

文章编号: 1000-8152(2012)01-0071-08

## 基于T-S模糊模型非线性网络控制系统改进 $H_\infty$ 跟踪控制

肖会芹<sup>1,2</sup>, 何 勇<sup>1</sup>, 吴 敏<sup>1</sup>, 肖伸平<sup>2</sup>

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412008)

**摘要:** 研究一类非线性网络控制系统改进 $H_\infty$ 跟踪控制问题, 该类网络控制系统中非线性被控对象和被跟踪对象分别采用Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型和线性稳定参考模型描述. 首先通过综合考虑网络中的数据传输时滞和数据丢包影响, 采用输入时滞法和并行分布补偿技术, 建立基于零阶保持器刷新时刻的系统状态跟踪误差模型. 然后利用改进的自由权矩阵方法, 并结合Lyapunov直接法给出系统满足 $H_\infty$ 跟踪性能的充分条件以及模糊控制器的设计方法. 最后仿真实例表明本文方法的有效性和相比已有方法的优越性.

**关键词:** 非线性网络控制系统; T-S模糊模型; 跟踪控制; 输入时滞; 线性矩阵不等式(LMI)

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Improved H-infinity tracking control for nonlinear networked control systems based on T-S fuzzy model

XIAO Hui-qin<sup>1,2</sup>, HE Yong<sup>1</sup>, WU Min<sup>1</sup>, XIAO Shen-ping<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China)

**Abstract:** The H-infinity tracking control problem is studied for a class of nonlinear networked control systems (NCSs). In NCSs, a Takagi-Sugeno fuzzy model is adopted to describe the nonlinear controlled plant, and the tracked plant is represented by a linear stable reference model. By using input-delay and parallel distributed compensation (PDC) techniques, we build a novel state tracking error model based on the system states at the updating instant of a zero-order holder in which both network-induced delay and data packet dropouts are considered. Furthermore, an improved weight-free matrix approach and the Lyapunov stability theory are employed to derive several sufficient criteria ensuring the prescribed H-infinity tracking performance of the nonlinear NCSs. Meanwhile, the fuzzy controller design method is also presented. Finally, a numerical example is given to demonstrate the usefulness and the advantages of the proposed scheme.

**Key words:** nonlinear networked control systems; Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model; tracking control; input-delay; linear matrix inequality (LMI)

### 1 引言(Introduction)

镇定和跟踪是两个基本问题, 但跟踪往往比镇定要难. 跟踪控制就是设计控制器使系统状态变量或输出变量跟踪预定的参考轨迹. 跟踪控制在实际应用中具有十分重要的意义, 例如, 机器人的跟踪控制<sup>[1-2]</sup>、导弹的跟踪控制<sup>[3]</sup>及飞行轨迹跟踪控制<sup>[4-5]</sup>等. 跟踪控制, 尤其是非线性系统的跟踪控制, 在最近几十年得到了大量研究, 取得了一些重要成果<sup>[6-12]</sup>. 但其研究还存在一定的问题.

一方面, 现有研究大多是围绕连续被控对象设计连续的控制或者是对被控对象进行离散化后进行离散控制器的设计. 然而, 许多实际控制系统, 被控对象往往是连续的, 控制器则大多是离散的. 例如, 对于计算机参与控制的系统, 一般连续被控对象是

基于采样和保持设备的离散时间控制器进行控制的. 这种情况下, 系统可以被描述为具有输入时滞的采样系统模型<sup>[13]</sup>. 目前, 对于非线性系统的跟踪控制, 这方面的研究还很初步, 有待进一步深入研究.

另一方面, 许多现有成果的研究并没有考虑采集器、控制器和执行器之间存在的时滞效应. 然而在许多实际控制系统中, 这些部件往往很难安装在同一地点, 而是通过通信网络连接成闭环控制系统, 这就是所谓的网络控制系统(NCSs). NCSs中带宽有限最终导致的网络时滞(主要包括数据包丢失所带来的时滞和数据传输时滞), 不但会降低控制系统的性能, 甚至导致系统不稳定<sup>[14]</sup>. 但是NCSs资源共享、布线少、易于安装维护、低开销等优点使其受到越来越广泛的关注<sup>[10-12, 15-24]</sup>. 相对来说, 被控对象

收稿日期: 2010-09-25; 收修改稿日期: 2011-02-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60974026); 国家博士点基金资助项目(200805330004); 国家杰出青年科学基金资助项目(61125301); 湖南省教育厅资助项目(10C0627).

为线性NCSs研究已经比较成熟,而被控对象为非线性NCSs还有待进一步研究,尤其是其跟踪问题,虽然有文献进行了一定的研究<sup>[10-11]</sup>,但还存在较大的改进空间.文献[10]研究了网络环境下单输入-单输出非线性被控对象的渐近跟踪问题.文献[11]研究了网络环境下非线性被控对象采用T-S模糊模型描述的跟踪控制问题,然而,在利用Jenson不等式对Lyapunov泛函中的导数项 $-\int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(t)Z\dot{e}(t)ds$ 和 $-\int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(t)Z\dot{e}(t)ds$ 进行处理时, $\eta-\eta(t)$ 和 $\eta(t)$ 均被放大为 $\eta$ ,同时,在设计模糊控制器时,将矩阵不等式中的非线性项 $X^T R^{-1} X$ 直接采用不等式 $X^T R^{-1} X \geq X + X^T - R$ 进行处理,这些都导致所获得的条件具有一定保守性.另外,文献[11]中,零阶保持器的刷新信号被描述为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(l_k h)) K_i e(l_k h), \quad k = 1, 2, \dots,$$

这里 $l_k h$ 是采集器的采样时刻.但是,对于NCSs中零阶保持器采用事件驱动的驱动方式,由于网络时滞的不确定性,零阶保持器的刷新时刻并不一定恰好是采样周期的整数倍<sup>[21]</sup>,所以,这种描述方式的合理性有待进一步深入探讨.文献[12]基于输入时滞法研究了非线性NCSs的跟踪控制问题,但是该文献在构造Lyapunov泛函时,没有充分考虑输入时滞法处理过程中的时滞采样时刻的非连续性及不可导性,导致其相关结论的合理性有待深入研究.

