文章编号: 1000−8152(2012)05−0599−10

模糊非脆弱动态输出反馈H$_\infty$控制器设计

杨 维[1,2], 杨晓芳[1,2], 刘建昌[1]

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 本溪钢铁集团有限责任公司, 辽宁 本溪 117000)

摘要: 本文考虑受有限字长影响的离散时间模糊系统的非脆弱H$_\infty$控制问题. 假定所设计的控制器具有加性区间型增益变量, 该增益变量反映了控制器数字执行过程中有限字长的影响. 区间型增益变量导致控制器设计具有数值计算问题, 而模糊性质的引入进一步增加了控制器设计的复杂性, 使问题变得更具有挑战性. 本文采用结构的顶点分离器方法来解决数值计算问题, 从而给出一个基于线性矩阵不等式的模糊非脆弱H$_\infty$控制器设计的两步算法. 该设计结果保证闭环系统渐进稳定并具有指定的H$_\infty$性能指标. 最后给出一个数值例子验证所提出方法的有效性.

关键词: 模糊系统; 非脆弱; 动态输出反馈控制器; 区间型增益变量; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Non-fragile dynamic output-feedback H-infinity control for fuzzy discrete-time systems

YANG Wei[1,2], YANG Xiao-fang[1,2], LIU Jian-chang[1]

(1. College of Information Science and Technology, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. Benxi Iron & Steel (Group) Co., Ltd, Benxi Liaoning 117000, China)

Abstract: We investigate the design of a non-fragile dynamic output feedback H-infinity controller with finite word length (FWI) for fuzzy linear discrete-time systems. It is assumed that this controller is with an interval additive gain variable which reflects the effect of the word length on the numerical execution. The introduction of the fuzzy property increases the complexity of the controller design, making the problem more challenging. To deal with the numerical computation problem, we employ a structural vertex separator, and develop a LMI−based 2-step method for designing the fuzzy non-fragile H-infinity controller. This design guarantees the asymptotic stability of the closed-loop system with desired H-infinity performances. A comparison between the proposed method and the existing method in the design of the fuzzy non-fragile H-infinity controller is provided, and a numerical example is given to validate the analytical results.

Key words: fuzzy systems; non-fragile; dynamic output-feedback control; interval gain variations; linear matrix inequality (LMI)

1 引言(Introduction)

在非线性系统理论中, 一个重要的方法是将非线性系统建模为T−S模糊系统[1], 它是由一组局部线性子模型通过模糊隶属度函数光滑连接而成. 于是传统的线性系统控制技术能被应用于基于T−S模糊模型的非线性系统的各种控制问题的研究. 自从1985年, Takagi和Sugeno[1]提出了T−S模糊系统模型以来, 许多学者证明了T−S模糊模型能以任意的精度逼近一个给定的光滑非线性函数[2–3], 即T−S模糊系统具有万能逼近性. 这些结果为使用T−S模糊模型来描述非线性系统提供了理论基础. 近年来, 国内外针对T−S模糊系统的研究工作已被广泛地开展, 并取得了许多重要的成果[4–6]. 基于T−S模糊系统的稳定性分析和控制综合问题的研究大部分是采用Lyapunov函数方法, 并将设计条件转化为线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI), 于是能通过凸优化技术进行有效地求解[4–5].

在上述的控制器设计过程中, 都是假定控制器是精确执行的. 然而, 在控制器数字执行过程中, 由于存储器、寄存器等设施的字长容量有限, 信号在运算或存储过程中往往会发生溢出现象, 因此要按照实际字长的存储能力对信号进行舍入或量化, 这将不可避免的会引入不确定因素. 由于控制器执行依赖于不同的设计算法, 结果证明这些控制器对控制器的系数非常敏感[7–8]. 文献[9]通过很多例子表明, 在控制器的设计中, 非常小的控制器参数扰动就将导致闭环系统性能下降甚至不稳定. 这引出了控制器设计的一个新的问题: 如何设计滤波器或者控制器使之对其参数摄动不敏感, 即所设计的滤波器或者控制器是非脆弱的.

收稿日期: 2011−01−13; 收修改稿日期: 2011−09−08.
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(51685168); 教育部重点科研基金资助项目(02152).

这一问题引起了控制领域相当的关注, 并且得到了一些相关的非脆弱结果[7,10–11]. 近年来, 对于具有加性范数有界型控制器增益变量的情况, 应用李卡提不等式方法, 分别得到了状态反馈[8]和输出反馈[12]的结果. 相应的, 具有乘性增益变量的控制器设计结果在文献[13]中给出. 上述这些结果都是考虑范数有界型增益变量的结果. 然而, 由于范数有界型增益变量只能粗糙的刻画控制器或滤波器增益的不确定信息, 导致了设计结果具有一定的保守性. 相比而言, 区间有界型增益变量[14]能比范数有界型增益变量更精确地刻画不确定信息, 但是区间有界型增益变量导致设计条件中包含的线性矩阵不等式个数大大增加, 当系统维数高于三阶的时候就会引起数值计算问题. 对于这一难题, 文献[15]研究了具有区间型增益变量的非脆弱H_∞滤波问题, 并提出了结构的顶点分离器的方法解决了这一数值计算问题. 然而, 就作者所知, 上述结果都是关于线性系统的结果, 而对非线性系统的具有区间型增益变量的非脆弱控制问题, 还没有相应的结果.

针对上述所提到情况, 本文考虑非线性系统的具有区间型增益变量的非脆弱H_∞控制器设计问题. 利用T–S模糊模型的特性来逼近该非线性系统, 进而研究模糊离散时间系统的模糊非脆弱H_∞控制器设计问题. 假定所设计的控制器具有区间型增益变量, 这些增益变量是在控制器数字执行过程中由有限字长影响产生的. 如文献[15]所示, 具有区间型增益变量的非脆弱H_∞滤波问题具有数值计算问题, 本文所考虑的模糊非脆弱滤波器设计问题同样具有数值计算问题. 并且由于模糊的引入, 进一步增加了问题设计的复杂性. 本文采用文献[15]中提出的结构的顶点分离器的方法, 给出基于线性矩阵不等式的模糊非脆弱H_∞控制器设计的两步算法. 在第1步中, 给出初始控制器增益C_{kt}的设计方法. 第2步利用在第1步中设计的增益C_{kt}, 给出基于线性矩阵不等式的模糊非脆弱H_∞控制器设计的充分条件. 设计的结果保证闭环系统渐进稳定并且具有指定的H_∞性能指标. 另一方面, 本文在理论上和数值仿真上分别给出了所提出方法与已有方法的比较.

记号: 对于矩阵E, E^{T}和E^{-1}分别表示该矩阵的转置和逆. 对于列满秩矩阵H, N_H表示一个矩阵, 该矩阵的列组成了矩阵H的零空间的基. I表示具有适当维数的单位矩阵. $\mathbf{0}_{i\times j}$表示具有i行j列的零矩阵. 矩阵中的符号$*$表示对称位置的元素.

2 问题描述和预备知识(Preliminaries and problem statement)

2.1 问题描述(Problem formulation)

T–S模糊系统是由IF–THEN模糊规则来描述的, 该模型能够局部的描述非线性系统线性输入输出的关系. 离散时间模糊T–S系统具有如下形式:

模型 1 如果v_1是M_{s1}, v_2是M_{s2}, $\cdots$, v_t是M_{st}, 则

$$\begin{cases} x(k+1) = A_s x(k) + B_{1s}\omega(k) + B_{2s}u(k),\\ z(k) = C_{1s}x(k) + D_{12s}u(k),\\ y(k) = C_{2s}x(k) + D_{21s}\omega(k), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $s=1,\cdots,u$, u是模糊规则的数量, $v_l(k)(l=1,\cdots,t)$是前件变量并且假设可测, t是前件变量的个数, M_{sl}是模糊集, $x(k)\in\mathbb{R}^n$是状态, $y(k)\in\mathbb{R}^p$是测量输出, $\omega(k)\in\mathbb{R}^r$扰动输入, $z(k)\in\mathbb{R}^q$是调节输出, $A_s, B_{1s}, B_{2s}, C_{1s}, C_{2s}, D_{12s}$和$D_{21s}$是适当维数的已知常阵.

