

基于新蝶状模型的混沌控制及其应用研究

王林泽, 高艳峰, 李子鸣

(杭州电子科技大学 计算机学院 计算机应用技术研究所, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对将混沌技术应用于微弱信号检测的问题, 本文提出了一种基于新蝶状(novel butterfly-shaped, NBS)模型的新的混沌控制方法, 并将该模型应用于微弱信号检测. 首先利用Lyapunov指数谱, 结合数值仿真确定系统各个周期态的参数范围, 然后根据参数周期微扰法, 对扰动参数引入分段控制机制, 构建一个受控系统, 计算出系统处于特定周期态的参数范围, 最后在该范围内选择适当的参数值, 即可把系统稳定到所期望的周期轨道上. 这种改进策略不需要计算周期激励信号幅值的精确解, 大大简化计算的步骤, 提高计算效率, 控制结构简单, 易于实现, 且可以应用于微弱呼吸信号的检测. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: NBS模型; Lyapunov指数; 分段控制; 信号检测

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Chaos control and its application based on novel butterfly-shaped model

WANG Lin-ze, GAO Yan-feng, LI Zi-ming

(Institute of Computer Application Technology, School of Computer Science, Hangzhou Dianzi University,
Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: To apply the chaos technology to weak-signal detection, we propose a new chaotic control method for weak-signal detection based on the Novel butterfly-shaped (NBS) model. Lyapunov exponential spectrum and numerical simulations are adopted to determine the parameter ranges in different periodic system states. According to the perturbation method for periodic parameters, we introduce the segment control mechanism to the perturbed parameters in constructing the controller. The system parameter range is then calculated in a particular periodical state. The appropriate parameter value is selected in this range; thus, the system is stabilized on the expected periodic orbits. This improved strategy needn't calculate the exact solution of the periodic excitation signal's amplitude, reducing the number of calculation steps greatly and increasing the calculation efficiency significantly. In addition, this method is characterized by its simple control structure and easy implementation. It can also be used in the detection of weak breath signal. Simulation results of the NBS system indicate the effectiveness of the proposed method.

Key words: NBS model; Lyapunov exponent; segment control; signal detection

1 引言(Introduction)

自从Ott, Grebogi和Yorke在1990年提出了控制混沌的思想后^[1], 混沌控制的研究得到了蓬勃的发展. 混沌的奇异特性和混沌控制方法的突破性进展, 为混沌的应用打开了广阔的发展前景. 到目前为止, 人们已经提出了很多控制混沌的方法^[2-3], 比较有代表的有: OGY(Ott-Grebogi-Yorke)方法^[1-2]、延迟反馈控制法^[4]、参数周期微扰法^[5]和自适应控制法^[6-7]. 这些方法在实际应用中取得了良好的效果, 但它们也有自身的一些缺陷, 要求系统参数变化不能超过一定允许范围, 参数阈值的计算过程复杂, 而且只能控制到周期较低(1和2周期)的轨道. 本文提出了改进型的参数周期微扰法, 为混沌参数阈值计算过程复杂, 控制范围小, 弥补了不足.

混沌系统对小信号的敏感性与对噪声的免疫力^[8], 使它在弱信号检测方面的应用潜力很大. 以往采用模型比较多的是Duffing-Homes方程^[9-11], 基本原理都是利用非自治混沌系统的参数共振微扰原理实现混沌抑制, 然后根据系统相态图的突变来进行判断^[12]. 此类系统一般采用Melnikov方法来计算系统出现混沌的参数临界值^[13], 由于各种原因其理论计算值与实际值之间的误差较大, 计算过程较复杂, 在novel butterfly-shaped(NBS)混沌系统的控制中不适用. 基于以上问题, 笔者提出了基于NBS模型^[14]的混沌控制方法, 改进了参数周期微扰法, 控制结构简单, 更有利于NBS模型混沌的控制.

本文的方法基于参数周期微扰法, 采用了分段控制机制, 达到了简化计算步骤, 提高计算效率, 收敛

速度快的效果. 本文的贡献之处在于:

1) 采用了新的混沌模型. 以往采用受谐和激励和有界噪声共同作用的Duffing系统, 当出现混沌运动时, 谐和激励的临界幅值与噪声强度的关系比较复杂, 这会影响检测参数临界值的确定, 这是由此类系统的固有特性决定的, 而本文用了一种新的自治混沌系统, 消除了上述缺陷.

