

# 随机系数自回归模型均值变点在线监测与应用

李拂晓<sup>1</sup>, 田 铮<sup>1,2</sup> 陈占寿<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学应用数学系, 陕西 西安 710129;

2. 西北工业大学计算机科学技术系, 陕西 西安 710129)

**摘要:** 在随机系数自回归模型均值变点在线监测中, 针对变点离监测起始时刻较远时平均运行长度较长的问题, 通过引进一个窗宽参数, 研究了一种改进的在线监测方法. 给出了监测统计量在原假设下的极限分布, 并证明了此方法的一致性. 模拟结果显示新方法明显优于已有的方法. 最后将该方法应用于两组股票价格变点监测问题中, 说明方法的有效性.

**关键词:** 随机系数自回归模型; 均值变点监测; 窗宽; 平均运行长度.

**中图分类号:** O212.1      **文献标识码:** A

## On-line monitoring mean change in random coefficient autoregressive models and applications

LI Fu-xiao<sup>1</sup>, TIAN Zheng<sup>2</sup>, CHEN Zhan-shou<sup>1</sup>

(1. Department of Applied Mathematics, Northwest Polytechnical University,  
Xi'an Shanxi 710129, China;

2. Department of Computer Science and Technology, Northwest Polytechnical University,  
Xi'an Shanxi 710129, China)

**Abstract:** When one monitors mean change in random coefficient autoregressive model, for the average run length is longer when the change is far from the start time, an improved procedure is studied by introducing a bandwidth parameter. The asymptotic distribution of the monitoring statistic under null hypothesis is derived and its consistency is proved. Simulations show that our method is more powerful than methods in reference. Finally, the validity of the proposed procedure is demonstrated by empirical applications in two groups of stock data.

**Key words:** random coefficient autoregressive model; mean change; monitoring; bandwidth; average run length

### 1 引言(Introduction)

金融市场往往会受到一些突发事件的影响, 如突发自然灾害, 金融危机爆发等, 使得观测序列结构出现变化, 即产生变点. 因此, 对变点的及时监测无疑对减小损失, 降低风险有重要意义. 从概率统计观点来看金融市场的变点监测问题从本质上可归结为相应的数学模型参数变点监测问题. 对于线性回归模型参数变点监测, Horvath等基于最小二乘估计的残量研究了系数变点的监测<sup>[1]</sup>. Aue研究了变点监测方法的停时分布<sup>[2]</sup>; Chen通过引进一个窗宽参数, 研究了一种改进的在线监测方法<sup>[3]</sup>. 对于其它时间序列模型参数变点监测进行研究的文献有: Berkes等关于GARCH(p, q)过程参数变点监测问题的研究<sup>[4]</sup>; Horvath等分别用CUSUM方法、波动型监测方法、部分和残量方法和递归残量方法研究了条件异方差时间序列中无条件方差变点的监测问题<sup>[5]</sup>.

时间序列分析中, 线性模型是应用广泛的一类模型<sup>[6,7]</sup>. 但随着科学技术发展和工程应用深化, 在对一些数据样本进行建模分析时, 线性模型已经难以对某些动态数据精确描述. 例如, 一些金融数据的异方差性及随机扰动性等, 而随机系数自回归模型就是用来研究动态系统的随机扰动性<sup>[8]</sup>. 对于随机系数自回归模型参数变点的监测, 文献<sup>[9]</sup>研究了系数变点和方差变点的监测. 文献<sup>[10]</sup>对其均值变点提出了监测统计量, 但当均值变点出现时刻离变点监测过程起始时刻较远时, 监测到变点需等待的时间较长, 这使得此方法在实际应用中受到一定的限制.

本文引进一个窗宽参数, 通过窗宽来调整监测起始时刻, 将其它时刻出现的变点移动到起始时刻, 以提高检验势, 缩短平均运行长度. 基于文献<sup>[10]</sup>对随机系数自回归模型均值变点监测研究的一些结果, 首先构造均值变点监测统计量, 其次给出了监测统计量在原假设下的极限分布, 并证明了该方法的

一致性. 模拟结果表明, 相比已有的方法, 新方法提高了检验势, 减小了平均运行长度. 最后将该方法应用于两组股票价格变点监测问题中, 说明方法的有效性.

