

符号型自适应模糊控制器

郭海刚, 杨万才

(河南科技大学 数学与统计学院, 河南 洛阳 471003)

摘要: 伸缩因子设计是变论域模糊控制的关键, 也是设计的难点. 借助于Lyapunov综合分析方法, 提出一种符号型自适应模糊控制方案, 避免花费精力设计伸缩因子. 方案中使用符号函数替代输入的伸缩运算, 后件调整仍使用积分调节因子. 因此, 本质上它仍是一种论域可变的模糊控制. 相比较变论域模糊控制, 该方案所需规则少, 稳态精度高, 鲁棒性好. Lyapunov稳定性理论保证了跟踪误差的渐近收敛. 最后, 实例证实了方案的可行性.

关键词: 符号函数; 变论域; 伸缩运算; Lyapunov 综合设计

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Symbol-type adaptive fuzzy controller

GUO Hai-gang, YANG Wan-cai

(School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: The design of contraction-expansion factor is crucial in variable universe fuzzy control. Using Lyapunov synthetic analysis, we propose an adaptive fuzzy control with sign function to avoid the design of contraction-expansion factor. In this scheme, the stretch operator of control input employs the sign function instead of the exponential function or the scale function employed in variable universe fuzzy control design, and the consequence adjustment still uses an integral regulation. Compared with the variable universe fuzzy control, the proposed scheme is essentially a kind of fuzzy control with variable universe with less fuzzy rules, higher steady precision and higher robustness to external disturbance. Lyapunov stability theory guarantees the asymptotic convergence of tracking error. A simulation example shows the efficacy of the proposed scheme.

Key words: sign function; variable universe; contraction-expansion operation; Lyapunov synthetic design

1 引言(Introduction)

自适应控制是一种基于数学模型的控制方法, 它很好地解决了模型中含有未知参数的系统控制问题^[1]. 而实际的系统大多含有高度的非线性或不确定动态, 很难建立精确的数学模型. 模糊逻辑系统可以将专家的启发式规则转化为一种数学描述, 有效地处理不确定、非线性、时变系统^[2-5]. 在文献[6]中, 王立新将模糊推理机制纳入到自适应控制体系, 提出了自适应模糊控制. 在缺少模型信息情形下, 该方案可以较好地完成系统的跟踪和调整任务. 然而在既定规则下, 它的控制精度不高、响应时间较长. 因此, 普遍认为模糊控制只能用于粗糙的场合^[7]. 鉴于此, 李洪兴对模糊控制的机理^[8]进行分析, 提出一种论域可变的自适应模糊控制方案^[9]. 它是一种高精度的控制方案, 已广泛应用于很多领域^[3, 5, 10-12].

变论域模糊控制是保持规则个数不变的前提下, 输入输出论域随着误差变小而收缩(变大而扩张)^[7, 9, 13]. 通过论域的收缩变化相对地增加规则个

数, 从而提高控制精度. 伸缩因子是影响变论域模糊控制控制性能的一个关键因素. 通常, 规则前件伸缩因子采用指数函数或比例函数形式, 然而实际操作中选取何种形式及如何确定设计参数一直是一个难题^[13]. 国内外很多学者都对这个问题进行了有益的研究. 李洪兴给出了伸缩因子的公理化定义, 并构造了两种实用的伸缩因子^[3, 13]. 文献[14]使用模糊逻辑推理器构造了伸缩因子. 邵诚等给出一种伸缩因子的选择办法, 并讨论了伸缩因子参数对控制性能的影响^[12].

规范化方法是工程中常用的一个方法. 在模糊控制实施过程中, 通常要对论域进行规范化处理. 其实, 规范化的过程相当于对论域进行了一定的伸缩. 受此启发, 本文舍弃伸缩因子, 使用输入变量的符号函数来代替伸缩操作, 规则后件伸缩因子仍使用自适应律来调整. 通过使用符号函数, 本文有效解决了设计伸缩因子这一难题, 拓展了变论域模糊控制理论的思路. 理论分析和实例都证实了该控制方案的

有效性和可行性.

