

# 具有均匀量化器的非线性网络控制系统的一致有界性

刘俊豪<sup>1,2</sup>, 张 皓<sup>2</sup>, 陈启军<sup>2</sup>

(1. 北京七星华创电子股份有限公司, 北京 101312; 2. 同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 建立一种非线性连续被控对象、系统总时延小于一个采样周期的网络控制系统连续模型. 通过线性化及离散化的方法将非线性系统转换一种离散化的模型. 利用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式方法, 设计控制方法使系统稳定. 在系统包含均匀量化器的情况下, 设计控制方法使系统一致有界. 通过调节量化器的误差范围, 可以将系统状态控制在一定的范围内. 实际中, 据此可设计相应的量化级别及编码长度等参数. 通过仿真验证控制方法的有效性, 并分析了量化误差对系统收敛性的影响.

**关键词:** 网络控制系统; 非线性系统; 均匀量化器; 一致有界性

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Uniformly-bounded nonlinear networked control systems with uniform quantizer

LIU Jun-hao<sup>1,2</sup>, ZHANG Hao<sup>2</sup>, CHEN Qi-jun<sup>2</sup>

(1. Beijing Sevenstar Electronics Company Limited, Beijing 101312, China;

2. College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** A nonlinear networked control systems (NCS) with continuous plant and a time-delay shorter than one sampling period is described by a continuous model. This continuous model is transformed into a discrete one by using the methods of linearization and discretization. A sufficient condition of stability for the transformed NCS is derived by using Lyapunov method and linear matrix inequality approach. A state feedback controller is designed for ensuring the NCS with uniform quantizer to be uniformly bounded. By adjusting the quantization error range, states of the system can be controlled to stay within a finite range, and the quantized level and the code length can be determined accordingly. The Matlab simulation of an example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method. Meanwhile, the effect of the quantized error is analyzed.

**Key words:** networked control systems; nonlinear system; uniform quantizer; uniformly-bounded

### 1 引言(Introduction)

与传统的控制方式中点对点传输方式不同, 在网络控制系统中, 传感器的采样信号及控制器的控制信号都需要通过网络传输, 传输前必须对信号进行采样、量化、编码等处理, 而这些处理不可避免地会带来误差; 同时网络中存在的丢包、时延、乱序、误码等因素会对系统性能产生影响. 随着网络控制系统在实际中的广泛应用, 使得如何消除这些误差和网络的影响成为了一个新的热点研究方向<sup>[1-6]</sup>. 非线性是自然界和工程技术领域中最普遍的现象. 相对线性系统, 非线性系统处理过程更复杂, 文献[1, 6]等针对非线性网络控制系统的建模、忽略量化器情况下的稳定性等问题进行了研究.

量化作为网络控制系统中必不可少的环节, 指的是通过量化器将实际信号转换成一个在有限集中取值的分段信号. 这种转换会产生量化误差, 由于量

化误差的不确定性和网络中时滞、丢包等因素的影响, 使得网络控制系统中对量化影响的研究非常困难. 因此, 在多数网络控制系统的研究中, 量化因素被忽略了.

目前, 针对网络控制系统量化问题的研究主要有3种. 一种是早期针对实际中使用的量化器展开的研究, 文献[7]将量化误差分解为不同的部分, 并详细分析了量化误差对信号的影响. 文献[8]通过调节控制律巧妙的消除了量化误差的影响, 从而实现了系统的镇定. 文献[9]讨论了在量化误差影响下的非线性系统的有界性问题. 文献[10]考虑量化误差的影响, 设计控制器使系统收敛在一定范围内. 然而, 这些文献都没有考虑网络控制系统中的时延、丢包等因素. 另一种研究方法是文献[11-12]提出的对数量化器方法, 对数量化器的量化误差可表示为与系统状态相关的不确定性, 从而可以将量化误差问题

转化为传统的鲁棒控制问题, 从而实现对系统的镇定、观测及性能优化等. 然而, 对数量化器在平衡点处无限细化, 从而在平衡点附近有无限个量化级别, 这将会产生无限长的编码, 在实际使用无法实现. 还有一种方法是Daniel Liberzon<sup>[13]</sup>、翟贵生<sup>[14]</sup>等人提出的区域量化方法, 该方法将被量化信号的取值范围分为若干个区域, 通过不断地调节一个比例参数来实现系统的镇定. 为了有效的解码, 这种方法要求该比例参数能够及时、无误差地从编码端发送到解码端, 而实际网络控制系统无法实现这点(因为比例参数传输前必须进行量化, 必定会产生量化误差; 同时网络的存在会产生时延、丢包等影响, 无法实现实时传输).

根据上面的分析可以看出, 目前针对网络控制系统量化的研究中, 第1种早期的研究方法没有考虑网络特性对系统的影响; 另外两种方法从理论上对网络控制系统进行了一系列的研究, 然而无法在实际中实现. 如果同时考虑实际应用中的量化方式以及网络控制系统的特性, 对系统的镇定将很困难, 这也是目前还没有文献将这两个方面同时考虑的一个重要原因. 在实际应用中系统往往允许存在一定的误差, 只要系统状态能够控制在一定的范围内即可, 不必要渐近收敛于平衡点. 系统的一致有界性控制是指通过一定的控制策略, 将系统状态控制在一个与初始时刻无关的范围内. 因此, 针对实际要求, 可以不实现系统的渐近稳定, 转而设计控制方法使网络控制系统一致有界. 这样既满足实际要求, 又可以使得设计方法变得可行. 本文将非线性系统线性化、离散化后, 通过Lyapunov方法实现了在不考虑量化条件下对网络控制系统的镇定, 以及考虑均匀量化情况下的一致有界性控制. 通过仿真实例验证了所提出方法的有效性, 分析了量化误差对系统收敛的影响.

