

一类非线性系统的自适应观测器设计

赵黎丽¹, 李平¹, 李修亮²

(1. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室 工业控制研究所, 浙江 杭州 310027;

2. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室 智能系统与控制研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 在故障诊断应用中, 状态方程中的未知参数和输出方程中的未知参数分别表征执行机构故障和传感器故障, 所以研究状态方程和输出方程同时含有未知参数的自适应观测器有着实际的应用意义. 本文基于高增益观测器和自适应估计理论, 针对状态方程和输出方程同时含有未知参数的一类一致可观的非线性系统, 用构造性方法设计了一种联合估计状态和未知参数的自适应观测器. 该自适应观测器的参数估计采用时变增益矩阵, 结构形式及参数设置简单. 给出了使该自适应观测器满足全局指数收敛性的持续激励条件, 并在理论上简洁地证明了该自适应观测器的全局指数收敛性. 数值仿真结果表明该自适应观测器具有良好的快速收敛性、跟踪性等期望性能.

关键词: 自适应观测器; 高增益观测器; 状态和参数联合估计; 非线性系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Adaptive observer design for a class of nonlinear systems

ZHAO Li-li¹, LI Ping¹, LI Xiu-liang²

(1. State Key Lab of Industrial Control Technology, Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China;

2. State Key Lab of Industrial Control Technology, Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: In analyzing faulty systems, actuator faults and sensor faults can be modeled respectively by unknown parameters in the state equation and the output equation. Thus, it is of practical significance to develop an adaptive observer for the state equation and the output equation containing unknown parameters simultaneously. Based on the techniques of high-gain observer and adaptive estimation, we constructively design an adaptive observer for jointly estimating the states and the unknown parameters of a class of uniformly observable nonlinear systems. This adaptive observer employs a time-varying gain matrix for estimating unknown parameters, which is simple in construction and requires simple parameter tuning. We have also derived the required persistent excitation condition for the adaptive observer to be global exponential convergence, and give the corresponding proof succinctly. A numerical example is presented to illustrate the performance of this adaptive observer.

Key words: adaptive observer; high-gain observer; joint estimation of states and parameters; nonlinear system

1 引言(Introduction)

状态估计和参数估计在故障诊断、自适应控制、容错控制等领域有着广泛的应用^[1], 自适应观测器就是达到该目标的一类递归算法. 在控制理论领域内, 研究状态和未知参数的联合估计已经有30多年, 针对线性系统的自适应观测器得到了广泛研究, 成果非常丰富^[2-3]. 然而, 随着实际工业应用系统的日趋复杂, 系统中的非线性性质变得日趋重要而不可忽略, 针对非线性系统的自适应观测器设计在20世纪80年代已提上日程并逐渐成为研究热点^[4-10].

早期工作所研究的非线性系统可以通过坐标变换及输出反馈转化为线性化模型, 也即系统必须满

足线性化条件^[4]; 之后, 又出现了一些针对更加一般的非线性系统的自适应观测器, 虽然这些成果所研究的非线性系统不再要求满足线性化条件, 但是必须假设能够找到符合特定条件的Lyapounov函数^[4], 然而针对特定函数没有一般化方法构造符合条件的Lyapounov函数. 近期, 学者Zhang等针对线性时变系统提出一种新的自适应观测器构造性设计方法^[2-3], 并将其与高增益观测器方法相结合, 构造了针对一类真正的非线性系统(不满足线性化条件的非线性系统)的自适应观测器^[5], 但该自适应观测器是采用多时间片累加的方法构造的, 结构形式和收敛性证明复杂; 学者Farza等^[6]进一步拓展了该自适应观测器的应用范围, 并采用Lyapounov候选函数方

法证明了其指数收敛性;其他针对非线性系统设计的自适应观测器研究成果还有文献[7-10].在以上提及的这些文献中,需要估计的未知参数全部位于状态方程,事实上,估计输出方程中的未知参数相对更困难一些,因为自适应观测器的设计过程中需要引入输出反馈,而输出反馈会受到输出方程中未知参数的影响.目前,估计输出方程中未知参数的自适应观测器已经被提出^[11-12].

在故障诊断应用中,状态方程中的未知参数和输出方程中的未知参数分别表征执行机构故障和传感器故障,可能需要同时估计执行机构和传感器的故障,所以研究状态方程和输出方程同时含有未知参数的自适应观测器有着实际的应用意义,目前还没有研究状态方程和输出方程同时含有未知参数的自适应观测器.本文在学者Zhang等人研究成果^[5,12]基础上,针对系统状态方程和输出方程同时含有未知参数的一类非线性系统,用构造性方法设计了一种自适应观测器并给出了使该自适应观测器满足全局指数收敛性的持续激励条件.所构造的自适应观测器避免了多时间片累加的问题,结构形式、参数设置及收敛性的证明都比较简单.

2 问题描述及数学模型(Problem description and mathematic model)

文献[5]和文献[12]研究一类相似的非线性系统,区别在于前者所研究的系统未知参数在状态方程中,而后者未知参数存在于输出方程中.本文研究状态方程和输出方程同时含有未知参数的这类非线性系统,系统模型如下:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = \bar{f}(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) + \bar{g}(\hat{\boldsymbol{x}}(t))\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{q}_1(t), \quad (1a)$$

$$y(t) = \bar{h}(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) + \boldsymbol{q}_2(t), \quad (1b)$$

其中: $\hat{\boldsymbol{x}}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}(t) \in \mathbb{R}^l$, $y(t) \in \mathbb{R}$ 分别表征系统的状态、输入和输出; $\boldsymbol{q}_1(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $\boldsymbol{q}_2(t) \in \mathbb{R}$ 分别表征系统的执行机构故障和传感器故障; $\bar{f}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\bar{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times l}$ 和 $\bar{h}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为非线性函数.假设系统(1)没有故障即 $\boldsymbol{q}_1(t) = 0$ 且 $\boldsymbol{q}_2(t) = 0$ 时,系统(1)的高增益观测器是存在的,这意味着系统(1)没有故障时具有一致可观性.

