

面向控制性能的一类非线性关联系统输出反馈动态面控制

余修端¹, 孙秀霞¹, 林 岩², 董文瀚¹

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对一类含有完全未知关联项的多输入/多输出非线性系统, 提出了输出反馈动态面自适应控制方案, 克服了反推控制中的微分爆炸问题; 利用神经网络逼近系统中的未知关联项, 对于每个子系统只需对一个参数设计自适应律; 引入性能函数和输出误差变换, 跟踪误差信号的收敛速率、最大超调量和稳态误差等控制性能指标均可得到保证. 理论证明了闭环系统的所有信号半全局一致有界, 仿真结果验证了所提方案的有效性.

关键词: 动态面控制; 反推控制; 神经网络; 性能函数; 输出误差变换

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Control performance-oriented output feedback dynamic surface control for a class of interconnected nonlinear systems

YU Xiu-duan¹, SUN Xiu-xia¹, LIN Yan², DONG Wen-han¹

(1. Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China;

2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: An output feedback adaptive dynamic surface control(DSC) scheme is proposed for a class of MIMO nonlinear systems with completely unknown interconnections. In this scheme, the explosion of complexity problem inherent in traditional backstepping design is eliminated. The radial-basis-function(RBF) neural network(NN) is employed to approximate the uncertain interconnected items. The advantage is that there is only one parameter needed to be updated online for each subsystem. Moreover, performance function and output error transformation are introduced to guarantee the convergence rate of the tracking errors, the allowable maximum overshoot, and the steady-state error, etc. It is proved that all signals in the closed-loop system are semi-globally uniformly ultimately bounded. Simulation results show the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: dynamic surface control; backstepping control; neural networks; performance function; output error transformation

1 引言(Introduction)

关联系统是由许多相互作用的子系统构成的较大规模系统, 在许多实际应用中普遍存在. 目前对于线性关联系统已有较多研究成果^[1], 对于非线性关联系统, 现有的分散控制方法一般对子系统的关联项加以限制, 例如, 假设关联项已知^[2], 或被已知的函数所界定^[3], 或被部分已知的函数所界定^[4]等. 文献[5]进一步放宽了关联项的匹配限制, 利用反推控制(backstepping control)方法实现了一类具有完全未知关联项的非线性系统控制问题. 但是, 该方案需要对虚拟控制信号进行反复微分, 当系统的相对阶次较高时, 控制律高度复杂、高度非线性.

Swaroop 等人在文献 [6] 中提出的动态面控制(dynamic surface control)方法, 避免了对非线性函数的微分, 从而克服了反推控制的“微分爆炸”问题. 文献[7]就一类具有未知常参数但其上界已知的非

线性系统, 给出了一种基于动态面控制的简便化控制算法. 针对更广泛的非线性不确定系统, 文献[8]将神经网络引入到动态面控制中, 利用神经网络的逼近能力将模型不确定性转化为对未知参数的估计, 从而实现了动态面控制方法的应用扩展. 该类控制方案中待估计参数的数量依赖于神经元节点数量, 为了提高控制精度有时不得不增加神经元节点, 这往往使控制计算负担变得无法承受. 由于低通滤波器的引入使得动态面控制设计更加灵活, 自适应动态面控制已在含有死区、时滞、间隙等非线性系统中得到应用, 较新的发展见文献[9]及其参考文献.

与此同时, 注意到目前多数动态面控制方法均基于状态反馈框架, 因而很难应用到只有输出信号可以测量的对象中. 文献[10]针对一类具有状态独立不确定性的非线性系统, 在线性矩阵不等式凸优化的框架内设计了一种非线性观测器, 提出了一种基

于观测器的动态面控制方案. 但是该方案中模型不确定性与观测器误差动态密切相关, 当不确定性比较严重时系统的稳定性将得不到保证.

与动态面控制有关的另外一个问题是过渡过程. 动态面控制引入了低通滤波器, 系统的跟踪误差一般不再收敛到零, 而是收敛到一个与设计参数有关的较小残集中, 目前大多数控制方案只能确保一些渐近性能. 然而, 在一些工程中系统的瞬变性能往往比渐近性能更加重要. 文献[11]针对一类带有未知非线性的单输入/单输出(SISO)系统提出了性能函数, 并将性能函数视为跟踪误差信号的约束条件, 通过定义的误差变换把受约束系统等价于一个无约束系统, 进而设计了具有满意过渡过程的控制系统. 该方案基于反推控制方法设计, 能够确保控制系统的跟踪速度和精度等指标, 但微分爆炸依然存在, 并且使用两套神经网络, 因而具有更多的更新参数.

本文针对一类非匹配不确定性的MIMO非线性关联系统, 从控制性能出发, 首先设计性能函数将跟踪误差信号的收敛速率、最大超调量和稳态误差等性能指标引入控制设计变量; 然后利用简化的神经网络逼近不确定性模型; 进而构造滤波器完成了关联系统不可测状态的估计; 最后利用动态面控制技术设计了具有指定控制性能的输出反馈控制系统.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下由 m 个子系统组成的非线性关联系统^[5]:

$$\Sigma_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} + f_{i,1}(y_1, \dots, y_m), \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,\rho_i-1} = x_{i,\rho_i} + f_{i,\rho_i-1}(y_1, \dots, y_m), \\ \dot{x}_{i,\rho_i} = x_{i,\rho_i+1} + f_{i,\rho_i}(y_1, \dots, y_m) + \\ \quad b_{i,n_i-\rho_i}g_i(y_1, \dots, y_m)u_i, \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i-1} = x_{i,n_i} + f_{i,n_i-1}(y_1, \dots, y_m) + \\ \quad b_{i,1}g_i(y_1, \dots, y_m)u_i, \\ \dot{x}_{i,n_i} = f_{i,n_i}(y_1, \dots, y_m) + \\ \quad b_{i,0}g_i(y_1, \dots, y_m)u_i, \\ y_i = x_{i,1}, \\ i = 1, \dots, m; n_1 + \dots + n_m = N, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 是第 i 个子系统 Σ_i 的状态变量, $u_i \in \mathbb{R}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}$ 分别是子系统 Σ_i 的输入和输出; $x = [x_1^T \dots x_m^T]^T \in \mathbb{R}^N$ 是整个关联系统的状态, $y = [y_1 \dots y_m]^T$ 是整个系统的输出; $f_i(y) = [f_{i,1}(y) \dots f_{i,n_i}(y)]^T$ 是关于系统输出信号的未知光滑函数, 代表子系统 Σ_i 与其他子系统的关联关系; $g_i(y) (\neq 0)$ 是已知的光滑函数; $b_i = [b_{i,0} \dots b_{i,n_i-\rho_i}]^T$ 是未知的控制增益向量; ρ_i 是子系统 Σ_i 的相对阶; 整

个系统只有输出信号 y_i 可测量.

本文的控制目标是: 设计自适应控制器, 实线系统(1)的输出 y 对参考信号 $y_r = [y_{1,r} \dots y_{m,r}]^T$ 的跟踪控制, 确保控制系统的跟踪误差具有期望的收敛速度、最大超调量和稳态误差等控制品质.