本文研究了具有数据丢包和数据传输时滞网络环境下一类非线性被控系统的 $H_\infty$ 跟踪控制问题.首先,在非线性被控对象采用T-S模糊模型描述和被跟踪对象采用线性稳定参考模型描述的基础上,利用输入时滞法和并行分布补偿(PDC)控制原理,对非线性NCSs建立基于零阶保持器刷新时刻的状态跟踪误差模型.然后,在模糊控制器增益矩阵已知和未知两种情况下,利用Lyapunov直接法并结合改进的自由权矩阵方法得到了该类非线性NCSs满足给定 $H_\infty$ 跟踪性能的充分条件,通过求解一组线性矩阵不等式(LMIs),获得模糊控制器增益矩阵未知情况下增益矩阵的求解方法.最后,通过仿真实例说明采用本文方法所得到的时滞上界具有更低的保守性,并且所得到的模糊控制器具有更小的 $H_\infty$ 跟踪误差.

标记:在本文中,符号“T”和“-1”分别表示对一个矩阵进行转置和求逆; $P > 0 (P \geq 0)$ 表示矩阵 $P$ 是一个正定(半正定)矩阵; $\text{diag}\{\dots\}$ 表示一个对角阵;\*表示矩阵中的对称项.

## 2 系统描述(System formulation)

考虑一类典型的非线性NCSs跟踪控制问题,其控制框图如图1所示.该系统主要包括非线性被控对象、参考模型、模糊控制器、采集器和零阶保持器.其中:非线性被控对象采用T-S模糊模型进行描述;

参考模型为线性稳定参考模型;非线性被控对象的状态信号 $x(t)$ 和参考模型的状态信号 $x_r(t)$ 可以在线同步测量,并且其测量值进行单包传输;采集器为时钟驱动;模糊控制器和零阶保持器为事件驱动;非线性被控对象和模糊控制器处于网络中的不同地点,但采用相同的模糊规则(PDC技术).

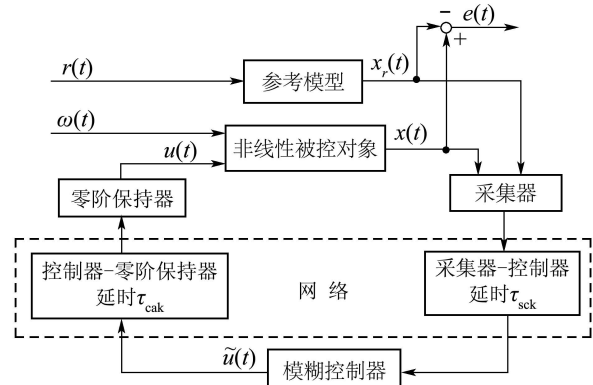


图1 非线性NCSs跟踪控制框图

Fig. 1 Tracking control diagram of nonlinear NCSs

非线性被控对象T-S模糊模型描述如下<sup>[25,26]</sup>:

规则 $i$ : If  $z_1(t)$  is  $V_{i1}$  and  $\dots$  and  $z_p(t)$  is  $V_{ip}$ , then

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \omega(t), \quad (1)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, r$ ,  $r$ 为模糊规则个数;  $z_j(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ )为模糊前提变量;  $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t))^T$ 是 $x(t)$ 的函数;  $V_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, p$ )为模糊集合;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量;  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入向量;  $\omega(t) \in \mathbb{R}^q$ 为有界外部干扰;  $A_i, B_i$ 和 $B_{\omega i}$ 为适当维数的常数矩阵. 模糊系统的输出为各个子系统输出的加权平均,即

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \omega(t)]}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \omega(t)], \quad (2)$$

其中:

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p V_{ij}(z_j(t)), \quad h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))},$$

这里:  $V_{ij}(z_j(t))$ 为 $z_j(t)$ 属于模糊集合 $V_{ij}$ 的隶属度,  $w_i(z(t)) \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ),  $h_i(z(t)) \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ), 且 $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ .

定义如下参考模型:

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r r(t), \quad (3)$$

其中:  $x_r(t) \in \mathbb{R}^n$ 为参考模型状态;  $r(t) \in \mathbb{R}^q$ 为有界参考输入向量;  $A_r$ 为参考模型渐近稳定系数矩阵;  $B_r$ 为输入矩阵.