利用标准的模糊推理方法, 即单点模糊化方法、乘积模糊推理方法、加权平均解模糊方法, 可以得到如下的全局动态模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ \dfrac{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))(A_s x(k) + B_{1s}\omega(k) + B_{2s}u(k))}{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))},\\ z(k) = \dfrac{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))(C_{1s}x(k) + D_{12s}u(k))}{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))},\\ y(k) = \dfrac{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))(C_{2s}x(k) + D_{21s}\omega(k))}{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))}, \end{cases} \tag{2}$$

其中:

$$v(k) = [v_1(k)\ \ v_2(k)\ \ \cdots\ \ v_t(k)]^{\mathrm{T}},$$
$$w_s(v(k)) = \prod_{j=1}^{t} M_{sj}(v_j(k)).$$

并且$M_{sj}(v_j(k))$是$v_j(k)$属于模糊集合M_{sj}中的隶属度函数, 并具有如下性质:

$$\sum_{s=1}^{u} w_s(v(k)) > 0,\ w_s(v(k)) \geqslant 0,\ s=1,\cdots,u. \tag{3}$$

进一步规范化隶属度函数, 则得到

$$\alpha_s(v(k)) = \frac{w_s(v(k))}{\sum\limits_{s=1}^{u} w_s(v(k))}.$$

则

$$0 \leqslant \alpha_s(v(k)) \leqslant 1,\ \sum_{s=1}^{u}\alpha_s(v(k)) = 1, \tag{4}$$

且

$$\alpha(v(k)) = [\alpha_1(v(k))\ \ \alpha_2(v(k))\ \ \cdots\ \ \alpha_u(v(k))]^{\mathrm{T}}.$$

为了方便描述, 记

$$\alpha_s(k) = \alpha_s(v(k)),\ \alpha(k) = \alpha(v(k)).$$

进而T-S模糊系统(1)可以写为

$$\begin{cases} x(k+1)=A(\alpha)x(k)+B_1(\alpha)\omega(k)+B_2(\alpha)u(k), \\ z(k)=C_1(\alpha)x(k)+D_{12}(\alpha)u(k), \\ y(k)=C_2(\alpha)x(k)+D_{21}(\alpha)\omega(k), \end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$A(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)A_s,\ B_1(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)B_{1s},$$
$$C_1(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)C_{1s},\ C_2(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)C_{2s},$$
$$D_{12}(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)D_{12s},\ D_{21}(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)D_{21s},$$
$$B_2(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\alpha_s(k)B_{2s}.$$

为了处理模糊系统的非脆弱H_∞控制问题, 考虑如下的模糊控制器:

$$\begin{cases} \xi(k+1)=(A_k(\alpha)+\Delta A_k(\alpha))\xi(k)+ \\ \qquad\qquad (B_k(\alpha)+\Delta B_k(\alpha))y(k), \\ u(k)=(C_k(\alpha)+\Delta C_k(\alpha))\xi(k). \end{cases} \tag{6}$$

其中$\xi(k)\in\mathbb{R}^n$是控制器状态, 且

$$A_k(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\sum_{t=1}^{u}\alpha_s\alpha_t(k)A_{kst},$$
$$\Delta A_k(\alpha)=\sum_{s=1}^{u}\sum_{t=1}^{u}\alpha_s\alpha_t(k)\Delta A_{kst},$$
$$B_k(\alpha)=\sum_{t=1}^{u}\alpha_t B_{kt},\ \Delta B_k(\alpha)=\sum_{t=1}^{u}\alpha_t\Delta B_{kt},$$
$$C_k(\alpha)=\sum_{t=1}^{u}\alpha_t C_{kt},\ \Delta C_k(\alpha)=\sum_{t=1}^{u}\alpha_t\Delta C_{kt}.$$

常数矩阵A_{kst}, B_{kt}和C_{kt}需要设计的具有适当维数的控制器增益, $\Delta A_{kst}, \Delta B_{kt}$和$\Delta C_{kt}$是区间型加性增益变量:

$$\begin{cases} \Delta A_{kst}=[\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}]_{n\times n},\ |\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}|\leqslant\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \\ \quad i,j=1,\cdots,n,\ s,t=1,\cdots,u, \\ \Delta B_{kt}=[\delta_{\mathrm{b}ij}^{t}]_{n\times p},\ |\delta_{\mathrm{b}ij}^{t}|\leqslant\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \\ \quad i=1,\cdots,n,\ j=1,\cdots,p,\ s=1,\cdots,u, \\ \Delta C_{kt}=[\delta_{\mathrm{c}ij}^{t}]_{q\times n},\ |\delta_{\mathrm{c}ij}^{t}|\leqslant\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \\ \quad i=1,\cdots,q,\ j=1,\cdots,n,\ s=1,\cdots,u. \end{cases} \tag{7}$$

让$e_k\in\mathbb{R}^n, h_k\in\mathbb{R}^p$和$g_k\in\mathbb{R}^q$表示列向量, 并且该列向量的第$k$个元素为1, 其它元素为0. 则模型(7)的增益变量进而可以表示为

$$\Delta A_{kst}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}e_ie_j^{\mathrm{T}},$$
$$\Delta B_{kt}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\delta_{\mathrm{b}ij}^{t}e_ih_j^{\mathrm{T}},$$
$$\Delta C_{kt}=\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\delta_{\mathrm{c}ij}^{t}g_ie_j^{\mathrm{T}}.$$

将模糊控制器(6)和(5)相结合, 本文可以得到如下的闭环控制系统:

$$\begin{aligned} x_{\mathrm{e}}(k+1)&=A_{\mathrm{e}}(\alpha)x_{\mathrm{e}}(k)+B_{\mathrm{e}}(\alpha)\omega(k), \\ z(k)&=C_{\mathrm{e}}(\alpha)x_{\mathrm{e}}(k), \end{aligned} \tag{8}$$

其中$x_{\mathrm{e}}(k)=[x(k)^{\mathrm{T}}\ \ \xi(k)^t]^{\mathrm{T}}$, 且

$$A_{\mathrm{e}}(\alpha)=\begin{bmatrix} A(\alpha) & A_{\mathrm{e}12}(\alpha) \\ A_{\mathrm{e}21}(\alpha) & A_k(\alpha)+\Delta A_k(\alpha) \end{bmatrix},$$
$$B_{\mathrm{e}}(\alpha)=\begin{bmatrix} B_1(\alpha) \\ (B_k(\alpha)+\Delta B_k(\alpha))D_{21}(\alpha) \end{bmatrix},$$
$$C_{\mathrm{e}}(\alpha)=[C_1(\alpha)\ \ D_{12}(\alpha)(C_k(\alpha)+\Delta C_k(\alpha))],$$

其中: $A_{\mathrm{e}12}(\alpha)=B_2(\alpha)(C_k(\alpha)+\Delta C_k(\alpha)), A_{\mathrm{e}21}(\alpha)=(B_k(\alpha)+\Delta B_k(\alpha))C_2(\alpha)$.

记状态空间模型(9)从ω到z的传递函数矩阵为$G_{z\omega}(z)=C_{\mathrm{e}}(\alpha)(zI-A_{\mathrm{e}}(\alpha))^{-1}B_{\mathrm{e}}(\alpha)$, 则本文所考虑的问题叙述如下:

具有加性区间型增益变量的模糊非脆弱H_∞控制问题: 对于给定的正常数γ, 设计具有形式(6)的动态输出反馈控制器, 并且具有形如(7)加性增益变量, 使得闭环系统(9) 渐进稳定且$\|G_{z\omega}(z)\|<\gamma$.

2.2 预备知识(Preliminaries)

下面给出的引理将在后面的描述中被用到.

引理 1[16] 给定矩阵$Q=Q^{\mathrm{T}}, F$及实数矩阵集合的一个紧集$\boldsymbol{H}$, 则如下命题等价:

i) 对于任意$H\in\boldsymbol{H}$, 和所有的$\xi\neq0$, $\xi^{\mathrm{T}}Q\xi<0$, 使得$HF\xi=0$.

ii) 存在矩阵$\Theta=\Theta^{\mathrm{T}}$使得对于所有的$H\in\boldsymbol{H}$,

$$Q+F^{\mathrm{T}}\Theta F<0,\ \boldsymbol{N}_H^{\mathrm{T}}\Theta\boldsymbol{N}_H\geqslant0,$$

其中$\boldsymbol{N}_H$ 是以H的零空间基底为列构成的矩阵.

