

控制方向未知非线性系统的自适应重复控制

金奎, 孙明轩

(浙江工业大学信息工程学院, 浙江杭州 310023)

摘要: 针对控制方向未知的、存在周期性非参数不确定性的一类非线性系统, 给出零误差跟踪的重复控制方法. 引入Nussbaum函数设计自适应重复控制器, 参数估计修正律采用完全饱和形式, 将参数估计囿于预先给定的范围内. 分析表明, 闭环系统中所有信号本身有界, 且跟踪误差本身趋于零. 数值仿真结果验证了算法的有效性.

关键词: Nussbaum函数; 非参数不确定性; 控制方向; 自适应重复控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive repetitive control for a class of nonlinear systems with unknown control direction

JIN Kui, SUN Ming-xuan

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: We present an adaptive repetitive control for a class of nonlinear systems with periodic nonparametric uncertainties and unknown control direction. This repetitive controller is designed with the aid of Nussbaum function; and the saturation mechanism adopted in the learning algorithm confines the estimated parameters to a pre-determined region. The proposed control method guarantees that all the signals in the closed-loop are bounded and the tracking error converges to zero as time approaches infinity. Numerical simulations are carried out to demonstrate the effectiveness of the presented control scheme.

Key words: Nussbaum function; non-parametric uncertainties; control direction; adaptive repetitive control

1 引言(Introduction)

实际中存在大量重复运行的系统, 如逆变器、硬盘驱动系统以及工业生产中广泛应用的旋转电机. 重复控制适于动态系统的周期参考轨迹跟踪控制及周期干扰抑制^[1]. 与重复控制并行发展的迭代学习控制是学习控制中另外一种典型的学习控制策略^[2]. 两种学习控制思想是相似的. 迭代学习控制的学习律以系统当前次迭代运行的误差信号修正前一次迭代时的被学习量, 获得当前次迭代的被学习量的新估值; 在重复控制系统中, 本周期的误差信号被用来修正上一周期的被学习量, 形成本周期被学习量的新估值. 两者的不同之处在于, 迭代学习控制在每次迭代开始时需要进行初始定位, 重复控制不需定位操作, 可连续运行.

已发表的大多文献讨论重复控制系统的频域分析和设计. 近年来, 基于Lyapunov-like方法的重复控制系统时域设计方法引起了人们的关注^[3-11]. 到目前为止, 许多文献在研究Lyapunov-like设计方法时, 假设不确定特性可参数化; 较少关于非参数不确定非线性系统的相关研究结果. 文献[5]设计变结构

学习控制器, 采用了差分形式的学习律. 文献[6]提出的非参数重复控制算法可获得误差 L_2 意义下的收敛性, 且闭环系统变量 L_2 有界. 文献[7]考虑与文献[6]相同的系统, 给出的非参数重复控制算法可实现误差收敛于零, 且闭环系统变量本身有界. 文献[9]借助于反馈线性化手段, 提出在无限区间上周期作业的系统的跟踪控制方法. 文献[11]设计鲁棒学习控制器, 利用控制器中的鲁棒部分保证系统稳定性, 利用学习控制部分有效消除系统跟踪误差. 应该说明的是, 上述工作要求系统的控制方向已知.

当控制方向未知时, 控制器设计问题是具有挑战性的. 文献[12]提出的基于Nussbaum函数的解决途径在这一领域具有里程碑意义, 至今仍是解决控制方向未知问题的主要方法. 借助于Nussbaum函数, 文献[13]给出backstepping设计方法. 在系统不确定性有界的假设下, 文献[14]讨论控制方向未知的迭代学习控制问题. 文献[15]针对参数化系统, 引入Nussbaum函数进行控制器设计, 并对系统的稳定性和收敛性进行分析. 目前, 控制方向未知、非参数不确定系统自适应重复控制方面的工作未见报道.