高增益观测器是下文推导自适应观测器的基础,随后本节将首先介绍高增益观测器的相关基本概念,然后对系统(1)应用李导数坐标变换,并采用线性建模故障方法,得到本文要解决的问题.

2.1 高增益观测器介绍(Introduction of the basic high-gain observer)

若系统(1)没有故障,即 $\boldsymbol{q}_1(t) = 0$, $\boldsymbol{q}_2(t) = 0$, 且对所有输入完全可观,则应用李导数坐标变换

$$\boldsymbol{x}(t) = [h(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) \quad L_f h(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) \quad \cdots \quad L_f^{n-1} h(\hat{\boldsymbol{x}}(t))]^T. \quad (2)$$

系统(1)可转换为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = A_0 \hat{\boldsymbol{x}}(t) + f(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) + g(\hat{\boldsymbol{x}}(t))\boldsymbol{u}, \quad (3a)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}_0 \hat{\boldsymbol{x}}(t), \quad (3b)$$

其中:

$$\begin{cases} A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{c}_0 = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]. \end{cases} \quad (4)$$

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times l}$ 为如下形式的非线性函数:

$$\begin{cases} f(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_2(x_1, x_2) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \cdots, x_n) \end{bmatrix}, \\ g(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1) \\ g_2(x_1, x_2) \\ \vdots \\ g_n(x_1, \cdots, x_n) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (5)$$

设 $\rho > 0$, 定义对角矩阵

$$\Delta = \begin{bmatrix} \rho & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \rho^n \end{bmatrix}. \quad (6)$$

定义 S 为矩阵方程

$$A_0^T S + S A_0 + S = \boldsymbol{c}_0^T \boldsymbol{c}_0 \quad (7)$$

的解,可知 S 为对称正定矩阵.则当 \boldsymbol{k}_0 定义为

$$\boldsymbol{k}_0 = \frac{1}{2} S^{-1} \boldsymbol{c}_0^T \quad (8)$$

时, $A_0 - \boldsymbol{k}_0 \boldsymbol{c}_0$ 是渐近稳定的^[13-14].

定理1 考虑系统(3),其中 A_0 , \boldsymbol{c}_0 , $f(\boldsymbol{x})$, $g(\boldsymbol{x})$ 分别定义为式(4)和式(5).若 $f(\boldsymbol{x})$, $g(\boldsymbol{x})$ 为全局Lipschitz函数,且输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 有界,则对足够大的正实数 ρ , 方程

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = & A_0 \hat{\boldsymbol{x}}(t) + f(\hat{\boldsymbol{x}}(t)) + g(\hat{\boldsymbol{x}}(t))\boldsymbol{u}(t) + \\ & \Delta \cdot \boldsymbol{k}_0 [y(t) - \boldsymbol{c}_0 \hat{\boldsymbol{x}}(t)] \end{aligned} \quad (9)$$

是系统(3)的全局指数收敛的观测器,其中 Δ , \boldsymbol{k}_0 分别定义为式(6)(8).即对任意初始条件 $\boldsymbol{x}(t_0)$, $\hat{\boldsymbol{x}}(t_0)$, 当时间 $t \rightarrow \infty$ 时,估计误差 $\hat{\boldsymbol{x}}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ 将指数收敛于0.

定理1的数学证明见文献[13].直观上,经过状态变换 $\boldsymbol{z} = \Delta^{-1} \boldsymbol{x}$ 和 $\hat{\boldsymbol{z}} = \Delta^{-1} \hat{\boldsymbol{x}}$ 后,对足够大的 ρ , 系统(3)的误差方程中,其非线性项已完全被线性项控

制,所以高增益观测器与线性Luenberger观测器的特性非常相似^[13].

2.2 本文要解决的问题(The considered joint estimation problem)

采用线性建模故障方法,并经过李导数坐标变换(2),系统(1)转换为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_0 \mathbf{x}(t) + f(\mathbf{x}(t)) + g(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) + \Phi(t)\boldsymbol{\theta}, \quad (10a)$$

$$y(t) = \mathbf{c}_0 \mathbf{x}(t) + \Psi(t)\boldsymbol{\theta}, \quad (10b)$$

其中: $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $y(t)$, f , g , A_0 , \mathbf{c}_0 的定义和意义与系统(3)相同; $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^p$ 为待估计的常量参数向量; $\Phi(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $\Psi(t) \in \mathbb{R}^{1 \times p}$ 为有界的已知信号的矩阵.

需要解决的问题是在已知 A_0 , \mathbf{c}_0 , f , g , $\Phi(t)$, $\Psi(t)$ 的情况下,由可以测量的输入 $\mathbf{u}(t)$ 和输出 $y(t)$,设计联合估计状态 $\mathbf{x}(t)$ 和未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的自适应观测器.

注1 在系统(10)中,状态方程和输出方程中有着相同的未知参数向量 $\boldsymbol{\theta}$,事实上,该系统包含了状态方程和输出方程中含有不同未知参数的情况.若表示

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \\ \boldsymbol{\theta}_3 \end{bmatrix}, \quad \Phi(t) = \begin{bmatrix} \Phi_1(t) \\ \Phi_2(t) \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad \Psi(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \Psi_2(t) \\ \Psi_3(t) \end{bmatrix}^T,$$

则系统(10)的状态方程和输出方程可重写为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A_0 \mathbf{x}(t) + f(\mathbf{x}(t)) + g(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) + \\ &\quad \Phi_1(t)\boldsymbol{\theta}_1 + \Phi_2(t)\boldsymbol{\theta}_2, \\ y(t) &= \mathbf{c}_0 \mathbf{x}(t) + \Psi_2(t)\boldsymbol{\theta}_2 + \Psi_3(t)\boldsymbol{\theta}_3, \end{aligned}$$

其中: $\boldsymbol{\theta}_1$ 和 $\boldsymbol{\theta}_3$ 分别表征状态方程和输出方程中不同的未知参数向量, $\boldsymbol{\theta}_2$ 则表征状态方程和输出方程中共有的未知参数向量.为了简化公式表达,本文采用系统(10)的变量表征方法.