根据PDC算法<sup>[27]</sup>设计局部模糊控制器, 其规则为

规则*i*: If  $z_1(t)$  is  $V_{i1}$  and  $\dots$  and  $z_p(t)$  is  $V_{ip}$ , then

$$\tilde{u}(t) = K_i(x(t) - x_r(t)) = K_i e(t),$$

其中:  $z_j(t)$  ( $j=1, 2, \dots, p$ )和 $V_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, r; j=1, 2, \dots, p$ )定义于式(1);  $e(t) = x(t) - x_r(t)$ 为状态跟踪误差;  $K_i$ 为状态跟踪误差反馈增益矩阵(即模糊控制器增益矩阵);  $\tilde{u}(t)$ 为模糊控制器的输出, 则合成的模糊控制器为

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))K_i e(t). \quad (4)$$

如果将零阶保持器的刷新时刻记为 $t_k$ , 并且认为在 $t_k$ 时刻刷新的信号(从采集器经控制器到零阶保持器成功传送的信号)已经经历了信号传输时滞 $\tau_k$  ( $\tau_k = \tau_{sck} + \tau_{cak}$ ,  $\tau_{sck}$ 为采集器到控制器经历的时滞,  $\tau_{cak}$ 为控制器到零阶保持器经历的时滞), 则模糊控制器的输出可以描述为

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_{cak}))K_i e(t_k - \tau_{cak}),$$

并且, 可进一步将被控对象的控制输入信号 $u(t)$ 描述为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_k))K_i e(t_k - \tau_k).$$

考虑到零阶保持器的作用, 有

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_k))K_i e(t_k - \tau_k), \quad (5)$$

$$t_k \leq t < t_{k+1},$$

其中 $t_{k+1}$ 为零阶保持器在 $t_k$ 下一个刷新时刻值。

另外, 从刷新时刻 $t_k$ 到刷新时刻 $t_{k+1}$ 累计的连续丢包个数记为 $\gamma_{k+1}$ , 那么零阶保持器的数据刷新时间间隔 $t_{k+1} - t_k$ 可以表示为

$$t_{k+1} - t_k = (\gamma_{k+1} + 1)h + \tau_{k+1} - \tau_k, \quad (6)$$

并假设能够保证NCSs稳定的数据传输时滞上界值为 $\tau$ , 连续丢包个数上界值为 $\bar{\gamma}$ , 即

$$0 \leq \tau_k \leq \tau, \quad (7)$$

$$\gamma_k < \bar{\gamma}. \quad (8)$$

显然, 零阶保持器的刷新时间序列 $\{t_k\}$ 不仅依赖于信号传输时滞, 而且和数据丢包有关, 故整个采样控制系统中零阶保持器的数据刷新时间间隔 $t_{k+1} - t_k$ 是时变且不确定的。

利用输入时滞方法<sup>[13]</sup>重新描述式(5)中的 $t_k - \tau_k$ 如下:

$$t_k - \tau_k = t - t + t_k - \tau_k = t - \eta(t), \quad (9)$$

其中 $\eta(t) = t - t_k + \tau_k$ , 且由式(7)(8), 得:

$$0 \leq \tau_k \leq \eta(t) \leq \eta, \quad (10)$$

$$\eta = \tau + (\bar{\gamma} + 1)h, \quad (11)$$

其中 $h$ 为采集器的采样周期。

由上可知, 这里所讨论的网络时滞 $\eta(t)$ 主要包括数据包丢失所带来的时滞和数据传输时滞。能够保证系统稳定的网络时滞上界 $\eta$ 是一个数据传输时滞上界和数据丢包个数上界的综合衡量指标, 具有非常重要的意义。

为进一步分析方便, 建立被控对象和参考模型合并的基于状态跟踪误差的系统模型。首先由式(5)和式(9)得

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \eta(t)))K_i e(t - \eta(t)), \quad (12)$$

$$t_k \leq t < t_{k+1}.$$

接下来, 由式(2)和式(3)得

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_r(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))\{A_i e(t) + B_i u(t)\} + \omega_e(t), \quad (13)$$

其中

$$\omega_e(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))[(A_i - A_r)x_r(t) + B_{\omega_i}\omega(t)] - B_r r(t).$$

将式(12)代入式(13)并定义

$$h_i(z(t)) := h_i(t), \quad h_j(z(t - \eta(t))) := h_j(t - \eta(t)),$$

得非线性NCSs状态跟踪误差模型

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta(t))[A_i e(t) + B_i K_j e(t - \eta(t))] + \omega_e(t), \\ t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots, \\ e(t) = \phi(t), t \in [-\eta, 0]. \end{cases} \quad (14)$$

**注1** 本文和文献[11]在被控对象输入信号的表示上有着本质上的区别。在文献[11]中, 被控对象的输入信号(即零阶保持器的刷新信号)被描述为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(l_k h))K_i e(l_k h), \quad k = 1, 2, \dots,$$

这里 $l_k h$ 是采集器的采样时刻。值得注意的是, 控制器和零阶保持器都是事件驱动, 而信号传输所经历的时滞并不一定是采样周期的整数倍, 那么零阶保持器就有可能在采样时刻间隙进行更新, 所以用采样时刻来表示零阶保持器的刷新时刻有些欠妥。而式(5)中采用零阶保持器的刷新时刻进行描述, 更具合理性。

**注2**  $x(0)$ 和 $x_r(0)$ 分别为被控对象(1)和参考模型(3)的零初始状态, 在系统(14)中,  $\phi(t)$ 被看作状态跟踪误差的零初始状态函数, 并且 $\phi(t) = x(0) - x_r(0)$ ,  $t \in [-\eta, 0]$ 。

**注3** 假设初始时刻空闲的网络资源足够分配, 可以将实时NCSs中初始采集的信号传输设置为最先优先权, 则 $\eta(t)|_{t_1}$ 非常小, 可以被忽略<sup>[28-29]</sup>。这样, 假设 $t_1 = 0$ ,  $\eta(t)|_{t_1} = 0$ , 则有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bigcup_{N=1}^N [t_k, t_{k+1}) = [0, \infty).$$

**注4** 在上述变换过程中,  $\eta(t)$  为上界值为  $\eta$  的时变时滞. 通过上述处理过程将采样系统转换成了具有状态跟踪误差时滞的连续时间系统. 后面的  $H_\infty$  跟踪问题将针对该连续时间系统模型进行.