引理 2[17] 定义$G_{\mathrm{a}z\omega}(z)=C_{\mathrm{a}}(zI-A_{\mathrm{a}})^{-1}B_{\mathrm{a}}$, 那么对于常数$\gamma>0$, A_{a}是Shur稳定的且$\|G_{\mathrm{a}z\omega}(z)\|<\gamma$的充要条件是存在一个对称正定矩阵$X>0$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA_{\mathrm{a}} & XB_{\mathrm{a}} \\ * & -I & C_{\mathrm{a}} & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2I \end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

记

$$G_{0z_{\mathrm{e}}\omega}(z)=C_{\mathrm{e}0}(zI-A_{\mathrm{e}0})^{-1}B_{\mathrm{e}0}, \tag{10}$$

其中:

$$A_{\mathrm{e}0}=\begin{bmatrix} A & 0 \\ B_{\mathrm{F}}C_2 & A_{\mathrm{F}} \end{bmatrix},\ B_{\mathrm{e}0}=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_{\mathrm{F}}D \end{bmatrix},$$
$$C_{\mathrm{e}0}=[C_1\ \ -C_{\mathrm{F}}],$$

且$A_{\mathrm{F}}\in\mathbb{R}^{n\times n}$, 那么有如下引理成立:

引理 3[15] 给定常数$\gamma > 0$, 则下面命题等价:

i) A_{e0}Shur稳定, 且$\|G_{0z\omega}(z)\| < \gamma$.

ii) 存在一个对称矩阵$X > 0$使得

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA_{\mathrm{e0}} & XB_{\mathrm{e0}} \\ * & -I & C_{\mathrm{e0}} & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

iii) 存在一个对称矩阵$X > 0$和一任意矩阵G使得

$$\begin{bmatrix} X-G-G^{\mathrm{T}} & 0 & G^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{e0}} & G^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{e0}} \\ * & -I & C_{\mathrm{e0}} & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{12}$$

iv) 存在矩阵A_{Fa},B_{Fa},C_{Fa}, 和一个对称矩阵$P > 0$具有如下形式:

$$P = \begin{bmatrix} Y & N \\ N & -N \end{bmatrix}, \tag{13}$$

使得

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & PA_{\mathrm{ea}} & PB_{\mathrm{ea}} \\ * & -I & C_{\mathrm{ea}} & 0 \\ * & * & -P & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{14}$$

其中:

$$A_{\mathrm{ea}} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_{\mathrm{Fa}}C_2 & A_{\mathrm{Fa}} \end{bmatrix},\ B_{\mathrm{ea}} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_{\mathrm{Fa}}D \end{bmatrix},$$
$$C_{\mathrm{ea}} = [C_1 \ \ -C_{\mathrm{Fa}}].$$

v) 存在对称矩阵$X > 0$和矩阵G具有结构

$$G = \begin{bmatrix} Y & N \\ N & -N \end{bmatrix}, \tag{15}$$

使得

$$\begin{bmatrix} X-G-G^{\mathrm{T}} & 0 & G^{\mathrm{T}}A_{\mathrm{ea}} & G^{\mathrm{T}}B_{\mathrm{ea}} \\ * & -I & C_{\mathrm{ea}} & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

成立, 其中$A_{\mathrm{ea}}, B_{\mathrm{ea}}$和$C_{\mathrm{ea}}$由式(15)定义.

引理 4[15] Q, F_1和F_2是具有适当维数的常数矩阵, 则下面的命题等价:

i) 当$|\delta_i| \leqslant \delta_{\mathrm{a}} (i = 1, \cdots, s)$时,

$$Q + F_1\bar{\varDelta}F_2 + (F_1\bar{\varDelta}F_2)^{\mathrm{T}} < 0,$$

其中$\bar{\varDelta} = \mathrm{diag}\{\delta_1, \cdots, \delta_s\}$.

ii) 当$\bar{\varDelta} \in \bar{\varDelta}_v$时,

$$Q + F_1\bar{\varDelta}F_2 + (F_1\bar{\varDelta}F_2)^{\mathrm{T}} < 0,$$

其中$\bar{\varDelta}_v = \{\bar{\varDelta}:\ \delta_i \in \{-\delta_{\mathrm{a}}, \delta_{\mathrm{a}}\},\ i = 1, \cdots, s\}$.

iii) 存在对称矩阵$\varTheta \in \mathbb{R}^{2s\times 2s}$使得

$$\begin{bmatrix} Q & F_1 \\ F_1^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \varTheta \begin{bmatrix} F_2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} I \\ \bar{\varDelta} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \varTheta \begin{bmatrix} I \\ \bar{\varDelta} \end{bmatrix} \geqslant 0,\ \forall \bar{\varDelta} \in \bar{\varDelta}_v. \tag{18}$$

引理 5[18] 对任意的具有适当维数的实矩阵Y, M, F, E和$F^{\mathrm{T}}F \leqslant \delta^2 I$, 其中$\delta > 0$是一个纯量, 则

$$Y + MFE + (MFE)^{\mathrm{T}} < 0$$

存在的充分必要条件是存在一个纯量$\varepsilon > 0$, 使得如下不等式成立:

$$Y + \frac{1}{\varepsilon}MM^{\mathrm{T}} + \varepsilon\delta^2 E^{\mathrm{T}}E < 0.$$

3 模糊非脆弱$\mathbf{H}_\infty$控制器设计(Fuzzy non-fragile H_∞ controller design)

在本节中, 本文将给出求解模糊非脆弱H_∞控制问题的两步算法, 并且将所提出方法与已有的方法进行了比较.

3.1 $\boldsymbol{C_{kt}}$已知情况下的模糊非脆弱$\mathbf{H}_\infty$控制器设计(Fuzzy non-fragile H_∞ controller design with known gain C_{kt})

在本小节中, 本文将在假定增益C_k已知的情况下设计模糊非脆弱动态输出反馈H_∞控制器, 其中C_k的设计方法将在下一小节中给出.

为了方便描述, 记

$$M_0(\Delta A_{kst}, \Delta B_{kst}, \Delta C_{kst}) =$$
$$\begin{bmatrix} \varXi_1 & \varXi_2 & 0 & \varXi_{4st} & S^{\mathrm{T}}A_s & S^{\mathrm{T}}B_{1s} \\ * & \varXi_3 & 0 & \varXi_{5st} & \varXi_{6st} & \varXi_{7st} \\ * & * & -I & \varXi_{8st} & C_{1s} & 0 \\ * & * & * & -\bar{P}_{11} & -\bar{P}_{12} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{P}_{22} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \tag{19}$$

其中:

$$\begin{cases} \varXi_1 = \bar{P}_{11} - S - S^{\mathrm{T}},\ \varXi_2 = \bar{P}_{12} - S - S^{\mathrm{T}}, \\ \varXi_3 = \bar{P}_{22} - S - S^{\mathrm{T}} + N + N^{\mathrm{T}}, \\ \varXi_{4st} = S^{\mathrm{T}}A_s + S^{\mathrm{T}}B_{2s}(C_{kt} + \Delta C_{kt}), \\ \varXi_{5st} = (S-N)^{\mathrm{T}}A_s + F_{Bt}C_{2s} + \\ \qquad N^{\mathrm{T}}\Delta B_{kt}C_{2s} + F_{Ast} + N^{\mathrm{T}}\Delta A_{kst} + \\ \qquad (S-N)^{\mathrm{T}}B_{2s}(C_{kt} + \Delta C_{kt}), \\ \varXi_{6st} = (S-N)^{\mathrm{T}}A_s + F_{Bt}C_{2s} + N^{\mathrm{T}}\Delta B_{kt}C_{2s}, \\ \varXi_{7st} = (S-N)^{\mathrm{T}}B_{1s} + F_{Bt}D_{21s} + N^{\mathrm{T}}\Delta B_{kt}D_{21s}, \\ \varXi_{8st} = C_{1s} + D_{12s}(C_{kt} + \Delta C_{kt}), \end{cases} \tag{20}$$

则下面的定理给出了一个解决具有加性增益变量模糊非脆弱动态输出反馈控制器设计问题的充分条件.