3 自适应观测器的设计及收敛性分析(Design and convergence analysis of the adaptive observer)

本节首先基于经典的高增益状态观测器,采用启发式推导方法针对系统(10)设计自适应观测器,然后给出该自适应观测器满足全局指数收敛性的激励条件,并在理论上证明该自适应观测器的全局指数收敛性.为使描述简便,在自适应观测器推导及收敛性证明过程中,除非特别强调,各时变变量的符号将省略时间参数 t .

3.1 自适应观测器的推导(Deriving the adaptive observer)

若系统(10)中参数 $\boldsymbol{\theta}$ 已知,则由定理1可知,系统(10)的高增益状态观测器为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A_0 \hat{\mathbf{x}} + f(\hat{\mathbf{x}}) + g(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \Phi\boldsymbol{\theta} +$$

$$\Delta \cdot \mathbf{k}_0(y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi\boldsymbol{\theta}), \quad (11)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 为状态估计.由于系统(10)中参数 $\boldsymbol{\theta}$ 未知,所以高增益状态观测器(11)中未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 需要用其估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 替换(参数估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的表达式将在下文给出),因此系统(10)的状态估计方程(11)可写为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= A_0 \hat{\mathbf{x}} + f(\hat{\mathbf{x}}) + g(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \Phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + \\ &\quad \Delta \cdot \mathbf{k}_0(y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\omega}(t), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 表征由于参数估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 与真实值 $\boldsymbol{\theta}$ 的误差所引起的状态估计的偏差.

定义状态估计误差和参数估计误差分别为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t), \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}, \end{cases} \quad (13)$$

由于待估计参数 $\boldsymbol{\theta}$ 为常数向量,所以有

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = 0. \quad (14)$$

由式(10)(12)–(13)可推导出

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= A_0 \tilde{\mathbf{x}} + [f(\hat{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x})] + \\ &\quad [g(\hat{\mathbf{x}}) - g(\mathbf{x})]\mathbf{u} + \Phi\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \\ &\quad \Delta \mathbf{k}_0(\mathbf{c}_0 \tilde{\mathbf{x}} + \Psi\tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\omega}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

对状态作如下变换:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \rho^{-1} \Delta \cdot \mathbf{z}(t), \\ \hat{\mathbf{x}}(t) = \rho^{-1} \Delta \cdot \hat{\mathbf{z}}(t), \\ \tilde{\mathbf{x}}(t) = \rho^{-1} \Delta \cdot \tilde{\mathbf{z}}(t). \end{cases} \quad (16)$$

由于 Δ , A_0 , \mathbf{c}_0 的特殊形式,容易验证如下等式:

$$\Delta^{-1} A_0 \Delta = \rho A_0, \quad \mathbf{c}_0 \Delta = \rho \mathbf{c}_0, \quad (17)$$

则由式(15)–(17)可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{z}}} &= \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)\tilde{\mathbf{z}} + \rho \Delta^{-1} \Phi\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \rho \mathbf{k}_0 \Psi\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \\ &\quad \rho \Delta^{-1} \boldsymbol{\omega}(t) + \rho \Delta^{-1} [f(\hat{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x})] + \\ &\quad \rho \Delta^{-1} [g(\hat{\mathbf{x}}) - g(\mathbf{x})]\mathbf{u}. \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \rho \Delta^{-1} [f(\hat{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x})] + \\ &\quad \rho \Delta^{-1} [g(\hat{\mathbf{x}}) - g(\mathbf{x})]\mathbf{u}, \end{aligned} \quad (18)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{z}}} &= \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)\tilde{\mathbf{z}} + \rho \Delta^{-1} \Phi\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \\ &\quad \rho \mathbf{k}_0 \Psi\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \rho \Delta^{-1} \boldsymbol{\omega}(t) + \xi(t). \end{aligned} \quad (19)$$

假设状态估计误差和参数估计误差存在如下线性组合关系:

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \tilde{\mathbf{z}}(t) - \Upsilon(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \quad (20)$$

其中 $\Upsilon(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 为待定参数,则有

$$\tilde{\mathbf{z}}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) + \Upsilon(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t). \quad (21)$$

由式(13)–(14)(19)–(21)可推导出

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = & \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \boldsymbol{\eta} + \xi(t) + [\rho(A_0 - \\ & \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \Upsilon(t) + \rho \Delta^{-1} \Phi - \rho \mathbf{k}_0 \Psi - \\ & \dot{\Upsilon}(t)] \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \rho \Delta^{-1} \boldsymbol{\omega}(t) - \Upsilon(t) \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t), \end{aligned} \quad (22)$$

待定参数 $\Upsilon(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ 分别取为

$$\dot{\Upsilon}(t) = \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \Upsilon(t) + \rho \Delta^{-1} \Phi - \rho \mathbf{k}_0 \Psi, \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \rho^{-1} \Delta \Upsilon(t) \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t), \quad (24)$$

则式(22)可化简为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \boldsymbol{\eta} + \xi(t). \quad (25)$$

将式(23)代入式(12)可得状态估计方程

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = & A_0 \hat{\mathbf{x}} + f(\hat{\mathbf{x}}) + g(\hat{\mathbf{x}}) \mathbf{u} + \Phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \\ & \Delta \cdot \mathbf{k}_0 (y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}) + \rho^{-1} \Delta \Upsilon \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}. \end{aligned} \quad (26)$$

由式(16)和式(21)可知, 若线性组合 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 和参数估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 分别都收敛到0, 则可确保状态估计误差 $\hat{\mathbf{x}}$ 也收敛于0. 由 \mathbf{k}_0 的定义式(8)可知, $A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0$ 是渐近稳定的, 但由于非线性项 $\xi(t)$ 依赖于 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$, 所以仍然不能确定 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 是否趋于0, $\boldsymbol{\eta}(t)$ 的收敛性必须和 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 一起分析. 随后将研究参数估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 的性质.

