第 29 卷第 5 期
2012 年 5 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 29 No. 5
May 2012

文章编号: 1000−8152(2012)05−0635−07

基于不确定逼近的机械手自适应鲁棒预测控制

陈志旺, 薛佳伟
(燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对具有参数不确定性和未知外部干扰的机械手轨迹跟踪问题提出了一种多输入多输出自适应鲁棒预测控制方法. 首先根据机械手模型设计非线性鲁棒预测控制律, 并在控制律中引入监督控制项; 然后利用函数逼近的方法逼近控制律中因模型不确定性以及外部干扰引起的未知项. 理论证明了所设计的控制律能够使机械手无静差跟踪期望的关节角轨迹. 仿真验证了本文设计方法的有效性.

关键词: 机械手; 鲁棒预测控制; 自适应控制; 监督控制
中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Adaptive robust predictive control for robotic manipulator based on uncertain parameter approximation

CHEN Zhi-wang, XUE Jia-wei
(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: A multi-input-multi-output adaptive robust predictive control method is presented to solve the trajectory tracking problem of robotic manipulator system with uncertain parameters and unknown external disturbances. A nonlinear robust predictive controller is first designed for the robotic manipulator system, and then a supervisory control is added to the controller. The function approximation is employed to approximate the unknown terms in the predictive control law caused by uncertain system model and external disturbances. It is proved that the proposed controller can make robotic manipulator track the desired joint angle trajectory without static error. Simulation results show the effectiveness of the method.

Key words: robotic manipulator; robust predictive control; adaptive control; supervisory control

1 引言(Introduction)

近年来, 关于机械手轨迹跟踪控制问题已取得了很多成果[1], 然而由于机械手具有强耦合、高度非线性、时变等特性, 其模型参数随它的位置、姿态和负载的变化而变化, 外界干扰以及模型不确定性等因素使控制器的设计难度增加. 为了实现对不确定性的在线补偿, 各种控制策略相继被提出[2–5]. 此外, Song和Yi等[6]提出了一种计算力矩控制与模糊控制相结合的控制策略. 胡慧等[7]利用自适应RBF神经网络和PD控制器控制机械手, 当误差满足一定的要求时, 根据李雅普诺夫稳定性理论设计自适应律调整网络权值, 保证了系统的稳定性. Ho等[8]将模糊控制策略与滑模控制相结合. 利用模糊逻辑逼近不确定性, 滑模控制抑制外界干扰.

预测控制20世纪70年代产生于工业过程控制领域的一类先进计算机控制算法, 因其具有良好的控制效果而得到了广泛的应用, 被控对象也从线性系统扩展到非线性系统. 为了进一步减少预测控制在线计算量以适用于非线性被控对象, 近年来许多学者对非线性预测控制律及其改进方法进行了大量的研究. Lu[9]和Soroush等[10]利用Volterra级数的有限项截取来近似输出预测值, 求出了当控制阶数为零时非线性系统解析形式的最优预测控制律, 因为控制阶数限制了输出预测值的近似精度, 所以这种方法在预测时域较长时并不适用, 若是选择一个较小的预测时域,会直接影响到系统的稳定性. Chen等[11]对光滑仿射非线性系统利用当前输出的各阶导数构造未来输出的Taylor级数预测模型, 其Taylor展开阶数为: 控制阶+相对阶, 并给出了取不同的控制阶和相对阶时系统的稳定性表, 导出了以预测输出跟踪误差范数最小为指标的控制器解, 解决了用高控制阶数提高输出预测精度的问题. 此后, 这种方法在具有特定结构的飞行器[12–13]和机械系统[14]中取得了很好的控制效果.

本文以机械手为被控对象, 研究了含有模型不确定项和未知外干扰的多输入多输出非线性系统的跟

收稿日期: 2010−11−23; 收修改稿日期: 2011−09−13.
基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(F2010001322).

踪控制问题, 提出了一种鲁棒自适应预测控制方法. 首先利用文献[11]的思路推导鲁棒预测控制律, 再构造基于函数逼近的控制器逼近机械手系统因模型不确定性以及外部干扰引起的不确定项, 并在控制律中引入一个监督控制, 保证了系统的稳定性、鲁棒性、准确性.

2 机械手模型描述(Model description of robotic manipulators)

机械手可以看作是一个开链式刚性多连杆机构. 其轨迹跟踪控制问题为: 给定待跟踪的关节角轨迹向量以及关节角的初始状态, 要求设计控制器, 给出关节控制力矩, 使得机械手的关节角满足一定的跟踪条件. 一个具有2自由度的机械手动力学方程可表示为

$$M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+G(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}, \tag{1}$$

式中: $M(\boldsymbol{\theta})$为正定对称惯性矩阵, $C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})$为离心力和哥氏力向量, $G(\boldsymbol{\theta})$为重力矢量, $\boldsymbol{\tau}=[\tau_1\ \ \tau_2]^{\mathrm{T}}$为关节控制力矩矢量, $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}=[\tau_{\mathrm{d}1}\ \ \tau_{\mathrm{d}2}]^{\mathrm{T}}$为外部扰动且上界已知, 设其上界为$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}=[\bar{\tau}_{\mathrm{d}1}\ \ \bar{\tau}_{\mathrm{d}2}]^{\mathrm{T}}$, 并满足$|\tau_{\mathrm{d}i}|<\bar{\tau}_{\mathrm{d}i}(i=1,2)$, $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1\ \ \theta_2]^{\mathrm{T}}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}=[\dot{\theta}_1\ \ \dot{\theta}_2]^{\mathrm{T}}$, $\ddot{\boldsymbol{\theta}}=[\ddot{\theta}_1\ \ \ddot{\theta}_2]^{\mathrm{T}}$分别表示机械手关节角的位置、速度、加速度.