定理 1　考虑系统(1). 给定纯量$\gamma > 0, \delta_{\mathrm{a}} > 0$和增益矩阵$C_{kt}$. 如果存在矩阵$F_{Ast}, F_{Bt}, S, N, \bar{P}_{12}$和$\bar{P}_{11} > 0, \bar{P}_{22} > 0$, 使得下面的不等式成立:

$$\begin{cases} M_0(\Delta A_{kst}, \Delta B_{kt}, \Delta C_{kt}) < 0, \\ \delta_{\mathrm{a}ij}^{st}, \delta_{\mathrm{b}ik}^{t}, \delta_{\mathrm{c}lj}^{t} \in \{-\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \delta_{\mathrm{a}}^{t}\}, \\ i, j = 1, \cdots, n;\ k = 1, \cdots, p;\ l = 1, \cdots, q, \end{cases} \tag{21}$$

则控制器(6)具有加性增益变量(7), 以及增益C_{kt}和

$$A_{kst} = (N^{\mathrm{T}})^{-1} F_{Ast},\ B_{kt} = (N^{\mathrm{T}})^{-1} F_{Bt}, \tag{22}$$

解决了模糊非脆弱H_∞控制问题.

证　通过引理3可知, 使得系统(9)渐进稳定, 且$\|G_{z\omega}(z)\| < \gamma$的充分条件是存在具有结构(15)的矩阵$G$和一个对称正定矩阵

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^{\mathrm{T}} & P_{22} \end{bmatrix} > 0,$$

使得

$$M_1 = \begin{bmatrix} P - G - G^{\mathrm{T}} & 0 & G^{\mathrm{T}} A_{\mathrm{e}}(\alpha) & G^{\mathrm{T}} B_{\mathrm{e}}(\alpha) \\ * & -I & C_{\mathrm{e}}(\alpha) & 0 \\ * & * & -P & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{23}$$

对所有满足式(7)的摄动$\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}$, $\delta_{\mathrm{b}ik}^{t}$和$\delta_{\mathrm{c}lj}^{t}$成立. 记

$$S = Y + N,\ \Gamma_1 = \begin{bmatrix} I & I \\ I & 0 \end{bmatrix},\ \bar{\Gamma}_1 = \mathrm{diag}\{\Gamma_1, I, \Gamma_1, I\},$$

$$\bar{P}_{11} = P_{11} + P_{12} + P_{12}^{\mathrm{T}} + P_{22},\ \bar{P}_{12} = P_{11} + P_{12}^{\mathrm{T}},\ \bar{P}_{22} = P_{11},$$

则式(23)等价于

$$M_2 = \bar{\Gamma}_1 M_1 \bar{\Gamma}_1^{\mathrm{T}} =$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & 0 & \Xi_4(\alpha) & S^{\mathrm{T}} A(\alpha) & S^{\mathrm{T}} B_1(\alpha) \\ * & \Xi_3 & 0 & \Pi_1(\alpha) & \Pi_2(\alpha) & \Pi_3(\alpha) \\ * & * & -I & \Xi_8(\alpha) & C_1 & 0 \\ * & * & * & -\bar{P}_{11} & -\bar{P}_{12} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{P}_{22} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{24}$$

对所有满足式(7)的摄动$\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}$, $\delta_{\mathrm{b}ik}^{t}$和$\delta_{\mathrm{c}lj}^{t}$成立, 其中$\Xi_1$, Ξ_2, Ξ_3由式(20)定义, 且

$$\Xi_4(\alpha) = S^{\mathrm{T}} A(\alpha) + S^{\mathrm{T}} B_2(\alpha)(C_k(\alpha) + \Delta C_k(\alpha)),$$

$$\Pi_1(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} A(\alpha) + N^{\mathrm{T}} B_k(\alpha) C_2(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) C_2(\alpha) + N^{\mathrm{T}} A_k(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \cdot \Delta A_k(\alpha) + (S - N)^{\mathrm{T}} B_2(\alpha)(C_k(\alpha) + \Delta C_k(\alpha)),$$

$$\Pi_2(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} A(\alpha) + N^{\mathrm{T}} B_k(\alpha) C_2(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) C_2(\alpha),$$

$$\Pi_3(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} B_1(\alpha) + N^{\mathrm{T}} B_k(\alpha) D_{21}(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) D_{21}(\alpha),$$

$$\Xi_8(\alpha) = C_1(\alpha) + D_{12s}(C_k(\alpha) + \Delta C_k(\alpha)).$$

显然, M_2对于每一个满足式(7)的δ_i, $\delta_i \in \{\delta_{\mathrm{a}ij}^{st}, \delta_{\mathrm{b}ik}^{t}, \delta_{\mathrm{c}lj}^{t}\}$都是凸的, 因此式(24)成立等价于

$$\begin{cases} M_3 = \\ \begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & 0 & \Xi_4 & S^{\mathrm{T}} A(\alpha) & S^{\mathrm{T}} B_1(\alpha) \\ * & \Xi_3 & 0 & \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 \\ * & * & -I & \Xi_8 & C_1 & 0 \\ * & * & * & -\bar{P}_{11} & -\bar{P}_{12} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{P}_{22} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \\ \delta_{\mathrm{a}ij}^{st}, \delta_{\mathrm{b}ik}^{t}, \delta_{\mathrm{c}lj}^{t} \in \{-\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \delta_{\mathrm{a}}^{t}\}, \\ i, j = 1, \cdots, n;\ k = 1, \cdots, p;\ l = 1, \cdots, q. \end{cases} \tag{25}$$

另一方面, 将式(21)乘以$\alpha_s \alpha_t$并累加起来, 可以得到

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & 0 & \Xi_4(\alpha) & S^{\mathrm{T}} A(\alpha) & S^{\mathrm{T}} B_1(\alpha) \\ * & \Xi_3 & 0 & \Xi_5(\alpha) & \Xi_6(\alpha) & \Xi_7(\alpha) \\ * & * & -I & \Xi_8 & C_1(\alpha) & 0 \\ * & * & * & -\bar{P}_{11} & -\bar{P}_{12} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{P}_{22} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \\ \delta_{\mathrm{a}ij}^{st},\ \delta_{\mathrm{b}ik}^{t},\ \delta_{\mathrm{c}lj}^{t} \in \{-\delta_{\mathrm{a}}^{t}, \delta_{\mathrm{a}}^{t}\}, \\ i, j = 1, \cdots, n;\ k = 1, \cdots, p;\ l = 1, \cdots, q, \end{cases} \tag{26}$$

其中:

$$\Xi_5(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} A(\alpha) + F_B(\alpha) C_2(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) C_2(\alpha) + F_A(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta A_k(\alpha) + (S - N)^{\mathrm{T}} B_2(\alpha) \times (C_k(\alpha) + \Delta C_k(\alpha)),$$

$$\Xi_6(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} A(\alpha) + F_B(\alpha) C_2(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) C_2(\alpha),$$

$$\Xi_7(\alpha) = (S - N)^{\mathrm{T}} B_1(\alpha) + F_B(\alpha) D_{21}(\alpha) + N^{\mathrm{T}} \Delta B_k(\alpha) D_{21}(\alpha).$$

通过式(22)–(23)和Schur补引理, 可以得到式(24)等价于式(21).　　证毕.

注 1　对于求解模糊非脆弱H_∞控制问题, 定理1提出了基于线形矩阵不等式的充分条件. 通过定理1和引理3的证明, 可以看出, 当允许松弛变量矩阵G具有结构(15)时且增益矩阵C_{kt}已知时, 模糊非脆弱H_∞控制问题转化为一个凸的问题.

