_j^*(k)$ 可充分小, 且因 θ_{ij}^* 有界, 故 $|\omega_j(k)|$ 有界; 又采用足够多的正交基函数, $|E_j(k)|$ 可充分小, 因此 $|d_j(k)|$ 有界; 所以 $|\bar{d}_j(k)|$ 有界.

因 $\|\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\|$, $\|\eta_{abj}(k-N)\|$ 不可能同时趋于1^[8], 因此 $\Pi_{\eta_j}(k-N)$ 不可能趋于1. 事实上:

设某个 $\|\eta_{ij}(X_{ij}(k-N))\|$ 不趋于1, 不妨设 $\|\eta_{1j}(X_{1j}(k-N))\|$ 不趋于1, 则存在 $\varepsilon_0 > 0$, 对任意自然数 M , 存在 $n_0 > M$, 有

$$\begin{aligned} &|\|\eta_{1j}(X_{1j}(n_0-N))\| - 1| = \\ &1 - \|\eta_{1j}(X_{1j}(n_0-N))\| > \varepsilon_0. \end{aligned}$$

由上式及 $\|\eta_{ij}(X_{ij}(k))\| < 1$ 可知, $\|\eta_{1j}(X_{1j}(n_0-N))\|^2 < 1 - \varepsilon_0$, 又 $\|\eta_{abj}(k)\| < 1$, 则有

$$\begin{aligned} &|\Pi_{\eta_j}(n_0-N) - 1| = \\ &1 - \Pi_{\eta_j}(n_0-N) > \\ &1 - \alpha_{1j}\|\eta_{1j}(X_{1j}(n_0-N))\|^2 - \sum_{i=2}^{n-1} \alpha_{ij} - \beta_j > \\ &1 + \alpha_{1j}(\varepsilon_0 - 1) - \sum_{i=2}^{n-1} \alpha_{ij} - \beta_j > \\ &1 + \alpha_{1j}\varepsilon_0 - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{ij} - \beta_j \geq \alpha_{1j}\varepsilon_0 > 0. \end{aligned}$$

由上式可知, $\Pi_{\eta_j}(k-N)$ 不可能趋于1.

同理可证, 若 $\|\eta_{abj}(k-N)\|$ 不趋于1, 则 $\Pi_{\eta_j}(k-N)$ 也不可能趋于1. 故 $\sup \frac{1}{1 - \Pi_{\eta_j}(k-N)} = W_j$ 为有界量. 令 $\sup\{|\bar{d}_j(k-N)|\} = \varepsilon_j$, 由式(25)知

$$V_j(k) - V_j(k-N) < -\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 + \varepsilon_j^2 W_j.$$

将上式从1到 $l(l > N)$ 求和, 可得

$$\begin{aligned} &\sum_{k=l-N+1}^l V_j(k) - \sum_{k=1}^N V_j(k-N) < \\ &-\sum_{k=1}^l [\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 - \varepsilon_j^2 W_j]. \end{aligned}$$

因 $\theta_{ij}(k)$, $\theta_{abj}(k)$ 有界, 故 $\Phi_{ij}(k)$, $\Phi_{abj}(k)$ 有界, 从而 $V_j(k)$ 有界, 于是

$$\begin{aligned} &\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^l [\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 - \varepsilon_j^2 W_j] \leq \\ &\sum_{k=1}^N V_j(k-N) < +\infty. \end{aligned}$$

由于收敛级数的一般项趋于0, 故

$$\lim_{l \rightarrow \infty} [\|\bar{E}_{gj}(k)\|^2 - \varepsilon_j^2 W_j] = 0.$$

因此, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\bar{E}_{gj}(k) \rightarrow \varepsilon_j^2 W_j$, $\bar{E}_{gj}(k)$ 收敛到原点的小邻域内, 因 $1 + \|\mathbf{Z}(k-N)\|$ 有界, 因此, $\hat{E}_{gj}(k)$ 收敛到原点的小邻域内. 由式(21)知, $E_{gj}(k)$ 也收敛到原点的小邻域内. 证毕.