基于状态估计 $\hat{\mathbf{x}}$ 和参数估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, 由式(10b)可得输出估计为

$$\hat{y} = \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} + \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}. \quad (27)$$

假设 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}$ 与输出估计的误差 $\hat{y} - y$ 存在如下线性关系:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = M(t)(\hat{y} - y), \quad (28)$$

其中时变矩阵 $M(t) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ 为待定参数.

由式(10b)(13)–(14)(16)–(17)(27)–(28)可推导出

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) = & \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = M(t)(\hat{y} - y) = \\ & M(\mathbf{c}_0 \tilde{\mathbf{x}} + \Psi \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = M \mathbf{c}_0 \tilde{\mathbf{z}} + M \Psi \tilde{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned}$$

将式(21)代入上式, 可得参数估计误差方程

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) = M \mathbf{c}_0 \boldsymbol{\eta} + M(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi) \tilde{\boldsymbol{\theta}}. \quad (29)$$

需要选择合适的待定参数 $M(t)$ 使得式(29)的后半部分, 即系统 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = M(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi) \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 能够稳定. 一个明显的选择是

$$M(t) = -\Gamma(t)(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T. \quad (30)$$

矩阵 $\Gamma(t) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 满足如下等式:

$$\dot{\Gamma} = -\Gamma(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)\Gamma + \rho \Gamma, \quad (31)$$

其中 $\rho > 0$ 是正实数, 可以调整算法的收敛速度. 增益矩阵的初值 $\Gamma(t_0) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 为对称正定矩阵. 此外, 要使式(29)的后半部分稳定, 还需要系统(10)满足一

定的条件, 具体证明见下节稳定性分析.

将式(27)(30)代入式(28), 可得参数估计方程

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) = \Gamma(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T (y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}). \quad (32)$$

将式(30)代入式(29), 可得参数估计误差方程

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) = & -\Gamma(t)(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T \mathbf{c}_0 \boldsymbol{\eta} - \\ & \Gamma(t)(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T (\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi) \tilde{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned} \quad (33)$$

综上所述, 辅助变量方程(23)和(31)、状态估计方程(26)、参数估计方程(32)构成系统(10)的一种自适应观测器, 整理后可得

$$\dot{\Upsilon} = \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \Upsilon + \rho \Delta^{-1} \Phi - \rho \mathbf{k}_0 \Psi, \quad (34a)$$

$$\dot{\Gamma} = -\Gamma(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T (\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi) \Gamma + \rho \Gamma, \quad (34b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = & A_0 \hat{\mathbf{x}} + f(\hat{\mathbf{x}}) + g(\hat{\mathbf{x}}) \mathbf{u} + \Phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \Delta [\mathbf{k}_0 + \\ & \rho^{-1} \Upsilon \Gamma (\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T] (y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}), \end{aligned} \quad (34c)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \Gamma(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T (y - \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}} - \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}). \quad (34d)$$

3.2 自适应观测器的收敛性证明 (Convergence analysis of the adaptive observer)

针对系统(10)的自适应观测器(34), 其全局指数收敛性的证明需要基于如下假设和引理.

假设 1 设 $\boldsymbol{\Omega}(t) \in \mathbb{R}^p$ 由 $\Phi(t)$ 和 $\Psi(t)$ 组成的线性滤波器

$$\begin{cases} \dot{\Upsilon}(t) = \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \Upsilon(t) + \\ \quad \rho \Delta^{-1} \Phi(t) - \rho \mathbf{k}_0 \Psi(t), \\ \boldsymbol{\Omega}(t) = \mathbf{c}_0 \Upsilon(t) + \Psi(t) \end{cases} \quad (35)$$

生成, 其中 $\Upsilon(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别为滤波器的状态和输出. 假设 $\Phi(t)$ 和 $\Psi(t)$ 为持续激励, 使得对足够大的 $\rho > 0$, 存在不依赖于 ρ 的正常数 δ , T , 对所有 $t \geq t_0$, 不等式

$$\int_t^{t+T} \boldsymbol{\Omega}^T(\tau) \boldsymbol{\Omega}(\tau) d\tau \geq \delta I_p \quad (36)$$

成立, 其中 I_p 为 $p \times p$ 的单位矩阵.

假设1为持续激励条件, 只有满足激励条件, 参数 $\boldsymbol{\theta}$ 才是可以估计的.

引理 1 由式(23)或(34a)定义的 $\Upsilon(t)$ 是有界的; 当 $\rho \geq 1$ 时, $\Upsilon(t)$ 的上界不依赖于 ρ .

证 该引理的证明参考了文献[6]中定理3.1的证明. 由于矩阵 $\Phi(t)$, $\Psi(t)$ 都是有界的, 且 $\rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)$ 是Hurwitz的^[13], 所以由式(34a)定义的 $\Upsilon(t)$ 是有界的. 定义 $\tau = \frac{t}{\rho}$, $\Upsilon'(t) = \Upsilon(\frac{t}{\rho})$, 则由式(34a)可得

$$\begin{aligned} \dot{\Upsilon}'(t) = & (A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0) \Upsilon'(t) + \Delta^{-1} \Phi(\frac{t}{\rho}) - \mathbf{k}_0 \Psi(\frac{t}{\rho}). \end{aligned}$$

由 Δ 的定义式(6)可知, 矩阵 $\Delta^{-1} \Phi(\frac{t}{\rho}) - \mathbf{k}_0 \Psi(\frac{t}{\rho})$ 是有

界的,且当 $\rho \geq 1$ 时,其上界不依赖于 ρ ;又由于 $A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0$ 是Hurwitz的,所以当 $\rho \geq 1$ 时, $\Upsilon'(t)$ 的上界(等价于 $\Upsilon(t)$ 的上界)不依赖于 ρ ,命题得证.