未知非线性函数可以通过诸多种类的神经网络来建模, 其中径向基函数神经网络(RBF NN)因具有简单的线性参数化结构和良好的逼近能力而被广泛应用^[8~10], 本文使用该方法完成对未知关联项 $f_{i,j}(y_1, \dots, y_m) (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n_i)$ 的逼近, 方法如下:

$$\hat{f}_{i,j}(y) = \vartheta_{i,j}^T \psi_{i,j}(y), \quad (2)$$

式中: $y \in \Omega_y \subset \mathbb{R}^m$ 是神经网络的输入, $\vartheta_{i,j} \in \mathbb{R}^l$ 是权值向量, l 为神经网络节点数, $\psi_{i,j}(y) = [s_1(y) \dots s_l(y)]^T$ 是径向基函数向量. 径向基函数 $s_k(y) (k = 1, \dots, l)$ 一般取为高斯函数, 即

$$s_k(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left(-\frac{\|y - c_k\|^2}{2\sigma_k^2}\right),$$

其中: $c_k \in \mathbb{R}^m$ 为基函数的中心, $\sigma_k \in \mathbb{R}$ 为尺度因子.

引理 1^[12] 定义在紧集 $\Omega_y \subset \mathbb{R}^m$ 上的连续函数 $f_{i,j}(y) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, 任给正数 ϵ , 存在 $\vartheta_{i,j}^* \in \mathbb{R}^l$, 使得

$$|f_{i,j}(y) - \vartheta_{i,j}^{*T} \psi_{i,j}(y)| \leq \epsilon, \quad (3)$$

式中 $\vartheta_{i,j}^*$ 是神经网络的最优权值向量, 定义如下:

$$\vartheta_{i,j}^* = \arg \min_{\vartheta_{i,j} \in \mathbb{R}^l} \left\{ \sup_{y \in \Omega_y} |f_{i,j}(y) - \vartheta_{i,j}^T \psi_{i,j}(y)| \right\}. \quad (4)$$

$\vartheta_{i,j}^*$ 一般未知, 使用中可用 $\vartheta_{i,j}$ 代替, 因而神经网络的逼近误差可定义为

$$\omega_{i,j}(y) = f_{i,j}(y) - \vartheta_{i,j}^T \psi_{i,j}(y). \quad (5)$$

本文作如下假设:

假设 1 在区间 $[0, \infty)$ 上, 参考信号 $y_{i,r}(t) (i = 1, \dots, m)$ 光滑可测, $[y_{i,r} \ \dot{y}_{i,r} \ \ddot{y}_{i,r}]^T \in \Omega_{i,r}$, $\Omega_{i,r} = \{(y_{i,r}, \dot{y}_{i,r}, \ddot{y}_{i,r}) \mid y_{i,r}^2 + \dot{y}_{i,r}^2 + \ddot{y}_{i,r}^2 \leq \varkappa_i\}$, 其中 \varkappa_i 为已知正常数.

假设 2 由未知控制增益组成的多项式 $N_i(s) = b_{i,n_i-\rho_i} s^{n_i-\rho_i} + \dots + b_{i,1} s + b_{i,0}$ 是 Hurwitz 多项式, 其中 $b_{i,n_i-\rho_i}$ 的符号和上界已知, 即存在常数 $b_{i,n_i-\rho_i}^M > 0$, 使得 $|b_{i,n_i-\rho_i}| \leq b_{i,n_i-\rho_i}^M$. 不失一般性, 本文假定 $b_{i,n_i-\rho_i} > 0$.

假设 3 在紧集 $\Omega_y \subset \mathbb{R}^m$ 上, 神经网络逼近误差 $\omega_{i,j}(y)$ 有界, 满足 $|\omega_{i,j}(y)| \leq \varpi_{i,j}$, 其中 $\varpi_{i,j}$ 为 $\omega_{i,j}(y)$ 的最小上界, 是未知的正常数.

因此, 系统(1)的状态空间形式可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + \Phi_i(y) \vartheta_i + B_i g_i(y) u_i(t) + \omega_i(y), \\ y_i = C_i x_i, \end{cases} \quad (6)$$

式中:

$$A_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_{(n_i-1)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \Phi_i = \begin{bmatrix} \psi_{i,1}^T \\ \vdots \\ \psi_{i,n_i}^T \end{bmatrix}, \vartheta_i = \begin{bmatrix} \vartheta_{i,1} \\ \vdots \\ \vartheta_{i,n_i} \end{bmatrix},$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(\rho_i-1) \times 1} \\ b_{i,n_i-\rho_i} \\ \vdots \\ b_{i,0} \end{bmatrix}, \omega_i = \begin{bmatrix} \omega_{i,1} \\ \vdots \\ \omega_{i,n_i} \end{bmatrix}, C_i = [1 \ \mathbf{0}_{1 \times (n_i-1)}].$$

注1 假设2中高频增益的上界 $b_{i,n_i-\rho_i}^M$ 仅出现在系统稳定性证明中,并不出现在本文提出的控制律和自适应律中,因此并未在实质上限制本文所提控制方案的应用范围.

3 输出反馈动态面控制系统设计(Output feedback DSC system design)

3.1 状态估计(State estimation)

因为系统(1)只有输出信号 $y_i(i = 1, \dots, m)$ 可测量,本文采用文献[13]中的K-filters方法重构系统的状态,如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = A_{i,0}\xi_i + K_i y_i, \xi_i(0) = 0, \\ \dot{\Xi}_i = A_{i,0}\Xi_i + \Phi_i(y), \Xi_i(0) = 0, \\ \dot{\lambda}_i = A_{i,0}\lambda_i + E_{n_i} g_i(y), \lambda_i(0) = 0, \\ i = 1, \dots, m, \end{cases} \quad (7)$$

式中: E_{n_i} 是 n_i 维单位矩阵中的第 n_i 个列向量, $K_i = (k_{i,1}, \dots, k_{i,n_i})^T$ 是一个常数向量, $A_{i,0} = A_i - K_i C_i$ 是一个Hurwitz矩阵.

为了实现状态估计,继续定义以下动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{i,j} &= A_{i,0}v_{i,j} + E_{n_i-j} g_i(y) u_i, \\ i &= 1, \dots, m, j = 0, \dots, n_i - \rho_i, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $E_{n_i-j} \in \mathbb{R}^{n_i}$,是第 n_i-j 个单位列向量.进而,根据式(7), x_i 可以表示为

$$x_i = (\xi_i + \Xi_i \vartheta_i + \sum_{j=0}^{n_i-\rho_i} b_{i,j} v_{i,j}) + \varepsilon_i, \quad (9)$$

式中 $\varepsilon_i = [\varepsilon_{i,1} \ \dots \ \varepsilon_{i,n_i}]^T$ 为子系统 Σ_i 的状态估计误差,满足

$$\dot{\varepsilon}_i = A_{i,0}\varepsilon_i + \omega_i(y). \quad (10)$$

根据文献[13],知 $A_{i,0}^j E_{n_i} = E_{n_i-j}$,且有 $v_{i,j} = A_{i,0}^j \lambda_i$.因此,状态向量 $v_{i,j}$ 可通过 λ_i 直接获得.

3.2 性能函数和输出误差变换(Performance function and output error transformation)^[11]

为了实现期望的跟踪控制性能,以子系统 Σ_i 为例,首先定义输出误差信号

$$e_i = y_i - y_{i,r} = x_{i,1} - y_{i,r}, \quad (11)$$

其中 $y_{i,r}$ 是第 i 个子系统的参考信号.定义性能函数 $p_i(\cdot) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ - \{0\}$ 为一个光滑、递减函数,

对于任意 $t \geq 0$,其满足

$$\begin{cases} -\delta_i p_i(t) < e_i(t) < p_i(t), e_i(0) > 0, \\ -p_i(t) < e_i(t) < \delta_i p_i(t), e_i(0) < 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中 $0 \leq \delta_i \leq 1$.