4 基于特征模型的卫星姿态控制器设计 (Satellite attitude controller design based on characteristic model)

带有一个太阳帆板的卫星三轴姿态和挠性模态的动力学及运动学方程为^[12]:

$$\begin{cases} J\dot{\omega} + \omega^\times J\omega + C\dot{\eta} = T_d + u, \\ \ddot{\eta} + 2\xi\Lambda\dot{\eta} + \Lambda^2\eta + C^T\dot{\omega} = 0, \\ \dot{q} = \frac{1}{2}(q^\times + q_0 I)\omega, \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}q^T\omega, \end{cases} \quad (27)$$

其中: $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T \in \mathbb{R}^3$ 为卫星相对惯性坐标系的转动角速度, $\eta \in \mathbb{R}^m$ 是太阳帆板的模态坐标矢量, $T_d \in \mathbb{R}^3$ 为作用于星体的外部干扰力矩, $u = (u_1, u_2, u_3)^T \in \mathbb{R}^3$ 是施加到星体的控制力矩, ω^\times 和 q^\times 是斜对称矩阵; $q \in \mathbb{R}^3$ 其意义及其他符号的含义参见文献[12].

控制任务是使 $y = (q_1, q_2, q_3)^T$ 从初始位置运动并保持期望的位置 $y = (q_1^0, q_2^0, q_3^0)^T$.

本文对太阳帆板取一阶柔性模态($m = 1$), 首先说明所给被控对象可化为式(1)的形式.

不妨设 $q_1^0 = q_2^0 = q_3^0 = 0$, 则 $q_0 = 1$. 否则, 令 $q_1 = \bar{q}_1 + q_1^0$, $q_2 = \bar{q}_2 + q_2^0$, $q_3 = \bar{q}_3 + q_3^0$, 代入式(27)即可转化为定点控制到 $y = [0 \ 0 \ 0]^T$ 的问题. 令:

$$x = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \eta \ \dot{\eta} \ \omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T,$$

$$\bar{u} = u + T_d, \quad q_0 = \bar{q}_0 + 1,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & O_{1 \times 3} & 0 & O_{1 \times 1} & O_{1 \times 3} \\ O_{3 \times 1} & I_3 & O_{3 \times 1} & O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} \\ 0 & O_{1 \times 3} & 1 & 0 & O_{1 \times 3} \\ 0 & O_{1 \times 3} & 0 & 1 & C_{1 \times 3}^T \\ O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 1} & C_{3 \times 1} & J_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$A_2(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}q^T\omega \\ \frac{1}{2}(q^\times + (\bar{q}_0 + 1)I_3)\omega \\ \dot{\eta} \\ -2\xi\Lambda\dot{\eta} - \Lambda^2\eta \\ -\omega^\times J\omega \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} O_{1 \times 3} \\ O_{3 \times 3} \\ O_{1 \times 3} \\ O_{1 \times 3} \\ I_3 \end{bmatrix},$$

其中: $O_{i \times j}$ 为 $i \times j$ 阶零矩阵, I_n 为 n 阶单位矩阵. 则式(27)可化为

$$A_1 \dot{x} = A_2(x) + B_1 \bar{u}.$$

再令: $A(x) = A_1^{-1}A_2(x)$, $B = A_1^{-1}B_1$, 用 $A_i(x)$ 表示 $A(x)$ 的第 i ($i = 1, 2, \dots, 9$)行, 用 B_1, B_2, B_3 分别表示 B 的第1, 2, 3列, 则上式化为

$$\dot{x} = A(x) + B_1 \bar{u}_1 + B_2 \bar{u}_2 + B_3 \bar{u}_3. \quad (28)$$

作如下方程组:

$$x = \sum_{j=1}^3 (\text{ad}^2 A, B_j) \cdot t_j + \sum_{j=1}^3 (\text{ad} A, B_j) \cdot t_{j+3} + \sum_{j=1}^3 B_j t_{j+6},$$

其中: $t_i (i=1, 2, \dots, 9)$ 为参变量, $(\text{ad} A, B_j), (\text{ad}^2 A, B_j)$ 为Lie括号^[13].