类似于文献[15], 具有区间型增益变量的非脆

弱H_∞滤波问题对于维数高于三维的系统就将导致数值计算问题, 即所要求解的线形矩阵不等式的个数要超过现有MATLAB工具箱的计算能力. 本文研究具有加性区间型增益变量的模糊非脆弱动态输出反馈H_∞控制问题, 进一步增加了要求解的线形矩阵不等式的个数, 更加导致了数值计算问题. 为了解决该数值问题, 提出如下方法:

记

$$\begin{aligned}&F_{\rm a1}^s=[f_{\rm a11}^s\ \ f_{\rm a12}^s\ \ \cdots\ \ f_{{\rm a1}l_{\rm a}}^s],\\&F_{\rm a2}^s=[(f_{\rm a21}^s)^{\rm T}\ \ (f_{\rm a22}^s)^{\rm T}\ \ \cdots\ \ (f_{{\rm a2}l_{\rm a}}^s)^{\rm T}]^{\rm T},\end{aligned}\tag{27}$$

其中$l_{\rm a}=n^2+np+nq$, 且

$$\begin{aligned}&f_{{\rm a}k1}^s=[\mathbf{0}_{1\times n}\ \ (N^{\rm T}e_i)^{\rm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\rm T},\\&f_{{\rm a}k2}^s=[\mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ e_j^{\rm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}],\\&\qquad k=(i-1)n+j,\ i,j=1,\cdots,n,\\&f_{{\rm a1}k}^s=[\mathbf{0}_{1\times n}\ \ (N^{\rm T}e_i)^{\rm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\rm T},\\&f_{{\rm a2}k}^s=[\mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ h_j^{\rm T}C_{2s}\ \ h_j^{\rm T}C_{2s}\ \ h_j^{\rm T}D_{21s}],\\&\qquad k=n^2+(i-1)p+j,\\&\qquad i=1,\cdots,n,\ j=1,\cdots,p,\\&f_{{\rm a1}k}^s=[\Omega_{1s}\ \ \Omega_{2s}\ \ (D_{12s}g_i)^{\rm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\rm T},\\&f_{{\rm a2}k}^s=[\mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ e_j^{\rm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}],\\&\qquad k=n^2+np+(i-1)n+j,\\&\qquad i=1,\cdots,q,\ j=1,\cdots,n,\end{aligned}$$

这里$\Omega_1=(S^{\rm T}B_{2s}g_i)^{\rm T}\Omega_2=[(S-N)^{\rm T}B_{2s}g_i]^{\rm T}$, 让$k_0,k_1,\cdots,k_{s_{\rm a}}$为满足$k_0=0<k_1<\cdots<k_{s_{\rm a}}=l_{\rm a}$的整数, 且矩阵$\Theta_{st}$具有如下结构:

$$\Theta_{st}=\begin{bmatrix}{\rm diag}\{\theta_{11}^{1st},\cdots,\theta_{11}^{s_{\rm a}st}\} & {\rm diag}\{\theta_{12}^{1st},\cdots,\theta_{12}^{s_{\rm a}st}\}\\ {\rm diag}\{\theta_{12}^{1st},\cdots,\theta_{12}^{s_{\rm a}st}\}^{\rm T} & {\rm diag}\{\theta_{22}^{1st},\cdots,\theta_{22}^{s_{\rm a}st}\}\end{bmatrix},\tag{28}$$

其中: $\theta_{11}^{ist},\theta_{12}^{ist},\theta_{22}^{ist}\in\mathbb{R}^{(k_i-k_{i-1})\times(k_i-k_{i-1})}$, $i=1,\cdots,s_{\rm a}$. 则可以得到如下定理:

定理 2 考虑系统(1). 给定纯量$\gamma>0,\delta_{\rm a}>0$和增益矩阵$C_k$. 如果存在矩阵$F_{Ast},F_{Bt},S,N,\bar P_{12},\bar P_{11}>0,\bar P_{22}>0$, 和对称矩阵$\Theta$具有结构(28)使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}Q & F_{\rm a1}^s\\ (F_{\rm a1}^s)^{\rm T} & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F_{\rm a2}^s & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}^{\rm T}\Theta\begin{bmatrix}F_{\rm a2}^s & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}<0,\tag{29}$$

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}I\\ {\rm diag}\{\delta_{k_{i-1}+j},\cdots,\delta_{k_i}\}\end{bmatrix}^{\rm T}\begin{bmatrix}\theta_{11}^{ist} & \theta_{12}^{ist}\\ (\theta_{12}^{ist})^{\rm T} & \theta_{22}^{ist}\end{bmatrix}\times\\&\begin{bmatrix}I\\ {\rm diag}\{\delta_{k_{i-1}+j},\cdots,\delta_{k_i}\}\end{bmatrix}\geqslant 0,\end{aligned}\tag{30}$$

$\forall\delta_{k_{i-1}+j}^t\in\{-\delta_{\rm a}^t,\delta_{\rm a}^t\}$,

$j=1,\cdots,k_i-k_{i-1},\ i=1,\cdots,s_{\rm a}$,

其中

$$Q_{st}=\begin{bmatrix}\Xi_1 & \Xi_2 & 0 & \Psi_{1st} & S^{\rm T}A_s & S^{\rm T}B_{1s}\\ * & \Xi_3 & 0 & \Psi_{2st} & \Psi_{3st} & \Psi_{4st}\\ * & * & -I & C_{1s}+D_{12}C_{kt} & C_{1s} & 0\\ * & * & * & -\bar P_{11} & -\bar P_{12} & 0\\ * & * & * & * & -\bar P_{22} & 0\\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I\end{bmatrix}.\tag{31}$$

这里Ξ_1,Ξ_2,Ξ_3由式(20)定义, 且

$$\begin{aligned}&\Psi_{1st}=S^{\rm T}A_s+S^{\rm T}B_{2s}C_{kt},\\&\Psi_{2st}=(S-N)^{\rm T}A_s+F_{Bt}C_{2s}+\\&\qquad F_{Ast}+(S-N)^{\rm T}B_{2s}C_{kt},\\&\Psi_{3st}=(S-N)^{\rm T}A_s+F_{Bt}C_{2s},\\&\Psi_{4st}=(S-N)^{\rm T}B_{1s}+F_{Bt}D_{21s},\end{aligned}$$

则对于系统(1), 模糊控制器(6)具有加性不确定性(7)和控制器增益(22)解决了模糊非脆弱H_∞控制问题.

证 由式(19), 有

$$M_0(\Delta A_{kst},\Delta B_{kt},\Delta C_{kt})=Q_{st}+\Delta Q_{st}+\Delta Q_{st}^{\rm T}<0,\tag{32}$$

其中:

$$\Delta Q_{st}=\begin{bmatrix}0&0&0&\Delta Q_{1st}&0&0\\0&0&0&\Delta Q_{2st}&\Delta Q_{3st}&\Delta Q_{4st}\\0&0&0&\Delta Q_5&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\Delta Q_{1st}=S^{\rm T}B_{2s}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\delta_{{\rm c}ij}^t g_i e_j^{\rm T},$$

$$\Delta Q_{3st}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\delta_{{\rm b}ij}^t N^{\rm T}e_i h_j^{\rm T}C_{2s},$$

$$\begin{aligned}&\Delta Q_{2st}=\\&\sum_{i,j=1}^{n}\delta_{{\rm a}ij}^{st}N^{\rm T}e_ie_j^{\rm T}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\delta_{{\rm b}ij}^t N^{\rm T}e_ih_j^{\rm T}C_{2s}+\\&(S-N)^{\rm T}B_{2s}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\delta_{{\rm c}ij}^t g_ie_j^{\rm T},\end{aligned}$$

$$\Delta Q_{4st}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\delta_{{\rm b}ij}^t N^{\rm T}e_ih_j^{\rm T}D_{21s},$$

$$\Delta Q_{5st}=D_{12s}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\delta_{{\rm c}ij}^t g_je_j^{\rm T}.$$

由式(27)和式(32), 可以得到式(21)等价于

$$\begin{aligned}&M_0(\Delta A_{kst},\Delta B_{kt},\Delta C_{kt})=\\&Q_{st}+\sum_{i=1}^{l_{\rm a}}\delta_i^{st}f_{{\rm a1}i}^s f_{{\rm a2}i}^s+(\sum_{i=1}^{l_{\rm a}}\delta_i^{st}f_{{\rm a1}i}^s f_{{\rm a2}i}^s)^{\rm T}=\\&Q_{st}+F_{\rm a1}^s\tilde\Delta_{\rm a}F_{\rm a2}^s+(F_{\rm a1}^s\tilde\Delta_{\rm a}F_{\rm a2}^s)^{\rm T}<0,\end{aligned}\tag{33}$$

对所有的$|\delta_i^{st}| \leqslant \delta_{\rm a}^t$成立, 其中$\tilde{\varDelta}_{\rm a} = {\rm diag}\{\delta_1^{st}, \cdots, \delta_{l_{\rm a}}^{st}\}$. 在通过引理4, 可以进一步得到式(33)等价于存在一个对称矩阵$\varTheta \in \mathbb{R}^{l_{\rm a}\times l_{\rm a}}$使得式(29)和

$$\begin{bmatrix} I \\ \tilde{\varDelta}_{\rm a} \end{bmatrix}^{\rm T} \varTheta \begin{bmatrix} I \\ \tilde{\varDelta}_{\rm a} \end{bmatrix} \geqslant 0 \tag{34}$$

对所有的$\delta_i^{st} \in \{-\delta_{\rm a}^t, \delta_{\rm a}^t\}$, $i = 1, \cdots, l_{\rm a}$成立. 注意到满足式(28)的集合$\varTheta$是满足式(34)的集合$\varTheta$的子集, 则结论成立.