**符号标注**  $\|\cdot\|$ 表示矩阵的Frobenius范数;  $\|\cdot\|_2$ 表示矩阵的2-范数;  $|\cdot|$ 表示实数的绝对值;  $I$ 为适维的单位矩阵; 为了简化书写, 文中\*表示矩阵对称部分; 在初始时刻为 $k_0$ 、初始状态为 $z(k_0)$ 时, 当 $k > k_0$ 时,  $z(k, k_0, z(k_0))$ 简写为 $z(k)$ .

## 2 系统描述(System formulation)

网络控制系统的结构主要包括被控对象、传感器、执行器、采样器、量化器、编码器、解码器以及控制器等. 如图1所示, 传感器从被控对象采集到信号, 经过网络传输到控制器, 控制器根据从传感器得到的信号确定控制策略, 再经过网络传输到执行器, 从而实行对被控对象的控制.

考虑非线性系统状态方程为

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t), \quad (1)$$

其中:  $f \in C^1[\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n]$ 为连续可微函数, 增加 $u(t)$ 为控制输入,  $B$ 为适维矩阵. 将系统(1)线性化, 可得

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + g(x(t)) + Bu(t), \quad (2)$$

其中:  $A = [\frac{\partial f}{\partial x}(0)] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $g \in C^1[\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n]$ 满足

$$\lim_{x(t) \rightarrow 0} \frac{\|g(x(t))\|}{\|x(t)\|} = 0. \quad (3)$$

由于被控对象是连续对象, 而传输过程为离散过程, 因此, 采用离散化方法, 将模型(1)离散化为

$$x(k+1) = e^{AT}x(k) + \sigma(k) + \Gamma_0(\tau)u(k) + \Gamma_1(\tau)u(k-1), \quad (4)$$

其中:  $T$ 为采样周期,  $\tau$ 为控制回路总时延,

$$\sigma(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-s)}g(x(s))ds, \\ \Gamma_0(\tau) = \int_0^{T-\tau} e^{As}ds, \quad \Gamma_1(\tau) = \int_{T-\tau}^T e^{As}ds.$$

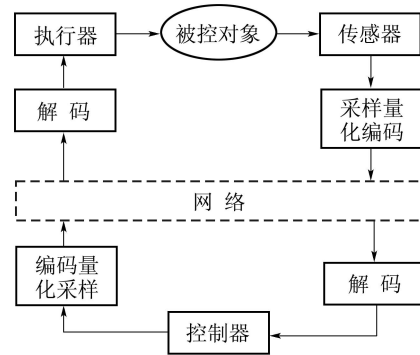


图 1 网络控制系统模型

Fig. 1 The model of networked control system

需要指出的是: 式(4)中的 $x(k)$ 实际为 $x(kT)$ , 为了符合离散系统习惯写法, 将 $x(kT)$ 简写为 $x(k)$ , 同样将 $u(kT)$ 简写为 $u(k)$ , 下文中采用相同的写法.

设 $\tau' = \tau - T/2$ ,  $\theta = \max_{\tau' \in [-T/2, T/2]} \|\int_0^{-\tau'} e^{As}ds\|_2 = \|\int_0^{T/2} e^{As}ds\|_2$ , 则

$$\Gamma_0(\tau) = \int_0^{T-\tau} e^{As}dsB = \int_0^{T/2-\tau'} e^{As}dsB = \int_0^{T/2} e^{As}dsB + \int_{T/2}^{T/2-\tau'} e^{As}dsB = \int_0^{T/2} e^{As}dsB + e^{A(T/2)} \int_0^{-\tau'} e^{As}dsB = \bar{H} + \bar{D}\bar{F}(\tau)\bar{E},$$

其中:  $\bar{H} = \int_0^{T/2} e^{As}dsB$ ,  $\bar{D} = \theta e^{A(T/2)}$ ,  $\bar{E} = B$ ,  $\bar{F}(\tau) = \theta^{-1} \int_0^{-\tau'} e^{As}ds$ ,  $\bar{F}^T(\tau)\bar{F}(\tau) < I$ . 因此, 系统模型可表示为

$$x(k+1) = e^{AT}x(k) + (\bar{H} + \bar{D}\bar{F}(\tau)\bar{E})u(k) +$$

$$\Gamma_1(\tau)u(k-1). \quad (5)$$

采用状态反馈控制器, 控制器方程表示为

$$\begin{cases} x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c x(k), \\ u(k) = x_c(k), \end{cases}$$

其中:  $x_c(k)$ 为控制器状态,  $u(k)$ 为控制器输出,  $A_c$ ,  $B_c$ 为适维常数矩阵. 则

$$u(k) = A_c x_c(k-1) + B_c x(k-1) = A_c u(k-1) + B_c x(k-1).$$

为了方便, 将上式表示为

$$u(k) = (I + K_2)u(k-1) + K_1 x(k) = u(k-1) + [K_1 \ K_2] \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中:  $I + K_2 = A_c$ ,  $K_1 = B_c$ .

结合式(5), 图1所示的网络控制系统可表示为

$$z(k+1) = (G + (H + DF(\tau)E)K)z(k) + \Omega, \quad (7)$$

其中:

$$z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} e^{AT} \Gamma_0(\tau) + \Gamma_1(\tau) \\ 0 \quad I \end{bmatrix},$$

$$K = [K_1 \ K_2], \quad H = \begin{bmatrix} \bar{H} \\ I \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \bar{D} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F(\tau) = \begin{bmatrix} \bar{F}(\tau) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F^T(\tau)F(\tau) < I, \quad \Omega = \begin{bmatrix} \sigma(k) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

对于网络控制系统(7), 设计控制器使系统达到稳定或有界的过程就是通过计算求解矩阵(向量) $K$ 的过程.