解上述方程组得 t_1, t_2, t_3 , 令:

$$T_{11} = t_1, T_{12} = t_2, T_{13} = t_3.$$

再取

$$T_{21} = L_A T_{11}, T_{22} = L_A T_{12}, T_{23} = L_A T_{13},$$

$$T_{31} = L_A T_{21}, T_{32} = L_A T_{22}, T_{33} = L_A T_{23},$$

其中:

$$L_A T_{1j} = \frac{\partial T_{1j}}{\partial x_1} A_1 + \frac{\partial T_{1j}}{\partial x_2} A_2 + \dots + \frac{\partial T_{1j}}{\partial x_9} A_9,$$

$$L_A T_{2j} = \frac{\partial T_{2j}}{\partial x_1} A_1 + \frac{\partial T_{2j}}{\partial x_2} A_2 + \dots + \frac{\partial T_{2j}}{\partial x_9} A_9,$$

$$j = 1, 2, 3.$$

再令:

$$T_1(x) = \begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{12} \\ T_{13} \end{pmatrix}, T_2(x) = \begin{pmatrix} T_{21} \\ T_{22} \\ T_{23} \end{pmatrix},$$

$$T_3(x) = \begin{pmatrix} T_{31} \\ T_{32} \\ T_{33} \end{pmatrix}, T(x) = \begin{pmatrix} T_1(x) \\ T_2(x) \\ T_3(x) \end{pmatrix},$$

则由文献^[13]可知(详见附录), 通过如下变换:

$$x^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{pmatrix} = T(x), x_i^* = \begin{pmatrix} x_{i1}^* \\ x_{i2}^* \\ x_{i3}^* \end{pmatrix} = T_i(x),$$

式(28)即式(27)可化为它的块相伴型

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1^* \\ \dot{x}_2^* \\ \dot{x}_3^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2^* \\ x_3^* \\ f(x^*) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} \\ I_3 \end{pmatrix} \bar{u}, \quad (29)$$

其中 $f(x^*) = \frac{\partial T_3}{\partial x} \cdot A(x)$. 式(29)即为

$$\ddot{x}_1^* = f(x^*) + \bar{u} = f(x_1^*, \dot{x}_1^*, \ddot{x}_1^*) + \bar{u}.$$

于是

$$\dot{x}_1^* = \dot{x}_1^* - \ddot{x}_1^* + f(x_1^*, \dot{x}_1^*, \ddot{x}_1^*) + \bar{u}.$$

令 $F(x_1^*, \dot{x}_1^*, \ddot{x}_1^*, \bar{u}) = \dot{x}_1^* - \ddot{x}_1^* + f(x_1^*, \dot{x}_1^*, \ddot{x}_1^*) + \bar{u}$, 则式(28)即式(27)可化为式(1)的形式.

由 $A(0) = 0$, 易知 $F(0, 0, 0, 0) = 0$, 且将 x_1^* 控制到 $[0 \ 0 \ 0]^T$ 时, $q_1 = q_2 = q_3 = 0$, 于是可基于特征模型设计自适应模糊广义预测控制方案.

在仿真中, 取 $T_d = A_0(3 \cos(\omega_0 t) + 1, 1.5 \sin(\omega_0 t) + 3 \cos(\omega_0 t), 3 \sin(\omega_0 t) + 1)^T$, $A_0 = 0.001$, ω_0 和其

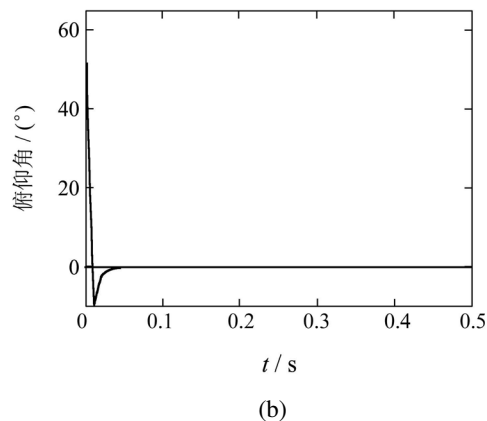
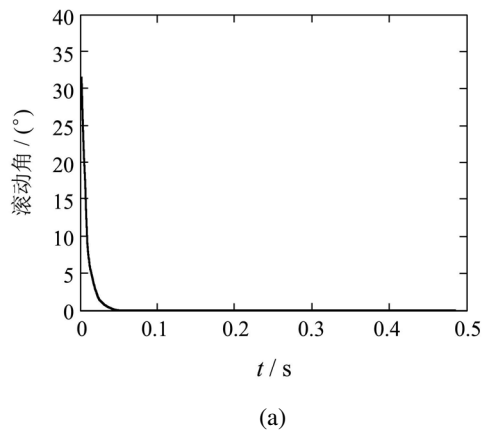
他模型参数的选取同文献^[12].

