

基于随机模型的软实时系统的任务期望可调度性

王高才¹, 李 伟²

(1. 广西大学 计算机与电子信息学院, 广西 南宁 530004; 2. 德州南方大学 计算机科学系, 美国 休斯顿 77004)

摘要: 本文基于随机模型研究了软实时系统中任务的可调度性特征, 提出了期望可调度性的概念. 期望可调度性是与实时任务到达时间 t 相关的, 因此, 提出的方法能研究任务子集在任意给定时间间隔的可调度性特征. 本文给出了期望可调度性的条件, 如果任务的持续时间满足该条件, 则实时任务具有期望可调度性. 基于理论结果的数值分析与模拟结果是一致的, 这表明当软实时系统的负载率小于 69%(某些确定性模型提供的)时, 实时任务总是期望可调度的. 这一结果也表明基于随机模型的期望可调度性方法能为软实时系统的任务可调度性分析提供一个更大的阈值和更好的适应性.

关键词: 软实时系统; 随机模型; 期望可调度性; 负载函数; 服务函数

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Expected schedulability based on stochastic model for tasks in soft real-time system

WANG Gao-cai¹, LI Wei²

(1. School of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning Guangxi 530004, China;
2. Department of Computer Science, Texas Southern University, Houston TX 77004, USA)

Abstract: By studying the characteristics of the task-schedulability of stochastic tasks in a soft real-time system, we develop the expected schedulability conceptually. The expected schedulability is closely related with the arrival time of a real task; hence the proposed method can be applied to investigate the schedulability of a sub-set of tasks in any given time-interval. The condition for expected schedulability is given. If the duration of a real task satisfies this condition, it is schedulable. Because simulation results show a good agreement with analytical ones, we confirm that the real tasks are always schedulable when the loading factor of the soft real-time system is smaller than 69%(as for some deterministic model). This indicates that the proposed method of expected schedulability based on the stochastic model can provide a large threshold value and a better adaptability for soft real-time systems.

Key words: soft real-time system; stochastic model; expected schedulability; workload function; service function

1 引言(Introduction)

任务的可调度性(schedulability)分析是实时系统研究和设计中最为重要的主题之一. 简单地定义可调度性分析就是测试系统接收到的任务能否在给定的截止期限内完成. 在实时系统的很多应用中, 定时的完成任务是非常重要的. 因此, 系统通过设置可调度性测试机制, 来决定接收的任务是否满足截止期限. 在硬实时系统中, 如果不是所有的任务严格的满足截止期限, 则任务是不可调度的. 所以, 任务的可调度性依赖于有限的系统资源的可利用性. 传统上, 研究者使用最坏情况执行时间(worst case execution time)或最坏情况延时(worst case delay)执行可调度性分析. 尽管这种严格的可调度性分析能满足硬实时系统中高紧急任务的要求, 但在软实时系统中则

会过高估计任务对系统资源要求, 从而导致悲观性的可调度性分析结论. 在软实时系统中, 如果任务是在一种确定性的环境中, 即任务有确定的到达时间和确定的处理时间, 如任务能通过可调度性测试, 实时任务将被接纳调度. 然而, 对于某些软实时系统, 为了提高软实时系统的利用率, 其任务的最坏情况延时可以放松. 如在随机的情况下, 任务随机的到达过程和随机的处理时间, 实时任务的截止期限如果满足给定的概率保证^[1], 仍然是可以接受的.

本文主要基于随机模型研究软实时系统的任务可调度性, 首先给出随机模型描述软实时系统任务的到达和处理过程, 然后提出期望可调度性的新概念分析实时任务的可调度性. 任务集具有期望可调度性是说在时刻 t 到达的任务的最坏情况延时的期

望值小于或等于任务的相对截止期限的期望值. 对于那些没有严格限制的截止期限的软实时系统来说, 基于期望可调度性的分析方法不但提高了系统的利用率, 而且减少了任务对系统资源的要求.

2 相关研究工作(Related work)

近年来, 一种非常有意义的研究实时系统的可调度性模型是非确定模型, 如概率模型和具有随机的任务执行时间模型已经被提出, 并应用到实时系统的研究和设计中. 概率模型就是截止期限如果满足给定的概率保证, 仍然是可以接受的. 随机的任务执行时间模型则假设任务的执行时间是变化的, 是基于确定的概率分布函数的. 下面分析和讨论任务可调度性的相关研究问题和现状.

1) 在确定性模型的任务可调度性方面的研究.