对于连续被控对象, 传感器采集到的也是连续信号, 在传统控制方式中, 此信号可以被直接传输到控制器, 不会损失信息. 对于网络控制系统, 一方面, 由于网络只能传输二进制信号, 因此, 在传输前必须对信号进行采样(离散化)、量化、编码; 另一方面由于网络带宽的有限性, 为了减少网络拥塞, 减小网络传输时延, 降低丢包率, 必须尽可能减少传输数据包, 这就需要在保证信号信息量足够的前提下, 减小采样速率、减少量化级别.

量化就是通过量化器将实际信号转换成一个在有限集中取值的分段信号的过程. 实际应用及理论研究中的量化器主要有对数量化器、区域量化器及均匀量化器等. 在对数量化器中, 量化误差上界可以表示为被量化变量与一个常数的乘积, 在处理过程中, 量化误差可当作一种不确定性处理, 但这种量化器在平衡点处具有无限个量化级别, 实际中无法实

现. 区域量化器通过不断调节一个比例参数使得系统达到稳定, 但这个比例参数要求能够实时、无误差地从发送端传输到接收端, 这在实际中同样无法实现. 本文考虑实际中使用的均匀量化器<sup>[7-8]</sup>. 均匀量化器可表示为

$$q(v) = v + \Delta(v), \quad (8)$$

其中:  $v \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为被量化的信号,  $\Delta(v)$ 为量化误差,  $\Delta(v)$ 的第*i*维元素 $|\Delta_i(v)| \leq \delta_i$ . 从而,  $q(u(k)) = u(k) + \Delta(u(k))$ ,  $q(x(k)) = x(k) + \Delta(x(k))$ .

考虑从传感器到控制器的量化误差的影响, 式(6)可表示为

$$u(k) = u(k-1) + K_1 x(k) + K_2 u(k-1) + K_1 \Delta(x(k)). \quad (9)$$

考虑从控制器到执行器的量化误差的影响, 被控对象离散化方程可改写为

$$\begin{aligned} x(k+1) = & e^{AT} x(k) + \sigma(k) + \Gamma_0(\tau)u(k) + \Gamma_1(\tau)u(k-1) + \\ & \Gamma_0(\tau)\Delta(u(k)) + \Gamma_1(\tau)\Delta(u(k-1)) = \\ & e^{AT} x(k) + \sigma(k) + (\Gamma_0(\tau) + \Gamma_1(\tau))u(k-1) + \\ & \Gamma_0(\tau)(K_1 x(k) + K_2 u(k-1) + \\ & K_1 \Delta(x(k))) + \Gamma_0(\tau)\Delta(u(k)) + \\ & \Gamma_1(\tau)\Delta(u(k-1)). \end{aligned} \quad (10)$$

结合式(9)–(10), 包含均匀量化器的网络控制系统的状态方程

$$z(k+1) = (G + (H + DF(\tau)E)K)z(k) + \Omega + \Delta, \quad (11)$$

其中

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau)\Delta(u(k)) + \Gamma_1(\tau)\Delta(u(k-1)) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau) \\ I \end{bmatrix} K_1 \Delta(x(k)).$$

特别地, 线性时不变网络控制系统状态方程可表示为

$$z(k+1) = (G + (H + DF(\tau)E)K)z(k) + \Delta.$$

### 3 网络控制系统的稳定性及一致有界性 (Stability and uniformly bound of networked control system)

在本节中, 根据上节建立的网络控制模型, 给出了在忽略量化误差影响下的系统稳定性条件; 在考虑到系统在均匀量化的情况下, 设计控制律, 使系统一致有界, 并求出收敛上界. 分析系统收敛与系统初始值和量化误差的关系, 可根据实际要求的系统上界, 来确定系统的量化误差及编码长度.

根据文献[15-16], 可得系统一致有界性定义.

**定义 1** 若对  $\forall \alpha > 0$ , 存在  $\beta(k_0, \alpha)$ , 使得当  $\|z(k_0)\| \leq \alpha$  时, 系统(11)的解  $\|z(k, k_0, z(k_0))\| \leq \beta(k_0, \alpha)$ ,  $k > k_0$ , 则称系统(11)等度有界, 若  $\beta(k_0, \alpha)$  与  $k_0$  无关, 则称系统(11)一致有界.

**引理 1**<sup>[17]</sup> 对于给定的对称矩阵  $Y$  及适维矩阵  $M, N, W, W^T W \leq I$ , 如果满足  $Y + MWN + N^T W^T M^T < 0$ , 则存在一个常数  $\varepsilon > 0$ , 使得  $Y + \varepsilon MM^T + \frac{1}{\varepsilon} N^T N < 0$ .

**引理 2** 设矩阵  $M = (m_{ij})_{n \times n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $N = (n_{ij})_{n \times n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n) \in \mathbb{R}^n$ ,  $s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in \mathbb{R}^n$  为任意的  $n$  维向量, 满足  $|r_i| \leq l_i$ ,  $|s_i| \leq l_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 其中:  $s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in \mathbb{R}^n$ ,  $l = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$ ,  $l_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则  $\|Mr + Ns\| \leq \|M + N\| \cdot \|l\|$ .