引理 2 在假设1条件下,如果 $\rho > 0$,且初始增益矩阵 $\Gamma(t_0) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 是对称正定的,则由式(34b)定义的增益矩阵 $\Gamma(t)$ 对任意 $t \geq t_0$ 是对称正定和一致有界的.

该引理的证明可参考文献[3]中定理2的证明过程,用 $\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi$ 替换其中的 $C\Upsilon$,则可直接证得本引理.

定理 2 初始增益矩阵 $\Gamma(t_0) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 是对称正定的, Δ, \mathbf{k}_0 分别由式(6)(8)定义.如果 $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$ 为全局可导Lipschitz函数,且 $\mathbf{u}(t), \Phi(t), \Psi(t)$ 都是有界的,则在假设1条件下,对足够大的 ρ ,式(34)是系统(10)的全局指数收敛的自适应观测器,即对任意初始条件 $\mathbf{x}(t_0), \hat{\mathbf{x}}(t_0), \hat{\boldsymbol{\theta}}(t_0)$,当 $t \rightarrow \infty$ 时,状态估计误差 $\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ 和参数估计误差 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) - \boldsymbol{\theta}$ 指数收敛到0.

证 由自适应观测器的启发式推导过程可知,式(25)(33)构成系统(10)的误差联立方程,

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) &= \rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)\boldsymbol{\eta} + \xi(t), \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) &= -\Gamma(t)(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T \mathbf{c}_0 \boldsymbol{\eta} - \\ &\quad \Gamma(t)(\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi)^T (\mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi) \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \end{aligned}$$

其中: $\xi(t)$ 由式(18)定义,

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \rho \Delta^{-1} [f(\hat{\mathbf{x}}) - f(\mathbf{x})] + \\ &\quad \rho \Delta^{-1} [g(\hat{\mathbf{x}}) - g(\mathbf{x})] \mathbf{u}. \end{aligned}$$

问题归结为研究如上误差联立系统的稳定性.

由式(7)可知, S 为对称正定矩阵;又根据引理2,时变矩阵 $\Gamma(t)$ 是对称正定且一致有界的,因此 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 的联立稳定性可以通过如下Lyapounov候选函数证明:

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{\eta}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) &= \boldsymbol{\eta}^T S \boldsymbol{\eta} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \\ V_1(\boldsymbol{\eta}) &= \boldsymbol{\eta}^T S \boldsymbol{\eta}, V_2(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned}$$

由式(7)-(8)(25)可推导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= [\rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)\boldsymbol{\eta} + \xi]^T S \boldsymbol{\eta} + \\ &\quad \boldsymbol{\eta}^T S [\rho(A_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0)\boldsymbol{\eta} + \xi] = \\ &\quad 2\xi^T S \boldsymbol{\eta} + \rho \boldsymbol{\eta}^T [A_0^T S - \\ &\quad \mathbf{c}_0^T \mathbf{k}_0^T S + S A_0 - S \mathbf{k}_0 \mathbf{c}_0] \boldsymbol{\eta} = \\ &\quad 2\xi^T S \boldsymbol{\eta} - \rho V_1. \end{aligned} \quad (37)$$

对式(21),显然有

$$\|\tilde{\mathbf{z}}\| \leq \|\boldsymbol{\eta}\| + \|\Upsilon\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|. \quad (38)$$

定义 $W(\mathbf{u}, \mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u}$,由于 $f(\mathbf{x})$ 和 $g(\mathbf{x})$ 都

是全局可导Lipschitz函数,且具有形如式(5)的三角结构,所以 $W(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ 也是全局可导Lipschitz函数并且具有类似的三角结构.对式(18),应用中值定理及状态变换(16)可得

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \Delta^{-1} [W(\mathbf{u}, \rho^{-1} \Delta \hat{\mathbf{z}}) - W(\mathbf{u}, \rho^{-1} \Delta \mathbf{z})] = \\ &\quad \rho \Delta^{-1} \frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} (\rho^{-1} \Delta \hat{\mathbf{z}} - \rho^{-1} \Delta \mathbf{z}) = \\ &\quad \Delta^{-1} \frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} \Delta \tilde{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$

由于 $W(\mathbf{u}, \mathbf{x})$ 是具有三角结构的全局可导Lipschitz函数,所以 $\frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}}$ 是有界的下三角矩阵,且 $\Delta^{-1} \frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} \Delta$ 的主元是 $\frac{1}{\rho}$ 的多项式.因此对 $\rho \geq 1$ 有

$$\|\xi\| \leq \|\Delta^{-1} \frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} \Delta\| \cdot \|\tilde{\mathbf{z}}\| \leq c_1 \|\tilde{\mathbf{z}}\|.$$

其中

$$c_1 = \sup\{\|\Delta^{-1} \frac{\partial W(\mathbf{u}, \mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} \Delta\|\}$$

为不依赖于 ρ 的常数.又由式(38)可得

$$\|\xi\| \leq c_1 \|\boldsymbol{\eta}\| + c_1 \|\Upsilon\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \leq c_1 \|\boldsymbol{\eta}\| + c_2 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|.$$

其中 $c_2 = c_1 \sup\{\|\Upsilon(t)\| | t \geq 0\}$.由引理1可知 $\Upsilon(t)$ 的上界不依赖于 ρ ,所以有

$$\begin{aligned} 2\xi^T S \boldsymbol{\eta} &\leq 2\|\xi\| \|S\| \|\boldsymbol{\eta}\| \leq \\ c_3 \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + c_4 \|\boldsymbol{\eta}\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| &\leq c_5 V_1 + c_6 \sqrt{V_1} \sqrt{V_2}, \end{aligned} \quad (39)$$

其中:

$$\begin{aligned} c_3 &= 2c_1 \|S\|, c_4 = 2c_2 \|S\|, \\ c_5 &= \frac{c_3}{\lambda_{\min}(S)}, c_6 = \frac{c_4}{\sqrt{\lambda_{\min}(S)} \cdot \lambda_{\min}(\Gamma^{-1})} \end{aligned}$$

均为正常数,且不依赖于 ρ , $\rho \geq 1$; $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表征矩阵最小特征根.