通常情况下, 由于不确定因素的存在, 机械手系统的精确动力学模型难以得到, 因此研究机械手的跟踪控制问题, 一般做以下假设:

$$\begin{cases}M(\boldsymbol{\theta})=M_0(\boldsymbol{\theta})-\Delta M(\boldsymbol{\theta}),\\ C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=C_0(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})-\Delta C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}),\\ G(\boldsymbol{\theta})=G_0(\boldsymbol{\theta})-\Delta G(\boldsymbol{\theta}),\end{cases}$$

其中: $M_0(\boldsymbol{\theta}), C_0(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}), G_0(\boldsymbol{\theta})$ 表示系统的名义模型部分; $\Delta M(\boldsymbol{\theta})$, $\Delta C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})$, $\Delta G_0(\boldsymbol{\theta})$表示系统的不确定性. $M(\boldsymbol{\theta})$, $C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})$, $G(\boldsymbol{\theta})$的各阶导数都存在.

3 鲁棒预测控制律设计(Design of robust predictive control law)

首先给定期望的参考轨迹$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(t)$, 定义$t+t_{\mathrm{s}}$时刻的关节角$\boldsymbol{\theta}(t+t_{\mathrm{s}})$的预测值为$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+t_{\mathrm{s}})$以及$t+t_{\mathrm{s}}$时刻的关节角参考轨迹为$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}(t+t_{\mathrm{s}})$, 预测误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t+t_{\mathrm{s}})=\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+t_{\mathrm{s}})-\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}(t+t_{\mathrm{s}}). \tag{2}$$

性能指标函数取为

$$J=\frac{1}{2}\int_0^T[\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}(t+t_{\mathrm{s}})\boldsymbol{\varepsilon}(t+t_{\mathrm{s}})+\lambda\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{T}}(t+t_{\mathrm{s}})\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t+t_{\mathrm{s}})]\mathrm{d}t_{\mathrm{s}}, \tag{3}$$

式中: 加权因子$\lambda\geqslant 0$, 且为常数. T为预测时域, T的选取需协调系统的稳定性及快速性. 性能指标中的$\boldsymbol{\varepsilon}$和$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$反映了闭环系统状态优化的要求.

以控制阶和相对阶都为2的2自由度机械手模型(具体形式详见仿真部分)为例, 应用Taylor公式, 将$t+t_{\mathrm{s}}$时刻的关节角$\boldsymbol{\theta}(t+t_{\mathrm{s}})$以及$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t+t_{\mathrm{s}})$的预测值近似的展开为

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+t_{\mathrm{s}})\approx\sum\limits_{i=0}^{4}\dfrac{t_{\mathrm{s}}^{i}}{i!}\boldsymbol{\theta}^{(i)}(t)=\boldsymbol{H}_1(t_{\mathrm{s}})\boldsymbol{y},\\ \hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}}(t+t_{\mathrm{s}})\approx\\ 0_{2\times 2}\times\boldsymbol{\theta}(t)+\sum\limits_{i=1}^{4}\dfrac{t_{\mathrm{s}}^{i-1}}{(i-1)!}\boldsymbol{\theta}^{(i)}(t)=\boldsymbol{H}_2(t_{\mathrm{s}})\boldsymbol{y},\end{cases} \tag{4}$$

其中:

$$\boldsymbol{H}_1(t_{\mathrm{s}})=[I_2\ \ t_{\mathrm{s}}I_2\ \ \frac{t_{\mathrm{s}}^2}{2}I_2\ \ \frac{t_{\mathrm{s}}^3}{6}I_2\ \ \frac{t_{\mathrm{s}}^4}{24}I_2],$$
$$\boldsymbol{H}_2(t_{\mathrm{s}})=[0_{2\times 2}\ \ I_2\ \ t_{\mathrm{s}}I_2\ \ \frac{t_{\mathrm{s}}^2}{2}I_2\ \ \frac{t_{\mathrm{s}}^3}{6}I_2],$$
$$\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{\theta}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \ddot{\boldsymbol{\theta}}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}^{(3)}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}^{(4)}(t)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$0_{2\times 2}, I_2$分别为2×2阶零阵和2阶单位阵.

同理可得$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(t)$及其导数在$t+t_{\mathrm{s}}$时刻Taylor展开可近似为

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}(t+t_{\mathrm{s}})\approx\boldsymbol{H}_1(t_{\mathrm{s}})\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}},\\ \hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}}_{\mathrm{r}}(t+t_{\mathrm{s}})\approx\boldsymbol{H}_2(t_{\mathrm{s}})\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}},\end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}=[\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}^{(3)}(t)^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}^{(4)}(t)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.$$

根据式(4)–(5), 性能指标(3)可近似的表示为

$$J=\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}), \tag{6}$$

式中: $\boldsymbol{R}=\int_0^T[\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_1+\lambda\boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_2]\mathrm{d}t_{\mathrm{s}}$是一个$10\times 10$的常值对称矩阵.

对关节角向量$\boldsymbol{\theta}(t)$分别求其2, 3, 4阶导数可得

$$\begin{cases}\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t)=\boldsymbol{m}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})+[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}),\\ \boldsymbol{\theta}^{(3)}(t)=\boldsymbol{m}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})+\boldsymbol{p}_1+[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\dot{\boldsymbol{\tau}}+\dot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}),\\ \boldsymbol{\theta}^{(4)}(t)=\boldsymbol{m}_3(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})+\boldsymbol{p}_2+[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\ddot{\boldsymbol{\tau}}+\ddot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}),\end{cases} \tag{7}$$

其中:

$$\boldsymbol{m}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=-[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}[C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+G(\boldsymbol{\theta})],$$
$$\boldsymbol{m}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=\dot{\boldsymbol{\theta}}\frac{\partial\boldsymbol{m}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial\boldsymbol{\theta}},$$
$$\boldsymbol{m}_3(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=\dot{\boldsymbol{\theta}}\frac{\partial\boldsymbol{m}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial\boldsymbol{\theta}},$$
$$\boldsymbol{p}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}})=\ddot{\boldsymbol{\theta}}\frac{\partial\boldsymbol{m}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial\boldsymbol{\theta}}+\dot{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}})\times\frac{\partial[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}}{\partial\boldsymbol{\theta}},$$
$$\boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\theta}^{(3)}\boldsymbol{\tau},\dot{\boldsymbol{\tau}},\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}},\dot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})=\ddot{\boldsymbol{\theta}}\frac{\partial\boldsymbol{m}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial\dot{\boldsymbol{\theta}}}+\dot{\boldsymbol{p}}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}})+\dot{\boldsymbol{\theta}}(\dot{\boldsymbol{\tau}}+\dot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})\frac{\partial[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}}{\partial\boldsymbol{\theta}}.$$