**证** 由于

$$\|Mr + Ns\|^2 = \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (m_{ij}r_j + n_{ij}s_j) \right|^2 \leq \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (|m_{ij}r_j| + |n_{ij}s_j|) \right|^2,$$

根据  $|r_i| \leq l_i$ ,  $|s_i| \leq l_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $l_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (|m_{ij}r_j| + |n_{ij}s_j|) \right|^2 = \\ & \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (|m_{ij}| \cdot |r_j| + |n_{ij}| \cdot |s_j|) \right|^2 \leq \\ & \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (|m_{ij}l_j| + |n_{ij}l_j|) \right|^2 = \\ & \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^n (m_{ij}l_j + n_{ij}l_j) \right|^2 = \\ & \|(M + N)l\|^2 \leq \|M + N\|^2 \cdot \|l\|^2, \end{aligned}$$

即  $\|Mr + Ns\|^2 \leq \|M + N\|^2 \cdot \|l\|^2$ . 证毕.

**引理 3** 令  $\rho_1 > 0$ ,  $\rho_2 = \min\{\rho_{21}, \rho_{22}\}$ , 其中:

$$\begin{aligned} \rho_{21} &= \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|} \rho_1, \\ \rho_{22} &= \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + T\|B\|} \rho_1. \end{aligned}$$

当  $\|x(t)\| \leq \rho_1$  时,  $\|g(x(t))\| < \|x(t)\| \leq \rho_1$ ; 则当  $\|z(k)\| \leq \rho_2$  时,  $\|x(t)\| < \rho_1$ ,  $r \in [kT, (k+1)T]$ .

**证** 从式(3)可以看出, 存在  $\rho_1 > 0$ , 当  $\|x(t)\| \leq \rho_1$  时,  $\|g(x(t))\| < \|x(t)\| \leq \rho_1$ .

令  $\rho_2 = \min\{\rho_{21}, \rho_{22}\}$ , 其中:

$$\begin{aligned} \rho_{21} &= \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|} \rho_1, \\ \rho_{22} &= \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + T\|B\|} \rho_1, \end{aligned}$$

根据上式可知  $\rho_2 < \rho_1$ .

当  $\|z(k)\| \leq \rho_2$  时,  $\|x(k)\| \leq \rho_2$ ,  $\|u(k-1)\| \leq \rho_2$ , 从而  $\|g(x(k))\| < \|x(k)\| \leq \rho_1$ .

用反证法, 假设存在  $r \in (kT, (k+1)T)$ ,  $\|x(r)\| = \rho_1$ , 当  $t \in [kT, r)$  时,  $\|x(t)\| < \rho_1$ .

由于网络传输中时延(丢包)  $\tau < T$  的影响, 将时间  $t$  分为两种情况讨论.

**情形 1** 当  $r \in (kT, kT + \tau)$  时, 可得

$$x(r) = x(k) + \int_k^r Ax(s) + g(x(s)) + Bu(k-1)ds,$$

从而

$$\begin{aligned} \|x(r)\| &\leq \|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\| + \\ & \int_{kT}^r \|A\|\|x(s)\| + \|g(x(s))\|ds, \end{aligned}$$

根据 Gronwall 不等式, 可得

$$\begin{aligned} \|x(r)\| &\leq \\ & (\|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\|)e^{(1+\|A\|)(r-kT)}, \end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned} \|x(r)\| &\leq (1 + T\|B\|)\rho_2 e^{T(1+\|A\|)} = \\ & \frac{e^{-T(1+\|A\|)}}{1 + T\|B\|} \rho_1 (1 + T\|B\|) e^{T(1+\|A\|)} = \rho_1, \end{aligned}$$

与假设条件矛盾, 引理成立.

**情形 2**  $r \in [kT + \tau, (k+1)T)$  时, 可得

$$\begin{aligned} x(r) &= \\ x(k) &+ \int_{kT}^r Ax(s) + g(x(s))ds + \\ & \int_{kT}^{kT+\tau} Bu(k-1)ds + \int_{kT+\tau}^{(k+1)T} Bu(k)ds = \\ x(k) &+ \int_{kT}^r Ax(s) + g(x(s))ds + \tau Bu(k-1) + \\ & (T-\tau)B(u(k-1) + K_1x(kT) + K_2u(k-1)) = \\ x(k) &+ \int_{kT}^r Ax(s) + g(x(s))ds + (TB + \\ & (T-\tau)BK_2)u(k-1) + (T-\tau)BK_1x(k), \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \|x(r)\| &\leq \\ \|x(k)\| &+ \int_{kT}^r (1 + \|A\|)\|x(s)\|ds + \\ \|TB + TBK_2\| &\|u(k-1)\| + \|TBK_1\|\|x(k)\| \leq \\ (1 + \|TBK_1\|) &\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\| \\ \|u(k-1)\| &+ \int_{kT}^r (1 + \|A\|)\|x(s)\|ds. \end{aligned}$$

根据 Gronwall 不等式, 可得

$$\|x(r)\| \leq ((1 + \|TBK_1\|)\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\| \|u(k-1)\|)e^{(1+\|A\|)(r-kT)},$$

即

$$\|x(r)\| < \frac{e^{-T(1+\|A\|)}}{1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|} \cdot \rho_1(1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|) \cdot e^{T(1+\|A\|)} = \rho_1.$$

从而  $\|x(r)\| < \rho_1$ , 与假设条件矛盾. 证毕.

**引理 4** 对于任意给定的实数  $\mu > 0$ , 存在一个实数  $\rho > 0$ , 使得当  $\|z(k)\| < \rho$  时, 有

$$\|\sigma(k)\| = \left\| \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-s)} g(x(s)) ds \right\| < \mu \|z(k)\|,$$

其中  $\mu = \mu_1 e^{T\|A\|} \min\{(1 + T\|B\|)e^{T(1+\|A\|)}, (1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|)e^{T(1+\|A\|)}\}$ .