由式(37)(39),可以得出结论

$$\dot{V}_1 \leq c_5 V_1 + c_6 \sqrt{V_1} \sqrt{V_2} - \rho V_1. \quad (40)$$

同理,由式(31)(33)可推导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) &= \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \dot{\Gamma} \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \\ &\quad 2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} (-\Gamma \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{c}_0 \boldsymbol{\eta} - \Gamma \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\theta}}) - \\ &\quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} (-\Gamma \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma + \rho \Gamma) \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \\ &\quad -\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\theta}} - 2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{c}_0 \boldsymbol{\eta} - \rho V_2 \leq \\ &\quad c_7 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + c_8 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \|\boldsymbol{\eta}\| - \rho V_2 \leq \\ &\quad c_9 V_2 + c_{10} \sqrt{V_1} \sqrt{V_2} - \rho V_2, \end{aligned} \quad (41)$$

其中: $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{c}_0 \Upsilon + \Psi$,由假设1可知 $\boldsymbol{\Omega}$ 是有界的,因此 $\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{c}_0$ 是有界的;

$$\begin{aligned} c_7 &= \sup\{\|\boldsymbol{\Omega}\|^2\}, c_8 = \sup\{2\|\boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{c}_0\|\}, \\ c_9 &= \frac{c_7}{\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}, c_{10} = \frac{c_8}{\sqrt{\lambda_{\min}(S)} \cdot \lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}. \end{aligned}$$

由式(40)–(41)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \leq \\ &-(\rho - c_5)V_1 + (c_6 + c_{10})\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} - (\rho - c_9)V_2. \end{aligned} \quad (42)$$

定义

$$\begin{aligned} V_1^* &= (\rho - c_5)V_1, \quad V_2^* = (\rho - c_9)V_2, \\ V^* &= V_1^* + V_2^*, \quad k = c_6 + c_{10}, \end{aligned}$$

则有

$$V^* = V_1^* + V_2^* \geq \min\{\rho - c_5, \rho - c_9\}V,$$

所以有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -V_1^* + k\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} - V_2^* \leq \\ &-V^* + \frac{k}{2\sqrt{(\rho - c_9)(\rho - c_5)}}V^* = \\ &-(1 - \frac{k}{2\sqrt{(\rho - c_9)(\rho - c_5)}})V^* \leq \\ &-\min\{\rho - c_5, \rho - c_9\}(1 - \frac{k}{2\sqrt{(\rho - c_9)(\rho - c_5)}})V. \end{aligned}$$

选择足够大的 ρ , 使得

$$(1 - \frac{k}{2\sqrt{(\rho - c_9)(\rho - c_5)}}) > 0.$$

证毕.

4 数值仿真(Numerical example)

为了验证本文所提出的自适应观测器, 本节采用文献[15]中生物反应器的Contois型动力学模型作为仿真实例, 该模型也曾被用来验证高增益观测器^[13]. 定义 \bar{x}_1, \bar{x}_2 分别表征微生物和酶的活性, 满足如下状态方程:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \frac{a_1\bar{x}_1\bar{x}_2}{a_2\bar{x}_1 + \bar{x}_2} - u\bar{x}_1, \\ \dot{\bar{x}}_2 = -\frac{a_3a_1\bar{x}_1\bar{x}_2}{a_2\bar{x}_1 + \bar{x}_2} - u\bar{x}_2 + a_4u, \end{cases} \quad (43)$$

其中: u 为稀释速度, a_1, a_2, a_3, a_4 为模型参数. 对该模型应用变换

$$x_1 = \bar{x}_1, \quad x_2 = \frac{a_1\bar{x}_1\bar{x}_2}{a_2\bar{x}_1 + \bar{x}_2},$$

则系统状态方程(43)转换为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - ux_1, \\ \dot{x}_2 &= \frac{a_2x_2(x_2^2 - a_1ux_1^2)}{a_1a_2x_1^2} + \\ &\frac{(a_1x_1 - x_2)^2(a_4u - a_3x_2)}{a_1a_2x_1^2}, \end{aligned}$$

其中: 参数值为 $a_1 = a_2 = a_3 = 1, a_4 = 0.1$; 系统初始状态为 $x_1(0) = 0.09, x_2(0) = 0.01$; 输入信号 $u(t)$ 为

$$u(t) = \begin{cases} 0.08, & 0 \leq t < 10, \\ 0.02, & 10 \leq t < 20, \\ 0.08, & t \geq 20. \end{cases}$$

系统可以测量的输出为

$$y = x_1 + \phi_3\theta_3 + e,$$

其中噪声 e 是协方差为0.001的高斯噪声.