## 2 随机系数自回归模型均值变点的监测(Mean change monitoring in random coefficient autoregressive models)

考虑一阶随机系数自回归模型

$$X_n = (\varphi + b_n) X_{n-1} + e_n, 1 \leq n < \infty, \quad (1)$$

其中 $\{X_n\}$ 是观测序列,  $\varphi$ 是待估系数,  $\{b_n\}$ 、 $\{e_n\}$ 是噪声序列, 满足如下条件:

$$(i) \begin{pmatrix} b_n \\ e_n \end{pmatrix} \sim i.i.d. \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix} \right),$$

$$(ii) \varphi^2 + \omega^2 < 1.$$

**注1** 条件(i)保证了 $\{X_n\}$ 的严平稳性, 条件(ii)是二阶平稳性的充分必要条件<sup>[10]</sup>.

考虑随机变量的均值模型 $Y_n = \Delta_m I_{\{n \geq m+k^*\}} + X_n, n \in N, \{X_n\}$ 是一阶随机系数自回归序列, 假设前面观测的 $m$ 个样本没有变点, 检验如下假设问题

$$H_0: \Delta_m = 0, H_A: \Delta_m \neq 0. \quad (2)$$

定义监测统计量

$$Q(m, k, h) = \sum_{j=m+[kh]+1}^{m+k} Y_j - \frac{k-[kh]}{m} \sum_{j=1}^m Y_j, \quad (3)$$

并定义边界函数

$$g(m, k, h) = cm^{1/2} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma \quad (4)$$

其中 $\gamma \in [0, 1/2)$ ,  $h \in [0, 1/2)$ 是窗宽,  $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数. 定义停时

$$\tau_m = \inf \{k \geq 1: |Q(m, k, h)| \geq g(m, k, h)\}, \quad (5)$$

在原假设下满足

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P(\tau_m < \infty) = \alpha,$$

其中 $\alpha \in (0, 1)$ , 而在备择假设下

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P(\tau_m < \infty) = 1.$$

**引理1** 令 $\{X_n\}$ 是一阶随机系数自回归序列, 满足(1)式中条件(i)和(ii), 且存在 $\kappa > 2$ , 使 $E|e_1|^\kappa < \infty$ ,  $E|\varphi + b_1|^\kappa < 1$ , 则存在一Wiener过程 $\{W(t)\}_{t \geq 0}$ , 当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$$S_t - \sigma_S W(t) = O(t^{1/v}) \quad a.s., \quad (6)$$

其中 $S_t = X_1 + X_2 + \dots + X_t, v > 2, \sigma_S^2 = \frac{\sigma^2}{1 - \varphi^2 - \omega^2} \frac{1 + \varphi}{1 - \varphi}$ ,  $a_n = O(b_n)$  a.s.表示随机变

量序列 $\{b_n^{-1} a_n\}$ 几乎处处有界.

**证** 见文[10].

**定理1** 令 $\{X_n\}$ 是一阶随机系数自回归序列, 满足(1)式中条件(i)和(ii), 且存在 $\kappa > 2$ , 使 $E|e_1|^\kappa < \infty$ ,  $E|\varphi + b_1|^\kappa < 1$ , 则在原假设 $H_0$ 下

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\frac{1}{\sigma_S} \sup_{k \geq 1} \frac{|Q(m, k, h)|}{g(m, k, h)} \leq 1\right) = P\left(\sup_{0 \leq t \leq 1} \frac{|\bar{W}(t)|}{t^\gamma} \leq c\right), \quad (7)$$

其中 $\sigma_S^2 = \frac{\sigma^2}{1 - \varphi^2 - \omega^2} \frac{1 + \varphi}{1 - \varphi}$ ,  $\{\bar{W}(t)\}_{t \in [0, 1]}$ 代表一个Wiener过程.