定义

$\hat{\boldsymbol{y}}=[\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}-\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}=[\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}^{(3)\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}^{(4)\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 则由式(7)知

$$\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{y}}\\ \boldsymbol{m}-\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})\end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{\tau}}=[\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{\tau}}^{\mathrm{T}}\ \ \ddot{\boldsymbol{\tau}}^{\mathrm{T}}],\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}=[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\ \ \ddot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}],\\ &\boldsymbol{m}=[\boldsymbol{m}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta}\ \dot{\boldsymbol{\theta}})\ \ \boldsymbol{m}_2^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta}\ \dot{\boldsymbol{\theta}})\ \ \boldsymbol{m}_3^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta}\ \dot{\boldsymbol{\theta}})]^{\mathrm{T}},\\ &\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})=\begin{bmatrix}[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}})\\ \boldsymbol{p}_1+[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\dot{\boldsymbol{\tau}}+\dot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})\\ \boldsymbol{p}_2+[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}(\ddot{\boldsymbol{\tau}}+\ddot{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

将矩阵$\boldsymbol{R}$写成如下形式:

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12}\\ \boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix},$$

其中: $\boldsymbol{R}_{11}\in\mathbb{R}^{4\times4},\ \boldsymbol{R}_{12}\in\mathbb{R}^{4\times6},\ \boldsymbol{R}_{22}\in\mathbb{R}^{6\times6}$.

对式(6)求导可知

$$\begin{aligned}&\frac{\partial J}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}=\frac{\partial(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}})^{\mathrm{T}}}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}})=\\ &\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{\partial\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\times\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{R}_{12}\\ \boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix}\times\\ &(\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{y}}\\ \boldsymbol{m}-\hat{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})\end{bmatrix})=\\ &\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\times\\ &([\boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{R}_{22}]\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{y}}\\ \boldsymbol{m}-\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}+\boldsymbol{R}_{22}\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})).\end{aligned}$$

将式(8)中$\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})$对$\hat{\boldsymbol{\tau}}$求偏导可知

$$\frac{\partial\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}=\begin{bmatrix}[M(\boldsymbol{\theta})]^{-1} & 0_{2\times2} & 0_{2\times2}\\ * & [M(\boldsymbol{\theta})]^{-1} & 0_{2\times2}\\ * & * & [M(\boldsymbol{\theta})]^{-1}\end{bmatrix}, \tag{9}$$

所以, $\dfrac{\partial\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}$是可逆矩阵, 因为$R_{22}$也是可逆矩阵, 由性能指标最小的条件$\dfrac{\partial J}{\partial\hat{\boldsymbol{\tau}}}=0$, 可得

$$\hat{\boldsymbol{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}},\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}})=-\boldsymbol{R}_{22}^{-1}\boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{y}}-(\boldsymbol{m}-\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}). \tag{10}$$

定义$\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(t)-\boldsymbol{\theta}(t)$, $\boldsymbol{K}_1$是$\boldsymbol{R}_{22}^{-1}\boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}}$的前两行前两列构成的方阵, $\boldsymbol{K}_2$是$\boldsymbol{R}_{22}^{-1}\boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}}$的前两行后两列构成的方阵, 由式(10)可得使性能指标最小的控制律为(本文以下的推导中均省略时间t)

$$\boldsymbol{\tau}=M(\boldsymbol{\theta})[\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{K}_2\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{e}]+C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+G(\boldsymbol{\theta})-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}. \tag{11}$$

根据$\boldsymbol{K}_1,\boldsymbol{K}_2$的定义, 可以计算出其为

$$\boldsymbol{K}_1=I_2\cdot\frac{k_{11}}{k_{12}}\cdot\frac{k_{14}}{k_{13}},\ \boldsymbol{K}_2=I_2\cdot\frac{k_{21}}{k_{22}}\cdot\frac{k_{24}}{k_{23}},$$

其中:

$$\begin{aligned}k_{11}={}&1050T^6\times(34T^4+3744\lambda T^2+16128\lambda^2),\\ k_{12}={}&(338688\lambda^3+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+\\ &25T^6)T^3-14700(5T^4+468\lambda T^2+1728\lambda^2),\\ k_{13}={}&(338688\lambda^2T^2+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+\\ &25T^6)T^4+1512(25T^4+2065\lambda T^2+7056\lambda^2),\\ k_{14}={}&(338688\lambda^3+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+25T^6)T^5,\\ k_{21}={}&6300T^6\times(34T^4+3744\lambda T^2+16128\lambda^2),\\ k_{22}={}&(338688\lambda^3+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+\\ &25T^6)\cdot(\frac{1}{8}T^4+\frac{1}{2}\lambda T^2)-\\ &352800(5T^4+468\lambda T^2+1728\lambda^2),\\ k_{23}={}&(338688\lambda^2T^2+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+\\ &25T^6)(\frac{1}{30}T^5+\frac{1}{6}\lambda T^3)+\\ &181440\cdot(25T^4+2056\lambda T^2+7056\lambda^2),\\ k_{24}={}&(338688\lambda^3+136080\lambda^2T^2+5460\lambda T^4+\\ &25T^6)(\frac{1}{144}T^6+\frac{1}{24}\lambda T^2).\end{aligned}$$

需要说明的是当机械手系统建模精确, 且$\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{d}}$为零的情况下也可以用常规的PD控制器来实现关节角的轨迹跟踪, 其控制律为式(12):

$$\boldsymbol{\tau}=M(\boldsymbol{\theta})[\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}-\boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}\boldsymbol{e}]+C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+G(\boldsymbol{\theta}), \tag{12}$$

式中: $\boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}=aI_2,\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}=bI_2,\ a,b>0$.