2) 改进了混沌控制方法. 传统的参数周期微扰法需要计算参数的精确解, 这使得计算过程更加复杂, 而改进后的控制方法灵活结合数值仿真的结果, 简化了计算的步骤, 提高了计算效率.

3) 实现了实际环境中微弱信号的检测. 本文在对NBS混沌系统实现控制的基础上, 设计了实验验证该模型对微弱呼吸信号的检测效果.

本文针对一个三维类Lorenz的NBS混沌系统, 基于参数周期微扰方法^[15], 提出了一种引进分段控制机制的策略. 这种改进策略不需要计算周期激励信号幅值的精确解, 大大简化了计算的步骤, 提高了计算效率, 控制结构简单, 且易于实现. 设计了基于该模型的微弱呼吸信号检测系统, 仿真结果验证了所提方法的有效性.

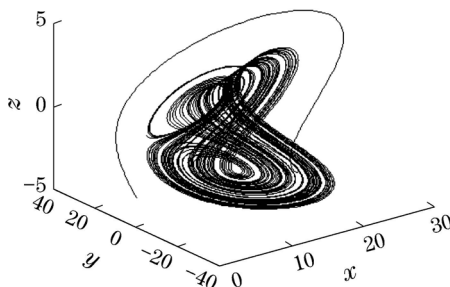
2 NBS模型及基本动力学的特性(Model and basic dynamical properties of NBS)

混沌系统对初值和扰动的敏感性以及对噪声免疫的特性, 使其在各个领域中得到广泛研究和应用, 出现了许多新型的模型. 2007年Liu提出了一个新型的混沌系统NBS^[14], 这是一个三维的自治系统, 含有非线性项 xz, yz , 具有多种复杂的周期分岔和混沌状态, 该系统的奇怪吸引子类似于Lorenz混沌吸引子, 但不同的是, 它是横向右边的蝴蝶形状的吸引子.

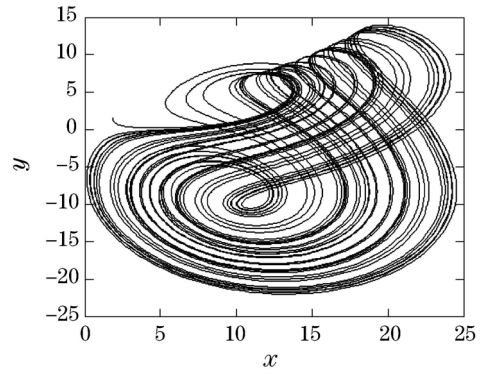
系统的方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x + yz), \\ \dot{y} = by - hxz, \\ \dot{z} = ky - gz, \end{cases} \quad (1)$$

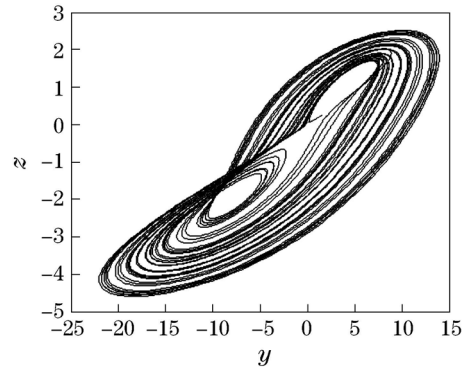
x, y, z 是状态变量, 取初始值为(0.04, 0.2, 0)时, 这个非线性系统是混沌的, 如图1所示.



(a) 混沌吸引子



(b) x-y相图吸引子



(c) y-z相图吸引子

图1 NBS模型的混沌吸引子

Fig. 1 The chaotic attractors of the NBS model

取 $a=1, b=2.5, h=1, k=1, g=4$ 进行研究, 根据文献[12]可知, 系统有3个平衡点, 分别为: $O(0, 0, 0), E_1(10, -8.633, -2.158)$ 和 $E_2(10, 4.633, 1.158)$. 下面讨论这3个平衡点的稳定性:

对于平衡点 $O(0, 0, 0)$, 系统(1)是线性的, 相应的雅可比矩阵为

$$J_0 = \begin{bmatrix} -a & a(1+z) & ay \\ -hz & b & -hk \\ 0 & k & -g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

令 $|\lambda I - J_0| = 0$, 得相应的特征值为: $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -4, \lambda_3 = 2.5$. λ_3 是一个正实数, λ_1 和 λ_2 是两个负实数, 所以平衡点 O 是个鞍点, 是不稳定的点.