确定性模型就是确定的到达和处理过程. Liu等得出了较早的确定性模型方面的研究结论^[2], 利用RMS(rate monotonic scheduling)给出的公式可用来判断实时任务的可调度性. 对于单处理器上周期性任务经典的RMS, 推导出利用率界是69%. 在某些限制假设条件下, 文献[3-4]给出了固定优先级可剥夺调度任务的可调度的必要和充分条件. Audsley等^[5]扩展了Joseph等的关于响应时间分析工作, 推导出截止期限单调方法下任务可调度性的必要和充分条件. 很少有研究工作考虑优先关系的任务集的可调度性. Audsley等假设任务集是静态优先级且是动态的调度的情况下的可调度性标准. 这种优先关系是通过选择任务的周期、偏移量和截止期限实施的, 其结果也是一种悲观性的可调度性分析. 在文献[6]中, 作者提出系统利用率的另一概念: 负载率(workload rate), 并利用网络演算方法推导出通用的一个可调度性界.

2) 在非确定性模型的任务可调度性方面的研究.

近年来, 一些研究者也考虑非确定性保证, 如概率保证^[1]. PTDA(probabilistic time demand analysis)是基于TDA提出的, 是TDA的随机扩展, 能处理相对截止期限小于或等于任务周期的实时任务. STDA(stochastic time demand analysis)则是GTDA的扩展^[7], 能处理相对截止期限大于任务周期的实时任务. 在文献[8]中, 作者提出能处理有连续概率的分布式任务执行时间的任务集的可调度性分析的方法, 该方法基于单处理器系统的简化的最坏情况假设提出的, 而且不局限特定的调度策略, 具有普适性. 在文献[9]中, 作者描述了随机分析框架, 该方法能计算单个任务的反应时间分布和截止期限丢失率. 其他的非确定性分析方法还包括SRMS(statistical rate monotonic scheduling). 文献[10]提出TDEM(timed discrete event model)分析单处理器上可剥夺的周期

性和离散型的实时任务的可调度性.

3 随机模型描述(Description of stochastic model)

通常, 软实时系统中的任务要求在给定的时间间隔内完成, 例如在时间间隔 $[0, t]$ 内. 因此, 对于研究者来说, 在给定的时间间隔内考虑任务集的可调度性问题更有意义. 下面给出随机模型来描述实时任务的到达和处理过程:

1) 任务在单处理器上执行, 任务在时间间隔 $[0, t]$ 内根据随机过程 $N(t)$ 释放, 到达率为 $\lambda \geq 0$.

2) 假设任务在处理器上被执行的速度为 μ , 为方便讨论, 本文假设处理器的执行时间是指指数随机变量. 本文的结论也很容易推广到其他分布.

3) 只要任务被释放就会在处理器上执行, 并且必须在它们的绝对截止期限 $t + D(t)$ 内完成. 这里 $D(t)$ 称为任务在处理器上 t 刻的相对截至期限. 本文假设 $D(t)$ 具有随机分布的随机变量.

4) 任务的延时是指任务从释放到完成的时间. 此外, 假设任务按照先到先服务的顺序执行, 队列的缓冲区是有限的. 只要队列系统中有任务, 处理器就不会空闲.

为了刻画任务对资源的要求, 用变量 $X_1, X_2, \dots, X_{N(t)}$ 表示在时间间隔 $[0, t]$ 内到达处理器缓冲区的任务大小(用秒度量).

定义 1 负载函数 $W(t)$ 为时间间隔 $[0, t]$ 内到达处理器缓冲区的所有的任务总量.

由上述定义可知, 负载函数 $W(t)$ 是一复合泊松过程, 有

$$W(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} X_n. \quad (1)$$

为了刻画在时间间隔 $[0, t]$ 内, 处理器实际服务任务的总时间, 定义服务函数 $S(t)$.

定义 2 服务函数 $S(t)$ 为时间间隔 $[0, t]$ 内处理器实际服务任务的时间.