2 问题描述(Problem statement)

为了叙述方便, 本文考虑文献[3]中的单输入单输出系统:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + bu, \\ y = x, \end{cases} \quad (1)$$

其中: f 为未知非线性函数, b 为未知正常数, $u \in \mathbb{R}$ 和 $y \in \mathbb{R}$ 分别为系统的输入和输出,

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \triangleq (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$$

为状态向量. 定义 $\mathbf{y}_r = (y_{r1}, y_{r2}, \dots, y_{rn})^T \triangleq (y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)})^T$ 为参考输入向量, $\mathbf{e} = \mathbf{y}_r - \mathbf{x} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ 为误差向量. 控制任务是使系统输出 y 渐近地跟踪参考输入 y_r , 并且使所有信号都是有界的.

为了便于分析, 作如下假设:

假设 1 $\mathbf{x}$ 可量测, $\mathbf{y}_r$ 有界.

假设 2 存在非线性函数 f^U 和常数 $b_L > 0$, 使得 $f(\mathbf{x}) \leq f^U(\mathbf{x})$, $b \geq b_L$.

3 符号型自适应模糊控制方案(Symbol-type adaptive fuzzy control design)

设 $X_i = [-E_i, E_i]$ ($1 \leq i \leq n$) 为模糊控制器的输入论域, $Y = [-U, U]$ 为输出论域. $\{A_{li}\}$ ($1 \leq l \leq N$) 为误差 e_i 的论域 X_i 的模糊划分, $\{B_l\}$ ($1 \leq l \leq N$) 为控制量 u 的论域 U 的模糊划分. a_{li} 和 u_l 分别表示 $\{A_{li}\}$ 和 $\{B_l\}$ 的峰点. 第 l 条规则描述如下:

If e_1 is A_{l1} , e_2 is A_{l2} , $\dots$, and e_n is A_{ln} , then u is B_l .

根据变论域模糊控制方案^[9], 控制量为

$$\hat{u}_c(\alpha, \beta, \mathbf{e}) = \beta \sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n A_{li} \left(\frac{e_i}{\alpha_i(e_i)} \right) u_l, \quad (2)$$

其中: N 表示规则个数, α_i ($1 \leq i \leq n$) 和 β 分别为输入输出论域的伸缩因子.

通常, 伸缩因子有如下两种实用的形式^[3,10]:

1) 比例型伸缩因子: $\alpha(e) = \left(\frac{|e|}{E} \right)^\tau + \epsilon$, $\tau > 0$, $\epsilon > 0$;

2) 指数型伸缩因子: $\alpha(e) = 1 - \lambda \exp(-ke^2)$, $\lambda > 0$, $k > 0$, 其中: ϵ 是一个很小的正常数, λ 是一个接近于 1 的常数, 二者是为满足伸缩因子的避零性.

注 1 上述两种伸缩因子中都有两个设计参数. 它们直接关系到控制性能的好坏, 同时也是变论域模糊控制器设计的难点^[13]. 通常, 设计参数往往采取试凑的方法, 在实际运用中很难操作.

3.1 控制器设计(Design of controller)

在研究控制问题时, 通常都将输入论域进行规

范化处理, 以方便控制器的设计和移植. 本文也照此方法, 先将论域规范化为 $[-1, 1]$, 再使用符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 对模糊规则前件运算获得模糊基函数

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{e}) = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)^T, \quad (3)$$

其中:

$$\xi_l \triangleq \xi_l(\mathbf{e}) = \frac{\prod_{i=1}^n A_{li}(\text{sgn } e_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n A_{li}(\text{sgn } e_i)}, \quad l = 1, 2, \dots, N.$$

设规则后件参向量 $\boldsymbol{\theta} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$, 并结合式(2)和式(3), 有

$$\hat{u}_c(\beta, \mathbf{e}) = \beta \sum_{l=1}^N \frac{u_l \prod_{i=1}^n A_{li}(\text{sgn } e_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n A_{li}(\text{sgn } e_i)} \triangleq \beta \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{e}). \quad (4)$$

称上式得到的控制器为符号型自适应模糊控制器. 该式中不含有设计参数, 容易确定模糊基函数 $\boldsymbol{\xi}$, 在参向量 $\boldsymbol{\theta}$ 已知的情况下, 只需设计 β 的自适应律.