同理, 对于平衡点 E_1 和 E_2 , 有3个相应的特征值 λ_1, λ_2 和 λ_3 , 其中 λ_1 是一个负实根, λ_2 和 λ_3 都为具有正实部的共轭复根, 可见平衡点 E_1 和 E_2 也都为不稳定的焦点.

以上分析说明系统(1)的三平衡点都是不稳定点.

对NBS混沌系统的两个数学特征的研究:

1) 关联维数. 关联维数^[15]是分析混沌吸引子常用的一种分形维数, 计算得该混沌系统的关联维数 $D = 2.05$. 吸引子的分维性不仅表明了非周期轨道, 也使得相近轨道出现分岔. 正如所有的奇怪吸引子一样, 初始条件不同的轨道虽然很快会到达吸引集,

但两个相近轨道不会离得很近, 它们会马上沿着吸引子完全不同的轨道分开。

2) Lyapunov指数. Lyapunov指数的大小表明相空间中相近轨道的平均收敛或发散的指数率^[16], 根据系统的Lyapunov指数符号即可判定该系统的运动状态. 通过仿真实验可得NBS系统的Lyapunov指数谱^[17-18]如图2所示。

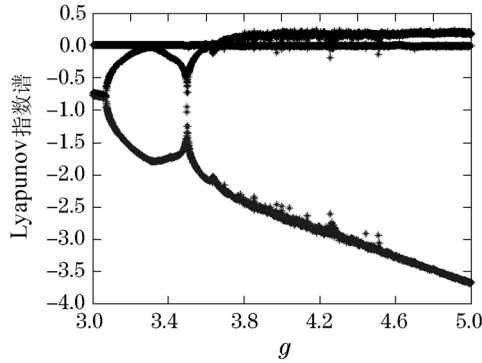


图2 NBS系统关于参数 g 的Lyapunov指数谱
Fig. 2 Lyapunov exponential spectrum of NBS system about parameter g

当 $g = 4$ 时, 最大Lyapunov指数为0.13725, 大于0, 可见, 系统(1)是一个真正的新的混沌系统。

3 分段周期微扰法(Segmental cycle perturbation method)

设 n 维连续非线性混沌系统为

$$\dot{X} = F(X, A), \quad (3)$$

式中: F 是一个关于 X 的连续非线性函数, $X = (x_1, \dots, x_n)$ 为系统变量, $A = (a_1, \dots, a_m)$ 为系统参数。

选择系统(3)的某一参数 $a_\lambda (a_\lambda > 0, 1 \leq \lambda \leq n)$ 作为周期微扰的参数。

令

$$a'_\lambda = \begin{cases} a_\lambda(1+h(t)+c), & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) \geq 0, \\ a_\lambda(1-h(t)+c), & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) < 0, \end{cases} \quad (4)$$

式中: $h(t) = l \cos(\omega t + \varphi)$ 为周期激励信号, l 为其幅值, $c \in \mathbb{R}$ 且 $c \neq 0$, ω 和 φ 分别为其频率和初相. 在系统(3)中, 把 a_λ 用 a'_λ 来代替, 当 $l = 0, c = 0$ 时, $a'_\lambda = a_\lambda$, 此时系统(3)处于混沌状态; 当 $l \neq 0, c \neq 0$ 时, 假设系统(3)处于某一周期态的参数范围为 $[K_1, K_2]$ ^[19], 即

$$K_1 \leq a'_\lambda \leq K_2. \quad (5)$$

由式(4)可推出

$$a_\lambda(1+c) < a'_\lambda < a_\lambda(1+l+c). \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)即可得出

$$\begin{cases} a_\lambda(1+l+c) < K_2, \\ a_\lambda(1+c) > K_1, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} l+c < \frac{K_2}{a_\lambda} - 1, \\ c > \frac{K_1}{a_\lambda} - 1. \end{cases} \quad (7)$$