在控制方向未知情形下, 本文针对非参数不确定非线性系统设计自适应重复控制器, 实现闭环系统输出对周期参考信号的渐近跟踪. 控制器设计时利用Nussbaum函数, 回避了控制方向已知的要求; 利用饱和限幅机制限定参数估值范围, 能够保证闭环系统所有信号有界.

2 问题的提出(Problem formulation)

考虑下述控制方向未知的不确定非线性系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}[f(\boldsymbol{x}, t) + bu(t)], \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态, $u \in \mathbb{R}$ 是控制输入, b 为未知常数; $f(\boldsymbol{x}, t) \in \mathbb{R}$ 代表周期不确定性, 即对于任意给定的 \boldsymbol{x} , 满足 $f(\boldsymbol{x}, t) = f(\boldsymbol{x}, t - T_1)$, 且 T_1 已知; 矩阵 $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $\boldsymbol{B} \in \mathbb{R}^n$ 具有如下形式:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

注1 针对系统不确定特性可参数化情形, 相关文献中已有报道. 本文考虑的是非参数不确定性, 未采取任何参数化措施. 由于系统控制方向未知, 对系统(1)进行重复控制器设计与文献[7-8]中的不同. 当 $b = 1$ 时, 系统(1)与文献[7-8]中系统相同.

因控制器设计需要, 做以下假设:

假设1 函数 $f(\boldsymbol{x}, t)$ 满足

$$|f(\boldsymbol{x}, t) - f(\boldsymbol{x}_r, t)| \leq \alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_r, t) \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_r\|, \quad (2)$$

其中 $\alpha(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_r, t)$ 是已知函数.

假设2 控制系数 $b \neq 0$, 且其符号未知.

假设3 参考信号 $\boldsymbol{x}_r = [x_{r1} \ x_{r2} \ \cdots \ x_{rn}]^T$ 满足周期性, $\boldsymbol{x}_r(t) = \boldsymbol{x}_r(t + T_2)$.

由假设3知, 函数 $f(\boldsymbol{x}_r, t)$ 是以周期为 T 的周期函数, T 为 T_1 和 T_2 的最小公倍数. 因此, 存在一常数 f_{\max} , 它满足 $\sup_{t \in [0, T]} |f(\boldsymbol{x}_r, t)| \leq f_{\max}$.

注2 在实际工业控制中, 被控对象往往执行周期轨迹跟踪任务, 诸如逆变器、电力系统及磁盘伺服驱动系统等. 这些系统中的不确定性具有周期性特点, 重复控制适于这类周期作业对象. 本文针对系统(1)设计重复控制器, 通过对周期函数 $f(\boldsymbol{x}_r, t)$ 的学习, 实现对周期参考信号 \boldsymbol{x}_r 的跟踪.

定义1 若函数 $\nu(k)$ 满足

$$\begin{aligned} \limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_{s_0}^s \nu(k) dk &= +\infty, \\ \liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_{s_0}^s \nu(k) dk &= -\infty, \end{aligned} \quad (3)$$

则 $\nu(k)$ 为Nussbaum函数^[12].

本文以 $\nu(k) = k^2 \cos k$ 为例作为Nussbaum函数, 类似的Nussbaum函数已在文献[14]中采用过.

性质1 函数 $V(t) \geq 0$ 和 $k(t)$ 为定义在 $[t_0, t_f]$ 上光滑函数, $\nu(\cdot)$ 为Nussbaum函数, m 是非零常数, n 为合适的常数, 如果对于 $\forall t \in [t_0, t_f]$,

$$V(t) \leq \int_{t_0}^t [m\nu(k(\tau)) + 1] \dot{k}(\tau) d\tau + n \quad (4)$$

成立, 则 $V(t)$, $k(t)$ 及 $\int_{t_0}^t [m\nu(k(\tau)) + 1] \dot{k}(\tau) d\tau$ 在 $[t_0, t_f]$ 上有界.

性质1的证明见文献[12].

文中记标量 a 的饱和函数为

$$\text{sat}(a) = \begin{cases} -\bar{a}, & a < -\bar{a}, \\ a, & -\bar{a} \leq a \leq \bar{a}, \\ \bar{a}, & a > \bar{a}, \end{cases} \quad (5)$$

式中 $\bar{a} > 0$ 为饱和函数的限幅值.