在式(1)中, 如果 f 和 b 已知, 容易设计控制器

$$u^* = \frac{1}{b} (-f(\mathbf{x}) + y_r^{(n)} + \mathbf{k}^T \mathbf{e}), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \dots, k_n)^T \in \mathbb{R}^n$, 使得多项式 $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 的所有根都落在左半开平面上. 文中 f 和 b 未知, 本文设计等效控制器

$$u = \hat{u}_c(\beta, \mathbf{e}) + u_s, \quad (6)$$

其中 $\hat{u}_c(\beta, \mathbf{e})$ 见式(4), u_s 是后面将要设计的监督控制器.

将式(6)代入式(1), 经过简单运算可得误差方程

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T) \mathbf{e} + \mathbf{b}(u^* - \hat{u}_c(\beta, \mathbf{e}) - u_s), \quad (7)$$

其中:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & \dots & -k_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ b]^T.$$

很显然, $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ 是一个稳定矩阵. 对任意给定的正定矩阵 Q , 必定存在一个正定对称矩阵 P 满足 Lyapunov 方程

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)^T P + P(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T) = -Q. \quad (8)$$

令 $V_e = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T P \mathbf{e}$, 利用式(7)–(8)可得

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} + \mathbf{e}^T P \mathbf{b}(u^* - \hat{u}_c(\beta, \mathbf{e}) - u_s) \leq$$

$$-\frac{1}{2}e^T Qe + |e^T P b|(|u^*| + |\hat{u}_c(\beta, e)|) - e^T P b u_s.$$

仿照文献[6], 利用假设2, 设计监督控制器:

$$u_s = I^* \text{sgn}(e^T P b)(|\hat{u}_c(\beta, e)| + \frac{1}{b_L}(f^U(x) + |y_r^{(n)}| + |K^T e|)), \quad (9)$$

其中 $\bar{V}$ 是一个设计常数. 如果 $V_e > \bar{V}$, 则 $I^* = 1$; 如果 $V_e \leq \bar{V}$, 则 $I^* = 0$. 当 $V_e > \bar{V}$ 满足时, 将式(9)代入式(7)容易得 $\dot{V}_e$ 的负定性.

下面使用参数投影方法设计积分调节因子 β 的自适应律.

3.2 积分调节因子的自适应律设计(Adaptive law design of integral regulation factor)

设最优参数向量

$$\beta^* = \text{argmin}\{\|\hat{u}_c(\beta, e) - u^*\|_\infty \mid |\beta| \leq M_\beta\},$$

和最小逼近误差 $\omega = \hat{u}_c(\beta^*, e) - u^*$, 则误差方程(7)可以写为

$$\dot{e} = (A - b k^T)e + b(\hat{u}_c(\beta^*, e) - \hat{u}_c(\beta, e)) - b u_s - b \omega. \quad (10)$$

如果 $\hat{u}_c(\beta, e)$ 选用式(4)的形式, 并令 $\phi = \beta^* - \beta$, 则式(10)又可以写为

$$\dot{e} = (A - b k^T)e + b \phi \theta^T \xi(e) - b u_s - b \omega. \quad (11)$$

定义Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2}e^T P e + \frac{1}{2\gamma}\phi^2,$$

$\gamma > 0$ 为常数. 利用式(8)和式(11), 本文有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P b \phi \theta^T \xi(e) + \frac{1}{\gamma}\phi \dot{\phi} - \\ &\quad e^T P b u_s - e^T P b \omega = \\ &\quad -\frac{1}{2}e^T Q e + \frac{1}{\gamma}\phi(\gamma e^T P b \theta^T \xi(e) + \dot{\phi}) - \\ &\quad e^T P b u_s - e^T P b \omega. \end{aligned}$$