根据式(7)可以计算出系统(3)处于此周期态时 l 和 c 的范围, 然后在该范围内选择适当的 l 和 c , 即可把系统(3)稳定到该周期轨道上。

本文以NBS模型为研究对象, 选择系统(1)中的参数 g 为周期微扰对象, 根据分段周期微扰方法,

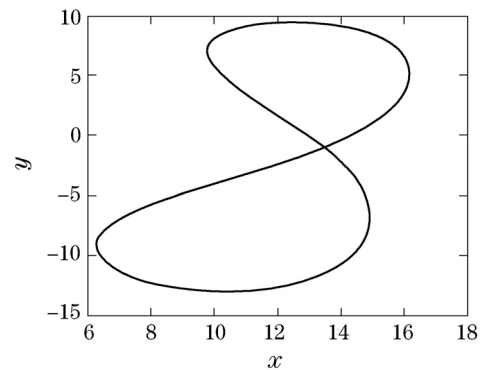
令

$$g' = \begin{cases} g(1+h(t)+c), & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) \geq 0, \\ g(1-h(t)+c), & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) < 0. \end{cases} \quad (8)$$

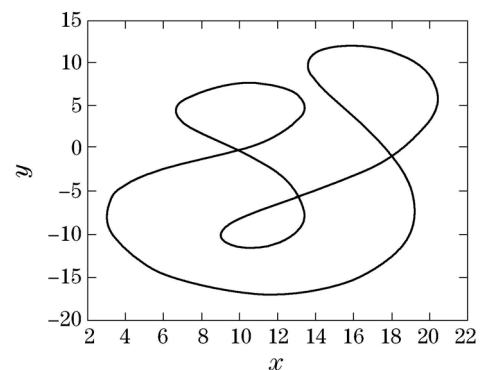
对于系统(1), 把参数 g 用 g' 来代替, 得

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x+yz), \\ \dot{y} = by-hxz, \\ \dot{z} = \begin{cases} ky-g(1+h(t)+c)z, & \cos(\omega t + \varphi) \geq 0, \\ ky-g(1-h(t)+c)z, & \cos(\omega t + \varphi) < 0. \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

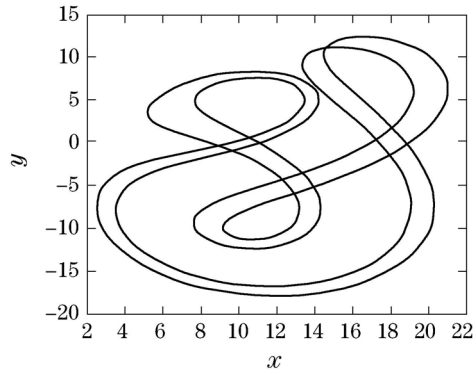
取系统参数 $g = 4$, 根据参数 g 的范围与系统(1)状态的关系和式(7), 计算出系统各周期态与参数 l, c 的关系, 然后选择不同的 l 和 c , 可将系统控制在相应的轨道上, 如图3所示为系统被稳定到各个状态时的 x - y 相图。



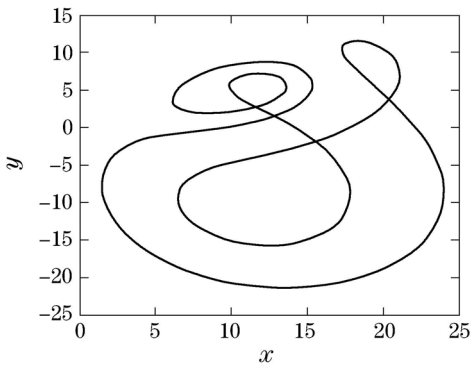
(a) 被控制在周期1轨道($l = 0.01, c = -0.19$)



(b) 被控制在周期2轨道($l = 0.05, c = -0.15$)



(c) 被控制在周期4轨道($l = 0.001, c = -0.09$)



(d) 被控制在周期3轨道($l = 0.001, c = 0.065$)

图3 系统被稳定到不同周期态时的 x - y 相图

Fig. 3 x - y phase diagram for system stabilized in different periodic states

4 弱正弦信号检测(The detection of weak sine signal)