**证** 由引理1, 对所有的 $k \in N, h \in [0, 1/2]$ , 当 $m \rightarrow \infty$ 时,

$$\sum_{i=m+1+[kh]}^{m+k} Y_i = \sigma_S (W(m+k) - W(m+1+[kh]))$$

$$+ O\left(\sigma_S(m+k)^{\frac{1}{v}} - \sigma_S(m+1+[kh])^{\frac{1}{v}}\right) \quad a.s.,$$

且

$$\sum_{i=1}^m Y_i = \sigma_S W(m) + O\left(m^{\frac{1}{v}}\right) \quad a.s.,$$

成立. 令 $\hat{W}_{m,k,h} = W(m+k) - W(m+1+[kh]) - \frac{k-[kh]}{m} W(m)$ , 则当 $m \rightarrow \infty$ 时,

$$\sup_{k \geq 1} \frac{\left| \sum_{i=m+1+[kh]}^{m+k} Y_i - \frac{k-[kh]}{m} \sum_{i=1}^m Y_i - \sigma_S \hat{W}_{m,k,h} \right|}{g(m, k, h)} = O\left(\sup_{k \geq 1} \frac{\left| (m+k)^{\frac{1}{v}} - (m+1+[kh])^{\frac{1}{v}} - \frac{k-[kh]}{m} m^{\frac{1}{v}} \right|}{m^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma}\right) \quad a.s.,$$

因

$$\sup_{k \geq 1} \frac{(m+1+[kh])^{\frac{1}{v}} + \frac{k-[kh]}{m} m^{\frac{1}{v}} - (m+k)^{\frac{1}{v}}}{m^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma} \leq \frac{(m+k)^{\frac{1}{v}} + \frac{k-[kh]}{m} m^{\frac{1}{v}} - (m+k)^{\frac{1}{v}}}{m^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{m}{k-[kh]} \sup_{k \geq 1} \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^{1-\gamma} = \frac{m^{\frac{1}{v}}}{m^{\frac{1}{2}}} \sup_{k \geq 1} \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^{1-\gamma} = o(1),$$

其中 $a_n = o(1)$ 表示 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . 令 $\tilde{W}_m(k - [kh]) = W(m+k) - W(m+1+[kh])$ , 由 $\{\tilde{W}_m(k - [kh])\}$ 的

分布和  $m$  无关, 得

$$\sup_{k \geq 1} \frac{\tilde{W}_m(k - [kh]) - \frac{k-[kh]}{m} W(m)}{g(m, k, h)}$$

$$\stackrel{D}{=} \sup_{k \geq 1} \frac{\tilde{W}(k - [kh]) - \frac{k-[kh]}{m} W(m)}{g(m, k, h)}$$

其中 " $\stackrel{D}{=}$ " 表示等号两边的分布函数相同. 由

$$\sup_{1 \leq k < \infty} \frac{\left| \tilde{W}_m(k - [kh]) - \frac{k-[kh]}{m} W(m) \right|}{g(m, k, h)}$$

$$\stackrel{D}{\rightarrow} \sup_{0 < t < \infty} \frac{\left\{ \left| \tilde{W}(t) - tW(1) \right| \right\}}{\{(1+t)(t/(1+t))^\gamma\}}$$

其中  $\{\tilde{W}(t)\}$  和  $\{W(t)\}$  是相互独立的 Wiener 过程, " $\stackrel{D}{\rightarrow}$ " 表示依分布收敛, 且

$$\left\{ \tilde{W}(t) - tW(1), 0 \leq t < \infty \right\} \stackrel{D}{=} \left\{ (1+t)\bar{W}(t/(1+t)), 0 \leq t < \infty \right\},$$

其中  $\{\bar{W}(t), 0 \leq t < \infty\}$  是一个 Wiener 过程. 因此

$$\sup_{0 < t < \infty} \frac{\left\{ \left| \tilde{W}(t) - tW(1) \right| \right\}}{\{(1+t)(t/(1+t))^\gamma\}} \stackrel{D}{=} \sup_{0 < t < 1} \frac{|\bar{W}(t)|}{t^\gamma},$$

证毕.