3 自适应重复控制器设计(Adaptive repetitive controller design)

选取 $c_i > 0, i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, 使得 $p(s) = s^n + c_{n-1}s^{n-1} + \cdots + c_1s + c_0$ 是Hurwitz多项式. 记

$$\boldsymbol{A}_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -c_0 & -c_1 & -c_2 & \cdots & -c_{n-1} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \end{pmatrix},$$

显然, \boldsymbol{A}_c 是Hurwitz矩阵. 选择正定对称矩阵 \boldsymbol{Q} , 其最小特征值 $\lambda_Q > 1$, 求解 $\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_c + \boldsymbol{A}_c^T \boldsymbol{P} = -\boldsymbol{Q}$, 得到正定对称矩阵 $\boldsymbol{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

定义跟踪误差 $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_r$. 由式(1)可推知跟踪误差方程为

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{e}} &= \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{e} + \boldsymbol{B}[\boldsymbol{C}^T \boldsymbol{e} + \Delta f(\boldsymbol{x}, t) + \\ & f(\boldsymbol{x}_r, t) + bu - \dot{x}_{rn}], \end{aligned} \quad (6)$$

这里 $\Delta f(\boldsymbol{x}, t) = f(\boldsymbol{x}, t) - f(\boldsymbol{x}_r, t)$.

为实现对周期参考信号 \boldsymbol{x}_r 跟踪任务, 设计如下重复控制律:

$$\begin{cases} u(t) = z(t)\nu(k), \\ z(t) = \hat{f}_r(t) - \dot{x}_{rn} + \boldsymbol{C}^T \boldsymbol{e} + u_1(t), \\ \dot{k}(t) = z(t)\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B}, \\ u_1(t) = \frac{1}{2}(\alpha^2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_r, t) + 2)\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B}, \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\nu(k)$ 为Nussbaum函数, $\hat{f}_r(t)$ 为周期时变参数 $f(\boldsymbol{x}_r, t)$ 的估计.

为估计 $f(\boldsymbol{x}_r, t)$, 采用完全限幅学习律

$$\begin{cases} \hat{f}_r(t) = \text{sat}(\hat{f}_r^*(t)), \\ \hat{f}_r^*(t) = \hat{f}_r(t-T) + \omega(t)e^T PB, \\ \hat{f}_r^*(t) = 0, t \in [-T, 0], \end{cases} \quad (8)$$

这里 $\omega(t)$ 是连续的时变函数. 通过在学习律中引入 $\omega(t)$,可以保证被估计参数的连续性,该结论可由数学归纳法证得.

文中选取如下连续函数 $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \gamma \frac{t}{T}, & 0 \leq t \leq T, \\ \gamma, & T < t, \end{cases} \quad (9)$$

式中的 γ 可为任意正数. 为了分析方便,取 $\gamma = 1$.

在学习律(8)中,以 f_{\max} 作为饱和函数的限幅值,将 $\hat{f}_r(t)$ 限制在范围 $[-f_{\max}, f_{\max}]$ 内.

4 收敛性分析(Analysis of convergence)

定理 1 对于满足假设1-3的系统(1)、控制律(7)及学习律(8)能够使得跟踪误差在 $t \rightarrow \infty$ 收敛于零,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$,并保证所有闭环信号在 $t \in [0, \infty)$ 上有界.