现定义如下  $H_\infty$  性能指标<sup>[6,7]</sup>:

$$\int_0^{t_f} e^T(t) Q_g e(t) dt \leq V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega_e^T(t) \omega_e(t) dt, \quad (15)$$

其中:  $t_f$  为控制终止时间;  $Q_g$  为正定矩阵;  $\rho$  为  $H_\infty$  衰减度, 即从  $\omega_e$  到  $e$  的  $L_2$  增益不大于给定值  $\rho^2$ .

由上述给定描述可知, 本文的目的是为非线性被控系统(1)设计一个模糊控制器(4), 使得非线性NCSs(14)具有指定的  $H_\infty$  跟踪性能指标(15), 也就是说, 模糊控制器的设计是为了使得非线性被控系统(1)的状态在网络环境下能够跟踪参考模型(3)的状态.

### 3 主要结论(Main results)

本节将给出非线性NCSs的  $H_\infty$  跟踪控制的相关结论, 分模糊控制器增益矩阵已知和未知两种情况进行讨论.

首先, 假设  $K_j (j = 1, 2, \dots, r)$  已知, 则有定理1成立.

**定理1** 给定标量  $\eta > 0, \rho > 0$ , 模糊控制器增益矩阵  $K_j (j = 1, 2, \dots, r)$  和加权矩阵  $Q_g > 0$ , 如果存在  $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0, Z = Z^T > 0$ ,  $X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ * & X_{22} \end{bmatrix} \geq 0$  以及任意合适维数的矩阵  $L_i (i = 1, 2, 3)$ ,  $N = [N_1^T \ N_2^T]^T, M = [M_1^T \ M_2^T]^T$ , 使得矩阵不等式(16)~(18)有可行解:

$$\varphi_{ij} = \begin{bmatrix} \varphi_{11}^{ij} & \varphi_{12}^{ij} & -N_1 & \varphi_{14}^{ij} & L_1 \\ * & \varphi_{22}^{ij} & -N_2 & \varphi_{24}^{ij} & L_3 \\ * & * & -Q & 0 & 0 \\ * & * & * & \varphi_{44}^{ij} & L_2 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, r,$$

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} X & N \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0, \quad (17)$$

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} X & M \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0, \quad (18)$$

其中:

$$\varphi_{11}^{ij} = Q + M_1 + M_1^T + L_1 A_i + A_i^T L_1^T + \eta X_{11} + Q_g,$$

$$\varphi_{12}^{ij} = N_1 - M_1 + M_2^T + L_1 B_i K_j + A_i^T L_3^T + \eta X_{12},$$

$$\varphi_{14}^{ij} = P - L_1 + A_i^T L_2^T,$$

$$\varphi_{22}^{ij} = N_2 + N_2^T - M_2 - M_2^T + L_3 B_i K_j +$$

$$K_j^T B_i^T L_3^T + \eta X_{22},$$

$$\varphi_{24}^{ij} = -L_3 + K_j^T B_i^T L_2^T, \varphi_{44}^{ij} = \eta Z - L_2 - L_2^T,$$

那么, 非线性NCSs(14)满足  $H_\infty$  跟踪性能(15).

**证** 构造如下形式的Lyapunov泛函:

$$V(t) = e^T(t) P e(t) + \int_{t-\eta}^t e^T(s) Q e(s) ds + \int_{t-\eta}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds d\theta, \quad (19)$$

其中  $Q = Q^T > 0, Z = Z^T > 0$  是待定矩阵. 计算泛函沿系统(14)的导数, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times \\ & \{2e^T(t) P \dot{e}(t) + e^T(t) Q e(t) - \\ & e^T(t - \eta) Q e(t - \eta) + \eta \dot{e}^T(t) Z \dot{e}(t) - \\ & \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds - \\ & \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds\}. \end{aligned}$$

根据牛顿-莱布尼茨公式, 对于任意合适维数的自由权矩阵  $N = [N_1^T \ N_2^T]^T, M = [M_1^T \ M_2^T]^T$ , 有

$$0 = 2\delta_1^T(t) N \times [e(t - \eta(t)) - e(t - \eta) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds], \quad (20)$$

$$0 = 2\delta_1^T(t) M \times [e(t) - e(t - \eta(t)) - \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds], \quad (21)$$

其中  $\delta_1(t) = [e^T(t) \ e^T(t - \eta(t))]^T$ .