**注 2** 文献[10]中的均值变点监测统计量是定理1的一种特殊情形.

**注 3** 由于上述统计量中的参数  $\sigma_S$  未知, 可用参数估计

$$\hat{\sigma}_{S,m}^2 = \frac{\hat{\sigma}_m^2}{1 - \hat{\varphi}_m^2 - \hat{\omega}_m^2} \frac{1 + \hat{\varphi}_m}{1 - \hat{\varphi}_m},$$

其中  $\hat{\varphi}_m, \hat{\omega}_m^2, \hat{\sigma}_m^2$  是基于历史样本  $X_0, X_1, X_m$  的条件最小二乘估计量. 定义  $\sigma$  域  $\mathcal{F}_m = \sigma(b_n, e_n : n \leq m), m \in Z$ , 原假设下, 由  $E(X_i | \mathcal{F}_{i-1}) = \varphi X_{i-1}$ , 得

$$\hat{\varphi}_m = \arg \min_{\varphi \in R} \sum_{i=1}^m (X_i - \varphi X_{i-1})^2 = \left( \sum_{i=1}^m X_{i-1}^2 \right)^{-1} \sum_{i=1}^m X_{i-1} X_i.$$

由  $E((X_i - \varphi X_{i-1})^2 | \mathcal{F}_{i-1}) = \omega^2 X_{i-1}^2 + \sigma^2$ , 则

$$\min_{\omega^2, \sigma^2} \sum_{i=1}^m \left( (X_i - \hat{\varphi}_m X_{i-1})^2 - \omega^2 X_{i-1}^2 - \sigma^2 \right)^2,$$

得

$$\hat{\omega}_m^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (X_{i-1}^2 - \bar{X}_m^2) (X_i - \hat{\varphi}_m X_{i-1})^2}{\left( \sum_{i=1}^m (X_{i-1}^2 - \bar{X}_m^2)^2 \right)}$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - \hat{\varphi}_m X_{i-1})^2 - \hat{\omega}_m^2 \bar{X}_m^2.$$

其中

$$\bar{X}_m^2 = \frac{1}{m} (X_0^2 + \dots + X_{m-1}^2).$$

可以证明  $\hat{\sigma}_{S,m}^2$  依概率收敛于  $\sigma_S^2$  (参见文献[10]), 因此用  $\hat{\sigma}_{S,m}$  代替  $\sigma_S$ , 定理1中的结论仍然成立.

**定理 2** 令  $\{X_n\}$  是一阶随机系数自回归序列, 满足(2)式中条件(i)和(ii), 且存在  $\kappa > 2$ , 使  $E|e_1|^\kappa < \infty, E|\varphi + b_1|^\kappa < 1$ , 若  $\Delta_m = \Delta \neq 0$ , 则在备择假设下, 当  $m \rightarrow \infty$  时

$$\frac{1}{\hat{\sigma}_{S,m}} \sup_{k \geq 1} \frac{|Q(m, k, h)|}{g(m, k, h)} \stackrel{P}{\rightarrow} \infty, \quad (8)$$

其中 " $\stackrel{P}{\rightarrow}$ " 表示依概率收敛.

**证** 令  $\tilde{k} = m + k^*$ , 其中  $k^*$  为变点发生的时刻,

$$Q(m, \tilde{k}, h) = \sum_{i=m+1+[\tilde{k}h]}^{m+\tilde{k}} X_i - \frac{\tilde{k} - [\tilde{k}h]}{m} \sum_{i=1}^m X_i + \Delta_m P.$$

其中  $P = \begin{cases} m+1, k^* \geq 1 + [\tilde{k}h] \\ \tilde{k} - [\tilde{k}h], k^* < 1 + [\tilde{k}h] \end{cases}$ . 若  $k^* \geq 1 + [\tilde{k}h]$ , 则当  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta_m P}{g(m, \tilde{k}, h)} = \frac{(m+1)\Delta_m}{m^{1/2} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma} \rightarrow \infty.$$

