

# 自适应单指数平滑法在短期交通流预测中的应用

齐 驰<sup>1,2</sup>, 侯忠生<sup>1</sup>

(1. 北京交通大学 电子信息工程学院先进控制系统研究所, 北京 100044;

2. 陆军航空兵学院 机载设备系, 北京 101123)

**摘要:** 短时交通流预测是实现交通规划和管理的关键技术之一. 指数平滑法因其计算过程简单, 需要观测数据较少等优点, 在短时交通流预测中获得了广泛的应用, 但其平滑系数缺乏有效的选取方法. 本文提出了一种自适应单指数平滑法, 通过近似动态规划方法的引入, 结合实际交通流数据对指数平滑系数进行优化, 使其随预测过程自动更新, 从而保证了预测的实时性、准确性. 严格的理论推导证明了这种预测方法的收敛性, 仿真结果验证了算法的有效性.

**关键词:** 短时交通流预测; 自适应单指数平滑法; 近似动态规划方法

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## The application of adaptive single-exponent smoothing for short-term traffic flow prediction

QI Chi<sup>1,2</sup>, HOU Zhong-sheng<sup>1</sup>

(1. Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Institute of Army Aviation, School of Airborne Equipments, Beijing 101123, China)

**Abstract:** Short-term traffic flow prediction is one of the key technical to realize the transportation planning and management. Because of simple calculation process and little observation data needed, the exponential smoothing is extensively applied as an important forecast method. But in the traditional method, there is no theoretical method to select the smoothing coefficient. In this paper, we put forward an adaptive single-exponent smoothing to optimize the smoothing coefficient automatically based on approximate dynamic programming. With rigorous analysis, it is shown that the proposed prediction scheme can guarantee the convergence. The simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** short-term traffic flow prediction; adaptive single-exponent Smoothing; approximate dynamic programming

### 1 引言(Introduction)

短时交通流预测是交通控制、交通管理以及交通流理论分析等领域需要解决的首要问题之一. 各国学者对短时交通流预测进行了深入和长期的研究, 提出了近百种预测方法<sup>[1~5]</sup>.

其中, 移动平均法、指数平滑法因其计算过程简单, 需要观测值较少等优点, 在短期交通流预测中获得了广泛的应用. 移动平均法使用算术平均法计算各组数据的移动平均值, 并将其作为下一期预测, 预测精度较差. 指数平滑法则对移动平均法进行了改进和发展, 引入一个简化的加权因子即平滑系数, 提高了预测精度. 运用指数平滑预测法进行预测时, 确定平滑系数至关重要. 但目前对平滑系数的选取通常依靠预测者的经验和反复测试来确定, 在对实测

数据进行拟合时, 预测精度较低, 影响了指数平滑法的实际应用价值.

近似动态规划(Approximate Dynamic Programming, 简称ADP)根据环境反馈的评价信号来获取近似的最优控制策略, 不依赖于被控对象的解析模型, 适于处理时变的复杂系统和动态变化的复杂任务<sup>[6]</sup>. 目前近似动态规划在在交通流研究领域中的应用已经有所报道<sup>[7,8]</sup>, 但在短期交通流预测方面, 尚未见报道. 因此, 研究近似动态规划方法在短时交通流预测方面的应用, 具有重要的学术意义和实际应用价值.

本文通过近似动态规划方法的引入, 提出了一种自适应单指数平滑法, 将平滑系数动态化, 并结合实际数据对指数平滑法中的参数进行调整, 使得平滑

系数随预测过程自动更新,从而保证了预测的实时性、准确性.仿真结果验证了算法的有效性.

## 2 自适应单指数平滑法(Adaptive single-exponent smoothing)

### 2.1 指数平滑法(Exponential smoothing)

指数平滑法是一种常用的预测方法,其基本思想是:预测值是以前观测值的加权和,且对不同的数据给予不同的权重,近期数据赋予较大的权重,远期数据给予较小的权重.

设时间序列为 $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots$ , 则一次指数平滑公式为:

$$S_t^{(1)} = \theta y_t + (1 - \theta) S_{t-1}^{(1)} \quad (1)$$

其中,  $S_t^{(1)}$  为第 $t$ 周期的一次指数平滑值,  $\theta$  为平滑系数,  $0 < \theta < 1$ .