**证** 对于任意给定的  $\mu > 0$ , 则  $\mu_1 > 0$ , 下面分两种情形讨论:

**情形 1** 当  $\mu_1 \geq 1$  时, 从式(3)可以看出, 存在  $\rho_1 > 0, \rho_3 \geq \rho_1 > 0$ , 当  $\|x(t)\| \leq \rho_1$  时,  $\|g(x(t))\| < \|x(t)\| \leq \rho_1$ ;  $\|x\| < \rho_3$  时,  $\|g(x)\| < \mu_1 \|x\|$ . 令

$$\bar{\rho} = \min\left\{ \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|} \rho_1, \frac{e^{-(1+\|A\|)}}{1 + T\|B\|} \rho_1 \right\}.$$

根据上式可知  $\bar{\rho} < \rho_1 \leq \rho_3$ , 从而, 当  $\|z(k)\| < \bar{\rho}$  时,  $\|z(k)\| < \rho_1$ , 从而,  $\|x(k)\| < \rho_1 \leq \rho_3, \|u(k-1)\| < \rho_1 \leq \rho_3, \|g(x)\| < \mu_1 \|x\|$ . 由引理3可得, 当  $\|z(k)\| < \bar{\rho}$  时, 对于  $t \in [kT, (k+1)T]$ ,

$$\|x(t)\| \leq \min\{(\|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\|) \cdot e^{T(1+\|A\|)}, ((1 + \|TBK_1\|)\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\|\|u(k-1)\|) \cdot e^{T(1+\|A\|)}\} < \rho_1 \leq \rho_3.$$

**情形 2** 当  $\mu_1 < 1$  时, 存在  $\rho_3 < \rho_1$ , 使得当  $\|x(t)\| \leq \rho_1$  时,  $\|g(x(t))\| < \|x(t)\| \leq \rho_1$ ;  $\|x\| < \rho_3$  时,  $\|g(x)\| < \mu_1 \|x\|$ . 令

$$\tilde{\rho} = \min\left\{ \frac{e^{-T(\mu_1+\|A\|)}}{1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|} \rho_3, \frac{e^{-T(\mu_1+\|A\|)}}{1 + T\|B\|} \rho_3 \right\}.$$

用类似引理3的证明方法可得, 当  $\|z(k)\| < \tilde{\rho}$  时,  $\|x(k)\| < \tilde{\rho}, \|u(k-1)\| < \tilde{\rho}, t \in [kT, (k+1)T]$  时,

$$\|x(t)\| \leq \min\{(\|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\|)e^{T(\mu_1+\|A\|)}, ((1 + \|TBK_1\|)\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\|\|u(k-1)\|)e^{T(\mu_1+\|A\|)}\} < \rho_3 < \rho_1.$$

由于  $\mu_1 < 1$ , 可得

$$\|x(t)\| \leq \min\{(\|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}, ((1 + \|TBK_1\|)\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}\}.$$

令  $\rho = \min\{\bar{\rho}_1, \tilde{\rho}_1\}$ , 综合情形1和情形2可得如下结论:

当  $\|z(k)\| < \rho, t \in [kT, (k+1)T]$  时,  $\|x(t)\| < \rho_3$ , 且

$$\|x(t)\| \leq \min\{(\|x(k)\| + T\|B\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}, ((1 + \|TBK_1\|)\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}\}.$$

因此, 当  $\|z(k)\| < \rho, t \in [kT, (k+1)T]$  时,

$$\begin{aligned} \|\sigma(k)\| &= \left\| \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-s)} g(x(s)) ds \right\| < \\ &\left\| \int_{kT}^{(k+1)T} \mu_1 e^{A((k+1)T-s)} x(s) ds \right\| < \\ &\mu_1 e^{T\|A\|} \min\{(\|x(k)\| + \\ &T\|B\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}, ((1 + \|TBK_1\|) \cdot \\ &\|x(k)\| + \|TB + TBK_2\|\|u(k-1)\|)e^{T(1+\|A\|)}\} < \\ &\mu_1 e^{T\|A\|} \min\{(1 + T\|B\|)e^{T(1+\|A\|)}, \\ &(1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|)e^{T(1+\|A\|)}\} \cdot \\ &\|z(k)\| < \mu \|z(k)\|, \end{aligned}$$

其中  $\mu = \mu_1 e^{T\|A\|} \min\{(1 + T\|B\|)e^{T(1+\|A\|)}, (1 + \|TBK_1\| + \|TB + TBK_2\|)e^{T(1+\|A\|)}\}$ .

证毕.

**引理 5**<sup>[18]</sup> 针对离散系统(4)所得出的稳定性理论, 针对离散化前的连续系统(2)同样成立.

根据引理5可知, 针对离散化系统所得出的稳定性理论, 对于离散化前的连续系统同样成立.

**定理 1** 对于离散化、线性化后的非线性网络控制系统(7), 如果存在矩阵  $X > 0, \tilde{Q}_1 > 0$  及常数  $\varepsilon > 0$  满足线性矩阵不等式

$$\Pi = \begin{bmatrix} -X & XG^T + MH^T & ME^T & X \\ * & -X + \varepsilon DD^T & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & -\tilde{Q}_1 \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

其中:  $M = XK^T, \tilde{Q}_1 = Q_1^{-1}$ , 则存在  $d > 0$ , 当  $\|z(k_0)\| < d$  时, 式(6)所表示的控制器可使网络控制系统(7)渐近稳定.