若  $k^* < 1 + [\tilde{k}h]$ , 则当  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta_m P}{g(m, \tilde{k}, h)} = \frac{(\tilde{k} - [\tilde{k}h]) \Delta_m}{m^{1/2} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma} \geq \frac{(\tilde{k}/2) \Delta_m}{m^{1/2} \left(1 + \frac{k-[kh]}{m}\right) \left(\frac{k-[kh]}{m+k-[kh]}\right)^\gamma} \rightarrow \infty$$

证毕.

### 3 模拟计算和实例分析(Simulation and real data analysis)

本节通过模拟计算研究有限样本下随机系数自回归模型的均值对监测的影响; 对东晶电子和大龙地产的日收盘价数据进行分析, 说明本文方法的有效性.

表 1 临界值表

Table 1 Critical values

$h$	$\gamma = 0$			$\gamma = 0.25$			$\gamma = 0.45$		
	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
0	2.215	2.492	3.091	2.432	2.725	3.360	2.836	3.144	3.916
0.1	1.729	1.980	2.498	2.034	2.285	2.839	2.727	3.002	3.707
0.2	1.733	1.975	2.446	2.036	2.280	2.706	2.811	3.111	3.787
0.3	1.746	1.974	2.436	2.099	2.335	2.815	2.852	3.177	3.956
0.4	1.748	1.961	2.410	2.142	2.370	2.931	2.937	3.264	4.076
0.5	1.754	1.939	2.344	2.163	2.422	2.891	3.038	3.368	4.394

表 2 经验水平(检验水平0.05)

Table 1 Empirical sizes(nominal level: 0.05)

$m$	$h$	$\gamma = 0$			$\gamma = 0.25$			$\gamma = 0.45$		
		$q = m$	$q = 2m$	$q = 4m$	$q = m$	$q = 2m$	$q = 4m$	$q = m$	$q = 2m$	$q = 4m$
200	0	0.009	0.032	0.100	0.027	0.054	0.106	0.067	0.076	0.076
	0.1	0.033	0.068	0.097	0.067	0.093	0.112	0.100	0.105	0.107
	0.2	0.027	0.066	0.113	0.078	0.106	0.131	0.093	0.103	0.105
	0.3	0.031	0.073	0.111	0.073	0.106	0.126	0.098	0.111	0.113
	0.4	0.037	0.078	0.111	0.0656	0.120	0.138	0.105	0.118	0.118
	0.5	0.033	0.079	0.133	0.075	0.109	0.144	0.111	0.118	0.133
500	0	0.005	0.021	0.156	0.011	0.033	0.154	0.044	0.061	0.137
	0.1	0.018	0.045	0.074	0.042	0.068	0.080	0.066	0.076	0.078
	0.2	0.019	0.046	0.079	0.045	0.072	0.093	0.069	0.075	0.081
	0.3	0.014	0.048	0.095	0.049	0.065	0.093	0.078	0.084	0.081
	0.4	0.015	0.046	0.092	0.044	0.070	0.097	0.081	0.08	0.096
	0.5	0.011	0.046	0.108	0.041	0.064	0.095	0.080	0.088	0.096

表 3 均值在 $k^*$ 处由0变为1时的检验势和平均运行长度(检验水平0.05)

Table 3 Empirical powers and the average run lengths when the mean change changes from 0 to 1(nominal level: 0.05)