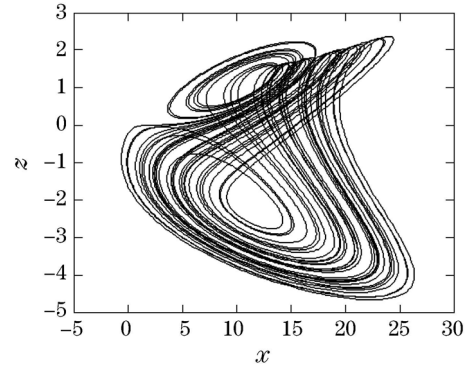
利用上述数学模型, 建立一个弱正弦信号的检测系统, 如式(9), 其中: a, b, h, k, g 为系统参数, $h(t)$ 为周期激励信号, $g(t) = l(s(t) + n(t))$ 为含噪声的输入信号, $s(t)$ 为待检测的弱正弦信号, $n(t)$ 为高斯白噪声, l 为控制参数, 有

$$l = \begin{cases} -1, & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) \geq 0, \\ 1, & \text{如果 } \cos(\omega t + \varphi) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

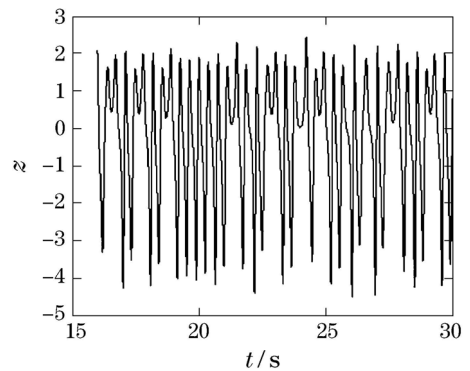
检测过程: 首先不加入输入信号调整周期激励信号的幅值, 使系统处于混沌临界状态, 然后加入一定功率的高斯白噪声, 由于混沌系统对噪声有免疫性, 所以此时系统仍处于混沌临界状态, 接着加入弱正弦信号, 调节待测信号的幅值, 当达到一定阈值时, 系统从混沌临界状态进入周期3状态, 通过观察相图和输出信号的时序图即可判断出输入信号中包含的弱正弦信号, 其频率与周期激励信号的频率相同.

在本文中, 以MATLAB为平台, 取系统初值为(0.04, 0.2, 0), 对系统在强噪声背景下检测微弱周期信号的能力进行了仿真分析. 输入信号为 $g(t) =$

$l(s(t) + n(t))$, 待测信号为 $s(t) = r \cos(\omega_s t + \varphi_s)$, $n(t)$ 为噪声, 调整周期激励信号的幅值, 当 $l = 0.006$, $c = 0.065$, 频率 $f = 10$ Hz, $\omega = 2\pi f$, $r = 0$, $\varphi = 0$, $P = 0$ (P 为噪声功率)时, 系统(9)处于混沌临界状态, 如图4所示.



(a) x - z 相图



(b) z 的时序图

图4 混沌临界状态的NBS系统

Fig. 4 NBS system in chaotic critical state

然后加入功率 $P = 10^{-4}$ W的高斯白噪声, 此时系统(9)无明显变化, 仍是混沌状态, 说明此混沌系统对噪声有免疫作用, 输出变量 z 的时序图如图5所示.

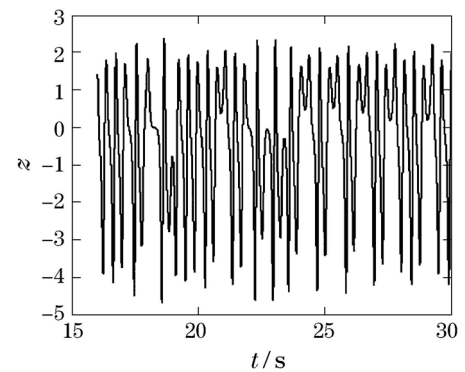


图5 加入噪声后输出变量 z 的时序图

Fig. 5 The sequence diagram of the output variable z after added noise

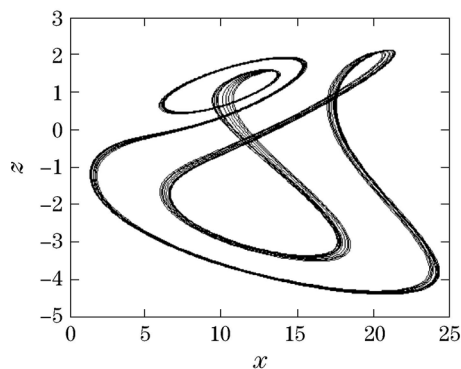
接着将待测弱正弦信号 $s(t) = r \cos(\omega_s t + \varphi_s)$ 加入系统(9)中, $\omega_s = \omega$, $\varphi_s = \varphi$, 调节信号的幅值 r , 当