虽然式(12)与本文通过性能指标式(3)滚动优化得到的控制律式(11)形式上一致, 但是二者有本质的区别. PD控制器中系数$\boldsymbol{K}_{\mathrm{v}},\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}$的选取具有很大的随机性, 试探性的选取参数并不能够保证所设计的控制器为全局最优. 而预测控制用滚动优化取代全局一次性优化, 即优化过程不是一次离线进行, 而是在线反复进行优化计算、滚动实施, 从而使模型失配、时变、干扰等引起的不确定性能够得到及时的弥补. 这种滚动优化策略兼顾了对未来充分长时间内的理想优化和实际存在的不确定性的影响. 因此建立在有限时域上的滚动优化策略会更加的有效. 式(11)中$\boldsymbol{K}_1,\boldsymbol{K}_2$正是这一特点的体现. 因为$M(\boldsymbol{\theta})$是一个可逆矩阵, 将鲁棒预测控制律(11)带入到被控对象方程(1)中, 可得系统闭环方程为

$$\ddot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_2\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{e}=0. \tag{13}$$

由$\boldsymbol{K}_1,\boldsymbol{K}_2$的形式知其为正定矩阵. 当被控对象取式(1), 控制律取式(11)时, 闭环系统方程(13)是全局渐近稳定的.

4 监督控制器设计(Design of supervisory controller)

在实际系统中总是包含有不同程度的模型不确定性以及外部干扰, 即在具体实施过程中不能使用控制律(11), 为抵消不确定性对系统的影响, 引入一个对建模不确定部分的控制信号$\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_1\ \ \sigma_2]^{\mathrm{T}}$. 由假设可知机械手模型分为名义模型和建模不确定部分模型, 则针对名义模型的控制律可设计为

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}=M_0(\boldsymbol{\theta})[\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{K}_2\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{e}]+ C_0(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+G_0(\boldsymbol{\theta}). \tag{14}$$

将控制律(14)带入到式(1)中可得

$$\ddot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_2\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{e}= -[M_0(\boldsymbol{\theta})]^{-1}[\Delta M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}\Delta C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+\Delta G+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}]. \tag{15}$$

根据式(15), 取建模不精确部分为

$$\boldsymbol{\sigma}=-[M_0(\boldsymbol{\theta})]^{-1}[\Delta M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+ \Delta C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+\Delta G(\boldsymbol{\theta})+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}], \tag{16}$$

则修正后的控制律为

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{\sigma}. \tag{17}$$

由于$\boldsymbol{\sigma}$中的模型不确定性以及外部干扰都不是精确已知的, 所以控制律式(17)不能直接使用, 需要对$\boldsymbol{\sigma}$项进行逼近处理. 本文采用函数逼近法处理预测控制律中的不确定性. 函数逼近法[15]是将不能参数化的函数用人工构造的函数如神经网络、样条函数、模糊逻辑等表达成参数乘积的形式, 属于智能化方法, 经函数逼近计算后的控制问题就简化为处理未知时间常函数问题. 因此本文方法比机理计算要更加简便.

首先定义$\bar{\boldsymbol{e}}=[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{e}_1\ \ \boldsymbol{e}_2]^{\mathrm{T}}$, $\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}=[\dot{\boldsymbol{e}}_1\ \ \dot{\boldsymbol{e}}_2]^{\mathrm{T}}$, 其中: $e_i=\theta_{\mathrm{r}i}-\theta_i,\ \dot{e}_i=\dot{\theta}_{\mathrm{r}i}-\dot{\theta}_i,\ i=1,2$, 则其输出可以表示为

$$\tau_{\mathrm{c}i}=\Theta_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}}), \tag{18}$$

式中: Θ_i是自适应参数调整律, $\phi(\bar{\boldsymbol{e}})$是多项式基函数, 且其属于有界紧集. 本文分别采用了样条基函数和RBF基函数对$\boldsymbol{\sigma}$进行逼近处理, 其具体形式将在后文仿真中给出. 利用两个形如式(18)基于多项式逼近的输出构成控制器$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}$逼近非线性项$\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_1\ \ \sigma_2]^{\mathrm{T}}$.

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}=\begin{bmatrix}\tau_{\mathrm{c}1}\\ \tau_{\mathrm{c}2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Theta_1\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\\ \Theta_2\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\end{bmatrix}. \tag{19}$$

将控制律取为

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}+[M_0(\boldsymbol{\theta})]\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}. \tag{20}$$

将式(20)带入机械手模型(1)中, 得闭环系统方程为

$$\ddot{\boldsymbol{e}}=-\boldsymbol{K}_2\dot{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{e}+(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}). \tag{21}$$

式(21)可以等价地表示为状态方程形式

$$\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}=A\bar{\boldsymbol{e}}+B\,(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}), \tag{22}$$

其中:

$$A=\begin{bmatrix}0_{2\times2} & I_2\\ -\boldsymbol{K}_1 & -\boldsymbol{K}_2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0_{2\times2}\\ I_2\end{bmatrix}_{4\times2}.$$

因为K_1,K_2都为正定矩阵, 故任取正定矩阵Q存在一个惟一的正定矩阵$P_{4\times4}$满足李雅普诺夫方程:

$$A^{\mathrm{T}}P+PA=-Q. \tag{23}$$

定义李雅普诺夫函数

$$V_{\bar{e}}=\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}P\bar{\boldsymbol{e}}. \tag{24}$$

将$V_{\bar{e}}$沿闭环系统(22)求导可得

$$\dot{V}_{\bar{e}}=-\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}Q\bar{\boldsymbol{e}}+\bar{\boldsymbol{e}}PB(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}). \tag{25}$$

为了保证闭环系统(22)的稳定性即$\dot{V}_{\bar{e}}\leqslant 0$, 引入一个监督控制$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$, 使总的控制律为

$$\boldsymbol{\tau}(t)=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}+[M_0(\boldsymbol{\theta})]\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}+[M_0(\boldsymbol{\theta})]\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}, \tag{26}$$

$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$的取法见定理1.