将上式依次展开,可得:

$$S_t^{(1)} = \theta \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \theta)^j y_{t-j} + (1 - \theta)^t S_0^{(1)} \quad (2)$$

由于 $0 < \theta < 1$ , 当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $(1 - \theta)^t \rightarrow 0$ , 可以得到:

$$S_t^{(1)} = \theta \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \theta)^j y_{t-j} \quad (3)$$

通过观察, 不难发现 $S_t^{(1)}$  实际上是 $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots$  的加权平均. 加权系数分别为 $\theta, \theta(1 - \theta), \theta(1 - \theta)^2, \dots$ , 按几何级数衰减, 愈近的数据, 权重愈大, 愈远的数据, 权重愈小, 且权重之和等于1, 即 $\theta \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \theta)^j = 1$ . 因为加权系数符合指数规律, 且又具有平滑数据的功能, 所以称为指数平滑.

采用上述方法进行预测, 即可得到一次指数平滑法. 其预测模型为:

$$x_{t+1} = S_t^{(1)} = \theta y_t + (1 - \theta) x_t \quad (4)$$

其中,  $x_{t+1}$  为第 $t + 1$ 期的预测值.

运用指数平滑法的关键在于平滑系数 $\theta$ 的选取. 平滑系数 $\theta$ 愈大, 则近期倾向性变动影响愈大; 反之, 则近期的倾向性变动影响愈小, 愈平滑. 在实际应用中,  $\theta$  值是根据时间序列的变化特性来选取的, 若时间序列的波动不大, 比较平稳, 则 $\theta$  应取小一些, 如 $0.1 \sim 0.3$ ; 若时间序列具有迅速且明显的变动倾向, 则 $\theta$  应取大一些, 如 $0.6 \sim 0.9$ .

### 2.2 自适应单指数平滑法(Adaptive single-exponent smoothing)

目前, 各种介绍指数平滑预测方法的论著对平滑

系数的选取都没有给出一种有效的方法, 通常依靠预测者的经验和反复测试来确定, 导致选择的平滑系数在实际应用中预测精度较差, 影响了指数平滑法的实际应用.

本文通过引入近似动态规划方法, 将平滑系数动态化, 并结合实际数据优化平滑系数, 使得平滑系数随预测过程自动更新, 提高了预测精度. 短期交通流预测的目标是交通流预测值趋近于交通流实际值, 因此定义如下系统性能指标:

$$J(i) = \sum_{k=i}^{\infty} \gamma^{k-i} \alpha e^2[k] \quad (5)$$

其中 $\alpha$ 为适当正常数,  $\gamma$ 为折扣因子,  $e[k] = y[k] - x[k]$ ,  $y[k]$ 为 $k$ 时刻交通流实际值,  $x[k]$ 为 $k$ 时刻交通流预测值, 计算公式如下:

$$x[k] = \theta[k - 1] \cdot y[k - 1] + (1 - \theta[k - 1]) \cdot x[k - 1] \quad (6)$$

其中 $\theta[k]$ 为 $k$ 时刻平滑系数. 选择 $e[k]$ 和 $\dot{e}[k]$ 作为系统输入, 其中 $\dot{e}[k] \approx (e[k] - e[k - 1])/T$ ,  $T$ 为采样时间, 并采用如下形式的增量式控制策略:

$$\theta[k] = \theta[k - 1] + K \cdot NN_a(e[k], \dot{e}[k], W_a) \quad (7)$$

$K$ 为增益;  $NN_a(e[k], \dot{e}[k], W_a)$ 为Action神经网络输出, 记为 $u[k]$ ,  $W_a$ 为Action神经网络的权值向量;  $\hat{J}[k]$ 为Critic模块输出的性能指标估计值,  $W_c$ 为Critic模块的权值向量. 基于自适应单指数平滑法的短期交通流预测系统结构如图1所示.