注 2　如文献[15]所述, 满足式(29)和式(34)的矩阵$\varTheta$(或者满足式(30)具有$s_{\rm a} = 1$)被称为是vertex separator[19]. 与满足式(29)和式(34)的vertex separator的$\varTheta$相比较, 具有结构(28)且满足$\varTheta$具有结构(29)和(30)的$\varTheta$被称为structured vertex separator. 结构的顶点分离器的引入大大减少了需要求解的线性矩阵不等式个数, 解决了数值计算问题. 但同时由于其结构的限制, 会引入一定的保守性, 因此定理2的保守性要比定理1的保守性大, 但是定理2解决了数值计算问题. 另一方面, $s_{\rm a}$的值越小, 所引入的保守性也越小. 在实际设计中, 要跟实际的需求而定.

3.2　与已有设计方法的比较(Comparison with the existing results)

在这一小节中, 推广已有的方法给出具有范数有界性增益变量的模糊非脆弱H_∞控制器设计方法, 并将这一方法与本文提出的新的设计方法进行比较.

类似于文献[8, 20], 本文的增益变量$\Delta A_k, \Delta B_k$和ΔC_k由范数有界型增益变量来表示具有如下形式[18]:

$$\begin{cases} \Delta A_{kst} = M_{\rm a}F_{1st}(t)E_{\rm a},\ \Delta B_{kt} = M_{\rm b}F_{2t}(t)E_{\rm b}, \\ \Delta C_{kt} = M_{\rm c}F_{3t}(t)E_{\rm c}, \end{cases} \tag{35}$$

其中:

$$M_{\rm a} = [M_{\rm a1}\ \cdots\ M_{{\rm a}n^2}],\ E_{\rm a} = [E_{\rm a1}^{\rm T}\ \cdots\ E_{{\rm a}n^2}^{\rm T}]^{\rm T},$$
$$M_{\rm b} = [M_{\rm b1}\ \cdots\ M_{{\rm b}np}],\ E_{\rm b} = [E_{\rm b1}^{\rm T}\ \cdots\ E_{{\rm b}np}^{\rm T}]^{\rm T},$$
$$M_{\rm c} = [M_{\rm c1}\ \cdots\ M_{{\rm c}nq}],\ E_{\rm c} = [E_{\rm c1}^{\rm T}\ \cdots\ E_{{\rm c}nq}^{\rm T}]^{\rm T},$$

且

$$M_{{\rm a}k} = e_i,\ E_{{\rm a}k} = e_j^{\rm T},$$
$$k = (i-1)n + j,\ i, j = 1, \cdots, n,$$
$$M_{{\rm b}k} = e_i,\ E_{{\rm b}k} = h_j^{\rm T},$$
$$k = n^2 + (i-1)p + j,\ i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, p,$$
$$M_{{\rm c}k} = g_i,\ E_{{\rm c}k} = e_j^{\rm T},$$
$$k = n^2 + np + (i-1)n + j,$$
$$i = 1, \cdots, q,\ j = 1, \cdots, n,$$

和$F_{ist}^{\rm T}(t)F_{ist}(t) \leqslant (\delta_{\rm a}^t)^2 I$, $i = 1, 2, 3$, 代表不确定参数, 这里$\delta_{\rm a}$与前面的定义相同.

具有范数有界型增益变量的模糊非脆弱动态输出反馈H_∞控制器设计也是一个非凸问题, 类似于定理2, 当控制器增益C_{kt}已知时, 该问题转化为凸的.

为了便于叙述, 记

$$\bar{F}_{Ast} = \bar{N}A_{kst}, \bar{F}_{Bt} = \bar{N}B_{kt},$$

$$M_{{\rm a}1s} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{S}B_{2s}M_{\rm c} & 0 \\ \bar{N}M_{\rm a} & (\bar{S}-\bar{N})B_{2s}M_{\rm c} & \bar{N}M_{\rm b} \\ 0 & D_{12s}M_{\rm c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$M_{{\rm a}2s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & E_{\rm a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{\rm c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{\rm b}C_{2s} & E_{\rm b}C_{2s} & E_{\rm b}D_{21s} \end{bmatrix}.$$

假定C_{kt}已知, 采用文献[8,20]中的处理范数有界增益变量的非脆弱问题的方法, 具有范数有界型增益变量的模糊非脆弱H_∞控制器设计可以化减为如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{st} & M_{{\rm a}1s} & \delta_{\rm a}\varepsilon M_{{\rm a}2s}^{\rm T} \\ * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \tag{36}$$

具有矩阵变量$\bar{S} > 0, \bar{N} < 0$和纯量$\varepsilon > 0$, 其中

$$\bar{Q}_{st} = \begin{bmatrix} -\bar{S} & -\bar{S} & 0 & \mathscr{M} & \bar{S}A_s & \bar{S}B_{1s} \\ * & -\bar{S}+\bar{N} & 0 & Q_{1st} & Q_{2st} & Q_{3st} \\ * & * & -I & \mathscr{N} & C_{1s} & 0 \\ * & * & * & -\bar{S} & -\bar{S} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{S}+\bar{N} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$\mathscr{N} = C_{1s} + D_{12s}C_{kt}$, $\mathscr{M} = \bar{S}(A_s + B_2C_{kt})$,

且$Q_{1st} = (\bar{S}-\bar{N})(A_s + B_{2s}C_{kt}) + \bar{F}_{Ast} + \bar{F}_{Bt}C_{2s}$, $Q_{2st} = (\bar{S}-\bar{N})A_s + \bar{F}_{Bt}C_{2s}$, $Q_{3st} = (\bar{S}-\bar{N})B_{1s} + \bar{F}_{Bt}D_{21s}$.

则下述引理给出条件(36)和定理2之间的关系.

引理 6　考虑系统(1), 如果条件(36)可行, 则定理2给的设计条件也可行.

证　见文献[21].

注 3　从引理5可以看出, 条件(36)要比当$s_{\rm a} = l_{\rm a}$时定理2给出的模糊非脆弱H_∞滤波器存在条件保守. 然而, 正如注2中所述, $s_{\rm a} = l_{\rm a}$的情况是所提出方法周最差的情况. 因此已有的关于具有范数有界型增益变量的非脆弱结果要比本文所提出的新的方法保守型要大.

3.3　设计初始矩阵C_{kt}(Design initial matrix gain C_{kt})

在本小节中, 本文给出设计初始增益矩阵$C_k(\alpha)$

的方法.

考虑系统(6)具有增益摄动$\Delta A_k(\alpha)=0$和$\Delta B_k(\alpha)=0$, 具体描述如下:

$$\begin{cases}\dot{\xi}(k)=A_k(\alpha)\xi(k)+B_k(\alpha)y(k),\\ u(k)=(C_k(\alpha)+\Delta C_k(\alpha))\xi(k).\end{cases}\tag{37}$$

这里$\Delta C_k(\alpha)$与式(35)中的定义相同.

将模糊控制器(37)和系统(1)相结合, 本文可以得到如下的闭环系统:

$$\begin{cases}\dot{x_{\rm e}}(k)=A_{\rm edc}(\alpha)x_{\rm e}(k)+B_{\rm edc}(\alpha)\omega(k),\\ z(k)=C_{\rm e}(\alpha)x_{\rm e}(k),\end{cases}\tag{38}$$

其中:

$$A_{\rm edc}(\alpha)=\begin{bmatrix}A(\alpha) & B_2(\alpha)(C_k(\alpha)+\Delta C_k(\alpha))\\ B_k(\alpha)C_2(\alpha) & A_k(\alpha)\end{bmatrix},$$

$$B_{\rm edc}(\alpha)=\begin{bmatrix}B_1(\alpha)\\ B_k(\alpha)D_{21}(\alpha)\end{bmatrix}.$$

这里的$C_{\rm e}(\alpha)$与式(9)中的定义相同.