**证** 定义李雅普诺夫函数

$$V(z(k)) = z^T(k)Pz(k),$$

根据系统模型(7)可得

$$V(z(k+1)) - V(z(k)) = z^T(k)(G + \Omega + (H + DF(\tau)E)K)^T P(G + (H + \Omega + DF(\tau)E)K)z(k) - z^T(k)Pz(k).$$

令

$$\Psi(k) = z^T(k)(G + (H + DF(\tau)E)K)^T P(G + (H + DF(\tau)E)K)z(k) - z^T(k)Pz(k) + z^T(k)Q_1z(k),$$

则  $\Psi(k) < 0$  等价于

$$\begin{bmatrix} -P + Q_1 & (G + HK + DF(\tau)EK)^T P \\ * & -P \end{bmatrix} < 0.$$

对上式作等价变换, 等式两边左右各乘以

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ * & P^{-1} \end{bmatrix}, \text{ 并令 } X = P^{-1}, \text{ 可得}$$

$$\begin{bmatrix} -X + XQ_1X & X(G + HK + DF(\tau)EK)^T \\ * & -X \end{bmatrix} < 0,$$

即

$$\begin{bmatrix} -X + XQ_1X & XG^T + XK^T H^T \\ * & -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} XK^T E^T \\ 0 \end{bmatrix} F^T(\tau) \begin{bmatrix} 0 & D^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} F(\tau) \begin{bmatrix} EKX & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

根据引理1, 可得

$$\begin{bmatrix} -X + XQ_1X & XG^T + XK^T H^T \\ * & -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon^{-1} XK^T E^T EKX & 0 \\ * & \varepsilon DD^T \end{bmatrix} < 0,$$

从而

$$\Pi = \begin{bmatrix} -X & XG^T + XK^T H^T & XK^T E^T & X \\ * & -X + \varepsilon DD^T & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & -Q_1^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

因此, 当式(12)成立时,  $\Psi(k) < 0$ , 即

$$V(z(k+1)) - V(z(k)) < -z^T(k)Q_1z(k) + 2\Omega^T P(G + \bar{\Gamma}_0(\tau)K)z(k) + \Omega^T P\Omega,$$

从而

$$V(z(k+1)) - V(z(k)) \leq -\lambda_{\min}(Q_1)\|z(k)\|^2 + 2\|\Omega(k)\|\|P(G + \bar{\Gamma}_0(\tau)K)\|\|z(k)\| + \|P\|\|\Omega(k)\|^2.$$

根据引理4, 存在  $\rho > 0$ , 当  $\|z(k)\| < \rho$  时,

$$V(z(k+1)) - V(z(k)) \leq \|z(k)\|^2(-\lambda_{\min}(Q_1) + 2\mu\|P(G + \bar{\Gamma}_0(\tau)K)\| + \mu^2\|P\|) \leq \|z(k)\|^2(-\lambda_{\min}(Q_1) + 2\mu(\|PG\| + \|P\|(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1)\|K\|) + \mu^2\|P\|).$$

取  $\mu_0 > 0$  使  $-\lambda_{\min}(Q_1) + 2\mu_0(\|PG\| + \|P\|(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1)\|K\|) + \mu_0^2\|P\| < 0$ . 根据引理4得, 存在  $\rho_0 > 0$ , 当  $\|z(k_0)\| < \rho_0$  时,  $V(z(k_0+1)) - V(z(k_0)) < 0$ .

取  $d = \sqrt{\frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}}\rho_0 \leq \rho_0$ , 当  $\|z(k_0)\| < d \leq \rho_0$  时,

$$\|z(k_0+1)\| \leq \sqrt{\frac{V(z(k_0+1))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{V(z(k_0))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|z(k_0)\| < \rho_0.$$

因此,  $V(z(k_0+2)) - V(z(k_0+1)) < 0$ .

从而

$$\|z(k_0+2)\| \leq \sqrt{\frac{V(z(k_0+2))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{V(z(k_0+1))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{V(z(k_0))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|z(k_0)\| < \rho_0.$$

用同样的方法递推可得, 对所有的  $k > k_0$ ,  $\|z(k)\| < \rho_0$ .

所以, 存在  $d > 0$ , 当  $\|z(k_0)\| < d$  时,  $V(z(k+1)) - V(z(k)) < 0$ , 网络控制系统(7)渐近稳定.

证毕.

**定理 2** 对于如图1所示的非线性网络控制系统, 考虑均匀量化的情况下, 假设整个系统采用相同的量化器, 即  $|\Delta_i(x(k))| < \delta (i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $|\Delta_j(u(k))| < \delta (j = 1, 2, \dots, m)$ , 令  $\omega_1 = [\delta \ \delta \ \dots \ \delta]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\omega_2 = [\delta \ \delta \ \dots \ \delta]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ . 对于系统模型(11), 如果存在矩阵  $X > 0$ ,  $\tilde{Q}_1 > 0$ ,  $Q_2 > 0$  及常数  $\varepsilon > 0$  满足线性矩阵不等式

$$\Pi = \begin{bmatrix} -X & XG^T + MH^T ME^T & X & X \\ * & -X + \varepsilon DD^T & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & -\tilde{Q}_1 \\ * & * & * & * & -Q_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$1 + \frac{a}{\lambda_{\min}(P)} > 0, \quad (15)$$