用 $d^*(t)$ 表示时间间隔 $[0, t]$ 内释放的任务的最坏情况延时的均值, 则有

$$d^*(t) = \inf_{\tau \geq 0} \{ \tau : E[W(t)] \leq E[S(t + \tau)] \}. \quad (2)$$

上述式(2)的物理意义在于: 在 t 时刻到达的任务量的均值为 $E[W(t)]$, 则到达的任务应该通过不多于时间 τ 的延时能完成. 例如, 对于给定的时刻 t_1 , $0 \leq t_1 \leq t$, 能找到最小值 τ_1 并使得 $E[W(t_1)] \leq E[S(t_1 + \tau)]$, 则 τ_1 为最坏执行情况延时 $d^*(t)$. 传统上, 研究者使用最坏执行情况延时分析任务的可调度性. 尽管这种悲观的分析方法能为高紧急实时系统提供保证, 但在软实时系统中却导致悲观的可调

度性分析结论. 实际上, 在软实时系统中只要求满足一个概率保证^[1]. 为提高系统的利用率, 可以放松对任务所要求的最坏情况延. 因此, 本文通过引入期望可调度性的概念执行可调度性分析. 定义如下:

定义 3 期望可调度性定义为在给定的时间间隔 $[0, t]$ 内, 如果一个任务集的 $d^*(t) \leq E[D(t)]$, 则该任务集具有期望可调度性.

对于软实时系统, 期望可调度性是非常重要的, 这一概念不同于其他的可调度性, 期望可调度性能表明任务子集在某时间间隔具有期望可调度性. 因此, 具有更多的理论和实际意义.

4 期望可调度性条件(A condition for expected schedulability)

本节给出关于软实时系统中任务期望可调度性的主要结论. 有如下定理:

定理 1 令 $p = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$, $q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$, $\tau(t)$ 表示满足下列表达式的最小的 τ 值:

$$t \leq \frac{1}{(\lambda + \mu)} \sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ [1 - e^{-(\lambda + \mu)(t + \tau)}] \sum_{j=0}^n \frac{(\lambda + \mu)^j (t + \tau)^j}{j!} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \frac{(2k)! p^k q^{(k+1)}}{k! k! k + 1} \right] \right\}. \quad (3)$$

如果在时间间隔 $[0, t]$ 内, 存在 $\tau(t) \leq E[D(t)]$, 则该时刻到达的任务集具有期望可调度性.

证 首先需要得到负载函数 $W(t)$ 和服务函数 $S(t)$ 的表达式. 实际上, 通过式(1)和文献[16]的结论, 有

$$E[W(t)] = \frac{\lambda t}{\mu}. \quad (4)$$

另外, 根据随机模型的假设, 任务的到达是参数为 λ 的随机过程, 只要处理器是空闲的, 就提供服务; 否则, 任务进入缓冲区. 处理器服务速率为参数 μ 的指数分布的随机变量.

为得到服务函数 $S(t)$ 的均值, 需要得到 $S(t)$ 的表达式. 在随机模型中, 当任务到达处理器时, 定义一个忙期开始, 如果处理器系统中没有任务(包括正在排队和正在处理的任务), 则一个忙期结束. 因此, 传统的忙期是处理器一直不空闲而没有干扰的一个持续时间. 然而, 本文所提到的处理器工作时间是不同于传统的处理器的忙期的, 在时间间隔 $[0, t]$ 内, 处理器的服务时间可能包含多个忙期或者少于一个忙期. 根据相关文献, 容易得到传统忙期的分布如下:

$$B(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\lambda + \mu)x} \frac{(\lambda + \mu)^n x^n}{n!}.$$

$$\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \frac{(2k)! p^k q^{(k+1)}}{k! k! k + 1}. \quad (5)$$

令 $P_{0,0}(x)$ 表示在 x 时刻处理器处于空闲时间的概率, 则有

$$P_{0,0}(x) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} B(x). \quad (6)$$

因为在时间 x 处理器处于空闲时间的概率为 $P_{0,0}(x)$, 则在时间间隔 $[0, t]$ 内, 处理器处于空闲时间的均值为 $\int_0^t P_{0,0}(x) dx$. 因此, 服务函数 $S(t)$ 的均值为

$$E[S(t)] = t - \int_0^t P_{0,0}(x) dx = \frac{\lambda}{\mu} \int_0^t B(x) dx. \quad (7)$$

很明显, 从式(4)和(7), 有

$$E[W(t)] \leq E[S(t + \tau)]$$

等价于

$$t \leq \int_0^{t + \tau} B(x) dx,$$

即式(3). 因此, 如满足该表达式最小的 τ 值用 $\tau(t)$ 表示, 有

$$\tau(t) = \inf_{\tau \geq 0} \{ \tau : E[W(t)] \leq E[S(t + \tau)] \}. \quad (8)$$

根据式(2), 有 $d^*(t) = \tau(t)$. 因此, 通过定义3, 得到任务集在时间间隔 $[0, t]$ 内具有期望可调度性的条件 $\tau(t) \leq E[D(t)]$.