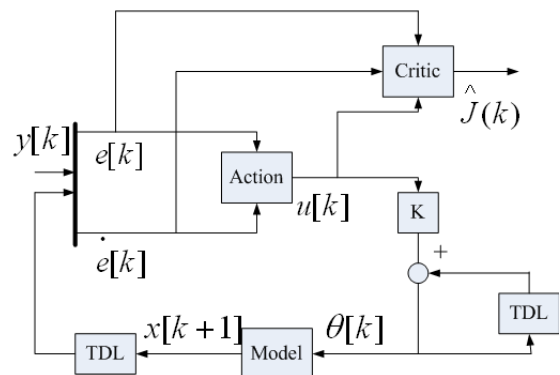


图1 基于自适应单指数平滑法的交通流预测模型

Fig. 1 Traffic prediction model based on adaptive single-exponent smoothing

### 3 算法收敛性证明(Convergence analysis)

分析交通流预测的原理, 可将交通流预测问题转化为优化问题: 即如何选择平滑指数, 使得一定时间长度区间内, 预测的交通流数据与实际交通流数据的误差最小. 为了验证本文提出算法的收敛性, 简单起见, 我们记 $x_k \triangleq x(k)$ ,  $y_k \triangleq y(k)$ ,  $\theta_k \triangleq \theta(k)$ , 则系

统可记做:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \theta_k y_k + (1 - \theta_k) x_k \\ J(x_k) = \sum_{k=i}^{\infty} \gamma^{k-i} U(x_k, \theta_k) \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $x_k$  为  $k$  时刻交通流预测值,  $y_k$  为  $k$  时刻实际交通流数值,  $\theta_k$  为  $k$  时刻平滑系数值,  $J(x_k)$  为  $k$  时刻系统的性能指标,  $U(\cdot)$  为系统单步效用函数, 表达式为:

$$U(x_k, \theta_k) = \frac{a}{2}(y_k - x_k)^2 + \frac{b}{2}\theta_k^2 \quad (9)$$

对于离散系统, 可用如下 HJB 方程进行求解:

$$J(x_k) = \min_{\theta_k} \{U(x_k, \theta_k) + J(x_{k+1})\} \quad (10)$$

### 3.1 $\frac{\partial J(x_k)}{\partial x_k}$ 的迭代收敛性 (Convergence analysis of $\frac{\partial J(x_k)}{\partial x_k}$ )

对式(10)两边分别求关于  $x_k$  的偏导数可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(x_k)}{\partial x_k} &= \frac{\partial U(x_k, \theta_k)}{\partial x_k} + \frac{\partial J(x_{k+1})}{\partial x_k} \\ &= \frac{\partial U(x_k, \theta_k)}{\partial x_k} + \left(\frac{\partial \theta_k}{\partial x_k}\right)^T \frac{\partial U(x_k, \theta_k)}{\partial \theta_k} \\ &\quad + \left(\frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k}\right)^T \frac{\partial J(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \\ &= (1 - \theta_k + \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} y_k - \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} x_k) \frac{\partial J(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \\ &\quad + a y_k - a x_k + b \theta_k \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (11)$$

这里  $\frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} = 0$ , 如果令  $\frac{\partial J(x_k)}{\partial x_k} = f(x_k)$ , 且有  $\frac{\partial J(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} = f(x_{k+1})$ , 则上式可以写为:

$$f(x_k) = a y_k - a x_k + (1 - \theta_k) f(x_{k+1}) \quad (12)$$

假设有  $f(x_k) = f_n(x_k)$ ,  $f^*(x_k) = f_{n+1}(x_k)$ , 则可以得到上式的迭代公式(13), 其中,  $n$  为神经网络 Action, Critic 各自在每步训练过程中的迭代次数, 根据性能指标是否满足要求, 决定是否继续迭代过程,  $f^*(x_k)$  为第  $k$  步满足性能指标迭代结束的值.

$$f_{n+1}(x_k) = a y_k - a x_k + (1 - \theta_k) f_n(x_{k+1}) \quad (13)$$

则序列  $f_n(x_k)$  收敛的条件为:  $|1 - \theta_k| < 1$ .

证明: 由式(13)我们可以得到

$$f_n(x_k) = a y_k - a x_k + (1 - \theta_k) f_{n-1}(x_{k+1}) \quad (14)$$

由式(13)和式(14)作差, 可以得到

$$\begin{aligned} f_{n+1}(x_k) - f_n(x_k) &= \\ (1 - \theta_k)(f_n(x_{k+1}) - f_{n-1}(x_{k+1})) \end{aligned} \quad (15)$$

我们令  $n = n - 1, n - 2, \dots, 1$ , 将式(15)展开可

以得到

$$\begin{aligned} f_{n+1}(x_k) - f_n(x_k) &= (1 - \theta_k) \times (1 - \theta_{k+1}) \cdots \\ &\quad (1 - \theta_{k+n-1}) \times (f_1(x_{k+n-1}) - f_0(x_{k+n-1})) \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 如果有  $|1 - \theta_k| < 1$ ,  $f_1(x_{k+n-1}), f_0(x_{k+n-1})$  有界可以通过选取适当的初始条件保证<sup>[9]</sup>, 则序列  $f_n(x_k)$  收敛, 即  $\frac{\partial J(x_k)}{\partial x_k}$  收敛.