图1(a)(b)子图分别描述了跟踪误差 $e_i(t)$ 在 $e_i(0) > 0$ 和 $e_i(0) < 0$ 两种情况下由 $p_i(t)$ 和 δ_i 描述的过渡过程.由图可知, $p_i(t)$ 引入了 $e_i(t)$ 的期望收敛速率的下界, $p_i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) > 0$ 代表系统稳定状态时 $e_i(t)$ 的极限值, $\delta_i p_i(t)$ 限定了系统的超调量,最大超调量可由 $\delta_i p_i(0)$ 表示.

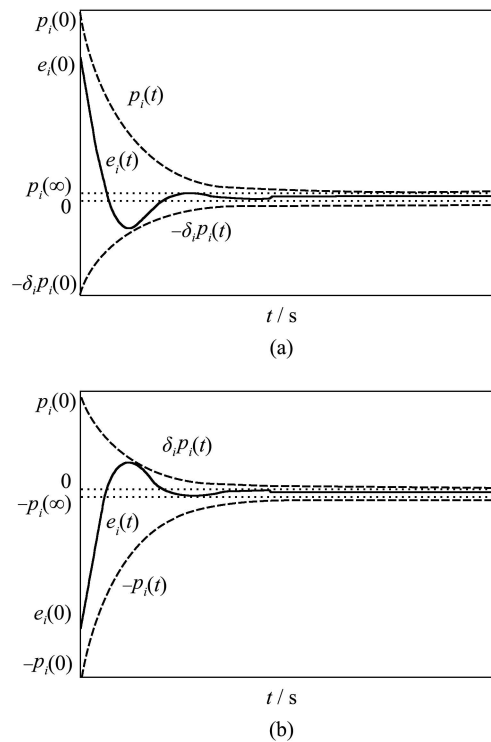


图1 由性能函数 $p_i(t)$ 和 δ_i 描述的控制性能指标

Fig. 1 Control performance indexes described by $p_i(t)$ and δ_i

性能函数可按照如下方法选取:

$$p_i(t) = (p_i(0) - p_i(\infty)) \exp(-a_i t) + p_i(\infty), \quad (13)$$

$$i = 1, \dots, m,$$

其中: $a_i > 0$, $\exp(-a_i t)$ 为跟踪误差信号的期望收敛速率.参数 $\delta_i \in [0, 1]$,若设定 $\delta_i = 0$ 可以使得系统输出无超调跟踪参考信号 $y_{i,r}$.

为了将式(12)所描述的控制性能引入控制系统设计,定义误差变换函数 $Z_i(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $Z_i(\cdot)$ 是一个光滑、严格递增的可逆函数,满足 $e_i(t) = p_i(t) Z_i(S_{i,1})$,具有如下特性:

$$\text{当 } e_i(0) > 0, \begin{cases} -\delta_i < Z_i(S_{i,1}) < 1, \\ \lim_{S_{i,1} \rightarrow -\infty} Z_i(S_{i,1}) = -\delta_i, \\ \lim_{S_{i,1} \rightarrow +\infty} Z_i(S_{i,1}) = 1. \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{当 } e_i(0) < 0, \begin{cases} -1 < Z_i(S_{i,1}) < \delta_i, \\ \lim_{S_{i,1} \rightarrow -\infty} Z_i(S_{i,1}) = -1, \\ \lim_{S_{i,1} \rightarrow +\infty} Z_i(S_{i,1}) = \delta_i. \end{cases} \quad (15)$$

因此 $S_{i,1}$ 可以表示为

$$S_{i,1} = Z_i^{-1}\left(\frac{e_i}{p_i}\right). \quad (16)$$

因为 $S_{i,1}$ 和 Z_i 互为反函数, 从式(14)和式(15)可以看出: $S_{i,1} \in \mathcal{L}_\infty$ 与式(12)等价.

因此, 为了实现期望的跟踪控制性能, 确保在任意时刻 $t \geq 0$ 总有 $S_{i,1} \in \mathcal{L}_\infty$ 成立, 是控制系统品质保证的关键.

3.3 控制器设计(Controller design)

本文采用分散控制的思想, 依次对子系统 $\Sigma_i (i = 1, \dots, m)$ 设计控制器, 从而实现对整个系统(1)的控制. 每个控制器需 ρ_i 个设计步骤, 如下:

Step 1 定义如式(16)所示的动态面变量 $S_{i,1}$, 根据式(11)和式(1), $S_{i,1}$ 的导数为

$$\dot{S}_{i,1} = \nu_i \left(-\frac{\dot{p}_i}{p_i} e_i + x_{i,2} + f_{i,1}(y) - \dot{y}_{i,r}\right), \quad (17)$$

其中

$$\nu_i = \frac{1}{p_i} \frac{\partial Z_i^{-1}}{\partial (e_i/p_i)}. \quad (18)$$

由 $p_i(\cdot)$ 和 $Z_i(\cdot)$ 的定义知, $\nu_i > 0$. 因为 $x_{i,2}$ 不可测量, 由式(9)可得

$$x_{i,2} = (\xi_{i,2} + \Xi_{i,2} \vartheta_i + \sum_{j=0}^{n_i-\rho_i} b_{i,j} v_{i,j,2}) + \varepsilon_{i,2}, \quad (19)$$

其中: $\Xi_{i,2}$ 是矩阵 Ξ_i 的第 2 个行向量, $v_{i,j,2}$ 是向量 $v_{i,j}$ 的第 2 个分量. 考虑到式(5), 进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,1} = & \nu_i \left(-\frac{\dot{p}_i}{p_i} e_i + \xi_{i,2} + \Xi_{i,2} \vartheta_i + \sum_{j=0}^{n_i-\rho_i} b_{i,j} v_{i,j,2} + \right. \\ & \left. \varepsilon_{i,2} + \psi_{i,1}^T(y) \vartheta_{i,1} + \omega_{i,1}(y) - \dot{y}_{i,r}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

进而下式成立:

$$\begin{aligned} S_{i,1} \dot{S}_{i,1} \leq & \nu_i S_{i,1} \left(-\frac{\dot{p}_i}{p_i} e_i + \xi_{i,2} + \Xi_{i,2} \vartheta_i + \right. \\ & \left. \sum_{j=0}^{n_i-\rho_i-1} b_{i,j} v_{i,j,2} + b_{i,n_i-\rho_i} v_{i,n_i-\rho_i,2} + \right. \\ & \left. \varepsilon_{i,2} - \dot{y}_{i,r}\right) + \varpi_{i,1} |\nu_i S_{i,1}|, \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\Xi_{i,2} = \Xi_{i,2} + [\psi_{i,1}^T \mathbf{0}]$, $\varpi_{i,1}$ 是 $\omega_{i,1}(y)$ 的上界.