达到一定阈值时($r = 0.0004$), 系统就会从混沌临界状态进入周期3状态, 如图6所示。

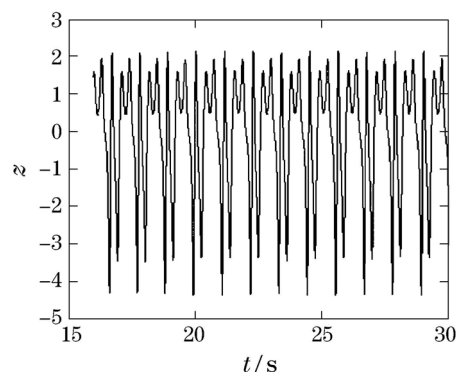
通过观察相图的变化或者输出信号的时域图即可判断出该输入信号包含了待检测的弱正弦信号, 其频率与周期激励信号的频率相同, 为10Hz, 根据式(11):

$$SNR = 10 \lg \frac{1}{2} \frac{r^2}{P}, \quad (11)$$

计算信噪比^[20]为-31 dB, 此方法检测的信号幅值范围是[0.0004, 0.0044]. 由于噪声等因素的干扰, 待测信号频率在10Hz~11Hz之间也可以被检测出, 说明该方法用来测量弱正弦信号存在一定误差, 但误差范围较小。



(a) 加入待测信号后的x-z相图



(b) 加入待测信号后的输出变量z的时序图

图6 系统加入待测信号s(t)后的仿真结果

Fig. 6 Simulation result after system added s(t)

仿真结果表明, NBS混沌系统对噪声具有免疫性, 本文的控制策略能够在较短的时间内实现对NBS混沌系统的控制, 而且, 对比图4和图6, 可以看出, 在加入微弱待测信号后, NBS混沌系统发生了突变, 从混沌临界状态突变到了周期3状态, 即可判断出输入信号中存在弱正弦信号, 且其频率与激励信号的频率相同. 此外, 通过大量仿真实验, 验证了该系统用分段周期微扰方法测量不同数量级频率的弱正弦信号都能得到很好的效果。

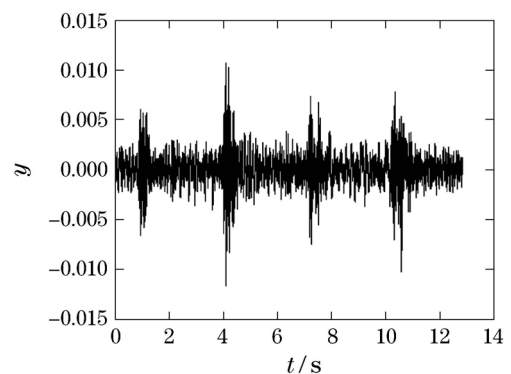
5 呼吸信号检测系统设计验证(The design verification of weak breath signal detection)

人体的呼吸一般情况下是微弱的, 正常成年人每分钟16~20次, 基本属于微弱周期信号, 当环境噪声很强烈时, 呼吸信号的检测很困难, 本文基于NBS模型, 采用分段周期微扰法对呼吸信号进行检测研究。

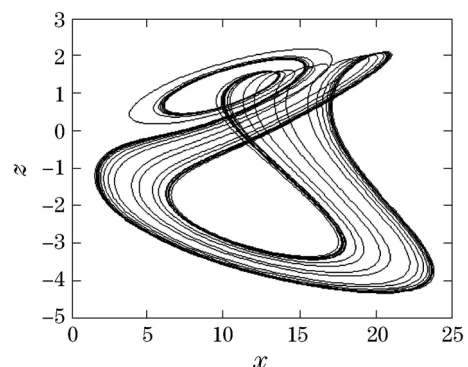
首先, 利用Windows XP系统自带的录音机设备来采集呼吸信号, 得到wav格式的文件. 其次, MATLAB自带数据读取函数wavread读取所采集的呼吸信号. 如图7(a)为经过wavread函数读取的呼吸信号. 由图7(a)可证实呼吸信号基本满足周期信号的特点, 且幅值比较小, 将用NBS模型对该信号进行检测。