评论 1 总的来说, 如果实时任务的最坏情况执行时间小于或等于给定的相对截止期限, 则该任务是可调度的. 在随机模型中, 假设相对截止期限是与时间 t 相关的, 具有不同的分布函数. 对某些软实时系统来说, 当时间消逝的时候, 截止期限变得非常紧急; 相反, 某些软实时系统为完成任务调度, 而延长截止期限. 定理1也为软实时系统的设计者提供了这样的事实: 如果通过时间 $t + \tau$, 任务接收到的服务不小于 $E[W(t)]$, 则在时间 t 到达的任务应该通过不多于时间 τ 的延时能完成. 因此, 可使用这一定理验证某任务集是否具有期望可调度性.

评论 2 如果引入均匀的最坏情况执行时间(或最坏反应时间), 如文献[6]所提到的, 则任务的 d^* 有如下关系:

$$d^* = \sup_{t \geq 0} \inf_{\tau \geq 0} \{ \tau : E[W(t)] \leq E[S(t + \tau)] \}, \quad (9)$$

即得到定理1中的相关的均匀结果.

5 数值和模拟结果(Numerical and simulation results)

本节通过使用数学模拟工具Maple和MATLAB给出数值和模拟结果. 容易观察到参数 λ , μ 和 m 与可调度性分析相关, 其中 m 是式(3)中 ∞ 的取值. 笔者研究不同的 λ , μ 和 m 对任务可调度性的影响.

文献[2]研究单处理器上经典的RMS, 作者推断出基本的利用率的界, 研究表明: 对于 N 个独立的周期性任务集, 如果处理器的利用率保持在 $N(2^{1/N} - 1)$ (当 N 增加时, 该式趋向于69%)之下, 则任务集满足截止期限, 这一下界给出了可调度性的充分条件. 同时, 也为笔者提供线索发现期望可调度性的利用率的界. 很明显, 从系统性能分析的观点看, 本文模型可看着一个 $M/M/1$ 的排队系统. 对于系统稳定的充分条件是处理器的利用率 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ 小于1. 在下面的数值分析中, 取 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.4, 0.45$ 和 0.59 , 处理器的利用率分别为 $\rho = 66.67\%$, 5% 和 98.33% . 在此条件下, 研究任务集的期望可调度性.

首先, 应用式(8)获得时间间隔 $[0, t]$ 内最坏情况延时的均值 $d^*(t)$, 该值是满足式(2)的任务的最坏情况执行时间的最小值, 结果如图1. 从图1观察到: 对于固定的 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.4$ 和 0.45 时, 最坏情况延时 $d^*(t)$ 趋向于一个常数. 这表明在任意时间间隔 $[0, t]$ 内, 如果相对截止期限小于某一特定的常数, 任务集具有期望可调度性. 然而, 当 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.59$ 时, 则只对部分任务集具有期望可调度性. 在本文的随机模型中, 期望可调度性的利用率要大于69%, 其原因可能是本文的模型是随机的, 比确定性模型具有更大的弹性. 另一方面, 也表明本文的模型不是确定性模型直接的随机扩展模型.

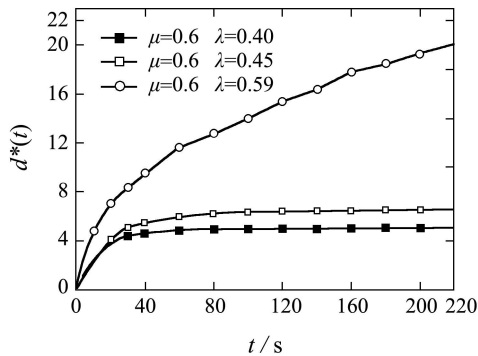


图 1 最坏情况下的 $d^*(t)$
Fig. 1 Worst case delay $d^*(t)$

如前所述, 假定相对截止期限 $D(t)$ 是具有随机分布的随机变量, 下面考虑 $D(t)$ 的均值具有3种不同的分布:

- 1) $E[D(t)] = 1/d_1 t$. 例如, 随机变量 $D(t)$ 有一概率密度函数 $p_1(x) = d_1 t e^{-d_1 t x}$, 这表明截止期限随着时间的增加而减少.
- 2) $E[D(t)] = d_2$. 例如, 随机变量 $D(t)$ 有一概率密度函数 $p_2(x) = \frac{1}{2d_2}$, 这表明截止期限随着时间的增加是一常数.
- 3) $E[D(t)] = t/d_3$. 例如, 随机变量 $D(t)$ 有一概

率密度函数 $p_3(x) = \frac{d_3}{t} e^{-\frac{d_3}{t} x}$, 这表明截止期限随着时间的增加而增加.