运用如下不等式:

$$|\nu_i S_{i,1}| \leq \nu_i S_{i,1} \tanh\left(\frac{\nu_i S_{i,1}}{\kappa_i}\right) + 0.2785 \kappa_i, \quad (22)$$

$$\nu_i S_{i,1} \Xi_{i,2} \vartheta_i \leq \frac{\alpha_{i,1} \nu_i^2 S_{i,1}^2 \Xi_{i,2} \Xi_{i,2}^T \vartheta_i^T \vartheta_i}{2} + \frac{1}{2\alpha_{i,1}}, \quad (23)$$

$$\nu_i S_{i,1} \varepsilon_{i,2} \leq \frac{1}{2} \nu_i^2 S_{i,1}^2 \varepsilon_{i,2}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{i,2}^2, \quad (24)$$

式中 $\kappa_i, \alpha_{i,1}$ 是正的设计参数, 可得

$$\begin{aligned} S_{i,1} \dot{S}_{i,1} \leq & S_{i,1} \left[\nu_i \left(-\frac{\dot{p}_i}{p_i} e_i + \xi_{i,2} - \dot{y}_{i,r}\right) + \right. \\ & \vartheta_i^T \vartheta_i \frac{\alpha_{i,1} \nu_i^2 S_{i,1} \Xi_{i,2} \Xi_{i,2}^T}{2} + \sum_{j=0}^{n_i-\rho_i-1} b_{i,j} \nu_i v_{i,j,2} + \\ & \left. b_{i,n_i-\rho_i} \nu_i v_{i,n_i-\rho_i,2} + \varpi_{i,1} \nu_i \tanh\left(\frac{\nu_i S_{i,1}}{\kappa_i}\right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \nu_i^2 S_{i,1} \varepsilon_{i,2}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{i,2}^2 + \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + 0.2785 \varpi_{i,1} \kappa_i \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

根据式(7), 注意到 u_i 将首先出现在 $v_{i,n_i-\rho_i,2}$ 的 ρ_i 阶导数中. 定义

$$\begin{aligned} \theta_i = & \left[\frac{1}{b_{i,n_i-\rho_i}} \frac{\vartheta_i^T \vartheta_i}{b_{i,n_i-\rho_i}} \frac{b_{i,0}}{b_{i,n_i-\rho_i}} \dots \right. \\ & \left. \frac{b_{i,n_i-\rho_i-1}}{b_{i,n_i-\rho_i}} \frac{\varpi_{i,1}}{b_{i,n_i-\rho_i}} \right]^T, \quad (26) \\ \varphi_i = & \begin{bmatrix} (l_{i,1} + \frac{\nu_i^2}{2}) S_{i,1} + \nu_i \left(-\frac{\dot{p}_i}{p_i} e_i + \xi_{i,2} - \dot{y}_{i,r}\right) \\ \frac{\alpha_{i,1} \nu_i^2 S_{i,1} \Xi_{i,2} \Xi_{i,2}^T}{2} \\ \nu_i v_{i,0,2} \\ \vdots \\ \nu_i v_{i,n_i-\rho_i-1,2} \\ \nu_i \tanh\left(\frac{\nu_i S_{i,1}}{\kappa_i}\right) \end{bmatrix}, \quad (27) \end{aligned}$$

其中 $l_{i,1}$ 是一个正的设计参数.

注 2 后面设计步骤中的参数 $l_{i,j}, \alpha_{i,2}, \alpha_{i,3}$ 均假定为正常数.

运用如下不等式:

$$S_{i,1} \theta_i^T \varphi_i \leq \frac{\alpha_{i,2} S_{i,1}^2 \theta_i^T \theta_i \varphi_i^T \varphi_i}{2} + \frac{1}{2\alpha_{i,2}}, \quad (28)$$

可得

$$\begin{aligned} S_{i,1} \dot{S}_{i,1} \leq & -l_{i,1} S_{i,1}^2 + b_{i,n_i-\rho_i} \nu_i S_{i,1} (v_{i,n_i-\rho_i,2} + \\ & \frac{\alpha_{i,2} S_{i,1} \theta_i^T \theta_i \varphi_i^T \varphi_i}{2\nu_i}) + \frac{1}{2} \varepsilon_{i,2}^2 + \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + \\ & \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{2\alpha_{i,2}} + 0.2785 \varpi_{i,1} \kappa_i. \end{aligned} \quad (29)$$

若令 $\beta_i = \theta_i^T \theta_i$, 并视 $v_{i,n_i-\rho_i,2}$ 为虚拟控制输入, 其期望信号可取为

$$\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,2} = -\frac{\alpha_{i,2} S_{i,1} \hat{\beta}_i \varphi_i^T \varphi_i}{2\nu_i} - \alpha_{i,3} \nu_i S_{i,1}, \quad (30)$$

其中: $\alpha_{i,3}$ 是设计参数, $\hat{\beta}_i$ 是 β_i 的估计值, 其自适应律为

$$\dot{\hat{\beta}}_i = \gamma_i \left(\frac{\alpha_{i,2} S_{i,1}^2 \varphi_i^T \varphi_i}{2\nu_i} - \eta_i \hat{\beta}_i\right), \quad (31)$$

式中 γ_i, η_i 是自适应增益参数.

为了避免反推控制中对控制信号 $\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,2}$ 的微分运算,令 $\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,2}$ 通过如下一个时间常数为 $\tau_{i,2}$ 的低通滤波器,以获得变量 $z_{i,2}$:

$$\tau_{i,2}\dot{z}_{i,2} + z_{i,2} = \bar{v}_{i,n_i-\rho_i,2}, \quad z_{i,2}(0) = \bar{v}_{i,n_i-\rho_i,2}(0). \quad (32)$$

Step j ($2 \leq j \leq \rho_i - 1$) 定义第 j 个动态面

$$S_{i,j} = v_{i,n_i-\rho_i,j} - z_{i,j}. \quad (33)$$

由式(8)知, $S_{i,j}$ 的时间导数为

$$\dot{S}_{i,j} = -k_{i,j}v_{i,n_i-\rho_i,1} + v_{i,n_i-\rho_i,j+1} - \dot{z}_{i,j}. \quad (34)$$

视 $v_{i,n_i-\rho_i,j+1}$ 为虚拟控制输入,其期望信号为

$$\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j+1} = -l_{i,j}S_{i,j} + k_{i,j}v_{i,n_i-\rho_i,1} + \dot{z}_{i,j}. \quad (35)$$

相似地,令 $\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j+1}$ 通过时间常数为 $\tau_{i,j+1}$ 的低通滤波器,便可得到滤波信号 $z_{i,j+1}$:

$$\begin{aligned} \tau_{i,j+1}\dot{z}_{i,j+1} + z_{i,j+1} &= \bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j+1}, \\ z_{i,j+1}(0) &= \bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j+1}(0). \end{aligned} \quad (36)$$

Step ρ_i 定义第 ρ_i 个动态面

$$S_{i,\rho_i} = v_{i,n_i-\rho_i,\rho_i} - z_{i,\rho_i}. \quad (37)$$

进而可得

$$\dot{S}_{i,\rho_i} = -k_{i,\rho_i}v_{i,n_i-\rho_i,1} + v_{i,n_i-\rho_i,\rho_i+1} + g_i(y)u_i - \dot{z}_{i,\rho_i}. \quad (38)$$

至此,子系统 Σ_i 的控制信号 u_i 出现, u_i 可设计为

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{1}{g_i(y)}(-l_{i,\rho_i}S_{i,\rho_i} + k_{i,\rho_i}v_{i,n_i-\rho_i,1} - \\ &v_{i,n_i-\rho_i,\rho_i+1} + \dot{z}_{i,\rho_i}). \end{aligned} \quad (39)$$

子系统 Σ_i ($i=2, \dots, m$)的控制器设计步骤同上.