其中:  $M = XK^T, \tilde{Q}_1 = Q_1^{-1}$ , 则式(6)所表示的控制器可使网络控制系统(11)一致有界. 并且, 令初始时刻为  $k_0$ 、初始状态为  $z(k_0)$ , 当  $k > k_0$  时,

$$\|z(k)\| \leq \max\left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}, \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|z(k_0)\|\right),$$

其中:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}, \\ a &= -\lambda_{\min}(Q_2), \quad c = \|P\|\|\Delta\|^2, \\ b &= 2\|\Delta^T P G\| + 2\|\Delta^T P\|\left(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1\right)\|K\|. \end{aligned}$$

证 定义函数  $V(z(k)) = z^T(k)Pz(k)$ , 其中  $P > 0$ . 根据系统模型(11), 使用类似定理1的证明方法可得

$$\begin{aligned} V(z(k+1)) - V(z(k)) &< \\ z^T(k)(G + \Omega + \Delta + (H + DF(\tau)E)K)^T P(G + \\ \Delta + \Omega + (H + DF(\tau)E)K)z(k) - z^T(k)Pz(k) &+ \\ 2\Delta^T P(G + \bar{\Gamma}_0(\tau)K)z(k) + \Delta^T P\Delta. &\quad (16) \end{aligned}$$

如果式(14)成立, 则式(12)成立, 根据定理1, 可得存在  $d > 0$ , 当  $\|z(k_0)\| < d$  时,

$$\begin{aligned} V(z(k+1)) - V(z(k)) &< \\ -z^T(k)Q_2 z(k) + 2\Delta^T P(G + \\ \bar{\Gamma}_0(\tau)K)z(k) + \Delta^T P\Delta &\leq \\ -\lambda_{\min}(Q_2)\|z(k)\|^2 + 2\|\Delta^T P(G + \\ \bar{\Gamma}_0(\tau)K)\|\|z(k)\| + \|P\|\|\Delta\|^2, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \|\Delta^T P(G + \bar{\Gamma}_0(\tau)K)\| &\leq \\ \|\Delta^T P G\| + \|\Delta^T P\|\left(\int_0^{T-\tau} e^{As} ds + 1\right)\|K\| &\leq \\ \|\Delta^T P G\| + \|\Delta^T P\|\left(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1\right)\|K\|. \end{aligned}$$

利用引理2, 可得

$$\begin{aligned} \|\Delta\| &= \\ \left\| \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau)\Delta(u(k)) + \Gamma_1(\tau)\Delta(u(k-1)) \\ 0 \end{bmatrix} \right\| &+ \\ \left\| \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau) \\ I \end{bmatrix} K_1 \Delta(x(k)) \right\| &\leq \\ \int_0^T e^{As} ds \|\omega_2\| + \left(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1\right)\|K_1 \omega_1\|. &\quad (17) \end{aligned}$$

因此,

$$\begin{aligned} V(z(k+1)) - V(z(k)) &\leq a\|z(k)\|^2 + b\|z(k)\| + c, \\ \text{其中: } a &= -\lambda_{\min}(Q_2), \quad b = 2\|\Delta^T P G\| + 2\|\Delta^T P\| \cdot \\ \left(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1\right)\|K\|, \quad c &= \|P\|\|\Delta\|^2. \end{aligned}$$

$$\text{令 } \sigma_0 = \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}, \text{ 当 } \sigma \geq \sigma_0 \text{ 时,}$$

$$\frac{a}{\lambda_{\min}(P)}\sigma^2 + b\frac{\sigma_1}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} + c \leq 0. \quad (18)$$

当  $\|z(k_0)\| \leq \frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}$  时, 令  $\sigma = \sigma_0$ ; 当  $\|z(k_0)\| > \frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}$  时, 令  $\sigma = \sqrt{\lambda_{\max}(P)}\|z(k_0)\|$ , 则  $\sigma \geq \sigma_0$ , 从而

$$V(z(k_0)) \leq \lambda_{\max}(P)\|z(k_0)\|^2 \leq \sigma^2. \quad (19)$$

由于

$$\begin{aligned} V(z(k_0+1)) &\leq \\ V(z(k_0)) + a\|z(k_0)\|^2 + b\|z(k_0)\| + c &\leq \\ \left(1 + \frac{a}{\lambda_{\min}(P)}\right)V(z(k_0)) + b\sqrt{\frac{V(z(k_0))}{\lambda_{\min}(P)}} + c, \end{aligned}$$

根据式(15)及  $b > 0$ , 可得

$$V(z(k_0+1)) \leq \left(1 + \frac{a}{\lambda_{\min}(P)}\right)\sigma^2 + b\frac{\sigma}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} + c.$$

由于  $\sigma \geq \sigma_0$ , 结合式(16)中关于  $\sigma_0$  定义, 得

$$\begin{aligned} V(z(k_0+1)) &\leq \\ \left(1 + \frac{a}{\lambda_{\min}(P)}\right)\sigma^2 + b\frac{\sigma}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} + c &\leq \sigma^2. \end{aligned}$$

用同样的方法递推, 可得  $k > k_0$  时,  $V(z(k)) \leq \sigma^2$ , 从而

$$\|z(k)\| \leq \sqrt{\frac{V(z(k))}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \frac{\sigma}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}.$$

对  $\forall \alpha > 0, \|z(k_0)\| \leq \alpha$  时, 存在与  $k_0$  无关的

$$\beta(\alpha) \leq \max\left\{\frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}, \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\alpha\right\},$$

使得系统(11)的解  $\|z(k, k_0, z(k_0))\| \leq \beta(\alpha), k > k_0$ , 根据定义1可知系统(11)一致有界. 证毕.