实验 设置内置周期激励信号的频率 $f = 2\text{Hz}$, $\omega = 2\pi f$, $\varphi = 0$, 其他系统参数与初始值不变. 首先, 输入信号 $g(t) = 0$ 时, 调整周期激励信号的幅值 $l = 0.005$, 此时系统(9)处于混沌临界状态, $x-z$ 相图和输出信号 z 的时序图仍如图4(a)~4(b)所示. 其次, 给系统(9)加入功率 $P = 10^{-4}\text{W}$ 的高斯噪声, 系统没有明显变化, 输出变量 z 如图5所示. 最后, 将所采集的待测呼吸信号加入系统(9), 可观察到如图7(b)~7(c)所示的相图和输出信号时序图。

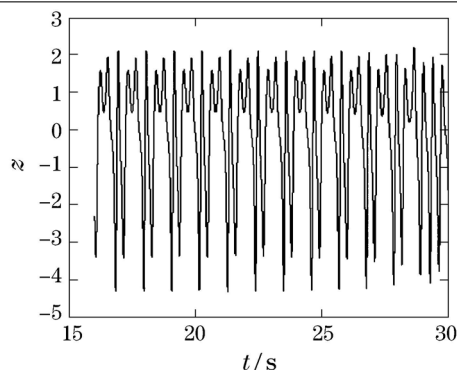
由图7可知, 在输入微弱呼吸信号前后, 系统的相图和输出信号 z 的时序图发生了突变, 可以确定呼吸信号的存在, 信噪比约为-9.03 dB. 该设计验证了本文提出的检测模型用于检测微弱信号检测的可行性。



(a) 呼吸信号的时序图



(b) 加入呼吸信号后的x-z相图



(c) 加入呼吸信号后的输出信号 z 的时序图

图7 呼吸信号及其检测结果

Fig. 7 The breath signal and its detection results

6 结论(Conclusion)

1) 基于参数周期微扰法, 通过在NBS混沌系统中引入分段控制机制, 实现了对NBS混沌系统的控制. 运用所提控制策略, 建立了基于NBS系统的强噪声背景下微弱周期信号检测模型, 利用Lyapunov指数判据确定系统由混沌状态突变为周期状态的检测参数临界值.

2) 在理论分析的基础上, 通过数值仿真和实验设计验证了方法的可行性, 同时证实了NBS模型可以用于微弱正弦信号和呼吸信号的检测. 通过借鉴关于混沌控制方面的最新研究成果, 为微弱周期信号的检测提供新的混沌检测系统.

参考文献(References):

- [1] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos[J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196 – 1199.
- [2] 潘永湘, 刘兴伟, 李敏远. 混沌吸引子不稳定周期轨道控制方法研究[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(4): 617 – 620.
(PAN Yongxiang, LIU Xingwei, LI Minyuan. The research of the method of control unstable periodic orbits embedded in chaotic attractor [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(4): 617 – 620.)
- [3] 朱少平, 钱富才, 刘丁. 基于两级算法的混沌控制[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(9): 1259 – 1262.
(ZHU Shaoping, QIAN Fucui, LIU Ding. Chaos control based on the two-level algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1259 – 1262.)
- [4] PYRAGAS K, TAMASEVICIUS A. Experimental control of chaos by delayed self-controlling feedback [J]. *Physics Letters A*, 1993, 180(2): 99 – 102.
- [5] 李月, 杨宝俊, 石要武, 等. 混沌振子用于强噪声下微弱信号的检测[J]. *吉林大学自然科学学报*, 2011, 1(1): 75 – 77.
(LI Yue, YANG Baojun, SHI Yaowu, et al. The application of the chaotic oscillator to the weak sine signal detection in strong noise based [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Jilinensis*, 2011, 1(1): 75 – 77.)
- [6] SINHA S, RAMASWAMY R, RAO J S. Adaptive control in nonlinear dynamics [J]. *Physica D*, 1990, 43(1): 118 – 122.
- [7] 郭健, 陈庆伟, 吴益飞, 等. 一类非线性不确定系统的自适应鲁棒控制[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(8): 1081 – 1086.
(GUO Jian, CHEN Qingwei, WU Yifei, et al. Adaptive robust control for a class of uncertain nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(8): 1081 – 1086.)