4 控制系统分析(Control system analysis)

本文所提方案引入了低通滤波器,避免了虚拟控制信号的分微运算,简化了控制器设计;与此同时,不可避免地引入了滤波器误差,定义如下:

$$\lambda_{i,j} = z_{i,j} - \bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j}, \quad i=1, \dots, m, \quad j=2, \dots, \rho_i. \quad (40)$$

根据式(32)(36)和式(30),下式成立:

$$\dot{z}_{i,j} = (\bar{v}_{i,n_i-\rho_i,j} - z_{i,j})/\tau_{i,j} = -\lambda_{i,j}/\tau_{i,j}, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{i,2} &= \dot{z}_{i,2} - \dot{\bar{v}}_{i,n_i-\rho_i,2} = \\ &-\frac{\lambda_{i,2}}{\tau_{i,2}} + \{\nu_i S_{i,1}(\alpha_{i,3} - \frac{\alpha_{i,2}}{2\nu_i^2} \hat{\beta}_i \varphi_i^T \varphi_i) + \\ &\dot{S}_{i,1}(\alpha_{i,3}\nu_i + \frac{\alpha_{i,2}}{2\nu_i} \hat{\beta}_i \varphi_i^T \varphi_i) + \\ &\frac{\alpha_{i,2}}{2\nu_i} \dot{\hat{\beta}}_i S_{i,1} \varphi_i^T \varphi_i + \frac{\alpha_{i,2}}{\nu_i} S_{i,1} \hat{\beta}_i \dot{\varphi}_i^T \varphi_i\} = \\ &-\frac{\lambda_{i,2}}{\tau_{i,2}} + B_{i,2}(S_{i,1}, S_{i,2}, \hat{\beta}_i, \lambda_{i,2}, y_{i,r}, \dot{y}_{i,r}, \\ &\ddot{y}_{i,r}, p, \dot{p}, \ddot{p}, \varepsilon_i), \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $B_{i,2}(\cdot)$ 是一个连续函数.

同理可得

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{i,j+1} &= \frac{\lambda_{i,j+1}}{\tau_{i,j+1}} + l_{i,j} \dot{S}_{i,j} - k_{i,j} \dot{v}_{i,n_i-\rho_i,1} + \frac{\dot{\lambda}_{i,j}}{\tau_{i,j}} = \\ &-\frac{\lambda_{i,j+1}}{\tau_{i,j+1}} + B_{i,j+1}(S_{i,1}, \dots, S_{i,j+1}, \hat{\beta}_i, \lambda_{i,2}, \dots, \\ &\lambda_{i,j+1}, y_{i,r}, \dot{y}_{i,r}, \ddot{y}_{i,r}, p, \dot{p}, \ddot{p}, \varepsilon_i), \end{aligned} \quad (43)$$

其中 $B_{i,j+1}(\cdot)$, $j=2, \dots, \rho_i-1$ 是连续函数.

定义如下紧集:

$$\begin{aligned} \Omega_{i,p} &= \{(p_i, \dot{p}_i, \ddot{p}_i) \mid p_i^2 + \dot{p}_i^2 + \ddot{p}_i^2 \leq \Upsilon_i\}, \quad (44) \\ \Omega_{i,j} &= \{(S_{i,1}, \dots, S_{i,j}, \tilde{\beta}_i, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,j}, \varepsilon_i) \mid \\ &\sum_{k=1}^j S_{i,k}^2 + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{\gamma_i} \tilde{\beta}_i^2 + \sum_{k=2}^j \lambda_{i,k}^2 + \\ &2\varepsilon_i^T P_i \varepsilon_i \leq 2\varrho_i\}, \quad j=2, \dots, \rho_i, \end{aligned} \quad (45)$$

其中: Υ_i 和 ϱ_i 是待可确定的正常数, P_i 是正定对称矩阵,其定义将在随后给出.注意到 $\Omega_{i,r} \times \Omega_{i,p} \times \Omega_{i,j}$ 仍是紧集,因此 $|B_{i,j}(\cdot)|$, $j=2, \dots, \rho_i$ 在 $\Omega_{i,r} \times \Omega_{i,p} \times \Omega_{i,j}$ 上具有最大值,记为 $M_{i,j}$.

定理 1 假设系统(1)满足假设1~3,跟踪控制的性能指标由 $p_i(t)$, δ_i 给出,在定义的初始紧集 $\Omega_{i,r} \times \Omega_{i,p} \times \Omega_{i,j}$ 上,存在参数 $l_{i,j}$ ($j=1, \dots, \rho_i$), $\tau_{i,k}$ ($k=2, \dots, \rho_i$), η_i , γ_i , h_i , $\alpha_{i,1}$, $\alpha_{i,2}$ 和 $\alpha_{i,3}$ ($i=1, \dots, m$)使得由系统(1)、控制器(39)和自适应律(31)组成的闭环系统具有如下特性:

- 1) 预先指定的跟踪控制性能: e_i 的稳态误差、收敛速度、最大超调量等,可以得到保证.
- 2) 闭环系统的所有信号半全局一致有界.

证 1) 对于设计的闭环系统,定义如下Lyapunov函数:

$$V = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\rho_i} V_{i,j}, \quad (46)$$

其中:

$$\begin{aligned} V_{i,1} &= \frac{1}{2} S_{i,1}^2 + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{2\gamma_i} \tilde{\beta}_i^2 + \frac{1}{2} \lambda_{i,2}^2 + \varepsilon_i^T P_i \varepsilon_i, \\ V_{i,j} &= \frac{1}{2} S_{i,j}^2 + \frac{1}{2} \lambda_{i,j+1}^2, \quad j=2, \dots, \rho_i - 1, \\ V_{i,\rho_i} &= \frac{1}{2} S_{i,\rho_i}^2, \end{aligned} \quad (47)$$

式中: $\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i - \beta_i$, P_i 为一个对称正定矩阵,满足

$$A_{i,0}^T P + P A_{i,0} = -h_i I_{n_i}, \quad (48)$$

其中 h_i 为已知正数.

易知 $V_{i,1}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &= S_{i,1} \dot{S}_{i,1} + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{\gamma_i} \tilde{\beta}_i \dot{\tilde{\beta}}_i + \lambda_{i,2} \dot{\lambda}_{i,2} - \\ &\varepsilon_i^T (P_i A_{i,0} + A_{i,0}^T P_i) \varepsilon_i + 2\varepsilon_i^T P_i \omega_i. \end{aligned} \quad (49)$$

根据式(42)和式(43),可得

$$\lambda_{i,j} \dot{\lambda}_{i,j} \leq -\frac{\lambda_{i,j}^2}{\tau_{i,j}} + |B_{i,j} \lambda_{i,j}| \leq -\frac{\lambda_{i,j}^2}{\tau_{i,j}} + \frac{1}{2} M_{i,j}^2 + \frac{1}{2} \lambda_{i,j}^2, \quad j = 2, \dots, \rho_i. \quad (50)$$