定理 1 当

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}=I^*\times\mathrm{diag}\{\mathrm{sgn}\,\eta_1,\mathrm{sgn}\,\eta_2\}\times[|\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}|+\bar{\boldsymbol{\sigma}}], \tag{27}$$

闭环系统(22)是全局渐近稳定的. 式中:

$$I^*=\begin{cases}1,\ V_{\bar{e}}\geqslant\bar{V},\\ 0,\ V_{\bar{e}}<\bar{V},\end{cases}$$

$$\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}=[\eta_1\ \ \eta_2]=\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB,$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}=[\bar{\sigma}_1\ \ \bar{\sigma}_2]^{\mathrm{T}}= \left|[M_0(\boldsymbol{\theta})]^{-1}\times[\Delta M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+ \Delta C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}}+\Delta G]\right|+\left|[M_0(\boldsymbol{\theta})]^{-1}\right|\times\bar{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{d}},$$

$\bar{V}$是事先选定的一个常值, $|\cdot|$表示对矩阵中的元素求绝对值.

证 加入监督控制后状态方程变为

$$\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}=A\bar{\boldsymbol{e}}+B(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}). \tag{28}$$

选取李雅普诺夫函数形如式(24), 将$V_{\bar{e}}$沿闭环系统(28)求导可得

$$\dot{V}_{\bar{e}}=-\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}Q\bar{\boldsymbol{e}}+\bar{\boldsymbol{e}}PB(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}), \tag{29}$$

因此, 若选取$\tau_{si}=k_i\mathrm{sgn}\,\eta_i, k_i\geqslant0,\ i=1,2$, 则可得

$$\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}})=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}})= \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\sigma_1-\tau_{\mathrm{c}1}-\tau_{s1}\\ \sigma_2-\tau_{\mathrm{c}2}-\tau_{s2}\end{bmatrix}=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\sigma_1-\tau_{\mathrm{c}1}-k_1\mathrm{sgn}\,\eta_1\\ \sigma_2-\tau_{\mathrm{c}2}-k_2\mathrm{sgn}\,\eta_2\end{bmatrix}. \tag{30}$$

由上式知只要选取$\boldsymbol{k}=[k_1\ \ k_2]^{\mathrm{T}}$满足

$$k_i=|\tau_{ci}|+\bar{\sigma}_i,\ i=1,2,$$

就能使$\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}})\leqslant 0$, 即$\dot{V}_{\bar{\boldsymbol{e}}}\leqslant 0$, 从而经过有限时间后总能有$V_{\bar{\boldsymbol{e}}}\leqslant\bar{V}$, 这也就保证了$\bar{\boldsymbol{e}}$即$\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}$的有界性.

式(27)中I^*作为监督控制是否工作的开关, 当$V_{\bar{\boldsymbol{e}}}\geqslant\bar{V}$时监督控制才投入计算, 这样就降低了控制器的计算量.

5 自适应控制器设计(Design of adaptive controller)

记$\bar{\boldsymbol{e}}$在有界集$M_{\bar{\boldsymbol{e}}}$中变化, 假设$\|\varTheta_i\|\leqslant M_{\varTheta_i}(i=1,2)$, $M_{\varTheta_i}$由设计者给定, 定义最优参数估计值

$$\varTheta_i^*=\arg\min_{\varTheta_i\subset\varOmega}[\sup_{\bar{e}\subseteq M_{\bar{e}}}|\tau_{ci}-\sigma_i|],\tag{31}$$

以及最佳逼近误差为

$$\boldsymbol{\omega}^*=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}^*-\boldsymbol{\sigma},\tag{32}$$

其中$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}^*=[\varTheta_1^*\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\ \ \varTheta_2^*\phi(\bar{\boldsymbol{e}})]^{\mathrm{T}}$.

根据式(32), 误差方程(28)可写为

$$\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}=A\bar{\boldsymbol{e}}+B\begin{bmatrix}\varPhi_1^{\mathrm{T}}\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\\ \varPhi_2^{\mathrm{T}}\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\end{bmatrix}-B\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}-B\boldsymbol{\omega}^*,\tag{33}$$

式中$\varPhi_i=\varTheta_i^*-\varTheta_i$.

定义李雅普诺夫函数

$$V=\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}P\bar{\boldsymbol{e}}+\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2\gamma_i}\varPhi_i^{\mathrm{T}}\varPhi_i,\tag{34}$$

式中$\gamma_i\geqslant 0$. 将V沿误差方程(33)求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=&-\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}Q\bar{\boldsymbol{e}}-\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB(\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{\omega}^*)+\\&\sum_{i=1}^{2}\varPhi_i^{\mathrm{T}}[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}})-\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\gamma_i}\varPhi_i^{\mathrm{T}}\dot{\varTheta}_i,\end{aligned}\tag{35}$$

式中: $[\cdot]_i$表示取向量中第i个元素, 且$\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}\geqslant 0$. 为了保证参数$\varTheta_i$的有界性, 将参数自适应律选取为

$$\dot{\varTheta}_i=\begin{cases}\gamma_i[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}}),\ \|\varTheta_i\|<M_{\varTheta_i}\text{或}\|\varTheta_i\|=M_{\varTheta_i}\\ \qquad\text{且}[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\varTheta_i^{\mathrm{T}}\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\leqslant 0,\\ P\{\gamma_i[\bar{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\},\ \|\varTheta_i\|=M_{\varTheta_i}\\ \qquad\text{且}[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\varTheta_i^{\mathrm{T}}\phi(\bar{\boldsymbol{e}})>0.\end{cases}\tag{36}$$

式中投影算子$P\{*\}$的定义如下:

$$\begin{aligned}&P\{\gamma_i\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB\phi(\bar{\boldsymbol{e}})\}=\\&\gamma_i[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i(I_{\mathrm{m}}-\frac{\varTheta_i\varTheta_i^{\mathrm{T}}}{\|\varTheta_i\|^2})\phi(\bar{\boldsymbol{e}}).\end{aligned}\tag{37}$$

当$\dot{\varTheta}_i$取式(36)中第1行时, 由式(35)知

$$\dot{V}\leqslant-\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}Q\bar{\boldsymbol{e}}-\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB\boldsymbol{\omega}^*.\tag{38}$$

当$\dot{\varTheta}_i$取式(36)中第2行时, 由式(35)知

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}Q\bar{\boldsymbol{e}}-\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB\boldsymbol{\omega}^*+\\&\sum_{i=1}^{2}\varPhi_i[\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}PB]_i\frac{\varTheta_i\varTheta_i^{\mathrm{T}}}{\|\varTheta_i\|^2}\phi(\bar{\boldsymbol{e}}).\end{aligned}\tag{39}$$

此时,

$$\begin{aligned}&\varPhi_i\varTheta_i=(\varTheta_i^*-\varTheta_i)^{\mathrm{T}}\varTheta_i=\\&\frac{1}{2}[\|\varTheta_i^*\|^2-\|\varTheta_i\|^2-\|\varTheta_i-\varTheta_i^*\|^2]=\\&\frac{1}{2}[\|\varTheta_i^*\|^2-M_{\varTheta_i}^2-\|\varTheta_i-\varTheta_i^*\|^2]\leqslant 0.\end{aligned}$$

同样有式(38)成立.