由 u_s 的定义, 可知 $e^T P b u_s \geq 0$. 由于 ω 是最小逼近误差, 根据模糊系统的万有逼近理论, 可以使 $-\frac{1}{2}e^T Q e - e^T P b \omega \leq 0$. 从而有

$$\dot{V} \leq \frac{1}{\gamma}\phi(\gamma e^T P b \theta^T \xi(e) + \dot{\phi}).$$

利用 $\dot{\phi} = -\dot{\beta}$, 本文选择

$$\dot{\beta} = \gamma e^T P b \theta^T \xi(e). \quad (12)$$

下面使用参数投影方法考虑 β 的有界性. 选取能量函数 $V_\beta = \frac{1}{2\gamma}\beta^2$, 并对时间变量 t 求导, 得

$$\dot{V}_\beta = \frac{1}{\gamma}\beta \dot{\beta} = \beta e^T P b \theta^T \xi(e).$$

若 β 有界, 当且仅当 $\dot{V}_\beta \leq 0$, 即 $\beta e^T P b \theta^T \xi(e) \leq 0$, 于是可得 β 的自适应律:

$$\dot{\beta} = \begin{cases} \gamma e^T P b \theta^T \xi(e), \\ |\beta| < M_\beta \text{ 或 } |\beta| = M_\beta, \beta e^T P b \theta^T \xi(e) \leq 0; \\ 0, |\beta| = M_\beta, \beta e^T P b \theta^T \xi(e) > 0. \end{cases} \quad (13)$$

注 2 式(13)表示的自适应律与文献[3,6]有所不同. 与文献[3]的相同点是保持规则后件参变量不变, 都考虑控制变量的积分调节因子的自适应变化, 不同点是自适应律中模糊基函数 $\xi(e)$ 不同(见式(3)). 而文献[6]是研究规则后件参变量的自适应律.

符号型自适应模糊控制方案的总体框图见图1.

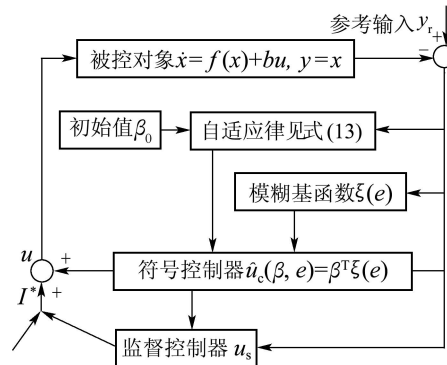


图1 符号型自适应模糊控制方案

Fig. 1 Symbol-type adaptive fuzzy control scheme

4 稳定性分析和收敛性证明(Stability analysis and convergence proof)

定理 1 控制对象为式(1), 采用式(6)的控制方式, $\hat{u}_c(\beta, e)$ 采用式(4), u_s 取式(9), 设调节因子 β 的自适应律由式(13)给定, 并假设1和2成立, 则图1所示的控制方案具有如下性能:

$$1) |\beta| \leq M_\beta, \|x\| \leq \|y_r\| + \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{P\min}}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ 及}$$

$$|u| \leq 2M_\beta M_u + \frac{1}{b_L}(f^U(x) + |y_r^{(n)}| + \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{P\min}}\right)^{\frac{1}{2}}),$$

其中: $\bar{V} > 0$, $0 < b_L \leq b$ 为常数, $\lambda_{P\min}$ 表示矩阵 P 的最小特征值, M_u 为参向量 θ 的最大值.

2) 如果 ω 是平方可积的, 即

$$\int_0^\infty |\omega(t)|^2 dt < \infty,$$

则 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$.

证 只证第1部分. 第2部分与文献[3,6]类似, 不再赘述.

如果式(13)中第1行条件满足, 结论自然成立; 如果第2行条件满足, 则 $\dot{\beta} = 0$, 所以 $|\beta| = M_\beta$, 从而 $|\beta| \leq M_\beta$.