$y = (q_1, q_2, q_3)^T$ 的初始值为 $(0.0345, 0.54422, 0.4853)^T$ (即滚动角、俯仰角、偏航角分别为 $35^\circ, 60^\circ, 50^\circ$)^[12].

先设计分层模糊逻辑系统(共8层), 为了保证模糊逻辑系统的输入 $y_i(k), y_i(k-1), u_j(k-1) (i=1, 2, 3, j=1, 2, 3)$ 的取值在一定范围内, 作如下映射^[14]: $\bar{y}_i(k) = \frac{y_i(k)}{|y_i(k)| + 1}$, 则对任意的 $y_i(k)$ 有 $\bar{y}_i(k) \in (-1, 1)$; 对 $y_i(k-1), u_j(k-1)$ 也作同样的映射. 在 $\bar{y}_i(k), \bar{y}_i(k-1), \bar{u}_j(k-1)$ 的论域上分别取3个模糊集合, 中间各层的输出变量 $z_{i-1,j} (i=2, \dots, 8)$ 的论域可取为 $[0, 1]$ ^[10], 在其上定义4个模糊集合, 相应的隶属函数均取为Gauss型.

取 $N = 2, A_0 = \text{diag}\{1, 1, 1\}, S = 1$, 正交基函数取为 $L_0(z) = 1, L_1(z) = z, z = k/(1 + |k|)$, 调参率 $\alpha_{ij} = 0.01, \beta_j = 0.1, M_{\theta_{ij}} = 1.5, M_{a_{bj}} = 6$, 参数向量初值 $\theta_{ij}(0), \theta_{ij}(1)$ 的每个分量均取为0, $\theta_{a_{bj}}(0), \theta_{a_{bj}}(1)$ 的每个分量均在区间 $[-1, 1]$ 内随机选取. 笔者分别对卫星的标称参数、惯量矩阵增大50%这两种情况做了仿真, 限于篇幅此处只给出惯量矩阵增大50%时的仿真结果, 见图1.

由文献^[12]可知, 若采用PID控制, 太阳帆板的模态坐标在 $-2 \sim 2 \text{ mm}$ 之间变化, 过渡过程时间约为 210 s ; 本文给出的方法与文献^[12]给出的方法其控制效果对比见表1.



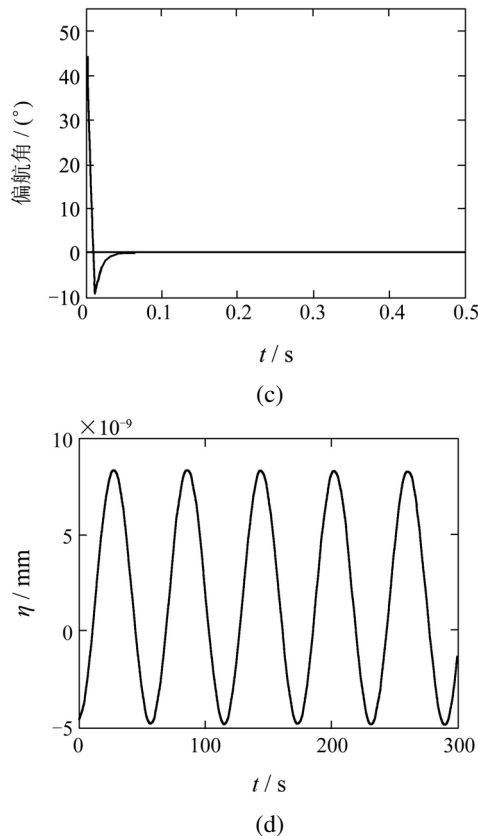


图 1 姿态角和帆板的模态坐标变化

Fig. 1 The change curves of attitude angle and mode coordinate

表 1 仿真结果对比

Table 1 Comparison of simulation results

	姿态角过渡 过程时间/s	模态坐标过 渡过程时间/s
文献[12]中的控制方法	110	200
本文给出的控制方法	1	10

此外,由文献[12]知,本文给出的方法稳态精度较高.仿真结果表明,采用本文设计的控制方案对惯量参数变化相当不敏感,在完成姿态机动的同时,能够有效地抑制太阳帆板的振动.控制效果明显优于文献[12]的控制方法,更优于传统的PID控制.