定理 2 对于含有模型不确定性以及外部未知干扰情况下的机械手模型方程(1), 当其满足假设条件时, 如果采用控制律式(26), 其中: $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}$由式(19)确定, $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$由式(27)确定, 式(19)中的参数自适应调整律为式(36), 则有[16]

1) $\|\varTheta_i\|<M_{\varTheta_i}$, $i=1,2$, 且

$$\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{\theta}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}\end{matrix}\right\|\leqslant\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}\end{matrix}\right\|+\sqrt{\frac{2\bar{V}}{\lambda_{\min}}},$$

其中$\lambda_{\min}$是P的最小特征值.

2) $\|\boldsymbol{\tau}\|\leqslant\|\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}\|+(2\sqrt{2}M_{\varTheta}+\|\boldsymbol{\sigma}\|)\,\|M_0(\boldsymbol{\theta})\|$, 其中$M_{\varTheta}=\max\{M_{\varTheta i}\}$.

3) 当$\lambda_{\min}(Q)>1$时,

$$\int_0^x\|\bar{e}\|^2\mathrm{d}t\leqslant a+b\int_0^x\|\omega\|^2\mathrm{d}t,$$

对于所有的$t\geqslant 0$成立. 式中a和b为常数.

4) 如果$\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\omega}^*=0$, 则$\lim\limits_{t\to\infty}\bar{\boldsymbol{e}}=0$.

证 1) 由式(36)知$\|\varTheta_i\|\leqslant M_{\varTheta_i}(i=1,2)$, 再根据定理2知$\frac{1}{2}\lambda_{\min}(P)\,\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2\leqslant\frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}P\bar{\boldsymbol{e}}\leqslant\bar{V}$. 利用$\bar{\boldsymbol{e}}$的定义, 积分上式可得

$$\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{\theta}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}\end{matrix}\right\|\leqslant\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}\end{matrix}\right\|+\|\bar{\boldsymbol{e}}\|\leqslant\left\|\begin{matrix}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{r}}\end{matrix}\right\|+\sqrt{\frac{2\bar{V}}{\lambda_{\min}}}.$$

2) 由$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}$各分量的定义式(19)知, 它们是$\varTheta_i$中元素的加权平均, 所以$\|\tau_{ci}\|\leqslant M_{\varTheta_i}$, 即$\|\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{c}}\|\leqslant\sqrt{2}M_{\varTheta}$.

3) 通过对式(37)配方能够得到

$$\dot{V}\leqslant-\frac{\lambda_{\min}(Q)-1}{2}\,\|\bar{\boldsymbol{e}}\|^2+\frac{1}{2}\,\|PB\boldsymbol{\omega}^*\|^2,$$

式中$\lambda_{\min}(Q)$是Q的最小特征值. 对上式进行积分可得

$$\begin{aligned}\int_0^x\|\bar{\boldsymbol{e}}\|\mathrm{d}t\leqslant&\frac{2}{\lambda_{\min}(Q)-1}(V(t)+V(0))+\\&\frac{\|PB\|^2}{\lambda_{\min}(Q)-1}\int_0^t\|\boldsymbol{\omega}^*\|^2\,\mathrm{d}t\leqslant a+\\&b\int_0^t\|\boldsymbol{\omega}^*\|^2\mathrm{d}t,\end{aligned}$$

式中:

$$a=\frac{2}{\lambda_{\min}(Q)-1}(V(t)+V(0)),\ b=\frac{\|PB\|^2}{\lambda_{\min}(Q)-1}.$$

4) 由式(32)知: 根据逼近定理, 若是采用足够多的模糊基、RBF神经网络基或样条函数基, 则$\boldsymbol{\tau}_{\rm c}^*$会充分逼近$\boldsymbol{\sigma}$, 即$\boldsymbol{\omega}^*$会趋近于0, 则$\bar{\boldsymbol{e}}$也会趋近于0. 又因为$\bar{\boldsymbol{e}}, \boldsymbol{\tau}$有界, 故$\dot{\bar{\boldsymbol{e}}}$也是有界的, 所以$\bar{\boldsymbol{e}}$是一致连续的. 由Barbalat引理知: $\bar{\boldsymbol{e}}\rightarrow 0$, 即$\boldsymbol{\theta}\rightarrow\boldsymbol{\theta}_{\rm r}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}\rightarrow\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\rm r}$, 即机械手能够实现无静差跟踪.

6 仿真实验((Simulation experiments)

考虑2自由度机械手系统, 其动力学模型为式(1), 其中:

$$M(\boldsymbol{\theta})=\begin{bmatrix} v+q_1+2q_2\cos\theta_2 & q_1+q_2\cos\theta_2\\ q_1+q_2\cos\theta_2 & q_1\end{bmatrix},$$

$$C(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=\begin{bmatrix} -q_2\dot\theta_2\sin\theta_2 & -q_2(\dot\theta_1+\dot\theta_2)\sin\theta_2\\ q_2\dot\theta_1\sin\theta_2 & 0\end{bmatrix},$$

$$G(\boldsymbol{\theta})=\begin{bmatrix} 15g\cos\theta_1+8.75g\cos(\theta_1+\theta_2)\\ 8.75g\cos(\theta_1+\theta_2)\end{bmatrix}.$$

仿真参数: $v=13.33,\ q_1=8.98,\ q_2=8.75,\ g=9.8.$

期望跟踪信号为

$$\begin{bmatrix}\theta_{\rm r1}\\ \theta_{\rm r2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+0.2\sin(0.5\pi t)\\ 1-0.2\cos(0.5\pi t)\end{bmatrix},$$

系统所受外部干扰为$\boldsymbol{\tau}_{\rm d}=[20\sin(2t)\ \ 20\sin(2t)]^{\rm T}$. 设干扰值的上界为$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{\rm d}=[50\ \ 50]^{\rm T}$. 取$\Delta M, \Delta C$, ΔG的变化量为M_0, C_0, G_0的20%. 在性能指标(3)中选取$\lambda=2$, 预测时域$T=1\,{\rm s}$, 解得$K_1=2.8041I_2$, $K_2=7.6734I_2$, 并选取$Q=20I_4, \bar V=32$.