	$h$	$\gamma = 0$		$\gamma = 0.25$		$\gamma = 0.45$	
		$k^* = 0.1q$	$k^* = 0.5q$	$k^* = 0.1q$	$k^* = 0.5q$	$k^* = 0.1q$	$k^* = 0.5q$
检验势	0	0.979	0.855	0.987	0.895	0.986	0.885
	0.1	0.996	0.947	0.994	0.951	0.993	0.933
	0.2	0.995	0.954	0.996	0.969	0.992	0.944
	0.3	0.993	0.968	0.995	0.978	0.990	0.958
	0.4	0.987	0.979	0.990	0.983	0.987	0.972
	0.5	0.987	0.988	0.987	0.989	0.985	0.983
平均运行长度	0	50.062	62.127	36.354	53.712	28.223	44.543
	0.1	37.298	45.151	26.312	37.044	22.783	36.312
	0.2	35.727	43.691	24.736	33.953	22.284	34.736
	0.3	36.428	41.462	24.361	34.003	20.972	30.562
	0.4	38.379	38.879	25.334	30.721	20.361	27.083
	0.5	46.352	36.234	29.112	28.187	23.461	24.014

### 3.1 模拟计算(Simulation)

用5000个服从标准正态分布的历史样本和10000个监测样本经10000次循环得到的部分临界值见表1. 数据生成过程采用(1)式

$$X_n = (\varphi + b_n) X_{n-1} + e_n, 1 \leq n < \infty.$$

其中 $\varphi = 0$ ,  $\omega^2 = \sigma^2 = 0.5$ . 取历史样本量 $m = 200, 500$ , 令 $h = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ ,  $\gamma = 0, 0.25, 0.45$ , 检验水平 $\alpha = 0.05$ . 监测样本量 $q = m, q = 2m, q = 3m$ 时的经验水平见表2.

表2的结果表明: 经验水平随着 $\gamma$ 和监测样本量 $q$ 的增大而逐渐提高, 但随着历史样本 $m$ 的增大而减小. 当 $\gamma = 0, m = 500, q = 2m$ 和 $\gamma = 0.25, m = 500, q = m$ 时, 统计量的模拟值和显著性水平值比较接近, 但在其它情形下, 相差较大.

接下来分别令变点时刻 $k^* = 0.1q$ 和 $k^* = 0.5q$ , 取历史样本量 $m = 200$ , 监测样本量 $q = m$ , 比较 $\gamma, h$ 变化时监测统计量的检验势和平均运行长度. 表3是均值在 $k^*$ 处由0变为1时的检验势和平均运行长度, 当 $k^* = 0.1q$ 时, 在不同的 $\gamma, h$ 取值下, 检验势基本相同, 但随着 $h$ 的增大, 平均运行长度有所减小. 当 $k^* = 0.5q$ 时, 随着 $h$ 的增大, 检验势逐渐提高, 平均运行长度逐渐减小.

综上所述, 同文献[10]中的方法相比, 引进窗宽参数后, 检验势提高、平均运行长度减小, 尤其是当变点出现较晚时, 效果更为显著. 当变点离监测起始时刻较近时, 取 $\gamma = 0.25, h = 0.3$ 监测效果较好, 而当变点离监测起始时刻较远时, 取 $\gamma = 0.25, h = 0.5$ 监测效果较好. 在实际应用中, 由于无法判断可能出现变点的时期, 可取 $\gamma = 0.25, h = 0.4$ , 既控制了犯第一类错误的概率, 又可以缩短监测到变点的延迟时间.

### 3.2 实例分析(Real data analysis)

本节通过两组实际数据说明本文方法的有效性.

**例 1** 图1是东晶电子(深圳: 002199)2009年3月30日到2011年2月24日的股票日收盘价数据, 数据的原始序列 $y_t$ 见图1, 显然 $y_t$ 是非平稳的. 一阶差分序列 $y_t - y_{t-1}$ 见图2, 此时仍无法相信一阶差分序列是平稳的, 利用Eviews5软件中的单位根检验法, 对一阶差分序列进行平稳性检验, 得 $t$ 统计量值为-19.62609, 在检验水平0.01下, 检验统计量的临界值为-3.444467 > -19.62609, 故认为一阶差分序列是平稳的. 由图2可以看出, 一阶差分后的数据的波动在整个样本区域上是不均匀的. 用文[11]检测固定样本变点的方法对一阶差分序列做变点分析, 发现在第236个样本处存在均值变点. 取前200个样本为历史样本, 令 $\gamma = 0.25, h = 0.4$ , 检验水

平 $\alpha = 0.05$ , 用本文的监测方法从第201个样本开始监测变点, 结果在 $k = 76$ 处监测到变点. 但在同样的检验水平下, 用文[10]不加窗宽的方法不能监测到变点, 说明本文的监测方法能够更有效的监测到变点.