进而, 将式(29)(31)(50)和式(48)代入式(49), 同时考虑式(33)(40)进而可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -l_{i,1} S_{i,1}^2 + b_{i,n_i-\rho_i} (\nu_i S_{i,1} S_{i,2} + \nu_i S_{i,1} \lambda_{i,2} - \\ & \alpha_{i,3} \nu_i^2 S_{i,1}^2) + \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{2\alpha_{i,2}} + \frac{1}{2} \varepsilon_{i,2}^2 + \\ & 0.2785 \kappa_i \varpi_{i,1} - b_{i,n_i-\rho_i} \tilde{\beta}_i \hat{\beta}_i + \frac{1}{2} M_{i,2} - \\ & \left(\frac{1}{\tau_{i,2}} - \frac{1}{2}\right) \lambda_{i,2}^2 - h_i \varepsilon_i^T \varepsilon_i + 2 \varepsilon_i^T P_i \omega_i. \end{aligned} \quad (51)$$

继续使用如下不等式:

$$\nu_i S_{i,1} S_{i,2} \leq \frac{\alpha_{i,3}}{2} \nu_i^2 S_{i,1}^2 + \frac{1}{2\alpha_{i,3}} S_{i,2}^2, \quad (52)$$

$$\nu_i S_{i,1} \lambda_{i,2} \leq \frac{\alpha_{i,3}}{2} \nu_i^2 S_{i,1}^2 + \frac{1}{2\alpha_{i,3}} \lambda_{i,2}^2, \quad (53)$$

$$-\tilde{\beta}_i^T \hat{\beta}_i \leq -\frac{1}{2} (\tilde{\beta}_i^2 - \beta_i^2), \quad (54)$$

$$\varepsilon_i^T P_i \omega_i \leq \frac{1}{4} \varepsilon_i^T \varepsilon_i + \|P_i\|^2 \|\varpi_i\|^2, \quad (55)$$

其中 $\|P_i\|$, $\|\varpi_i\|$ 分别表示矩阵 P_i 和向量 ϖ_i 的 2-范数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -l_{i,1} S_{i,1}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{i,2}} - \frac{1}{2} - \frac{b_{i,n_i-\rho_i}}{2\alpha_{i,3}}\right) \lambda_{i,2}^2 - \\ & \frac{b_{i,n_i-\rho_i} \eta_i}{2} \tilde{\beta}_i^2 + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2\alpha_{i,3}} S_{i,2}^2 - \frac{h_i - 1}{\lambda_{\max}(P_i)} \varepsilon_i^T P_i \varepsilon_i + \\ & \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2\alpha_{i,2}} + 0.2785 \kappa_i \varpi_{i,1} + \\ & \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M \eta_i}{2} \beta_i^2 + \frac{1}{2} M_{i,2}^2 + 2 \|P_i\|^2 \|\varpi_i\|^2, \end{aligned} \quad (56)$$

式中: $b_{i,n_i-\rho_i}^M$ 是 $b_{i,n_i-\rho_i}$ 的上界值, $\lambda_{\max}(P_i)$ 是 P_i 的最大特征值.

根据式(34)(35)和式(40), $V_{i,2}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,2} = & S_{i,2} (-l_{i,2} S_{i,2} + S_{i,3} + \lambda_{i,3}) + \lambda_{i,3} \dot{\lambda}_{i,3} \leq \\ & -(l_{i,2} - 1 - \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2}) S_{i,2}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{i,3}} - 1\right) \lambda_{i,3}^2 - \\ & \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2} S_{i,2}^2 + \frac{M_{i,3}^2}{2} + \frac{1}{2} S_{i,3}^2. \end{aligned} \quad (57)$$

相似地, 对于 $j = 3, \dots, \rho_i - 1$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} \leq & -(l_{i,j} - \frac{3}{2}) S_{i,j}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{i,j+1}} - 1\right) \lambda_{i,j+1}^2 + \\ & \frac{M_{i,3}^2}{2} - \frac{1}{2} S_{i,j}^2 + \frac{1}{2} S_{i,j+1}^2. \end{aligned} \quad (58)$$

根据式(38), V_{i,ρ_i} 的导数为

$$\dot{V}_{i,\rho_i} = -(l_{i,\rho_i} - \frac{1}{2}) S_{i,\rho_i}^2 - \frac{1}{2} S_{i,\rho}^2. \quad (59)$$

选择参数 r_i , 令其满足:

$$\begin{cases} l_{i,1} \geq r_i, \\ l_{i,2} \geq 1 + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2} + r_i, \\ l_{i,j} \geq \frac{3}{2} + r_i, \quad j = 3, \dots, \rho_i - 1, \\ l_{i,\rho_i} \geq \frac{1}{2} + r_i, \\ \eta_i \geq \frac{2r_i}{\gamma_i}, \\ h_i \geq 1 + 2\lambda_{\max}(P_i)r_i, \\ \frac{1}{\tau_{i,2}} \geq \frac{1}{2} + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2\alpha_{i,3}} + r_i, \\ \frac{1}{\tau_{i,j}} \geq 1 + r_i, \quad j = 3, \dots, \rho_i, \end{cases} \quad (60)$$

则, 由式(56)~(59), 下式成立:

$$\sum_{j=1}^{\rho_i} \dot{V}_{i,j} \leq -2r_i \sum_{j=1}^{\rho_i} V_{i,j} + C_i, \quad (61)$$

其中

$$\begin{aligned} C_i = & \frac{1}{2\alpha_{i,1}} + \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M}{2\alpha_{i,2}} + 0.2785 \kappa_i \varpi_{i,1} + \\ & \frac{b_{i,n_i-\rho_i}^M \eta_i \beta_i^2}{2} + \sum_{j=2}^{\rho_i} \frac{M_{i,j}^2}{2} + 2 \|P_i\|^2 \|\varpi_i\|^2. \end{aligned}$$

综上, 可得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\rho_i} \dot{V}_{i,j} \leq -2r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\rho_i} V_{i,j} + \sum_{i=1}^m C_i, \quad (62)$$

式中 $r = \min\{r_1, \dots, r_m\}$.

令 $C = \sum_{i=1}^m C_i$, $V(0) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\rho_i} V_{i,j}(0)$, 由式(62)显然可得

$$0 \leq V \leq \frac{C}{2r} + (V(0) - \frac{C}{2r}) \exp(-2rt). \quad (63)$$

任给一正数 $\varrho = \sum_{i=1}^m \varrho_i$, 假设 $V(0) \leq \varrho$, 如果使参数 $r > \frac{C}{2\varrho}$, 则有 $\dot{V} < 0$. 换言之, V 是一个不变集. 根据

Lyapunov-Lasalle 不变集理论, 式(62)意味着 V 中的所有信号, 即: $S_{i,1}, \dots, S_{i,\rho_i}, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,\rho_i}, \tilde{\beta}_i, \varepsilon_i (i = 1, \dots, m)$ 半全局一致终结有界.

所以可得 $S_{i,1} \in \mathcal{L}_\infty$, 进而由式(12)~(16)的分析知, 被 $p_i(t), \delta_i$ 所限定的 e_i 的稳态误差、收敛速度、最大超调量等性能指标均可以得到保证.