由控制阶及相对阶的定义可知本文仿真部分所采用的2自由度机械手模型的控制阶和相对阶都为2, 所以将参考轨迹及实际轨迹进行4阶Taylor展开, 对照文献[11]给出的稳定性表可知当控制阶取2, 相对阶取0–7时系统都是稳定的, 由于高阶项产生的误差可以忽略.

6.1 仿真实验1(Simulation experiment 1)

采用样条函数对式(19)进行自适应逼近. 样条函数作为多项式逼近时变系数的一种, 只需要将时变序列展成多项式基函数的线性组合形式, 通过辨识这些线性组合的定常系数来实现时变参数的辨识. 本文采用了结构较为简单的三次样条插值基函数, 其具体形式为

$$\begin{cases} F_{0,3}(t_{\rm a})=\dfrac{1}{6}(-t_{\rm a}^3+3t_{\rm a}^2-3t_{\rm a}+1),\\ F_{1,3}(t_{\rm a})=\dfrac{1}{6}(3t_{\rm a}^3-6t_{\rm a}^2+4),\\ F_{2,3}(t_{\rm a})=\dfrac{1}{6}(-3t_{\rm a}^3+3t_{\rm a}^2+3t_{\rm a}+1),\\ F_{3,3}(t_{\rm a})=\dfrac{1}{6}t_{\rm a}^3,\end{cases}$$

式中$0\leqslant t_{\rm a}\leqslant 1$.

下面利用基于样条函数构成的向量和跟踪误差信号来逼近$\boldsymbol{\sigma}$. $\tau_{{\rm c}i}=\Theta_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}})$, 式中:

$$\begin{aligned}\Theta_i=[&\alpha_{i0}\ \cdots\ \alpha_{i3}\ \beta_{i0}\ \cdots\ \beta_{i3}\ \delta_{i0}\ \cdots\ \delta_{i3}\\ &\rho_{i0}\ \cdots\ \rho_{i3}],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi(\bar{\boldsymbol{e}})=[&F_{0,3}e_1\ \cdots\ F_{3,3}e_1\ F_{0,3}e_2\ \cdots\ F_{3,3}e_2,\\ &F_{0,3}\dot e_1\ \cdots\ F_{3,3}\dot e_1\ F_{0,3}\dot e_2\ \cdots\ F_{3,3}\dot e_2]^{\rm T}.\end{aligned}$$

自适应参数的初值选为

$$\Theta_i(0)=[0.1\ \cdots\ 0.1]_{16\times1},$$
$$M_{\Theta_i}=10,\ \gamma_i=0.00011,\ i=1,2.$$

样条函数的时间参数$t_{\rm a}$必须在$[0,1]$之间, 通常情况下是选取以自然对数e为底的指数函数. 本文将其设计为$t_{\rm a}=\exp(-(t/0.9)^2)$.

采用Simulink和S函数进行控制系统仿真. 仿真结果如图1所示. 图1中: (a)为关节1及其参考轨迹; (b)为关节2及其参考轨迹; (c)为关节1的跟踪误差; (d)为关节2的跟踪误差; (e)为关节1的控制力矩; (f)为关节2的控制力矩. 由图1可知在$t=9\,{\rm s}$前的初始阶段跟踪曲线存在较大的超调量, 系统在$t=11\,{\rm s}$进入平稳跟踪后跟踪误差都小于0.1, 其余点的跟踪误差也都小于0.6.

6.2 仿真实验2(Simulation experiment 2)

式(19)中采用RBF网络对不确定项$\boldsymbol{\sigma}$进行自适应逼近. RBF网络算法为

$$\begin{cases}\varphi_i=g(\dfrac{\|\bar e-c_i\|^2}{b_i^2}),\\ \tau_{{\rm c}i}=\Theta_i\phi(\bar{\boldsymbol{e}}),\end{cases}$$

式中: $\bar{\boldsymbol{e}}$为网络输入信号, $\tau_{{\rm c}i}$为网络输出信号, $\phi(\bar{\boldsymbol{e}})=[\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n]$为高斯基函数的输出, Θ_i为神经网络权值. 神经网络对外界环境和系统参数的变化具有很强的自适应性, 但是其网络结构的构造缺乏系统化的方法, 网络权值的初始化过分的依赖经验等缺点.

将高斯基函数参数的初始值分别选取为

$$c_i=[-2,-1,0,1,2],$$
$$b_i=[3.0,3.0,3.0,3.0,3.0].$$

自适应参数的初始值选为$\Theta_i(0)=[0,0,\cdots,0]_{16\times1}$.

仿真结果如图1所示. 从图中可以看出采用神经网络具有较好的暂态和动态性能. 由误差跟踪曲线可知上升时间和超调量都较小, 能够快速跟踪参考轨迹, 跟踪误差收敛迅速. 通过与仿真1相比神经网络要比样条函数的逼近效果更好, 这是因为三次样条插值基函数有限的阶次会使逼近误差不能达到一个满意的程度, 但它具有计算简单、逼近光滑性更好等优点, 因此其实时性优于神经网络.