由于 $V_e = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T P \mathbf{e} \leq \bar{V}$, 而 $\mathbf{e}^T P \mathbf{e} \geq \lambda_{P\min} \|\mathbf{e}\|^2$, 容易得

$$\|\mathbf{e}\| \leq \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{P\min}}\right)^{\frac{1}{2}}, \|\mathbf{x}\| \leq \|\mathbf{y}_r\| + \left(\frac{2\bar{V}}{\lambda_{P\min}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

由于 $\xi(e)$ 表示模糊基函数, 结合式(4)知

$$|\hat{u}_c| \leq |\beta| \cdot \|\theta\| \cdot \|\xi(e)\| \leq M_\beta M_u,$$

而 $|u_s| \leq \frac{1}{b_L} (f^U(\mathbf{x}) + |y_r^{(n)}| + (\frac{2\bar{V}}{\lambda_{P\min}})^{\frac{1}{2}}) + M_\beta M_u$, 所以得到 u 的有界性.

注3 在稳定性证明中, 本文和文献[3]都考虑的是积分调节因子的有界性, 不同的模糊基函数只是起加权的作用, 并不影响闭环系统的稳定性. 而文献[6]考虑的是后件参变量 θ 的有界性.

5 系统仿真结果分析(Simulation results analysis)

为了下面叙述方便, 本文的符号型自适应模糊控制方案记为SAFC, 变论域模糊控制方案记为VUFC. 下面考虑Duffing强迫振动系统^[3-4]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t + u. \end{aligned}$$

如果不加控制量, 上述系统是一个混沌系统. 现采用SAFC来控制系统状态 x_1 跟踪参考轨迹 $y_r = \sin(\pi t)$. 仿真中, 选初始条件 $x_1(0) = x_2(0) = 2$, 选取 $k_1 = 2, k_2 = 1, Q = \text{diag}\{10, 10\}$, 根据式(8)容易计算

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

再选取 $M_\beta = 10, \beta_0 = 4, \gamma = 1, b_L = 0.5$ 以及 $f^U = 12 + |x_1|^3$.

本文控制方案选用的模糊规则见表1. 误差的论域为 $X_1 = [-1, 1]$, 误差变化率的论域做适当修正, 修正因子 $\text{kec} = 1.18$, 即误差变化率论域 $X_2 = \text{kec} * [-1, 1]$. VUFC中 $X_1 = [-2, 2], X_2 = [-8, 8]$, 仍选择文献[3]中的伸缩因子 $\alpha_1 = 1 - 0.97 \exp(-e^2)$, $\alpha_2 = 1 - 0.97 \exp(-0.2e^2 - 0.8\dot{e}^2)$ 和模糊规则表(见表2).

表1 符号型自适应模糊控制规则

Table 1 Rule list of symbol-type adaptive fuzzy control

$\text{sgn } \dot{e}$	$\text{sgn } e$		
	-1	0	1
-1	-2	-1	0
0	-1	0	1
1	0	1	2

表2 变论域模糊控制规则

Table 2 Rule list of variable universe fuzzy control

$\dot{e}$	e						
	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	-3	-3	-3	-3	-2	0	0
NS	-3	-3	-3	-3	-2	0	0
NM	-2	-2	-2	-2	0	1	1
ZE	-2	-2	-1	0	1	2	2
PS	-1	-1	0	2	2	2	2
PM	0	0	2	3	3	3	3
PB	0	0	2	3	3	3	3

在下面的仿真中, 文中主要考虑3个问题: 控制精度、鲁棒性、修正因子 kec 对控制精度的影响.

作为对比, 在图2-3中显示了SAFC和VUFC两种控制方案的控制性能. 可以看出, SAFC在较少的控制规则条件下可以取得较高的稳态控制精度.