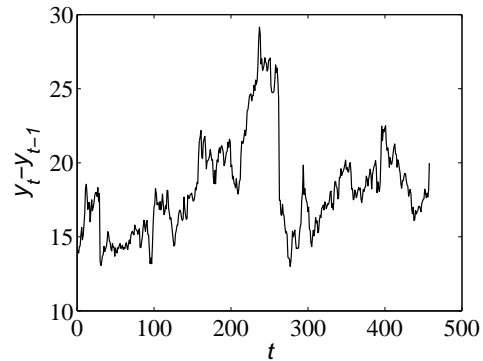


图1 东晶电子股票日收盘数据

Fig. 1 Daily closing price of East Crystal Electronics stock

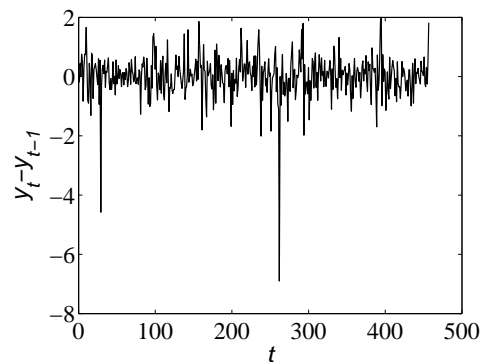


图2 一阶差分数据

Fig. 2 First-order difference data

**例 2** 图3是大龙地产(上海: 600159)2009年2月26日到2010年11月1日的股票日收盘价数据, 数据的原始序列 $y_t$ 见图3, 显然 $y_t$ 是非平稳的. 一阶差分序列 $y_t - y_{t-1}$ 见图4, 利用例1中检验平稳性的方法对一阶差分序列进行平稳性检验, 得 $t$ 统计量值为-19.03530, 在检验水平0.01下, 检验统计量的临界值为-3.444467 > -19.03530, 故认为一阶差分序列是平稳的. 用文[11]检测固定样本变点的方法对一阶差分序列做变点分析, 发现在第215个样本处存在均值变点. 取前150个样本为历史样本, 令 $\gamma = 0.25, h = 0.4$ , 检验水平 $\alpha = 0.05$ , 用本文的监测方法从第151个样本开始监测, 发现监测统计量在 $k = 77$ 处监测到变点. 在同样的检验水平下, 用文[10]不加窗宽的方法进行监测, 当 $\gamma = 0$ 时, 在 $k = 130$ 处监测到变点, 当 $\gamma = 0.25$ 或 $\gamma = 0.45$ 时, 都在 $k = 122$ 处监测到变点. 本例再次说明本文的在线监测方法能够及时发现变点.