证 下面分时间段证明闭环系统变量的有界性.

i) 首先证明闭环系统变量在 $[0, T]$ 上的有界性. 选取 $t \in [0, 2T)$ 上的正定函数 $V_1(t)$:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} e^T P e, \quad (10)$$

求其关于时间的导数可得

$$\dot{V}_1(t) = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [C^T e + \Delta f(x, t) + f(x_r, t) + bu - \dot{x}_{rn}]. \quad (11)$$

利用不等式 $ab \leq \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2, \forall a, b \in \mathbb{R}$,并结合假设1,

$$\begin{aligned} e^T P B \Delta f(x, t) &\leq \\ |e^T P B| \alpha(x, x_r, t) \|e(t)\| &\leq \\ \frac{\alpha^2(x, x_r, t)}{2} |e^T P B|^2 + \frac{1}{2} \|e\|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

将式(12)代入式(11),得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq \\ -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{\alpha^2(x, x_r, t)}{2} |e^T P B|^2 + \frac{1}{2} \|e\|^2 + \\ e^T P B [C^T e + f(x_r, t) + bu - \dot{x}_{rn}]. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(7)及式(8)代入式(13),有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq \\ -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [C^T e + f(x_r, t) + bz\nu(k) + \\ z - z - \dot{x}_{rn}] + \frac{1}{2} \|e\|^2 + \frac{\alpha^2(x, x_r, t)}{2} |e^T P B|^2 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} \|e\|^2 + (b\nu(k) + 1)\dot{k} + \\ &e^T P B (f(x_r, t) - \hat{f}_r(t)) - |e^T P B|^2 \leq \\ &-\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} \|e\|^2 + (b\nu(k) + 1)\dot{k} + \\ &|e^T P B| (|f(x_r, t)| + |\hat{f}_r(t)|) - |e^T P B|^2 \leq \\ &-\frac{1}{2} (\lambda_Q - 1) \|e\|^2 + (b\nu(k) + 1)\dot{k} + f_{\max}^2 \leq \\ &(b\nu(k) + 1)\dot{k} + f_{\max}^2. \end{aligned} \quad (14)$$

对式(14)两边由0到 t 求积分,

$$\begin{aligned} V_1(t) &\leq \\ V_1(0) + \int_0^t (b\nu(k) + 1)\dot{k} d\tau + \int_0^t f_{\max}^2 d\tau &\leq \\ V_1(0) + 2f_{\max}^2 T + \int_0^t (b\nu(k) + 1)\dot{k} d\tau. \end{aligned} \quad (15)$$

显然, $V_1(0) + 2f_{\max}^2 T$ 为一有界常数. 由性质1知, $V_1(t), k(t)$ 及 $\int_0^t [b\nu(k(\tau)) + 1]\dot{k}(\tau) d\tau$ 在 $[0, 2T)$ 上是有界的. 由式(10)和饱和函数的性质易知 $e(t)$ 和 $\hat{f}_r(t)$ 在 $[0, 2T)$ 上是有界的. 进而由式(7)和式(6)可得 $u(t)$ 和 $\dot{e}(t)$ 在该区间上的有界性. 以上闭环系统变量在 $[0, 2T)$ 上的有界性蕴含了在 $[0, T]$ 上的有界性.

ii) 其次证明闭环系统变量在 (T, ∞) 上的有界性. 选取正定函数 $V_2(t)$:

$$\begin{aligned} V_2(t) &= \frac{1}{2} \int_{t-T}^t (\hat{f}_r(\tau) - f(x_r, \tau))^2 d\tau + \\ &\frac{1}{2} e^T P e, t > T. \end{aligned} \quad (16)$$

对 $V_2(t)$ 求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \frac{1}{2} [(\hat{f}_r(t) - f(x_r, t))^2 - (\hat{f}_r(t-T) - \\ &f(x_r, t))^2] + e^T P B [C^T e + \Delta f(x, t) + \\ &f(x_r, t) + bu - \dot{x}_{rn}] - \frac{1}{2} e^T Q e. \end{aligned} \quad (17)$$

利用等式 $(a-b)^2 - (a-c)^2 = (c-b)(2a-b-c), \forall a, b, c \in \mathbb{R}$,可将式(17)写成