设系统的状态方程和输出方程同时存在故障需要估计, 状态方程中 x_1 处有带有乘法系数 θ_1, θ_2 的变量 ϕ_1, ϕ_2 , 输出方程带有乘法系数 θ_3 的变量 ϕ_3 ,

$$\phi_1(t) = \begin{cases} 1, & 0.5k \leq t < 0.5k + 0.25, \\ 0, & 0.5k + 0.25 \leq t < (k + 1)0.5, \end{cases}$$

$$\phi_2(t) = \begin{cases} -1, & k \leq t < k + 0.5, \\ 0, & k + 0.5 \leq t < k + 1, \end{cases}$$

$$\phi_3(t) = \begin{cases} 1, & 0.5k \leq t < 0.5k + 0.25, \\ 0, & 0.5k + 0.25 \leq t < (k + 1)0.5, \end{cases}$$

其中 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. 则系统的状态方程和输出方程可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - ux_1 + \theta_1\phi_1 + \theta_2\phi_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{a_2x_2(x_2^2 - a_1ux_1^2)}{a_1a_2x_1^2} + \\ \frac{(a_1x_1 - x_2)^2(a_4u - a_3x_2)}{a_1a_2x_1^2}, \\ y = x_1 + \theta_3\phi_3 + e. \end{cases} \quad (44)$$

针对系统(44)所设计的自适应观测器(34)的参数设置如下:

$$\rho = 4, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_0 = [1 \quad 0],$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad \Delta = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho^2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1(t) & \phi_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Psi = [0 \quad 0 \quad \phi_3(t)].$$

仿真参数设置为: 初始参数 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$, 在 $t = 20$ 时 θ_3 变为0.02, 在 $t = 40$ 时 θ_1 变为0.01, 在 $t = 70$ 时 θ_2 变为0.015; $\hat{\mathbf{x}}$ 初始状态为 $\hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = 0$; $\hat{\theta}$ 初始状态为 $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_3 = 0$.

图1为状态的估计值和真实值, 图2为未知参数的估计值和真实值, 图3和图4分别为状态和未知参数的估计误差. 由图1和图2可见, 由于70s处状态变量 x_1 发生转折性突变, 引起状态和参数估计的波动, 但估计值很快重新稳定到真实值附近; 又由图1可知, 70s后状态 x_1 本身存在严重的周期性(周期为1s)震荡, 由此给状态和参数估计带来很大的扰动, 但该自适应观测器依然可以实现状态的良好跟踪(见图1, 3), 并且能快速的跟踪未知参数变化(见图2, 4); 也就是图3和图4中状态和参数估计误差的

波动主要是由于状态 x_1 存在严重的周期为1 s的震荡引起的, 自适应观测器需要克服该扰动实现状态和参数的跟踪, 最终结果由图1和图2显示, 该自适应观测器可以克服该扰动实现状态和未知参数的跟踪.