- [8] 谌龙, 王德石. 基于Lorenz系统的微弱谱和信号检测[J]. *仪器仪表学报*, 2007, 28(11): 2034 – 2038.
(SHEN Long, WANG Deshi. Detection of weak harmonic signals in strong noise based on Lorenz system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, 28(11): 2034 – 2038.)
- [9] LI Y, YANG B J. The chaotic detection of periodic short-impulse signals under strong noise background [J]. *Journal of Electronics (China)*, 2002, 19(4): 431 – 434.
- [10] WANG G Y, HE S L. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic duffing oscillators [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(7): 945 – 953.
- [11] 张淑清, 吴月娥, 焦广贺. 混沌理论微弱信号检测方法的可行性分析[J]. *测控技术*, 2002, 21(7): 53 – 54.
(ZHANG Shuqing, WU Yue'e, JIAO Guanghe. The feasibility analysis of weak signal detection based on chaos theory [J]. *Measurement & Control Technology*, 2002, 21(7): 53 – 54.)
- [12] CHEN L, WANG D S. Detection of weak square wave signals based on the chaos suppression principle with non resonant parametric drive [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(9): 5098 – 5102.
- [13] 王永生, 杜文超, 安昕, 等. 驱动输入白噪声对Duffing振子运动影响分析[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(3): 131 – 134.
(WANG Yongsheng, DU Wenchao, AN Xin, et al. The impact analysis for driving to input white noise to Duffing oscillator's movement [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(3): 131 – 134.)
- [14] LIU C X. A novel chaotic attractor [J]. *Chaos, Soliton & Fractals*, 2009, 39(5): 1037 – 1045.
- [15] LIMA R, PETTINI M. Suppression of chaos by resonant parametric perturbations [J]. *Physical Review A*, 1990, 41(2): 726 – 733.
- [16] 刘凌, 苏燕辰, 刘崇新. 新三维混沌系统及其电路仿真实验[J]. *物理学报*, 2007, 56(4): 1966 – 1970.
(LIU Ling, SU Yanchen, LIU Chongxin. A new chaotic system and its circuit simulation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(4): 1966 – 1970.)
- [17] 李春彪, 王翰康, 陈谟. 一个新的恒Lyapunov指数谱混沌吸引子与电路实现[J]. *物理学报*, 2010, 59(2): 783 – 791.
(LI Chunbiao, WANG Hankang, CHEN Su. A novel chaotic attractor with constant Lyapunov exponent spectrum and its circuit implementation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(2): 783 – 791.)
- [18] 袁地, 侯越. 一个三维非线性系统的混沌运动及其控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(4): 395 – 399.
(YUAN Di, HOU Yue. Chaotic movement and its control of a three-dimensional nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 395 – 399.)
- [19] WANG L Z, LI Z M. Measurement the frequency of weak sinusoidal signal based on the genetic algorithm [C] //YUE S G, WEI H L, WANG L P, et al. *The Sixth International Conference on Natural Computation*. Piscataway, NJ: IEEE, 2010, 6: 3597 – 3600.
- [20] 王永生, 姜文志, 赵建军, 等. 一种Duffing弱信号检测新方法及其仿真研究[J]. *物理学报*, 2008, 57(4): 2053 – 2059.
(WANG Yongsheng, JIANG Wenzhi, ZHAO Jianjun, et al. A new method of weak signal detection using Duffing oscillator and its simulation research [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(4): 2053 – 2059.)

作者简介:

王林泽 (1953-), 女, 教授, 目前研究方向为非线性理论应用研究、涉及混沌控制、随机共振原理的微弱信号检测和基于混沌理论的微弱信号检测, E-mail: aozhwlz@yahoo.com;

高艳峰 (1985-), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为基于混沌理论的微弱信号检测, E-mail: gyf2692@126.com;

李子鸣 (1985-), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为基于混沌理论的微弱信号检测, E-mail: lzmlzm523@163.com.