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \\ -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [C^T e + \Delta f(x, t) + \\ &f(x_r, t) + bu - \dot{x}_{rn}] + \\ &[\hat{f}_r(t) - \hat{f}_r^*(t)][\hat{f}_r(t) - f(x_r, t)] + \\ &[\hat{f}_r^*(t) - \hat{f}_r(t-T)][\hat{f}_r(t) - f(x_r, t)] - \\ &\frac{1}{2} [\hat{f}_r(t) - \hat{f}_r(t-T)]^2 \leq \\ &-\frac{1}{2} (\lambda_Q - 1) \|e\|^2 + (b\nu(k) + 1)\dot{k} + \\ &e^T P B (f(x_r, t) - \hat{f}_r(t)) + [\hat{f}_r(t) - \hat{f}_r^*(t)] \cdot \\ &[\hat{f}_r(t) - f(x_r, t)] + [\hat{f}_r^*(t) - \hat{f}_r(t-T)] \cdot \\ &[\hat{f}_r(t) - f(x_r, t)]. \end{aligned} \quad (18)$$

将学习律(8)代入上式, 得

$$\dot{V}_2(t) \leq -\frac{1}{2}(\lambda_Q - 1)\|e\|^2 + (bv(k) + 1)\dot{k} + [\hat{f}_r(t) - \hat{f}_r^*(t)][\hat{f}_r(t) - f(\mathbf{x}_r, t)]. \quad (19)$$

由于

$$[\hat{f}_r(t) - \hat{f}_r^*(t)][\hat{f}_r(t) - f(\mathbf{x}_r, t)] = [\text{sat}(\hat{f}_r^*(t)) - \hat{f}_r^*(t)][\text{sat}(\hat{f}_r^*(t)) - f(\mathbf{x}_r, t)] \leq 0,$$

故

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2}(\lambda_Q - 1)\|e\|^2 + (bv(k) + 1)\dot{k}. \quad (20)$$

对式(20)两边由0到t求积分,

$$V_2(t) \leq V_2(T) - \frac{1}{2}(\lambda_Q - 1) \int_T^t \|e\|^2 d\tau + \int_T^t (bv(k) + 1)\dot{k} d\tau \leq V_2(T) + \int_T^t (bv(k) + 1)\dot{k} d\tau. \quad (21)$$

由i)知, $V_1(T)$ 有界, 要证明 $V_2(T)$ 有界只需证明 $\frac{1}{2} \int_0^T (\hat{f}_r(t) - f(\mathbf{x}_r, t))^2 dt$ 的有界性. 而

$$\frac{1}{2} \int_0^T (\hat{f}_r(t) - f(\mathbf{x}_r, t))^2 dt \leq \frac{1}{2} \int_0^T (|\hat{f}_r(t)| + |f(\mathbf{x}_r, t)|)^2 dt \leq 2f_{\max}^2 T, \quad (22)$$

因此, $V_2(T)$ 是有界的. 利用性质1, 可以得到 $V_2(t)$, $k(t)$ 及 $\int_0^t [bv(k(\tau)) + 1]\dot{k}(\tau) d\tau$ 在 (T, ∞) 上的有界性. 进而, 容易推知 \dot{e} 等其余闭环系统变量在 (T, ∞) 上的有界性.

综合i)-ii), 所有闭环系统变量在 $[0, +\infty)$ 上有界.

下面给出收敛性证明. 由i)知, $e^T P e < +\infty, t \in [0, T]$. 从而 $\int_0^T \|e\|^2 d\tau < +\infty$. 根据式(21), 有

$$\frac{1}{2}(\lambda_Q - 1) \int_T^t \|e\|^2 d\tau \leq V_2(T) - V_2(t) + \int_T^t (bv(k) + 1)\dot{k} d\tau. \quad (23)$$

这样, $\int_T^{+\infty} \|e\|^2 d\tau < +\infty$, 因此

$$\int_0^{+\infty} \|e\|^2 d\tau = \int_0^T \|e\|^2 d\tau + \int_T^{+\infty} \|e\|^2 d\tau < +\infty,$$

即 $e \in L_2$. 上文已经证明 $e \in L_\infty, \dot{e} \in L_\infty$, 由Barbalat引理可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