下面的定理给出了初始增益矩阵$C_k(\alpha)$的设计方法.

定理 3 考虑系统(1), 给定常数$\gamma>0$和$\delta^t_{\rm a}>0$. 如果存在矩阵$\hat{A}_{st}$, $\hat{B}_t, \hat{C}_t$, $X>0, Y>0$, 和常数$\varepsilon_{\rm c}>0$使得下面的线性矩阵不等式成立:

$$\left[\begin{array}{cccccccc}-X & -I & 0 & A_sX+B_{2s}\hat{C}_t & A_s & B_{1s} & B_{2s}M_{\rm c} & 0\\ * & -Y & 0 & \hat{A}_{st} & YA_s+\hat{B}_tC_{2s} & YB_1+\hat{B}D_{21s} & YB_{2s}M_{\rm c} & 0\\ * & * & -I & C_{1s}X+D_{12s}\hat{C}t & C_{1s} & 0 & D_{12s}M_{\rm c} & 0\\ * & * & * & -X & -I & 0 & 0 & \varepsilon_{\rm c}\delta^t_{\rm a}XE^{\rm T}_{\rm c}\\ * & * & * & * & -Y & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & -\gamma^2I & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_{\rm c}I & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_{\rm c}I\end{array}\right]<0,\tag{39}$$

则控制器(37)具有增益:

$$A_{kst}=(X^{-1}-Y)^{-1}(\hat{A}_{st}-YAX-\hat{B}_tC_{2s}X-YB_{2s}\hat{C}_t)X^{-1},\tag{40}$$

$$B_{kt}=(X^{-1}-Y)^{-1}\hat{B}_t,\ C_{kt}=\hat{C}_tX^{-1}.\tag{41}$$

解决了系统(1)的模糊非脆弱$\rm H_\infty$控制问题.

证 该证明与文献[15]中的证明类似, 请参见文献[15].

注 4 定理3表明, 在$\Delta A_{kst}=0$, $\Delta B_{kt}=0$, 只具有形如式(35)的范数有界型增益摄动ΔC_{kt}的情况下, 模糊非脆弱$\rm H_\infty$控制问题可以转化为一个依赖于单参数$\varepsilon_{\rm c}>0$的凸的问题.

3.4 算法(Algorithm)

把第3.1节和第3.3节的设计方法结合起来, 可以得出如下的一个两步算法:

算法

第1步 在条件$X>0$, $Y>0$和LMI(39)的限制下, 最小化γ. 将所得到的最优解记为$X=X_{\rm opt}$和$\hat{C}_t=\hat{C}_{t\rm opt}$. 由式(40), 可计算得到$C_{k t\rm opt}=\hat{C}_{t\rm opt}X^{-1}_{\rm opt}$.

第2步 赋值$C_{kt}=C_{kt\rm opt}$, 在条件F_{Ast}, F_{Bt}, N, $S, \bar{P}_{12}, \bar{P}_{11}>0, \bar{P}_{22}>0$, 和LMIs(29)–(30)的限制下最小化$\gamma$. 记最优解为$N=N_{\rm opt}$, $F_{Ast}=F_{Ast\rm opt}$和$F_{Bt}=F_{Bt\rm opt}$. 根据式(22), 得$A_{kst}=(N^{\rm T})^{-1}F_{Ast\rm opt}$, $B_{kt}=(N^{\rm T})^{-1}F_{Bt\rm opt}$, 则$A_{kst}, B_{kt}$和$C_{kt}$构成模糊非脆弱$\rm H_\infty$控制器增益.

3.5 $\rm H_\infty$性能指标估计(Evaluation of $\rm H_\infty$ performance index)

在定理2中, 为了得到凸的设计条件, 将松弛变量G的结构进行限制(15), 这将导致$\rm H_\infty$性能指标估计值具有一定的保守性. 在本小节中, 对于已设计的控制器, 在G没有结构限制的情况下重新估计$\rm H_\infty$性能指标, 以减小保守性.

当控制器参数矩阵A_k, B_k和C_k都已知, 在限制条件(7)和$\|G_{z\omega}(z)\|<\gamma$下最小化$\gamma$问题可以转化为如下线性矩阵不等式问题:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}P-G-G^{\rm T} & 0 & G^{\rm T}A_{\rm e}(\alpha) & G^{\rm T}B_{\rm e}(\alpha)\\ * & -I & C_{\rm e}(\alpha) & 0\\ * & * & -P & 0\\ * & * & * & -\gamma^2I\end{bmatrix}<0,\\ \delta^{st}_{aij}, \delta^t_{{\rm b}ik}, \delta^t_{{\rm c}lj}\in\{-\delta^t_{\rm a}, \delta^t_{\rm a}\},\\ i,j=1,\cdots,n;\ k=1,\cdots,p;\ l=1,\cdots,q.\end{cases}\tag{42}$$

这里$A_{\rm e}(\alpha), B_{\rm e}(\alpha)$和$C_{\rm e}(\alpha)$是在式(9)中有定义.

该估计条件与定理1给出的设计条件相类似, 同样具有数值计算问题. 为解决该数值计算问题, 下面的引理给出了基于结构的顶点分离器的方法:

记

$$\begin{aligned}G^s_{\rm a1}&=[g^s_{\rm a11}\ g^s_{\rm a12}\ \cdots\ g^s_{{\rm a1}l_{\rm a}}],\\ G^s_{\rm a2}&=[(g^s_{\rm a21})^{\rm T}\ (g^s_{\rm a22})^{\rm T}\ \cdots\ (g^s_{{\rm a2}l_{\rm a}})^{\rm T}]^{\rm T},\end{aligned}\tag{43}$$

其中: 当$k=(i-1)n+j$, $i,j=1,\cdots,n$时,

$$g^s_{{\rm a1}k}=[(\mathbf{0}_{1\times n}\ e^{\rm T}_i)G\ \mathbf{0}_{1\times q}\ \mathbf{0}_{1\times 2n}\ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\rm T},$$
$$g^s_{{\rm a2}k}=[\mathbf{0}_{1\times 2n}\ \mathbf{0}_{1\times q}\ \mathbf{0}_{1\times n}\ e^{\rm T}_j\ \mathbf{0}_{1\times n}];$$

当$k = n^2+(i-1)p+j,\ i = 1,\cdots,n,\ j = 1,\cdots,p$时,

$$g^s_{a1k} = [(\mathbf{0}_{1\times n}\ \ e_i^{\mathrm T})G\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ \mathbf{0}_{1\times 2n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\mathrm T},$$

$$g^s_{a2k} = [\mathbf{0}_{1\times 2n}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ h_j^{\mathrm T}C_{2s}\ \ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ h_j^{\mathrm T}D_{21s}];$$

当$k = n^2 + np + (i-1)n + j,\ i = 1,\cdots,q,\ j = 1,\cdots,n$时,

$$g^s_{a1k} = [((B_{2s}g_i)^{\mathrm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times n})G\ \ (D_{12s}g_i)^{\mathrm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times 2n}\ \ \mathbf{0}_{1\times r}]^{\mathrm T},$$

$$g^s_{a2k} = [\mathbf{0}_{1\times 2n}\ \ \mathbf{0}_{1\times q}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}\ \ e_j^{\mathrm T}\ \ \mathbf{0}_{1\times n}],$$

则有:

引理 7 考虑式(1). 给定常数$\gamma > 0, \delta_{\mathrm a} > 0$和控制器参数矩阵$A_{kst}, B_{kt}, C_{kt}$. 则$\|\ G_{z\omega}\ \| < \gamma$对所有满足式(7)的摄动$\delta^{st}_{\mathrm{a}ij}$, $\delta^t_{\mathrm{b}it}$和$\delta^t_{\mathrm{cl}j}$成立的充分条件是, 存在一个矩阵G, 和一个正定矩阵$P > 0$以及一个对称矩阵$\varTheta$具有结构(28)使得式(30)和下面的线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} Q_{st} & G^s_{\mathrm a1} \\ (G^s_{\mathrm a1})^{\mathrm T} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^s_{\mathrm a2} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^{\mathrm T} \varTheta \begin{bmatrix} G^s_{\mathrm a2} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0, \tag{44}$$

其中

$$Q_{st} = \begin{bmatrix} P-G-G^{\mathrm T} & 0 & G^{\mathrm T}A_{\mathrm e0st} & G^{\mathrm T}B_{\mathrm e0st} \\ * & -I & C_{\mathrm e0st} & 0 \\ * & * & -P & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

且

$$A_{\mathrm e0st} = \begin{bmatrix} A_s & B_{2s}C_{kt} \\ B_{kt}C_{2s} & A_{kst} \end{bmatrix},\ B_{\mathrm e0st} = \begin{bmatrix} B_{1s} \\ B_{kt}D_{21s} \end{bmatrix}, \tag{45}$$

$$C_{\mathrm e0st} = [C_{1s}\ \ D_{12s}C_{kt}]. \tag{46}$$

证 与定理2的证明类似, 这里省略.