相关结果在图2-4中给出. 在图2中, 假设 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.4$, 相对截止期限 $D(t)$ 的均值分别为

$$\begin{aligned} E[D(t)] &= 1/d_1 t = 1/0.003t, \\ E[D(t)] &= d_2 = 5.5, \\ E[D(t)] &= t/d_3 = t/5. \end{aligned}$$

从图2观察到如下结果: 1) 在开始阶段, 对于数值和模拟结果, 当时间 t 从0增加到100 s的时候, $d^*(t)$ 增加非常快. 当 $t \geq 100$ 时, $d^*(t)$ 趋向于一个常数5.0. 这意味着系统是稳定的, 所有被释放的任务通过一个常数延时5.0就能完成, 该任务集具有期望可调度性; 2) 对于不同的相对截止期限函数, 任务集具有不同的期望可调度性结论. 在情况1)中, 参数 d_1 是0.003, $D(t)$ 的均值随着时间的增加而增加. 在情况2)中, $D(t)$ 的均值是一常数. 通常地, 对很多实时系统, 在低工作负载的情况下, 大多数释放的任务都能满足它们的相对截止期限. 例如, 在上述实例中, 只要任务的截止期限大于5, 任务都具有期望可调度性; 3) 随着时间的增加, 在情况3)中, 期望的截止期限趋向于0, 这也暗示到达的任务应该立即完成. 但总的来说, 这是不可能的. 因此, 在情况3)中, 任务不具有期望可调度性. 在情况2)和3)中, 因为截止期限的均值要不是一常数(情况2))或者非常大的值(情况3)), 任务总具有期望可调度性.

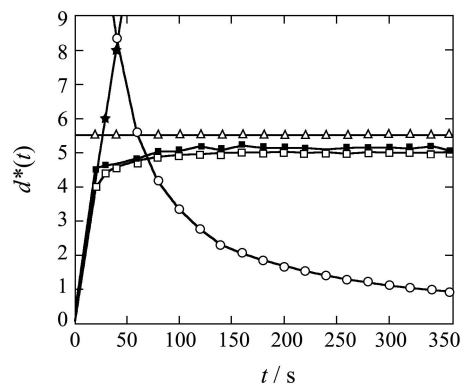


图 2 当 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.4$ 的结果比较
—■— $\mu=0.6, \lambda=0.4$ 仿真 —□— $\mu=0.6, \lambda=0.4$ 数值的
—○— $E[D(t)]=1/0.003t$ —△— $E[D(t)]=5.5$
—★— $E[D(t)]=t/5$

图 2 当 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.4$ 的结果比较
Fig. 2 Comparison when $\mu = 0.6$ and $\lambda = 0.4$

在图3中, 假设 $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.45$. 相对截止期限的均值分别为

$$\begin{aligned} E[D(t)] &= 1/d_1 t = 1/0.003t, \\ E[D(t)] &= d_2 = 7.0, \\ E[D(t)] &= t/d_3 = t/5. \end{aligned}$$

从图3观察到类似图2的结果。

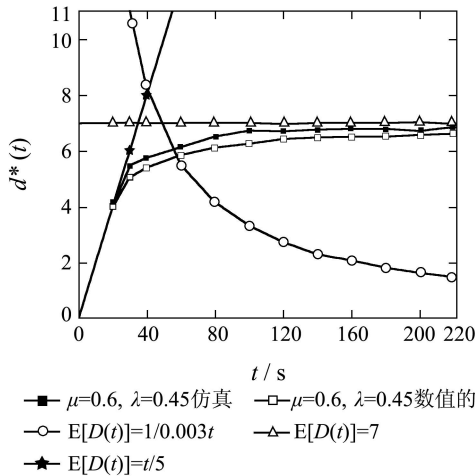


图3 当 $\mu = 0.6, \lambda = 0.45$ 的结果比较

Fig. 3 Comparison when $\mu = 0.6$ and $\lambda = 0.45$

最后,考虑当 $\mu = 0.6, \lambda = 0.59$ 的情况.在图4中,观察到即使增加相对截止期限的均值,一些任务依然是不具有期望可调度性.例如,在情况2)中,相对截止期限的均值 $E[D(t)] = d_2 = 16.0$,对于数值和模拟情况,115 s后任务都不具有期望可调度性.这可以解释如下:当到达的任务增加的时候,越来越多的任务进入排队系统,同时,服务率却没变化.导致更多释放的任务被阻塞和延时,因此也不具有期望可调度性.