2) 证明闭环系统信号的有界性. 因 $S_{i,1} (i = 1, \dots, m)$ 有界, 所以 e_i 有界, 进而由 $y_{i,r}$ 的有界性可推出系统输出信号 y_i 有界, 所以式(1)中的光滑函数 $g_i(y)$ 和 $f_{i,j}(y) (j = 1, \dots, n_i)$ 有界. 考虑到 $A_{i,0}$ 是 Hurwitz 矩阵, 由式(7)可推出 ξ_i, Ξ_i 有界. 下面证明 $v_{i,j} (j = 0, \dots, n_i - \rho_i)$ 的有界性. 根据式(8), 可得

$$v_{i,j}(s) = [(sI_{n_i} - A_{i,0})^{-1} E_{n_i-j}] g_i(y) u_i. \quad (64)$$

$v_{i,j}(s)$ 可进一步表示为

$$v_i = \begin{bmatrix} v_{i,0,1} & v_{i,1,1} & \cdots & v_{i,n_i-\rho_i,1} \\ v_{i,0,2} & v_{i,1,2} & \cdots & v_{i,n_i-\rho_i,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underbrace{v_{i,0,n_i}}_{v_{i,0}} & \underbrace{v_{i,1,n_i}}_{v_{i,1}} & \cdots & \underbrace{v_{i,n_i-\rho_i,n_i}}_{v_{i,n_i-\rho_i}} \end{bmatrix} \quad (65)$$

令 $v_{i,j,k}$ 的相对阶次为 $\rho_{i,j,k}^*$, 从矩阵 $A_{i,0}$ 的特殊结构形式易知其满足

$$\rho_{i,j,k}^* = \begin{cases} n_i - j - k + 1, & j + k \leq n_i, \\ k, & j + k > n_i. \end{cases} \quad (66)$$

注意到式(1)等价于下列微分方程($D = \frac{d}{dt}$):

$$D^{n_i}(y_i) = \sum_{k=1}^{n_i} D^{n_i-k} f_{i,j}(y) + \sum_{k=\rho_i}^{n_i} b_{i,n_i-k} D^{n_i-k} [g_i(y)u_i]. \quad (67)$$

令 $G_i(s) = \frac{G_{\rho_i}(s)}{N_i(s)}$, 其中 $G_{\rho_i}(s)$ 是一个相对阶次大于或等于 ρ_i 的稳定传递函数, $N_i(s) = b_{i,n_i-\rho_i}s^{n_i-\rho_i} + \cdots + b_{i,1}s + b_{i,0}$ 是假设2给出的稳定多项式, 则可知 $G_i(s)$ 是相对阶次大于或等于 n_i 的稳定传递函数. 在式(67)两边同时乘以 $G_i(s)$, 则由 y_i 以及 $f_{i,j}(y), g_i(y)$ 的有界性可证 $[g_i(y)u_i]$ 有界. 这意味着式(??)中所有相对阶大于或等于 ρ_i 的信号有界. 特别地, $v_{i,n_i-\rho_i,1}$ 和 $v_{i,n_i-\rho_i,\rho_i+1}$ 有界, 因为根据式(66)其相对阶次分别为 ρ_i 和 ρ_i+1 . 另一方面, 根据式(41), λ_{i,ρ_i} 有界可推出 \dot{z}_{i,ρ_i} 有界. 根据式(39), $S_{i,\rho_i}, v_{i,n_i-\rho_i,1}, v_{i,n_i-\rho_i,\rho_i+1}$ 和 \dot{z}_{i,ρ_i} 有界可证明 u_i 有界, 进而根据式(8)可得 $v_{i,j}$ ($j = 0, \dots, n_i - \rho_i$)有界. 因为 ε_i 有界, 由式(9)知系统状态 x_i ($i = 1, \dots, m$)有界. $\hat{\beta}_i$ 有界, 因而 $\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i + \beta_i$ 有界. 综上可得闭环系统的所有信号半全局一致终结有界. 证毕.

5 仿真研究(Simulation study)

考虑文献[5]中的双倒立摆模型

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2}, \\ \dot{x}_{1,2} = \frac{1}{J_1}u_1 + \left(\frac{m_1gr}{J_1} - \frac{kr^2}{4J_1}\right)\sin x_{1,1} + \frac{kr}{2J_1}(l-b) + \frac{kr^2}{4J_1}\sin x_{2,1}, \\ y_1 = x_{1,1}, \end{cases} \\ \Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2}, \\ \dot{x}_{2,2} = \frac{1}{J_2}u_2 + \left(\frac{m_2gr}{J_2} - \frac{kr^2}{4J_2}\right)\sin x_{2,1} + \frac{kr}{2J_2}(l-b) + \frac{kr^2}{4J_2}\sin x_{1,1}, \\ y_2 = x_{2,1}, \end{cases} \end{array} \right. \quad (68)$$

其中: y_1 和 y_2 是两个摆锤的角位移, m_1 和 m_2 是摆锤质量, J_1 和 J_2 是摆锤的转动惯量, r 是摆锤高度, k 是弹簧的倔强系数, l 是弹簧的自然长度, b 是摆杆铰链的距离, g 是重力加速度. 控制目标是在以上参数未知且只有 y_1 和 y_2 可以测量的情况下, 设计控制器 u_1 和 u_2 使得 Σ_1 和 Σ_2 的输出能够分别跟踪参考信号 $y_{1,r} = 0.5 \sin 0.5t + 0.5 \sin t$ 和 $y_{2,r} = \sin 0.5t \sin t$. 期望系统输出信号跟踪速度不小于 $\exp(2.5t)$, 跟踪稳态误差不大于0.05.

首先对子系统 Σ_1, Σ_2 分别设计如式(7)形式的K-filters以完成状态估计, 选取 $K_1 = K_2 = [3 \ 2]^T$, $\Phi_i(y) = [\psi_{i,1}^T(y) \ 0; 0 \ \psi_{i,2}^T(y)]$, $i = 1, 2$, $\psi_{i,1}$ 和 $\psi_{i,2}$ 对应的RBF神经网络节点数分别取为121和441, 基函数取为

$$s_k(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\|y - c_k\|^2}{2}\right),$$

其中心 c_k 均匀覆盖 $[-1, 1] \times [1, 1]$, 进而根据式(31)(39)设计参数自适应律和控制律. 自适应增益: $\gamma_1 = \gamma_2 = 12, \eta_1 = \eta_2 = 0.2$; 控制增益: $l_{1,1} = 30, l_{1,2} = 15, l_{2,1} = 20, l_{2,2} = 8$; 设计参数: $\alpha_{1,1} = \alpha_{1,2} = \alpha_{2,1} = \alpha_{2,2} = 0.2, \alpha_{1,3} = \alpha_{2,3} = 0.75, \kappa_1 = \kappa_2 = 0.01$. 仿真中, 系统(68)各参数取值如下: $m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 2.5 \text{ kg}, J_1 = 0.5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_2 = 0.625 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, k = 100 \text{ N/m}, r = 0.5 \text{ m}, l = 0.5 \text{ m}, b = 0.4 \text{ m}$, 初始条件为: $x_{1,1} = 0.4, x_{1,2} = 0, x_{2,1} = -0.3, x_{2,2} = 0$, 低通滤波器取零初始条件, 滤波器常数 $\tau_{1,2} = \tau_{2,2} = 0.05$.

根据控制目标, 按照式(13)设计如下性能函数:

$$p_i(t) = (0.7 - 0.05) \exp(-2.5t) + 0.05, \quad i = 1, 2. \quad (69)$$

误差转换函数选为

$$Z_i(S_{i,1}) = \begin{cases} \frac{1 + \delta_i}{\pi} \arctan S_{i,1} - \frac{\delta_i - 1}{2}, & e_i(0) \geq 0, \\ \frac{1 + \delta_i}{\pi} \arctan S_{i,1} + \frac{\delta_i - 1}{2}, & e_i(0) < 0, \end{cases} \quad i = 1, 2. \quad (70)$$

关于超调量指标本仿真考虑了一种苛刻情况, 即: 设定 δ_i 为零, 目的是期望系统输出信号 y_i 无超调跟踪参考信号 $y_{i,r}$. 仿真结果如图2所示.