注3 考虑 $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t - T) + \varpi(t)$, $\hat{\theta}(t)$ 是参数估计, $\varpi(t)$ 与跟踪误差有关. 自某 t_0 时刻起, $\hat{\theta}(iT + t_0) = \hat{\theta}(t_0) + \sum_{j=1}^i \varpi(t_0 + jT)$. 假设在估值修正时系统受到干扰, 有非零 δ 使得 $\varpi(t_0 + jT)$ 变为 $\varpi(t_0 + jT) + \delta$. 这样, $\hat{\theta}(iT + t_0) = \hat{\theta}(t_0) + \sum_{j=1}^i \varpi(t_0 + jT) + i\delta$. 可以看出, 既是 δ 很小, 也会导致迭代发散. 本文采用限幅学习律, 利用饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 使参数估值囿于预定的界内, 可保证学习算法的鲁棒性.

5 仿真算例(Numerical simulation)

考虑下述非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -\sin x_1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) + bu(t). \end{aligned}$$

记系统状态 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, 给定其期望轨迹 $\mathbf{x}_r = [\sin(\frac{\pi}{2}t) \ \frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t)]^T$, x_r 的周期 $T_2 = 4$. 置系统初态 $x(0) = [0.5 \ 0.5]^T$. 系统不确定特性 $f(\mathbf{x}, t) = -\sin x_1 - \sin(\frac{\pi}{2}t)\cos(\frac{\pi}{2}x_1)$, 知 $T_1 = 4, T$ 为 T_1 和 T_2 的最小公倍数, 即 $T = 4$. 这时, 假设1中的 $\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r, t) = 1 + \frac{\pi^2}{4}|\sin(\frac{\pi}{2}t)|$. 取 $k(0) = 0, \hat{f}_r(0) = 0$, 饱和函数的

限幅值 $f_{\max} = 2$, 以及 $C = (1, 1)^T, P = \begin{pmatrix} 4.5 & 1.5 \\ 1.5 & 3 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

为了说明该控制方案对于控制方向未知情形的有效性, 仿真时置 $b = 2$.

图1-3给出的是在控制律(7)和学习律(8)作用下的运行结果. 图1表明, 性能指标 $J_k = \max_{t \in [(k-1)T, kT]} \max_{i=1,2} |e_i(t)|$ 随着周期数增加不断减小, 跟踪误差收敛. 图2表明, $k(t)$ 和Nussbaum函数 $\nu(k)$ 均有界, 并最终趋向于一常值. 图3表明, $\hat{f}_r(t)$ 囿于预设范围 $-f_{\max} \sim f_{\max}$ 之内. 控制输入 $u(t)$ 也是有界的. 数值仿真获得的结果表明, 该控制方案可有效解决控制方向未知时的重复控制问题.

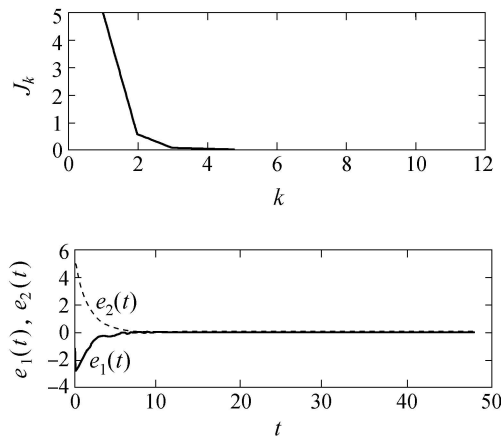
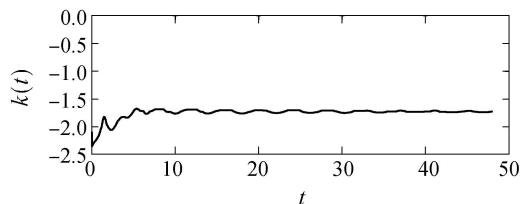
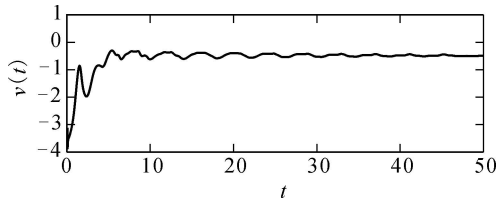
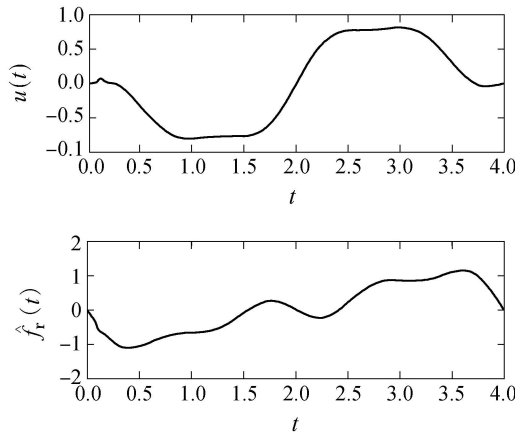