根据状态跟踪误差模型(14), 对于任意合适维数的矩阵  $L_i (i = 1, 2, 3)$ , 有

$$0 = 2[e^T(t) L_1 + \dot{e}^T(t) L_2 + e^T(t - \eta(t)) L_3] \times \left\{ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r [h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times (A_i e(t) + B_i K_j e(t - \eta(t)))] + \omega_e(t) - \dot{e}(t) \right\}. \quad (22)$$

根据积分运算法则, 可以得出下式成立:

$$0 = \eta \delta_1^T(t) X \delta_1(t) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \delta_1^T(t) X \delta_1(t) ds - \int_{t-\eta(t)}^t \delta_1^T(t) X \delta_1(t) ds, \quad (23)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ * & X_{22} \end{bmatrix} \geq 0.$$

由  $V(t)$  的导数, 并利用式(20)~(23), 得

$$\begin{aligned} e^T(t) Q_g e(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times \\ & \{ \delta^T(t) \varphi_{ij} \delta(t) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \lambda^T(t, s) \psi_1 \lambda(t, s) ds - \end{aligned}$$

$$\int_{t-\eta(t)}^t \lambda^T(t, s) \psi_2 \lambda(t, s) ds \}, \quad (24)$$

其中:

$$\begin{aligned} \delta(t) &= [e^T(t) \quad e^T(t-\eta(t)) \quad e^T(t-\eta) \\ &\quad \dot{e}^T(t) \quad \omega_e^T(t)]^T, \\ \lambda(t, s) &= [\delta_1^T(t) \quad \dot{e}^T(s)]^T, \end{aligned}$$

$\varphi_{ij}$  定义于式(16),  $\psi_1$  和  $\psi_2$  分别定义于式(17)(18).

如果  $\varphi_{ij} < 0, \psi_i \geq 0 (i = 1, 2)$ , 则

$$e^T(t) Q_g e(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + \dot{V}(t) \leq 0.$$

该式两边从 0 到  $t_f$  积分, 得

$$\begin{aligned} V(t_f) + \int_0^{t_f} e^T(t) Q_g e(t) dt &\leq \\ V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega_e^T(t) \omega_e(t) dt, \quad (25) \end{aligned}$$

$t_f$  为无穷终止时间, 则  $V(t_f) = 0$ , 因而上式变为式(15). 因此, 如果式(16)–(18)有可行解, 则非线性 NCSs(14) 满足 H<sub>∞</sub> 跟踪控制性能(15). 证毕.

**注 5** 对 Lyapunov 泛函中的双积分项

$$\int_{t-\eta}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds d\theta$$

求导, 出现两个积分项, 即

$$-\int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds, \quad -\int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds,$$

由 Jensen 不等式可以得到

$$\begin{aligned} &-\int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds \leq \\ &-\frac{1}{\eta-\eta(t)} \left( \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds \right)^T Z \left( \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds \right), \\ &-\int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds \leq \\ &-\frac{1}{\eta(t)} \left( \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds \right)^T Z \left( \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds \right). \end{aligned}$$

而文献[11]在相关定理证明过程中将 Jensen 不等式右边分式项分母中  $\eta - \eta(t)$  和  $\eta(t)$  均放大成  $\eta$ , 得到的两个不等式为

$$\begin{aligned} &-\int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds \leq \\ &-\frac{1}{\eta} \left( \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds \right)^T Z \left( \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds \right), \\ &-\int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds \leq \\ &-\frac{1}{\eta} \left( \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds \right)^T Z \left( \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds \right). \end{aligned}$$

这样的放大处理, 必然导致所得结果具有一定的保守性. 定理 1 证明过程中利用改进的自由权矩阵方法, 保留泛函导数中的所有项, 没有类似的放大处理, 从而降低了结果的保守性.

接下来, 讨论模糊控制器的设计问题. 定理 1 中, 假设  $K_j (j = 1, 2, \dots, r)$  未知, 则定理 2 给出了非线性 NCSs 满足 H<sub>∞</sub> 跟踪控制的充分条件以及模糊控制器的求解方法.

**定理 2** 给定标量  $\eta > 0, \rho > 0, \varepsilon > 0, \delta > 0$  和加权矩阵  $Q_g > 0$ , 如果存在  $\hat{P} = \hat{P}^T > 0, \hat{Q} = \hat{Q}^T > 0, \hat{Z} = \hat{Z}^T > 0, Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ * & Y_{22} \end{bmatrix} \geq 0$  以及任意合适维数的矩阵  $\hat{N} = [\hat{N}_1^T \quad \hat{N}_2^T]^T, \hat{M} = [\hat{M}_1^T \quad \hat{M}_2^T]^T, G$  和  $V_j (j = 1, 2, \dots, r)$  使得矩阵不等式(26)~(28)成立:

$$\hat{\varphi}_{ij} = \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_{11}^{ij} & \hat{\varphi}_{12}^{ij} & -\hat{N}_1 & \hat{\varphi}_{14}^{ij} & \varepsilon I & G \\ * & \hat{\varphi}_{22}^{ij} & -\hat{N}_2 & \hat{\varphi}_{24}^{ij} & \delta I & 0 \\ * & * & -\hat{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \hat{\varphi}_{44}^{ij} & I & 0 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{pmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\hat{\psi}_1 = \begin{bmatrix} Y & \hat{N} \\ * & \hat{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (27)$$

$$\hat{\psi}_2 = \begin{bmatrix} Y & \hat{M} \\ * & \hat{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (28)$$

其中:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{11}^{ij} &= \hat{Q} + \hat{M}_1 + \hat{M}_1^T + \varepsilon A_i G^T + \varepsilon G A_i^T + \eta Y_{11}, \\ \hat{\varphi}_{12}^{ij} &= \hat{N}_1 - \hat{M}_1 + \hat{M}_2^T + \varepsilon B_i V_j + \delta G A_i^T + \eta Y_{12}, \\ \hat{\varphi}_{14}^{ij} &= \hat{P} - \varepsilon G^T + G A_i^T, \\ \hat{\varphi}_{22}^{ij} &= \hat{N}_2 + \hat{N}_2^T - \hat{M}_2 - \hat{M}_2^T + \\ &\quad \delta B_i V_j + \delta V_j^T B_i^T + \eta Y_{22}, \\ \hat{\varphi}_{24}^{ij} &= -\delta G^T + V_j^T B_i^T, \\ \hat{\varphi}_{44}^{ij} &= \eta \hat{Z} - G^T - G. \end{aligned}$$

那么非线性 NCSs(14) 满足 H<sub>∞</sub> 跟踪性能(15), 并且模糊控制器的增益矩阵为  $K_j = V_j (G^T)^{-1} (j = 1, 2, \dots, r)$ .