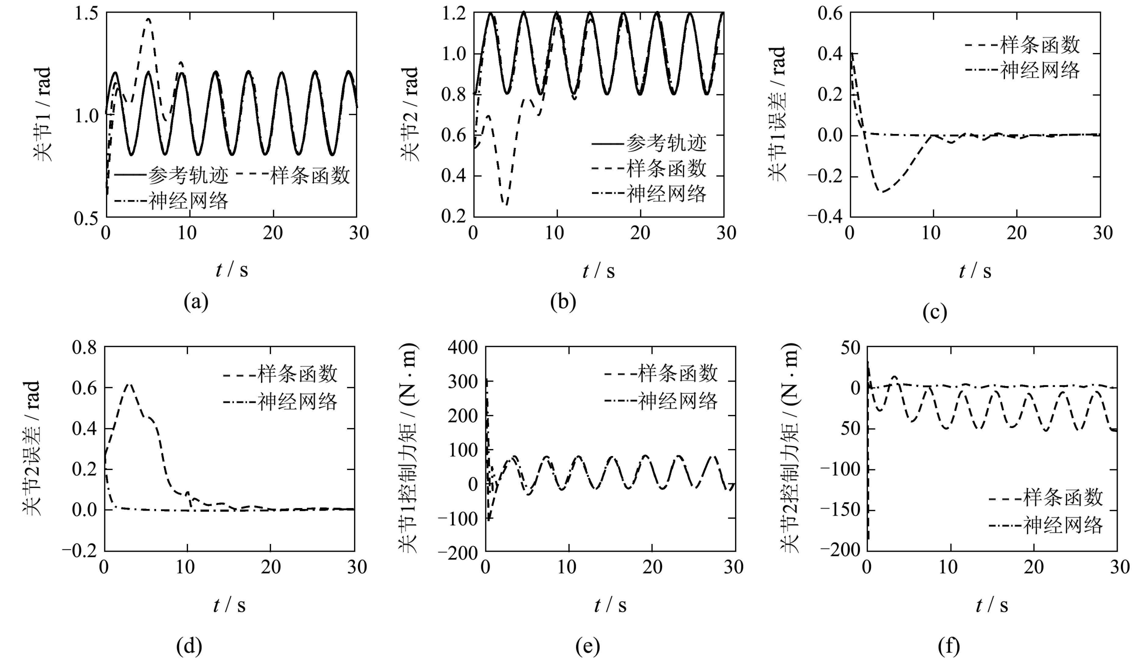

图 1 基于函数逼近的控制系统性能

Fig. 1 Performance of the control system based on function approximation

7 结论(Conclusion)

1) 针对带有扰动的不确定机械手系统提出了一种鲁棒预测控制方法. 通过Taylor展开设计基于函数逼近的非线性预测控制律, 避免了预测控制在线优化带来的繁重计算量, 且能够快速跟踪期望参考轨迹. 2) 监督控制的引入使系统在存在模型不确定性以及外部干扰的情况下, 只需给出干扰的边界值, 就能够保证系统的稳定性. 3) 仿真实验将样条函数和神经网络相比较, 并给出了它们的优缺点分析, 为机械手的实际应用作了相应的理论准备.

参考文献(References):

[1] TANNER H G, LOIZOU S G, KYRIAKOPOULOS K J. Nonholonomic navigation and control of cooperating mobile man- ipulators[J]. *IEEE Transactions on Robotic Automatic*, 2003, 19(1): 53 – 64.

[2] LIUZZO S, MARINO R, TOMEI P. Adaptive learning control of nonlinear systems by output error feedback[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(7): 1232 – 1248.

[3] SHI J, LIU H, BAJCINCA N. Robust control of robotic manipulators based on integral sliding mode[J]. *International Journal of Control*, 2008, 81(10): 1537 – 1548.

[4] 彭金柱, 王耀南, 王杰. 基于递归模糊神经网络的机器人鲁棒跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(9): 1145 – 1151.
(PENG Jinzhu, WANG Yaonan, WANG Jie. Robust H_∞ tracking-control for robotic system based on recurrent fuzzy neural-network[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1145 – 1151.)

[5] WANG L Y, CHAI T Y, FANG Z. Neural network control and application of robotic manipulators including actuator dynamics[J]. *Automatica*, 2009, 35(5): 621 – 626.)

[6] SONG Z, YI J, ZHAO D, et al. A computed torque controller for uncertain robotic manipulator systems: fuzzy approach[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 154(2): 208 – 226.

[7] 胡慧, 刘国荣. 机械手的在线鲁棒自适应神经网络跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(3): 337 – 341.
(HU Hui, LIU Guorong. On-line adaptive robust neural network tracking control for robot manipulators[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 337 – 341.)

[8] HO H F, WONG Y K, RAD A B. Robust fuzzy tracking control for robotic manipulators[J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2007, 4(15): 801 – 816.

[9] LU P. Optimal predictive control for continuous nonlinear systems[J]. *International Journal of Control*, 1995, 62(3): 633 – 649.

[10] SOROUSH M, SOROUSH H M. Input-output linearising nonlinear model predictive control[J]. *International Journal of Control*, 1997, 68(6): 1449 – 1474.

[11] CHEN W H, BALANCE D J, GAWTHROP P J. Optimal control of nonlinear system: a predictive control approach[J]. *Automatica*, 2003, 39(4): 633 – 641.

[12] 程路, 姜长生, 都延丽, 等. 一类不确定系统基于滑模干扰补偿的广义预测控制[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 175 – 180.
(CHENG Lu, JIANG Changsheng, DU Yanli, et al. The sliding mode disturbance compensated GPC method for a class of uncertain systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 175 – 180.)

[13] SUN G, HUO W. Direct-adaptive fuzzy predictive control of satellite attitude[J]. *Automatica*, 2010, 36(8): 1151 – 1159.

[14] MERABET A, OUHROUCHE M, BUI R T. Nonlinear predictive control with disturbance observer for induction motor drive[J]. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. Piscataway: IEEE, 2006: 86 – 91.

[15] FARRELL J, POLYCARPOU M. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 2006.

[16] WANG L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control Design an Stability Analysis*[M]. Beijing: Nantional Defence Industry Press, 1995.

作者简介:

陈志旺　(1978—), 男, 博士, 讲师, 硕士生导师, 主要研究方向为预测控制、鲁棒控制, E-mail: czwaaron@ysu. edu.cn;

薛佳伟　(1985—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为预测控制, E-mail: xuejiawei2008@gmail.com.