由于预测控制具有较强的鲁棒性,模糊逻辑系统可以任意精度逼近定义在紧集上的连续函数,因而通过特征建模将预测控制和模糊控制相结合,能够对具有建模不确定性的系统起到更好的控制作用.值得指出的是:若采用传统模糊逻辑系统,其模糊规则数目为19683条,而本文采用了8层模糊逻辑系统,其规则数目仅为93条,减少了99%的规则数目.

5 结束语(Conclusion)

针对MIMO高阶非仿射非线性系统建立了特征模型,给出了基于特征模型的分层模糊自适应广义预测控制方法,该方法与传统的广义预测算法相比,

不需要解Diophantine方程和计算矩阵的逆,减小了在线计算量.由于使用了分层模糊逻辑系统,极大地减少了模糊规则数目,避免了模糊多变量控制中的“维数灾”问题.最后,通过对挠性卫星姿态控制的仿真研究验证了所设计的控制器具有良好的鲁棒性和适应性,另外,笔者利用本文给出的方法对文献[15]中的3输入3输出非仿射非线性系统也进行过仿真实验,也得到了令人满意的控制效果.这进一步表明特征建模为高阶对象进行低阶控制器设计提供了一条新的有效途径.

致谢 对中国科学院院士吴宏鑫老师给予的指导和审稿人提出的宝贵意见谨致谢意!

参考文献(References):

- [1] WU H X, HU J, XIE Y C. Characteristic model-based all-coefficient adaptive control method and its applications[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews*, 2007, 37(2): 213 – 221.
- [2] BALAS G J, DOYLE J C. Robustness and performance trade-offs in control design for flexible structures[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1994, 2(4): 352 – 361.
- [3] 胡军. 载人飞船全系数自适应再入升力控制[J]. *宇航学报*, 1998, 19(1): 8 – 12.
(HU Jun. All coefficients adaptive reentry lifting control of manned spacecraft[J]. *Journal of Astronautics*, 1998, 19(1): 8 – 12.)
- [4] WU H X, LIU Y W, LIU Z H, et al. Characteristic modeling and the control of flexible structure[J]. *Science in China(Series F)*, 2001, 44(4): 278 – 291.
- [5] 孙多青, 吴宏鑫. 多变量线性系统的特征模型及控制方法[J]. *航天控制*, 2004, 22(6): 4 – 10.
(SUN Duoqing, WU Hongxin. Characteristic model and control method of MIMO high-order linear systems[J]. *Aerospace Control*, 2004, 22(6): 4 – 10.)
- [6] 孙多青, 吴宏鑫. 多变量线性时变系统的特征模型及自适应模糊控制方法[J]. *宇航学报*, 2005, 26(6): 677 – 681, 692.
(SUN Duoqing, WU Hongxin. Characteristic modelling and adaptive fuzzy control method of MIMO higher-order linear time-varying systems[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(6): 677 – 681, 692.)
- [7] 吴宏鑫, 王颖. 非线性系统的特征建模方法[C] //第21届中国控制会议论文集. 杭州: 浙江大学出版社, 2002, 8: 138 – 142.
(WU Hongxin, WANG Ying. Characteristic modeling method of the nonlinear system[C] //*Proceedings of the 21st Chinese Control Conference*. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2002, 8: 138 – 142.)
- [8] 师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类未知非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制[J]. *自动化学报*, 2004, 30(5): 664 – 670.
(SHI Wuxi, HUO Wei, WU Hongxin. Direct adaptive fuzzy generalized predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30 (5): 664 – 670.)
- [9] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 46 – 64, 86 – 88.
(WANG Wei. *Generalized Predictive Control Theory and It's Applications*[M]. Beijing: Science Press, 1998: 46 – 64, 86 – 88.)
- [10] 孙多青, 霍伟. 具有任意形状隶属函数的分层模糊系统逼近性能研究[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(3): 377 – 381.
(SUN Duoqing, HUO Wei. Study on universal approximation of hierarchical fuzzy systems with arbitrary membership functions[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 377 – 381.)