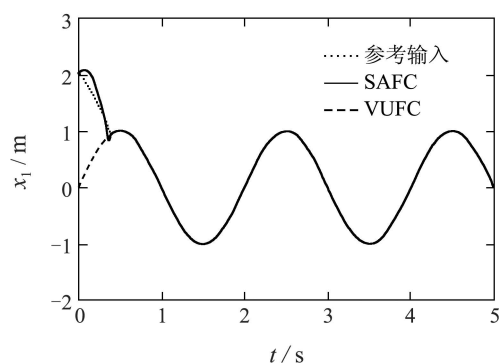


图2 跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curve

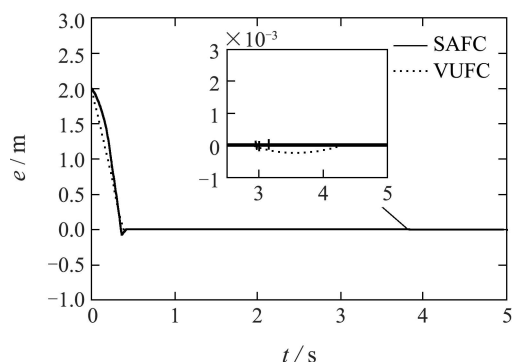


图3 跟踪误差曲线

Fig. 3 Tracking error curve

注4 大家知道, 在VUFC中, 为考虑伸缩因子的避零性, 论域在平衡点附近近似为 ϵX_1 或者 $(1 - \lambda)X_1$, 如此VUFC转化为一个自适应模糊控制器, 由于模糊控制器在平衡点附近存在控制死区, 自然影响了稳态控制精度. 相反地, 由于符号函数对误差的敏感性, 在平衡点附近, 只要存在误差, SAFC就会产生控制, 不存在控制死区的问题, 从而有效地提高了稳态精度.

其次研究SAFC的鲁棒性. 在被控系统的输入端加入高斯函数形式的干扰 $d(t) = 200\exp(-(t - c)^2/2)$, 其中 $c = 5.0$. 控制曲线如图4所示. 可以看出, 在外部干扰作用下, SAFC有更好的鲁棒性.

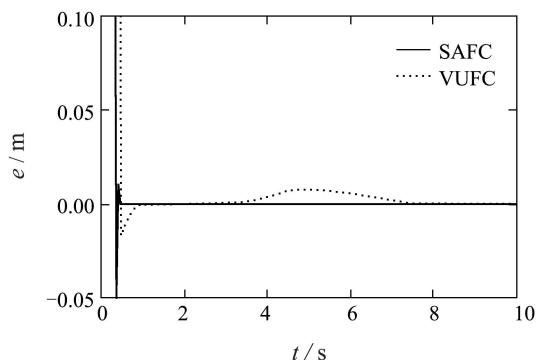


图4 在外部干扰下的误差曲线

Fig. 4 Error curve with external disturbance

下面分别选取 $kec = 1.0, 1.18, 1.5$ 三个值, 讨论修正因子 kec 对控制性能的影响. 从图5可以看出, 随着 kec 的取值的增加, 调整时间逐渐减少, 但是超调量却在不断地增大. 好的控制性能需要权衡考虑多个控制指标. 可见, 加入修正因子 kec 可以有效地调整响应时间, 改善控制性能.

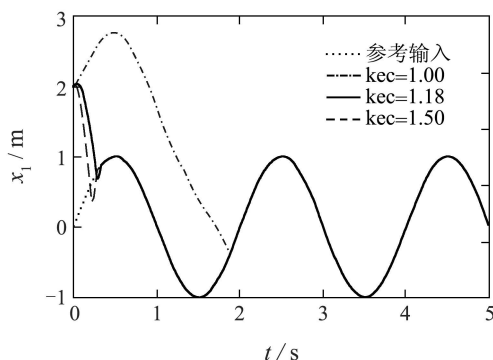


图5 修正因子 kec 对跟踪曲线的影响

Fig. 5 The effect of the modifying factor kec on tracking curve

6 结论(Conclusion)

本文将论域的伸缩使用符号运算替代, 提出一种符号型自适应模糊控制方案. 理论和仿真都证实了该控制方案能较好地实现一类非线性系统的渐近跟踪任务. SAFC是一种论域可变的自适应控制方案, 它设计简单, 需要规则少, 控制精度高, 鲁棒性好, 且不需设计伸缩因子, 拓展了变论域模糊控制理论. 但由于符号运算的特性, 虽提高了稳态精度, 同时也给控制带来较大的波动, 这对控制过程是不利的. 在本方案基础上, 如何提高控制的平稳性, 还需进一步的研究.