由以下仿真结果可看出, 倒立摆的角位移 y_1, y_2 能够指数无超调地跟踪参考信号 $y_{1,r}, y_{2,r}$, 在具有较大初始跟踪误差的情况下, 预先给定的跟踪控制指标仍能得到保证. 与文献[5]相比, 本控制方案避免了微分爆炸, 改善了输出信号的过渡过程, 提高了跟踪精度, 达到了预期的控制效果.

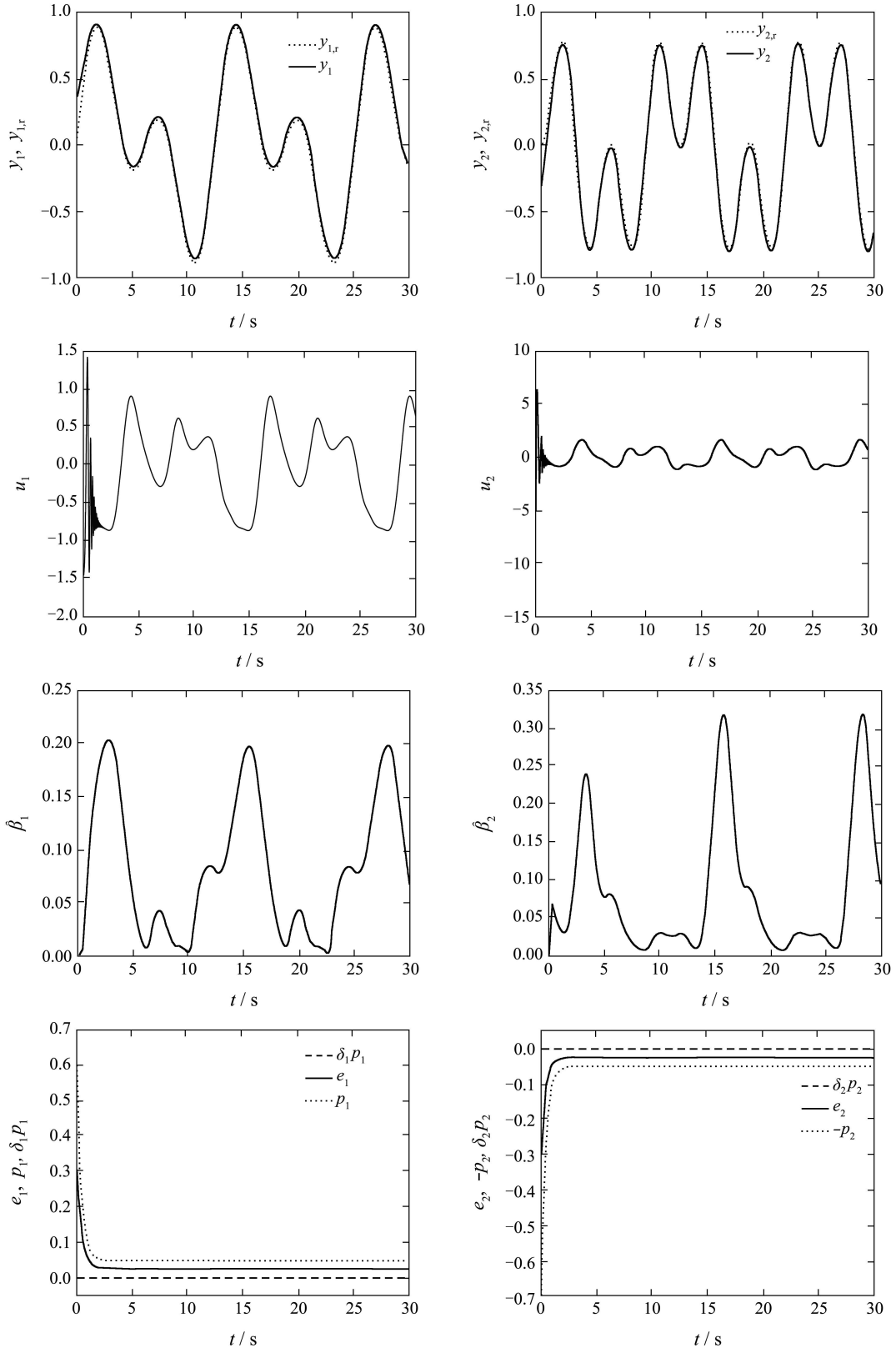


图 2 系统(68)的仿真结果

Fig. 2 Simulation results of the system (68)

6 结论(Conclusion)

本文针对一类含有完全未知关联项的MIMO非线性系统, 从控制性能指标出发, 首先设计了期望的跟踪控制指标, 进而利用动态面控制技术提

出了一种输出反馈控制方案, 能够保证跟踪控制系统具有期望的瞬态和稳态性能. RBF神经网络实现了对未知关联项的精确逼近, 控制方案无需对神经网络权值和未知控制增益分别进行自适应

律设计, 只对一个未知量进行在线更新, 较大幅度地减轻了计算负担。

参考文献(References):

- [1] GRAVEL D T, ŠILJAK D D. Decentralized adaptive control: structural conditions for stability[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 34(4): 413 – 426.
- [2] JIANG Z P. Decentralized disturbance attenuating output-feedback trackers for large-scale nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2002, 38(9): 1407 – 1415.
- [3] XIE S L, XIE L H. Decentralized global robust stabilization for interconnected uncertain minimum-phase nonlinear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 41(1): 251 – 263.
- [4] KRISHNAMURTHY P, KHORRAMI F. Decentralized control and disturbance attenuation for large-scale nonlinear systems in generalized output-feedback canonical form[J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1923 – 1933.
- [5] CHEN W S, LI J M. Decentralized output-feedback neural control for systems with unknown interconnections[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2008, 38(1): 258 – 266.
- [6] SWAROOP D, GERDES J C, YIP P P, et al. Dynamic surface control of nonlinear systems[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. New York: IEEE, 1997: 3028 – 3034.
- [7] YIP P P, HEDRICK J K. Adaptive dynamic surface control: a simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems[J]. *International Journal of Control*, 1998, 71(5): 959 – 979.
- [8] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [9] LI T S, WANG D, FENG G, et al. A DSC approach to robust adaptive tracking control for strict-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3): 915 – 927.
- [10] SONG B, HEDRICK J K. Observer-based dynamic surface control for a class of nonlinear systems: an LMI approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(11): 1995 – 2001.
- [11] CHARALAMPOS P B, GEORGE A R. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.
- [12] SANNER R M, SLOTINE J E. Gaussian networks for direct adaptive control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 – 863.
- [13] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: Wiley, 1995.

作者简介:

余修端 (1981—), 男, 博士, 主要研究方向为非线性系统自适应控制、鲁棒控制, E-mail: yuxiudian2003@yahoo.com.cn;

孙秀霞 (1962—), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为控制理论与控制工程, E-mail: kgycw@sina.com;

林岩 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、鲁棒控制, E-mail: linyanee2@yahoo.com.cn;

董文瀚 (1979—), 男, 讲师, 主要研究方向为自适应控制、飞行控制, E-mail: dongwenhan@sina.com.cn.