[11] 孙多青, 霍伟. 基于分层模糊系统的直接自适应控制[J]. 控制与决策, 2002, 17(4): 465 - 468.
(SUN Duoqing, HUO Wei. Direct adaptive control based on hierarchical fuzzy systems[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(4): 465 - 468.)

[12] 管萍, 陈家斌, 刘向东. 基于自适应模糊与输入输出线性化的卫星姿态控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 741 - 745.
(GUAN Ping, CHEN Jiabin, LIU Xiangdong. Satellite attitude control based on adaptive fuzzy logic and input-output linearization systems[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(7): 741 - 745.)

[13] CHIANG H K, TSAI J S H, SUN Y Y. Transformations of a class of non-linear multivariable control systems to block companion forms and their applications[J]. *International Journal of Systems Science*, 1991, 22(9): 1841 - 1865.

[14] LIU G P, KADIRKAMANATHAN V, BILLINGS S A. Predictive control for non-linear systems using neural networks[J]. *International Journal of Control*, 1998, 71(6): 1119 - 1132.

[15] WANG W Y, CHIEN Y H, LEE Y G, et al. Adaptive T-S fuzzy-neural modeling and control for general MIMO unknown nonaffine nonlinear systems using projection update laws[J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 852 - 863.

附录 证明式(28)可化为式(1)的形式(Appendix Proof of transforming Equation(28) to (1))

只需证明式(28)可化为式(29)的形式. 因

$$\dot{x}^* = \dot{T}(x) = \begin{pmatrix} \dot{T}_1(x) \\ \dot{T}_2(x) \\ \dot{T}_3(x) \end{pmatrix} = \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \dot{x} = \frac{\partial T}{\partial x} \cdot (A(x) + B\bar{u}),$$

故只需证明

$$\frac{\partial T}{\partial x} A(x) = \begin{pmatrix} x_2^* \\ x_3^* \\ f(x^*) \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} B = \begin{pmatrix} O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} \\ I_3 \end{pmatrix}$$

即可. 显然, $f(x^*) = \frac{\partial T_3}{\partial x} A(x)$. 从而只需证明

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} A(x) = x_2^*, \quad \frac{\partial T_2}{\partial x} A(x) = x_3^*, \quad (A1)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} B = O_{3 \times 3}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial x} B = O_{3 \times 3}, \quad \frac{\partial T_3}{\partial x} B = I_3. \quad (A2)$$

1) 先证式(A1)成立. 因

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} A(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{11}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{11}}{\partial x_9} \\ \frac{\partial T_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{12}}{\partial x_9} \\ \frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{13}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{13}}{\partial x_9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(x) \\ A_2(x) \\ \vdots \\ A_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A T_{11}(x) \\ L_A T_{12}(x) \\ L_A T_{13}(x) \end{bmatrix},$$

故由 T_{2j} 和 x_2^* 的定义知

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} A(x) = \begin{bmatrix} T_{21}(x) \\ T_{22}(x) \\ T_{23}(x) \end{bmatrix} = x_2^*.$$

同理可证, $\frac{\partial T_2}{\partial x} A(x) = x_3^*$. 故式(A1)成立.

2) 下证式(A2)成立. 首先注意

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} B_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{11}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{11}}{\partial x_9} \\ \frac{\partial T_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{12}}{\partial x_9} \\ \frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} & \frac{\partial T_{13}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial T_{13}}{\partial x_9} \end{bmatrix} B_1,$$

将 t_1, t_2, t_3 均分别对 t_7, t_8, t_9 求导数, 由上式易见(A2)中的第1个式子成立.

文献[13]用关于Lie导数的Leibnitz公式已证:

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} B = \frac{\partial T_1}{\partial x} \cdot [(\text{ad } A, B_1) (\text{ad } A, B_2) (\text{ad } A, B_3)].$$

将 t_1, t_2, t_3 均分别对 t_4, t_5, t_6 求导数, 由上式易见(A2)中的第2个式子成立.

类似可证, (A2)中的第3个式子也成立. 证毕.

作者简介:

孙多青 (1962—), 男, 教授, 博士, 目前研究方向为智能控制理论及应用、运筹学等, E-mail: sun_duoqing@126.com.