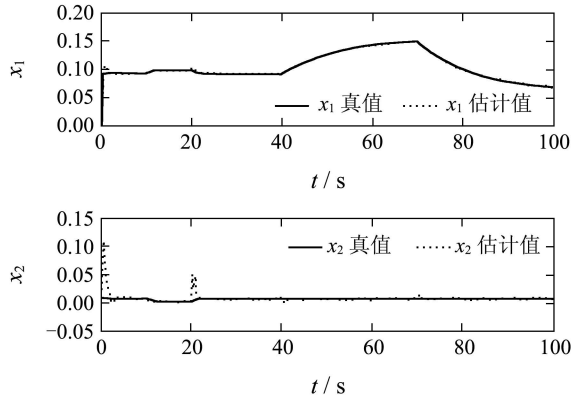


图 1 状态估计值和真实值

Fig. 1 State estimates and true values

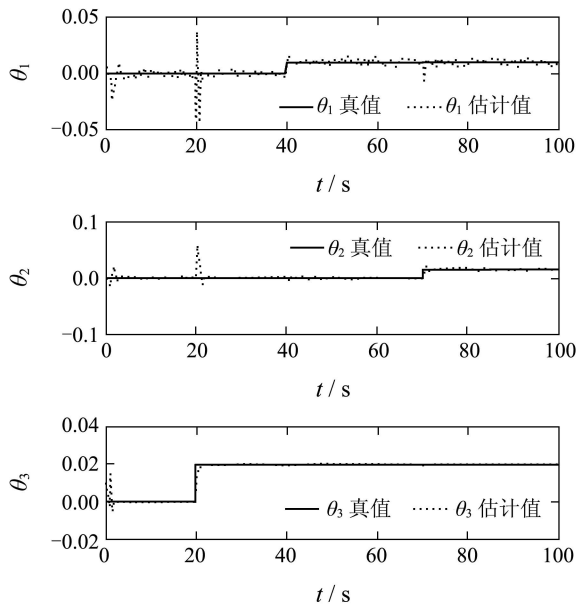


图 2 未知参数估计值和真实值

Fig. 2 Unknown parameter estimates and true values

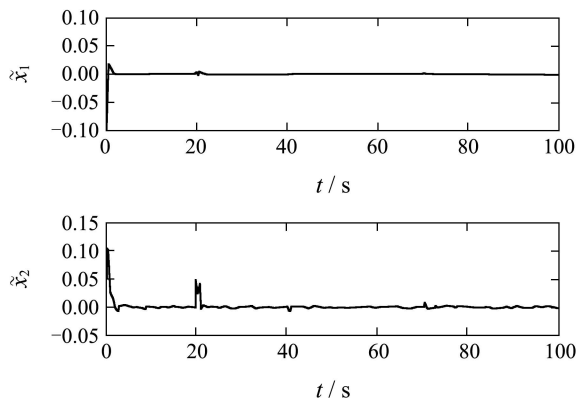


图 3 状态估计误差

Fig. 3 State estimation errors

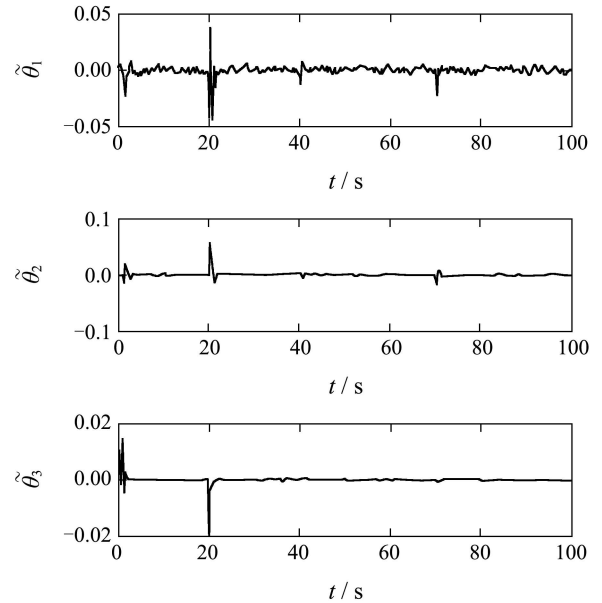


图 4 未知参数估计误差

Fig. 4 Unknown parameter estimation errors

为了检验激励条件式(36)是否满足, 激励条件矩阵的特征值见图5. 由图可知, 最小的特征值为0.003, 所以激励条件式(36)的参数 δ 取值0.002就可以使激励条件不等式成立.

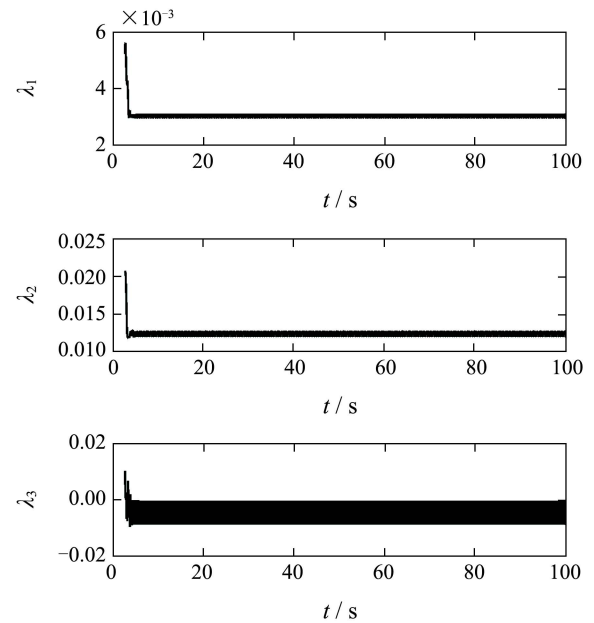


图 5 激励条件的特征值

Fig. 5 Eigenvalues of the persistent excitation condition

5 结论(Conclusion)

本文基于高增益观测器和自适应估计理论, 针对一类状态方程和输出方程同时含有未知参数的非线性系统, 用构造性方法设计了一种新的自适应观测器. 给出了使该自适应观测器满足全局指数收敛性的持续激励条件, 并在理论上证明了该自适应观测器的全局指数收敛性. 该自适应观测器的结构形

式、参数设置及收敛性证明都比较简单. 数值仿真表明, 该自适应观测器能快速有效的跟踪状态和未知参数的变化.

参考文献(References):

- [1] 张细政, 王耀南, 袁小芳, 等. 基于滑模与自适应观测器的感应电机非线性控制新策略[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(6): 753 – 760. (ZHANG Xizheng, WANG Yaonan, YUAN Xiaofang, et al. New nonlinear controller for induction motor based on sliding-mode control and adaptive observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(6): 753 – 760.)
- [2] ZHANG Q. Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time varying systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(3): 525 – 529.
- [3] ZHANG Q, CLAVEL A. Adaptive observer with exponential forgetting factor for linear time varying systems[C] // *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida: [s.n.], 2001: 3886 – 3891.
- [4] BESANCON G. Remarks on nonlinear adaptive observer design[J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 41(4): 271 – 280.
- [5] XU A, ZHANG Q. Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation[J]. *Automatica*, 2004, 40(7): 1181 – 1193.
- [6] FARZA M, M'SAAD M, MAATOUG T, et al. Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2292 – 2299.
- [7] DONG Y L, MEI S W. Adaptive observer for a class of nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(10): 1081 – 1084.
- [8] WU H. Adaptive robust state observers for a class of uncertain nonlinear dynamical systems with delayed state perturbations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1407 – 1412.
- [9] IBRIR S. Adaptive observers for time-delay nonlinear systems in triangular form[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2392 – 2399.
- [10] 陈彭年, 秦化淑, 张洁. 非参数不确定性非线性系统的自适应观测器设计[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 147 – 151. (CHEN Pengnian, QIN Huashu, ZHANG Jie. Adaptive observer design for nonlinear systems with nonparametric uncertainties[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 147 – 151.)
- [11] ZHANG Q. An adaptive observer for sensor fault estimation in linear time varying systems[C] // *Proceedings of the 16th International Federation of Accountants World Congress*. Prague, Czech Republic: [s.n.], 2005: 1824 – 1830.
- [12] ZHANG Q, BESANCON G. An adaptive observer for sensor fault estimation in a class of uniformly observable non-linear systems[J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2008, 4(1): 37 – 43.
- [13] GAUTHIER J P, HAMMOURI H, OTHMAN S. A simple observer for nonlinear systems, applications to bioreactors[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(6): 875 – 880.
- [14] GAUTHIER J P, KUPKA I. *Deterministic Observation Theory and Applications*[M]. London: Cambridge University Press, 2001.
- [15] CONTOIS D E. Kinetics of bacterial growth: relationship between population density and specific growth rate of continuous cultures[J]. *Journal of Genetic Microbiology*, 1959, 21(1): 40 – 50.

作者简介:

赵黎丽 (1978—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为观测器及自适应观测器, E-mail: llzhao@iipc.zju.edu.cn;

李平 (1954—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂工程过程综合自动化、微小型无人飞行器导航与控制等, E-mail: pli@iipc.zju.edu.cn;

李修亮 (1977—), 男, 助理研究员, 主要研究方向为机器学习、自适应控制、燃料电池等, E-mail: xiuliangli@iipc.zju.edu.cn, 通讯作者.