### 3.2 $\theta_k$ 迭代的收敛性 (Convergence analysis of $\theta_k$ )

通过式(10)的构造, 指数平滑法参数优选转化为如下问题: 如何获取一个  $\theta_k^*$ , 使得定义的系统性能指标最小, 对式(10)求关于  $\theta_k$  的偏导可以得到

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial J(x_k)}{\partial \theta_k} = \frac{\partial U(x_k, \theta_k)}{\partial \theta_k} + \frac{\partial J(x_{k+1})}{\partial \theta_k} \\ &= b \theta_k^* + f(x_{k+1}) \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \theta_k} = b \theta_k^* + f(x_{k+1})(y_k - x_k) \end{aligned} \quad (17)$$

所以有

$$\begin{aligned} \theta_k^* &= -\frac{1}{b} f(x_{k+1})(y_k - x_k) \\ &= -\frac{1}{b} f(x_{k+1})(y_k - x_{k-1}) \\ &\quad - \frac{1}{b} f(x_{k+1})(x_{k-1} - y_{k-1}) \theta_{k-1} \end{aligned} \quad (18)$$

由3.1节可知  $f(x_{k+1})$  收敛, 所以选取适当的  $b$  满足  $|\frac{1}{b} f(x_{k+1})(x_{k-1} - y_{k-1})| < 1$  时, 可以保证  $\theta_k$  收敛.

## 4 评价指标 (Performance index)

评价预测值与实测值总体比较情况. 主要有以下指标: 平均绝对误差、均方误差、平均绝对百分比误差、均方百分比误差等4项, 计算公式如下, 其中,  $x_t$  是  $t$  时刻预测值,  $y_t$  是  $t$  时刻实测值,  $N$  是采样数.

(1) 平均绝对误差

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y_t - x_t| \quad (19)$$

(2) 均方误差

$$MSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N (y_t - x_t)^2} \quad (20)$$

(3) 平均绝对百分比误差

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{y_t - x_t}{x_t} \right| \quad (21)$$

(4)均方百分比误差

$$MSPE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N \left(\frac{y_t - x_t}{y_t}\right)^2} \quad (22)$$

## 5 仿真研究(Simulation)

### 5.1 交通流数据(Traffic flow data)

本文采用的交通流数据来源于“深圳市网格化布控机动车车牌自动识别系统”实测交通流数据,采集地点为深圳市滨河路滨河红岭(东向西)方向,采集时间为2010年10月22日,观测时间间隔为5min,共计288个观测数据,如图2所示.

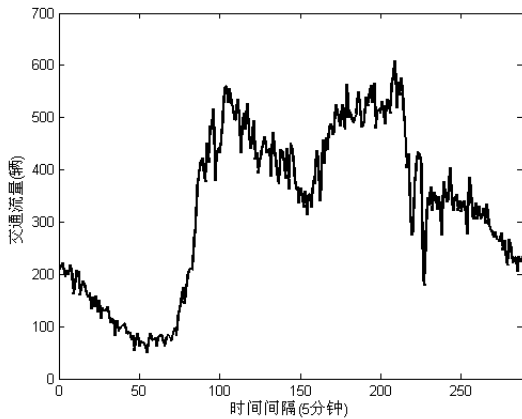


图2 实际交通流数据  
Fig. 2 Traffic flow data

### 5.2 仿真研究(Simulation)

#### (1)移动平均法进行流量预测

移动平均数的计算公式如下:设时间序列为 $y_t, t = 1, 2, \dots, n$ ;  $x_t$ 是第 $t$ 期的观测值; $N$ 是拟定的移动平均的项数; $M_t$ 是第 $t$ 期的移动平均数.则:

$$M_t = \frac{y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-N+1}}{N} \quad (23)$$

$M_t$ 可以作为第 $t + 1$ 期的观测值 $x_{t+1}$ ,即 $x_{t+1} = M_t$ .这里假设移动平均的项数 $N$ 为3,根据简单移动平均法计算公式,各性能指标见表1,预测结果和实际值的拟和情况见图3(序列从第4项开始计).