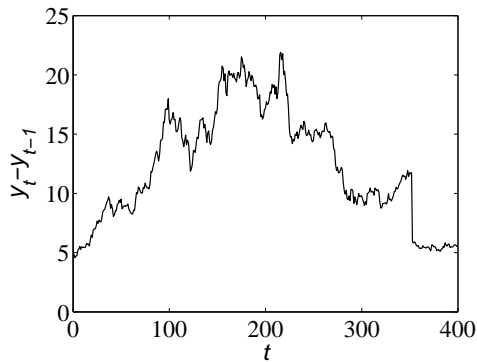


图3 大龙地产日收盘价数据

Fig. 3 Daily closing price of Da Long Estates

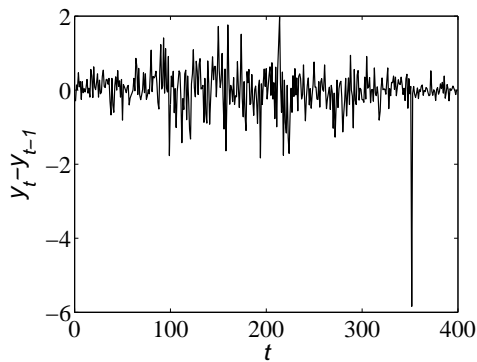


图4 一阶差分数据

Fig. 4 First-order difference data

#### 4 结论(Conclusion)

本文研究了随机系数自回归模型均值变点的在线监测问题,通过引进一个窗宽参数,研究了一种改进的在线监测方法,在原假设下给出了监测统计量的极限分布,并在备择假设下证明了该方法的一致性.模拟结果表明,可根据变点出现时刻离监测起始时刻的远近来适当选取窗宽参数,以提高检验势,缩短平均运行长度.最后将该方法应用到两组股票数据中,进一步说明了本文方法的有效性.但是本文只考虑了随机系数自回归模型均值变点的在线监测问题,对于方差变点的在线监测问题有待今后进一步研究.

#### 参考文献(References):

- [1] Horvath L, Huskova M, Kokoszka P, et al. Monitoring changes in linear models[J]. *Journal of Statistic Plannig and Inference*, 2004,

126(4): 225-51.

- [2] Aue A, Horvath L. Delay time in sequential detection of change[J]. *Statistics and Probability Letters*, 2004, 67(3): 221-231.
- [3] Chen Z S, Tian Z, Ding M T. On-line monitoring parameter change in linear regression model[J]. *Systems Engineering -Theory & Practice*, 2010, 30(6): 1047-1054.  
(陈占寿,田铮,丁明涛.线性回归模型参数变点的在线监测[J].系统工程理论与实践, 2010, 30(6): 1047-1054.)
- [4] Berkes I, Gombay E, Horvath L, Kokoszka P. Sequential change-point detection in models[J]. *Econometric Theory*, 2004, 20(6): 1140-1167.
- [5] Horvath L, Kokozsa P, Zhang A. Monitoring constancy of variance in conditionally heteroskedastic time series[J]. *Econometric Theory*, 2006, 22(3): 373-402.
- [6] Ploberger W, Kramer W. The local power of the CUSUM and CUSUM of squares tests[J]. *Econometric Theory*. 1990, 6(3): 335-347.
- [7] Ploberger W, Kramer W. The CUSUM test with OLS residuals[J]. *Econometrica*, 1992, 60(2): 271-285.
- [8] Tong H. *Non-linear time series: a dynamical system approach* [M] Oxford, UK: Oxford University Press, 1990.
- [9] Na O, Lee J, Lee S. Monitoring parameter changes for random coefficient autoregressive models[J]. *Journal of the Korean Statistical Society*. 2010, 39(3): 281-288.
- [10] Aue A. Strong approximation for RCA(1) time series with applications[J]. *Statistics & Probability Letters*. 2004,68(4):369-382.
- [11] Han S E, Tian Z, Wu X Q. Multiple change point test of a volatility forecasting models in the stock market[J]. *Systems Engineering -Theory & Practice*, 2006, 26(3): 94-101.  
(韩四儿,田铮,武新乾.一类股市波动性预测模型的多变点检验[J].系统工程理论与实践,2006, 26(3): 94-101.)

#### 附录 附录标题(Appendix Title of appendix)

附录内容.

#### 作者简介:

**李拂晓** (1987—), 男, 西北工业大学理学院应用数学系硕士研究生, 目前研究方向为非线性时间序列分析的理论、方法与应用, Email:lifuxiao1987@126.com;

**田 铮** (1948—), 女, 教授,西北工业大学应用数学专业博士生导师、计算机应用技术专业博士生导师, 主要从事非线性时间序列分析理论、方法与应用,模式识别识别与计算机视觉,图理论与遥感图像处理以及遥感图像统计处理等方面的研究, E-mail: zhtian@nwpu.edu.cn.

**陈占寿** (1982—), 男, 西北工业大学理学院应用数学系博士研究生, 主要研究方向为非线性时间序列分析的理论、方法与应用, Email:chenzhanshou@126.com.