**证** 由舒尔补, 式(16)与式(29)等价.

$$\tilde{\varphi}_{ij} = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{11}^{ij} & \varphi_{12}^{ij} & -N_1 & \varphi_{14}^{ij} & L_1 & I \\ * & \varphi_{22}^{ij} & -N_2 & \varphi_{24}^{ij} & L_3 & 0 \\ * & * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \varphi_{44}^{ij} & L_2 & 0 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{pmatrix} < 0, \quad (29)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{11}^{ij} &= Q + M_1 + M_1^T + L_1 A_i + A_i^T L_1^T + \eta X_{11}, \\ \varphi_{12}^{ij}, \varphi_{14}^{ij}, \varphi_{22}^{ij}, \varphi_{24}^{ij}, \varphi_{44}^{ij} &\text{ 定义于定理 1 中. 令 } L_2 = \\ &G^{-1}, L_1 = \varepsilon G^{-1}, L_3 = \delta G^{-1} (\varepsilon, \delta \text{ 为非零标量}). \text{ 同时,} \\ &\text{令 } J = \text{diag}\{G, G, G, G, I, I\}, \text{ 式(29)左乘 } J, \text{ 右乘} \\ &J^T, \text{ 并令} \end{aligned}$$

$$V_j = K_j G^T, \hat{P} = G P G^T, \hat{Q} = G Q G^T, \hat{Z} = G Z G^T,$$

$$\hat{N}_i = GN_i G^T, \hat{M}_i = GM_i G^T, i = 1, 2,$$

则式(29)转化为式(26). 同理, 令  $J_1 = \text{diag}\{G, G, G\}$ , 式(17)和式(18)分别左乘  $J_1$ , 右乘  $J_1^T$ , 并令  $Y = \text{diag}\{G, G\} \cdot X \cdot \text{diag}\{G^T, G^T\}$ , 则式(17)转化为式(27), 式(18)转化为式(28). 因此, 如果式(26)–(28)有可行解, 那么非线性NCSs具有  $H_\infty$  跟踪性能. 同时, 由  $\hat{\varphi}^{ij} < 0$  成立, 可知  $G + G^T$  为正定, 从而  $G$  为非奇异, 因此,  $K_j = V_j(G^T)^{-1} (j = 1, 2, \dots, r)$ .

证毕.

**注6** 对于模糊控制器的设计, 文献[11]采用不等式变换  $X^T R^{-1} X \geq X + X^T - R$  对矩阵不等式中的非线性项进行处理, 但是, 容易看出, 当非线性项的两个矩阵相差很大时, 结果是相当保守的. 定理2采用了参数调整法进行非线性项的处理, 可以通过适当的参数调整来降低结果的保守性.

### 3.1 实例分析(Example analysis)

考虑如下的非线性被控系统在具有数据传输时滞和数据丢包网络环境下的  $H_\infty$  跟踪控制问题:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -x_1^3(t) - 0.5x_2(t) + 15 \cos t + u(t), \end{cases} \quad (30)$$

该系统的T-S模糊模型如下:

规则1: If  $x_1(t)$  is  $V_1$ , then

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + Bu(t) + B\omega(t);$$

规则2: If  $x_1(t)$  is  $V_2$ , then

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + Bu(t) + B\omega(t),$$

其中:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1(t) \ x_2(t)]^T, \omega(t) = 15 \cos t, \\ h_1(x_1(t)) &= 1/[1 + \exp(-2x_1(t))], \\ h_2(x_1(t)) &= 1 - h_1(x_1(t)), \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

稳定的线性参考模型为

$$\dot{x}_r(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix} r(t), \quad (31)$$

式中:  $x_r(t) = [x_{1r}(t) \ x_{2r}(t)]^T$ ,  $r(t) = 5 \sin t$ .

首先, 在模糊控制器增益矩阵已知情况下, 利用定理1给出该NCSs满足给定  $H_\infty$  跟踪性能的时滞上界. 给定  $Q_g = I$ ,  $\rho = 2$ , 模糊控制器增益矩阵

$$K_1 = [-22 \ -13], K_2 = [-22 \ -13].$$

由定理1, 当  $\eta \leq 0.0688$  时, LMIs(16)–(18)有可行解, 即当网络时滞不大于0.0688时, 给定的模糊控制器能够使得被控系统(30)的状态在网络环境下跟踪参

考模型(31)的状态, 并且满足  $\rho = 2$  的  $H_\infty$  性能指标.