表1 移动平均法的评价指标

算法	MAE	MSE	MAPE	MSPE
移动平均法	27. 5127	2. 3227	0. 0973	0. 0088

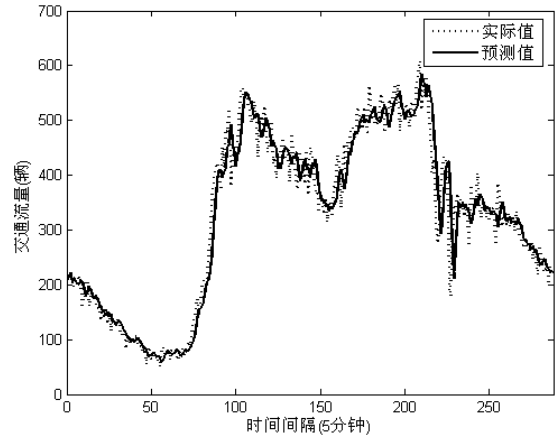


图3 移动平均法预测拟和效果对比

Fig. 3 Comparison between real data and prediction based on history average method

#### (2)指数平滑法进行流量预测

指数平滑公式为:

$$x_{t+1} = \theta y_t + (1 - \theta)x_t \quad (24)$$

这里选用前三期的均值作为第一期观察值.因为模型参数的最优值确定起来非常困难,因此,本文从 $\theta = 0.5$ 到 $\theta = 0.9$ 分别完成三次实验,得到不同的值对应的评价指标,如表2所示.

表2 指数平滑法的评价指标

Table 2 Performance index of exponential smoothing

算法	MAE	MSE	MAPE	MSPE
$\theta = 0.5$	21. 7361	2. 0335	0. 0901	0. 0080
$\theta = 0.7$	24. 9208	2. 1065	0. 0910	0. 0081
$\theta = 0.9$	26. 6627	2. 1605	0. 0954	0. 0083

其中,当 $\theta = 0.5$ ,预测效果最优,预报值和实际值如图4所示:

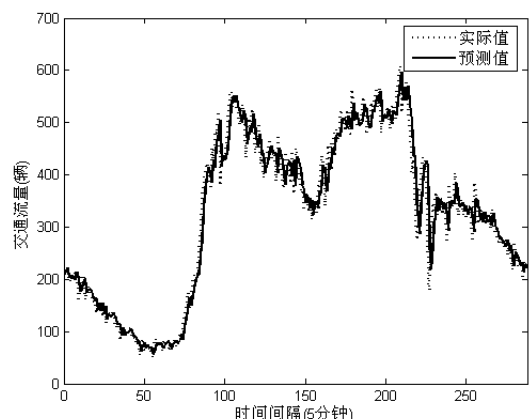


图4 指数平滑法预测拟和效果对比

Fig. 4 Comparison between real data and prediction based on exponential smoothing

### (3) 自适应单指数平滑法

仿真中参数定义如下: 指数平滑法初值 $\theta[0] = 0.4$ ,  $K = 10$ ,  $\beta = 10$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $a = 1$ ,  $b = 100$ , Action结构为 $N_{2:5:1}$ , 各神经元无偏量输入, 激励函数为非对称S型函数; 而Critic结构为 $N_{3:7:1}$ , 各神经元无偏量输入, 隐藏层激励函数为非对称S型函数, 输出层激励函数为线性函数. 各性能指标见表3, 预报值和实际值如图5所示.

表 3 自适应单指数平滑法的评价指标值

Table 3 Performance index of adaptive single-exponent smoothing

算法	MAE	MSE	MAPE	MSPE
自适应单指数平滑法	17.2874	1.8319	0.0823	0.0079

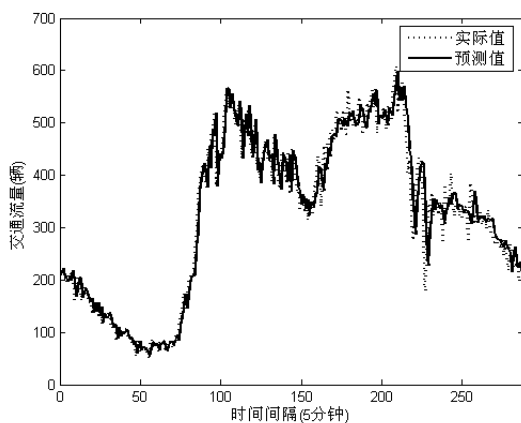


图 5 自适应单指数平滑法预测和效果对比

Fig. 5 Comparison between real data and prediction based on Adaptive single-exponent smoothing