注 5 对于估计传递函数的H_∞性能指标, 由于去掉了松弛变量G的结构限制, 引理7给出了比定理2更小保守性的估计条件.

4 数值例子(Numerical example)

在本节中, 给出一个例子来展示所提出的模糊非脆弱H_∞控制器设计方法的有效性, 并进而将所提出新的方法与推广已有范数有界型的方法进行比较.

考虑离散时间模糊系统(1)具有$u = 2$和

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0.5 & -1 & 1 \\ 0.5 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_{cc} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ -0.5 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},\ B_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -0.5 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -1 \end{bmatrix},\ B_{22} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{211} = D_{212} = [0\ \ 1],$$

$$C_{21} = C_{22} = [-1\ \ 1\ \ -3],\ D_{121} = D_{122} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

参考利用标准的H_∞控制器设计方法, 得到最优的H_∞性能指标为$\gamma_{\mathrm{opt}} = 3.1712$.

假定所设计的控制器具有形式(37), 取$\delta_{\mathrm a} = 0.05$, $\varepsilon_{\mathrm c} = 146.9755$, 通过定理3可以得到

$$C_{k1_{\mathrm{ini}}} = [0.2311\ \ -0.3352\ \ 0.3492],$$

$$C_{k2_{\mathrm{ini}}} = [0.2412\ \ -0.3317\ \ 0.3683].$$

4.1 比较(Comparison)

在本小节中, 分别用设计条件(36)和新提出方法定理2设计控制器, 并给出相应的性能指标. 首先假定$\delta^1_{\mathrm a} = \delta^2_{\mathrm a} = 0.006$, 利用前面设计的初始控制器增益$C_{k1_{\mathrm{ini}}}$和$C_{k2_{\mathrm{ini}}}$, 一方面利用设计条件(36)设计控制器, 定义所设计的控制器为K_{nm}. 另一方面, 利用定理2, 分别取$s_{\mathrm a} = 15$和$s_{\mathrm a} = 5$设计控制器, 定义所得到的控制器分别为$K_{\mathrm{in}15}(s_{\mathrm a} = 15)$ 和$K_{\mathrm{in}5}(s_{\mathrm a} = 5)$, 两种设计方法得到的$H_\infty$性能由表1($\delta^1_{\mathrm a} = \delta^2_{\mathrm a} = 0.006$)给出进行比较.

表 1 由设计得到的H_∞性能指标

Table 1 The obtained H_∞ performance indexes

	条件(36)	定理2($s_{\mathrm a} = 15$)	定理2($s_{\mathrm a} = 5$)
γ	4.0713	3.59716	3.5712

表1展示了所提出的新的设计方法给出了更好的H_∞性能.

4.2 H_∞性能估计(Evaluation of H_∞ performance index)

利用上面设计的得到的控制器, 引理7给出更好的H_∞性能估计. 所得到得H_∞性能估计值由表2($\delta^1_{\mathrm a} = \delta^2_{\mathrm a} = 0.006$)给出并进行比较.

表 2 引理7给出的H_∞性能估计

Table 2 The evaluation of H_∞ performances of Lemma 7

	K_{nm}	$K_{\mathrm{in}15}$	$K_{\mathrm{in}5}$
$\gamma(s_{\mathrm a} = 15)$	3.9123	3.4741	—
$\gamma(s_{\mathrm a} = 5)$	3.8901	—	3.4120

从表2中很容易看出, 引理7给出更好的性能估计. 同时也能看出所提出的新的设计方法的优越性.

5 结论(Conclusion)

本文研究了离散时间模糊系统非脆弱H_∞控制问题. 所考虑的控制器具有加性区间型增益变量反映了控制器数字执行过程中有限字长的影响. 该区间型增益变量导致控制器设计具有数值计算问题, 而模糊性质的引入进一步增加了控制器设计的复杂性. 本文采用结构的顶点分离器方法给出了基于线性矩阵不等式的模糊非脆弱H_∞控制器设计的两步算法. 所得到的结果在保证系统稳定的同时并具有指定的H_∞性能指标. 最后通过数值例子验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References):

[1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.

[2] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(5): 807 – 814.

[3] TANAKA K, WANG H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

[4] SALA A, GUERRA T M, BABUSKA R. Perspectives of fuzzy systems and control[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 156(3): 432 – 444.

[5] TONG S, LI H X, CHEN G. Adaptive fuzzy decentralized control for a class of large-scale nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2004, 34(1): 770 – 775.

[6] LIU X. Delay-dependent H_∞ control for uncertain fuzzy systems with time-varying delays[J]. *Nonlinear Analysis*, 2008, 68(5): 1352 – 1361.

[7] DORATO P. Non-fragile controller design, an overview[C] //*Proceedings of American Control Conference*. Philadelphia: IEEE, 1998, 5: 2829 – 2831.

[8] YANG G H, WANG J L, LIN C. Non-fragile H_∞ control for linear systems with additive controller gain variations[J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(12): 1500 – 1506.

[9] KEEL L H, BHATACHARYYA S P. Robust, fragile, or optimal?[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098 – 1105.

[10] HADDAD W M, CORRADO J R. Robust resillient dynamic controllers for systems with parametric uncertainty and controller gain variations[C] //*Proceedings of American Control Conference*. Philadelphia: IEEE, 1998, 5: 2837 – 2841.

[11] JADBABAIE A, CHAOUKI T, FAMULARO D, et al. Robust, non-fragile and optimal controller design via linear matrix inequalities[C] //*Proceedings of American Control Conference*. Philadelphia: IEEE, 1998, 5: 2842 – 2846.

[12] YANG G H, WANG J L. Non-fragile H_∞ output feedback controller design for linear systems[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2003, 125(1): 117 – 125.

[13] YANG G H, WANG J L. Non-fragile H_∞ control for linear systems with multiplicative controller gain variations[J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 727 – 737.

[14] LI G. On the structure of digital controller with finite word length consideration[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 689 – 693.

[15] YANG G H, CHE W W. Non-fragile H_∞ filter design for linear continuous-time systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(11): 2849 – 2856.

[16] SCHERER C W. A full block S-procedure with appl ications[C] //*Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego: IEEE, 1997, 3: 2602 – 2607.

[17] GRIGORIADIS K M, WATSON J T. Reduced order H_∞ and L_2-L_∞ filtering via linear matrix inequalities[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(4): 1326 – 1338.

[18] PETERSEN I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1987, 8(5): 351 – 357.

[19] IWASAKI T, SHIBATA G. LPV system analysis via quadratic seperator for uncertain implicit systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(8): 1195 – 1208.

[20] MAHMOUD M S. Resilient L_2-L_1 filtering of polytopic systems with state delays[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(1): 141 – 154.

[21] YANG G H, CHE W W. Non-fragile H_∞ filter design with additive gain variations[C] //*Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego: IEEE, 2006: 4775 – 4780.

作者简介:

杨 维 (1965—), 男, 教授级高级工程师, 博士, 主要从事轧制设备故障诊断、轧制过程自动化等方面的研究, E-mail: yang_wei1982@126.com;

杨晓芳 (1964—), 男, 高级工程师, 博士研究生, 主要从事故障诊断、轧制过程自动化等方面的研究, E-mail: xiaofang_yang@126.com;

刘建昌 (1960—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事故障诊断、控制与优化等方面的研究, E-mail: jian_changliu@163.com.