其次, 在模糊控制器增益矩阵未知情况下, 利用定理2给出该NCSs满足给定  $H_\infty$  跟踪性能的时滞上界以及对应的模糊控制器增益矩阵. 给定  $Q_g = I$ ,  $\rho = 2$ , 当参数  $\varepsilon = 5$ ,  $\delta = 1$  时, 由定理2得出当  $\eta \leq 0.0785$  时, LMIs(26)–(28)有可行解, 并且此时的模糊控制器增益矩阵为

$$K_1 = [-20.3687 \ -9.7995],$$

$$K_2 = [-20.3687 \ -9.7995],$$

而采用文献[11]中处理方法在相同条件下的结果是  $\eta \leq 0.06$ . 可见, 满足相同  $H_\infty$  性能指标的跟踪控制, 本文方法能够得到比文献[11]更大的时滞上界, 这意味着本文结论相比文献[11]具有更低的保守性.

最后, 在同等条件下(即采样周期、数据传输时滞、丢包个数和  $H_\infty$  指标均相同), 对比分别由本文方法和文献[11]方法所得模糊控制器的控制效果. 假设系统(30)和参考模型(31)的初始条件分别为  $x(0) = [0 \ 0]^T$  和  $x_r(0) = [-0.5 \ 1]^T$ ,  $\tau = 40$  ms, 采样周期为10 ms, 丢包个数为1, 由式(11)知,  $\eta = 60$  ms. 令

$$Q_g = I, \rho = 2, \varepsilon = 5, \delta = 1, \eta = 0.06,$$

利用定理2求得模糊控制器的增益矩阵为

$$K_1 = [-27.1305 \ -12.8875],$$

$$K_2 = [-27.1305 \ -12.8875].$$

被控对象  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  状态跟踪轨迹分别如图2和图3所示(实线和点划线分别表示采用本文控制器和文献[11]方法所得控制器的状态跟踪曲线, 虚线是参考模型状态曲线). 图4和图5则分别给出了状态跟踪误差曲线(实线和点线分别为采用本文控制器和文献[11]方法所得控制器的状态跟踪误差曲线). 仿真结果表明, 利用本文设计的模糊控制器在同等条件下具有更小的跟踪误差, 即本文模糊控制器能够更好地实现非线性NCSs的跟踪控制.

由以上结果可知, 相同的跟踪控制要求下, 无论是时滞上界的比较, 还是模糊控制器跟踪控制效果的比较, 采用本文方法所得的结果均优于文献[11].

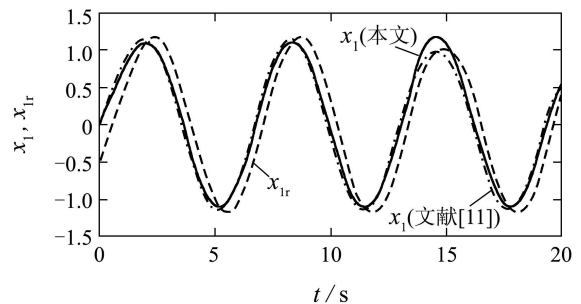
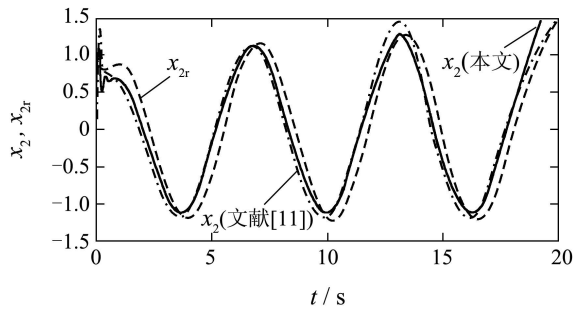
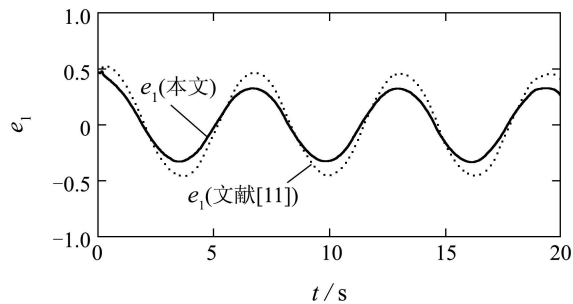
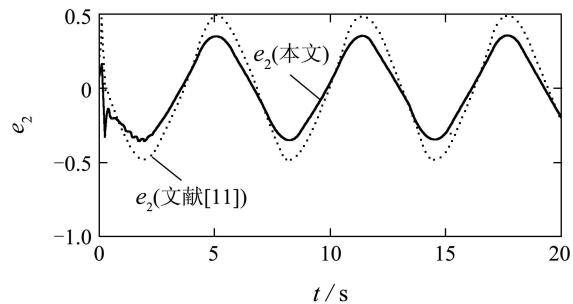


图2  $x_1(t)$  和  $x_{1r}(t)$  的状态轨迹

Fig. 2 Trajectories of states  $x_1(t)$  and  $x_{1r}(t)$

图3  $x_2(t)$ 和 $x_{2r}(t)$ 的状态轨迹Fig. 3 Trajectories of states  $x_2(t)$  and  $x_{2r}(t)$ 图4 状态跟踪误差 $e_1(t)$ 曲线Fig. 4 Trajectories of state tracking error  $e_1(t)$ 图5 状态跟踪误差 $e_2(t)$ 曲线Fig. 5 Trajectories of state tracking error  $e_2(t)$ 

#### 4 结论(Conclusion)

本文研究了被控对象采用T-S模糊模型描述的一类非线性NCSs的 $H_\infty$ 跟踪控制问题,建立了更合理的基于零阶保持器刷新时刻(而不是采样时刻)的非线性NCSs状态跟踪误差模型,在此基础上,通过保留Lyapunov泛函函数中所有项(即不对任何导数项进行放大处理)获得模糊控制器增益矩阵已知和未知情况下实现系统 $H_\infty$ 跟踪控制的具有更低保守性的充分条件,并进一步采用参数调整法获得跟踪效果更好的模糊控制器设计方法,最后的仿真实例表明本文方法是有效的,并且相比已有方法具有一定的优越性。

#### 参考文献(References):

[1] DAWSON D M, CARROLL J J. Tracking control of rigid-link electrically-driven robot manipulators[J]. *Internal Journal of Systems, Control and Communication*, 1992, 56(5): 991 – 1006.