从整体的预测过程和相关参数获取情况看, 移动平均方法最为简单, 不需要进行学习, 可以直接使用, 但是在数据波动较大时, 预测精度较差; 指数平滑法, 需要首先对模型的参数进行辨识, 且模型的适应性较差, 一旦序列的整体趋势发生变化, 模型预测精度将受影响; 而本文提出的自适应单指数平滑法, 通过近似动态规划方法对预测模型参数进行在线调整, 预测精度有显著提高, 仿真验证了算法的有效性.

通过对以上三种预测方法的预测结果进行比较可以得到: 自适应单指数平滑法的效果要明显好于移动平均法和指数平滑法, 说明近似动态规划方法在短时交通流预测中切实可行. 但是也应当看到近似动态规划预测的绝对效果也不是很理想的, 其平均绝对误差MAE也达到了17.2874, 因此该方法有待进一步改进.

## 6 结论(Conclusion)

本文结合近似动态规划方法, 提出了一种新型短期交通流预测方法, 使得预测模型参数随预测过程自动更新, 从而保证了预测的实时性、客观性. 它不依赖于环境和被控对象的解析模型, 具有很好的通用性, 可以在系统状态的观测条件下进行在线学习. 但目前近似动态规划方法在理论研究和算法实现上还有很多问题有待进一步解决, 这也是下一步的研究方向.

## 参考文献(References):

- [1] BART V A, HOWARD R K. Recent Advances and Applications in the Field of Short-term Traffic Forecasting[J]. *International Journal of Forecasting*, 1997, 13(1): 1 – 12.
- [2] SMITH B, DEMETSKY M. Traffic flow forecasting: comparison of modeling approaches[J]. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 1997, 123(4): 261 – 266.
- [3] FU H, XU L H, HU G, WANG Y. Traffic flow state-forecasting algorithm based on Sugeno neural fuzzy system[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(12): 1637 – 1640.  
(傅惠, 许伦辉, 胡刚, 王勇, 基于Sugeno型神经模糊系统的交通流状态预测算法, 控制理论与应用[J], 2010, 27(12): 1637 – 1640.)
- [4] SHI Q X, ZHENG W Z. Short-term traffic flow prediction methods comparison of road networks[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2004, 4(4): 68 – 71.  
(史其信, 郑为中. 道路网短期交通流预测方法比较. 交通运输工程学报[J], 2004, 4(4): 68 – 71.)
- [5] LI X Y. *Methods of Traffic Flow Analysis Based on Similarity*[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University of China, 2010.  
(李星毅, 基于相似性的交通流分析方法[D], 北京: 北京交通大学, 博士学位论文, 2010.)
- [6] XU J. *Traffic Control Based on Neural Optimization*[D]. Beijing: Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, 2007.  
(许静. 基于神经网络最优化的交通控制技术[D]. 北京: 中国科学院自动化所研究院, 博士学位论文, 2007.)
- [7] Bai X R, Zhao D B, Yi J Q and Xu J. Ramp Metering Based on On-line ADHDP ( $\lambda$ ) Controller[C]. *proceeding of 2008 International Joint Conference on Neural Networks*. HongKong:IEEE, 2008, 1847 – 1852.
- [8] Xu J, Yu W S, and Wang F Y. Ramp metering based on adaptive critic designs[C]. *Proceedings 9th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. Toronto:IEEE, 2006, 1531 – 1536.
- [9] Liu X, Balakrishnan S N. Convergence analysis of adaptive critic based optimal control[C]. *Proceedings of American control conference*. Chicago:IEEE, 2000, 1929 – 1933.

## 附录 附录标题(Appendix Title of appendix)

附录内容.

## 作者简介:

齐 驰 (1982—), 男, 河南周口市人, 博士生, 从事神经网络、智能交通控制系统的研究, E-mail:qichii@126.com.;

侯忠生 (1962—), 男, 黑龙江绥化市人, 博导, 从事无模型自适应控制理论、数据驱动控制、智能交通控制系统等领域的研究, E-mail:zhshhou@bjtu.edu.cn.