图1 控制律(7)作用下的 J_k 和 $e(t)$
Fig. 1 Performance index J_k and tracking error $e(t)$ resulted by control law (7)



图2 $k(t)$ 和 $\nu(k)$ Fig. 2 $k(t)$ and $\nu(k)$ 图3 $u(t)$ 和 $\hat{f}_r(t)$ Fig. 3 $u(t)$ and $\hat{f}_r(t)$

6 结论(Conclusions)

借助于Nussbaum函数和饱和函数, 本文讨论了控制方向未知、非参数不确定非线性系统的自适应重复控制问题. 设计的重复控制器不仅能够保证闭环系统所有变量有界, 同时使得系统的误差本身收敛于零. 理论分析和仿真结果验证了该控制算法的有效性.

参考文献(References):

- [1] HARA S, YAMAMOTO Y, OMATA T, et al. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(7): 659 – 668.
- [2] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [3] SADEGH N, HOROWITZ R, KAO W W, et al. A unified approach to design of adaptive and repetitive controllers for robotic manipulators [J]. *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control*, 1990, 4(112): 618 – 629.
- [4] MESSNER W, HOROWITZ R, KAO W W, et al. A new adaptive learning law [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(2): 188 – 197.
- [5] XU J X, QU Z H. Robust iterative learning control for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1998, 34(8): 983 – 988.
- [6] XU J X, YAN R. On repetitive learning for periodic tracking tasks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(11): 1842 – 1848.
- [7] 陈彭年, 秦化淑. 不确定非线性系统的周期信号自适应跟踪 [J]. *系统科学与数学*, 2009, 29(10): 1343 – 1352. (CHEN Pengnian, QIN Huashu. Adaptive tracking control of periodic signals for a class of uncertain nonlinear systems [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2009, 29(10): 1343 – 1352.)
- [8] SUN M X, GE S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(10): 1684 – 1688.
- [9] MARINO R, TOMEI P. An iterative learning control for a class of partially feedback linearizable systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(8): 1991 – 1996.
- [10] SUN M X. A Barbalat-like lemma with its application to learning control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 2222 – 2225.
- [11] 刘利, 孙明轩. 不确定时变系统的鲁棒学习控制算法 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(3): 323 – 328. (LIU Li, SUN Mingxuan. Robust learning control algorithms for uncertain time-varying systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(3): 323 – 328.)
- [12] NUSSBAUM R D. Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control [J]. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(55): 243 – 246.
- [13] YE X D, JIANG J P. Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1617 – 1621.
- [14] CHEN H D, JIANG P. Adaptive iterative learning control for nonlinear systems with unknown control gain [J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2004, 126(11): 916 – 920.
- [15] XU J X, YAN R. Iterative learning control design without a priori knowledge of the control direction [J]. *Automatica*, 2004, 40: 1803 – 1809.

作者简介:

金奎 (1985–), 男, 硕士研究生, 研究方向为学习控制, E-mail: zjszjk@163.com;

孙明轩 (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为学习控制, E-mail: mxsun@zjut.edu.cn.