参考文献(References):

- [1] ASTROM K J. Theory and applications of adaptive control-a survey[J]. *Automatica*, 1983, 19(5): 471 - 486.
- [2] TING C H, MAHFOUF M, NASSEF A, et al. Real-time adaptive automation system based on identification of operator functional state in simulated process control operations[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2010, 40(2): 251 - 262.
- [3] LI H X, MIAO Z H, LEE E S. Variable universe stable adaptive fuzzy control of a nonlinear system[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2002, 44(5-6): 799 - 815.
- [4] CHAN P T, RAD A B, WANG J. Indirected adaptive fuzzy sliding mode control, Part II: parameter projection and supervisory control[J]. *Fuzzy Sets and System*, 2001, 122(1): 31 - 43.
- [5] WANG J, QIAO G D, DENG B. H Variable universe adaptive fuzzy control for chaotic system[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 24(4): 1075 - 1086.
- [6] WANG L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [7] 李洪兴. 从模糊控制的数学本质看模糊逻辑的成功[J]. *模糊系统与数学*, 1995, 9(4): 1 - 14.
(LI Hongxing. To see the success of fuzzy logic from mathematical essence of fuzzy control[J]. *Fuzzy System and Mathematics*, 1995, 9(4): 1 - 14.)
- [8] LI H X. Interpolation mechanism of fuzzy control[J]. *Science in China (Series E)*, 1998, 141(3): 312 - 320.
- [9] 李洪兴. 变论域自适应模糊控制器[J]. *中国科学(E辑)*, 1999, 29(1): 32 - 42.
(LI Hongxing. Adaptive fuzzy controller based on variable universe[J]. *Science in China (Series E)*, 1999, 29(1): 32 - 42.)
- [10] 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 四级倒立摆的变论域自适应模糊控制[J]. *中国科学(E辑)*, 2002, 32(1): 65 - 75.
(LI Hongxing, MIAO Zhihong, WANG Jiayin. Variable universe adaptive fuzzy control on the quadruple inverted pendulum[J]. *Science in China (Series E)*, 2002, 32(1): 65 - 75.)
- [11] 张永立, 程会峰, 李洪兴. 三级倒立摆的自动摆起与稳定控制[J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(1): 37 - 45.
(ZHANG Yongli, CHENG Huifeng, LI Hongxing. The swing-up and stabilization of the triple inverted pendulum[J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 37 - 45.)
- [12] 邵诚, 董希文, 王晓芳. 变论域模糊控制器伸缩因子的选择方法[J]. *信息与控制*, 2010, 39(5): 536 - 541.
(SHAO Cheng, DONG Xiwen, WANG Xiaofang. Selection method of contraction-expansion factor of variable universe fuzzy controller[J]. *Information and Control*, 2010, 39(5): 536 - 541.)
- [13] 李洪兴. 模糊控制的数学本质与一类高精度模糊控制器的设计[J]. *控制理论与应用*, 1997, 14(6): 868 - 876.
(LI Hongxing. Essence of fuzzy control in mathematics and design on a class of high-accuracy fuzzy controller[J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(6): 868 - 876.)
- [14] 陈富国, 邓冠男, 谭彦华. 一种改进的三级倒立摆变论域模糊控制器设计[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(2): 233 - 237.
(CHEN Fuguo, DENG Guannan, TAN Yanhua. The design of improved variable universe fuzzy controller of triple inverted pendulum[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 233 - 237.)

作者简介:

郭海刚 (1972—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为变论域模糊控制理论及应用, E-mail: ghgsygyz@mail.dult.edu.cn;

杨万才 (1951—), 男, 教授, 目前研究方向为不确定理论, E-mail: wancai-001@163.com.