[2] QU Z, DORSEY J. Robust tracking control of robots by a linear feedback law[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(9): 1081 – 1084.

[3] KIM S H, KIM Y S, SONG C C. A robust adaptive nonlinear approach to missile autopilot design[J]. *Control Engineering Practice*, 2004, 12(2): 149 – 154.

[4] BENVENUTI L, BENEDETTO M D, GRIZZLE J W. Approximate output tracking for nonlinear nonminimum phase systems with an application to flight control[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1994, 4(3): 397 – 414.

[5] LIAO F, WANG J L, YANG G H. Reliable robust flight tracking control: an LMI approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(1): 76 – 89.

[6] TSENG C S. Model reference output feedback fuzzy tracking control design for nonlinear discrete-time systems with time-delay[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, 14(1): 58 – 70.

[7] TSENG C S, CHEN B S, UANG H J. Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S model[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(3): 381 – 392.

[8] LAM H K, SENEVIRATNE L D. LMI-based stability design of fuzzy controller for nonlinear systems[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(1): 393 – 401.

[9] 胡跃冰, 张庆灵, 张艳. 非线性系统广义模糊跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2007, 33(12): 1341 – 1344.  
(HU Yuebing, ZHANG Qingling, ZHANG Yan. Fuzzy descriptor tracking control design for nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(12): 1341 – 1344.)

[10] ISIDORI A, MARCONI L, PERSIS C D. Remote tracking via encoded information for nonlinear systems[J]. *Systems and Control Letters*, 2006, 55(10): 809 – 818.

[11] JIA X C, ZHANG D W, HAO X H, et al. Fuzzy  $H_\infty$  tracking control for nonlinear networked control systems in T-S fuzzy model[J]. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2009, 39(4): 1073 – 1079.

[12] CHEN Z S, HE Y, WU M. Robust fuzzy tracking control for nonlinear networked control systems with integral quadratic constraints[J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2010, 7(4): 492 – 499.

[13] FRIDMAN E, SEURET E, RICHARE J. Robust sampled-data stabilization of linear systems: an input delay approach[J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1441 – 1446.

[14] REBELLO A, BHAYA A. Stability of asynchronous dynamical systems with rate constraints and applications[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2003, 150(5): 546 – 550.

[15] ZHANG W, YU L. A robust control approach to stabilization of networked control systems with short time-varying delays[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(1): 87 – 91.

[16] NATORI K, OHNISHI K. A design method of communication disturbance observer for time-delay compensation, taking the dynamic property of network disturbance into account[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(5): 2152 – 2168.

[17] 周映江, 李训铭, 梁华. 不确定时滞网络控制系统的状态反馈控制[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(2): 221 – 225.  
(ZHOU Yingjiang, LI Xunming, LIANG Hua. State feedback control for networked control systems with time-delay and uncertainties[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 221 – 225.)

- [18] NATORI K, TSUJI T, OHNISHI K. Time-delay compensation by communication disturbance observer for bilateral tele-operation under time-varying delay[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 57(3): 1050 – 1062.
- [19] YUE D, TIAN E G, WANG Z D, et al. Stabilization of systems with probabilistic interval input delays and its applications to networked control systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2009, 39(4): 939 – 945.
- [20] HE Y, LIU G P, REES D, et al. Stability analysis for neural networks with time-varying interval delay[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(6): 1850 – 1854.
- [21] GAO H J, CHEN T W. Networked-based  $H_\infty$  output tracking control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(5): 655 – 667.
- [22] GAO H J, CHEN T W, LAM J. A new delay system approach to network-based control[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 39 – 52.
- [23] XIONG J L, LAM J. Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 80 – 87.
- [24] LIU G P, MU J X, REES D, et al. Design and stability analysis of networked control systems with random communication time delay using the modified MPC[J]. *International Journal of Control*, 2006, 79(4): 288 – 297.
- [25] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.
- [26] TANAKA K, IKEDA T, KIM E, et al. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(2): 250 – 265.
- [27] CAO Y Y, SUN Y X, CHENG C. Delay-dependent robust stabilization of uncertain systems with multiple state delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(1): 1608 – 1612.
- [28] PENG C, TIAN Y C. Networked  $H_\infty$  control of linear systems with state quantization[J]. *Information Sciences*, 2007, 177(24): 5763 – 5774.
- [29] YUE D, HAN Q L, LAM J. Network-based robust  $H_\infty$  control of systems with uncertainty[J]. *Automatica*, 2005, 41(6): 999 – 1007.

#### 作者简介:

肖会芹 (1977—), 女, 博士研究生, 目前研究方向为时滞系统和网络控制, E-mail: xiaohq\_610@126.com;

何勇 (1969—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为时滞系统和鲁棒控制, E-mail: heyong08@yahoo.com.cn;

吴敏 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、智能控制和过程控制, E-mail: min@csu.edu.cn;

肖伸平 (1965—), 男, 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为时滞系统鲁棒控制、智能控制和过程控制, E-mail: xsph\_519@163.com.