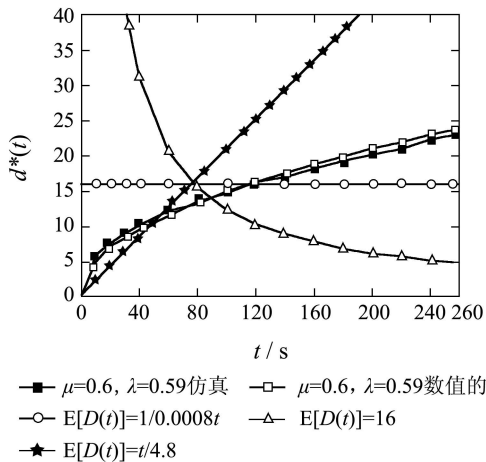


图4 当 $\mu = 0.6, \lambda = 0.59$ 的结果比较

Fig. 4 Comparison when $\mu = 0.6$ and $\lambda = 0.59$

6 结论(Conclusion)

在真实的实时系统中,通常任务到达处理器是随机的,因此,使用随机模型研究实时任务的可调度性是非常有意义的主题.本文主要基于随机模型研究软实时系统的任务可调度性.给出了实时任务的到

达和处理的随机模型,然后提出一种新的期望可调度性方法来刻画模型.考虑了3种不同的截止期限的分布函数.研究表明随机模型在刻画软实时系统的任务到达和处理方面具有很好的优势.特别地,期望可调度性方法能处理一类与时间 t 相关的可调度性问题.该理论的进一步研究包括多类实时任务和多处理器的可调度性分析以及对于实时任务到达处理器随机过程具有不同的分布的研究.

参考文献(References):

- BERNAT G, COLIN A, PETERS S M. WCET analysis of probabilistic hard real-time systems[C] // *Proceeding of the 23rd IEEE Real-Time Systems Symposium*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 2002: 279 – 288.
- LIU C L, LAYLAND J W. Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard-real-time environment[J]. *Journal of ACM*, 1973, 20(1): 46 – 61.
- LEHOCZKY J P, SHA L, DING Y. The rate monotonic scheduling algorithm: exact characterization and average case behavior[C] // *Proceeding of the IEEE Real-Time Systems Symposium*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1989: 166 – 171.
- LEHOCZKY J P. Fixed priority scheduling of periodic task sets with arbitrary deadlines[C] // *Proceeding of the 11th IEEE Real-Time Systems Symposium*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1990: 201 – 209.
- AUDSLEY N, BURNS A, RICHARDSON M, et al. Applying new scheduling theory to static priority pre-emptive scheduling[J]. *Software Engineering Journal*, 1993, 8(5): 284 – 292.
- WU J, LIU J, ZHAO W. On schedulability bounds of static priority schedulers[C] // *Proceeding of the 11th IEEE Real Time and Embedded Technology and Applications Symposium*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 2005: 529 – 540.
- YANG J M, PARK S J. Schedulability analysis of periodic and sporadic tasks using a timed discrete event model with memorable events[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2008, E91-A(10): 3076 – 3079.
- LEHOCZKY J, SHA L, DING Y. The rate-monotonic scheduling algorithm: exact characterization and average case behavior[C] // *Proceeding of the IEEE Real-Time Systems Symposium*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1989: 166 – 171.
- MANOLACHE S, ELES P, PENG Z. Memory and time-efficient schedulability analysis of task sets with stochastic execution times[C] // *Proceeding of the 13th Euromicro Conference on Real-Time Systems*. Delft, Netherlands: IEEE Computer Society Press, 2001: 19 – 26.
- KIM K, LUIS D J, BELLO L L, et al. An exact stochastic analysis of priority-driven periodic real-time systems and its approximations[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2005, 54(11): 1460 – 1466.

作者简介:

王高才 (1976—),男,博士,教授,主要从事随机模型、实时系统和网络技术等方面的研究工作, E-mail: wanggaocai@yahoo.com.cn;

李伟 (1960—),男,博士,教授,主要从事网络模型、无线网络和系统性能评价等的研究.