#### 4 仿真及结果分析(Simulation and result analysis)

考虑非线性系统  $\dot{x}(t) = 0.1x^2 + 0.1x$ , 采用文中线性化的方法进行线性化, 可得线性化后的结果  $\dot{x}(t) = Ax + g(x)$ , 其中:  $A = 0.1, g(x) = 0.1x^2$ , 非线性项满足  $\lim_{x(t) \rightarrow 0} \frac{\|g(x(t))\|}{\|x(t)\|} = 0$ . 网络控制系统的采样周期为  $T = 0.5$  s, 网络控制系统总时延小于一个采样周期, 即  $\tau < 0.5$  s, 根据网络控制系统模型(7), 计算可得  $z(k+1) = (G + (H + DF(\tau)E)K)z(k) + \Omega$ , 其中:

$$G = \begin{bmatrix} 1.0513 & 0.5127 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0.2532 \\ 1.0000 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.2596 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

通过定理1, 求解线性矩阵不等式(12)可求得

$$P = \begin{bmatrix} 0.3290 & 0.1554 \\ 0.1554 & 0.3221 \end{bmatrix}, Q_1 = \begin{bmatrix} 15.3250 & 0 \\ 0 & 15.3250 \end{bmatrix},$$

从而, 控制器中待确定项

$$K = [-0.7582 \quad -1.0380],$$

存在  $\mu_0 = 2.6644$  满足

$$-\lambda_{\min}(Q_1) + 2\mu_0(\|PG\| + \|P\|(\int_0^T e^{\|A\|s} ds + 1)\|K\|) + \mu_0^2\|P\| < 0.$$

取  $d = 0.1130$ , 当  $z(k_0) < d$  时, 网络控制系统渐近稳定, 图2绘制了被控对象状态曲线.

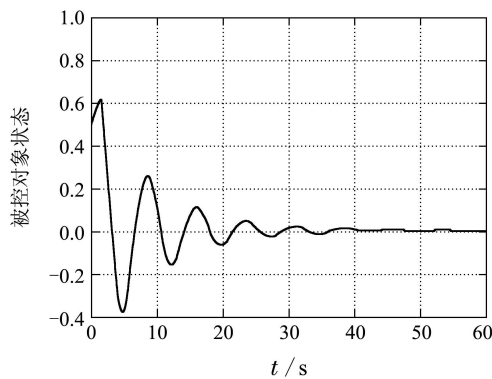


图 2 不考虑量化的被控对象状态曲线

Fig. 2 State of networked control systems without quantizer

考虑系统中存在均匀量化器, 取  $\delta = 0.01$ , 根据定理2可求得  $K = [-0.4054 \quad -0.7365]$ , 图3绘制了被控对象状态曲线. 从图3可看出, 网络控制系统无法达到稳定, 其状态在一个范围内震荡. 系统最终收敛在一定的范围内, 从定理2可以看出, 被控系统最终收敛上界随着与量化误差上界的减小而减小, 成一种近似的线性关系, 图4绘制了  $\delta = 0.01$  和  $\delta = 0.1$  时被控对象状态的曲线, 从中可以看出量化误差越大, 系统收敛情况越差. 在实际应用中, 可根据实际需求来设计量化器的最大量化误差(可以据此设计量化器和编码器). 特别地, 当误差  $\delta = 0$  时, 系统退化为不含量化器的网络控制系统, 即定理1中的结论.

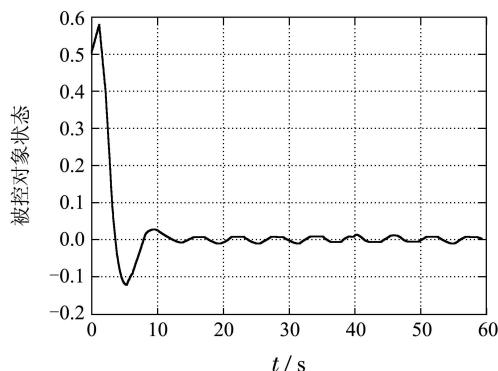


图 3 考虑量化的被控对象状态曲线

Fig. 3 State of networked control systems with quantizer

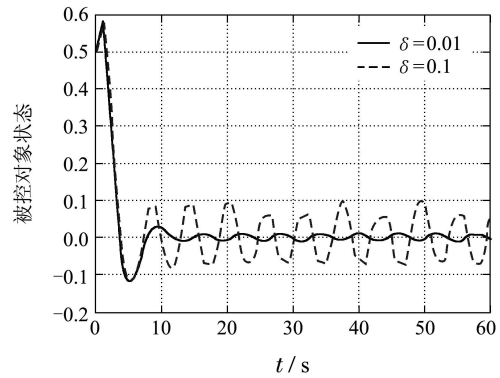


图 4 不同的量化误差的被控对象状态曲线

Fig. 4 State of networked control systems with different quantized error

参考文献(References):

- [1] 肖小庆, 周磊, 陆国平. 带随机时延的非线性网络控制系统的输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 1023 – 1025. (XIAO Xiaoqing, ZHOU Lei, LU Guoping. Feedback stabilization of nonlinear networked control systems with random delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(9): 1023 – 1025.)
- [2] GAO H J, CHEN T W. A new approach to quantized feedback control systems [J]. *Automatica*, 2008, 44(2): 534 – 542.
- [3] 彭晨, 岳东, 彭丽萍. 网络控制中基于LMI的次优化允许等价时滞界研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(2): 369 – 387. (PENG Chen, YUE Dong, PENG Liping. Study of suboptimal allowable equivalent delay bound in networked control systems based on LMI [J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(2): 369 – 387.)
- [4] 邱占芝, 张庆灵, 杨春雨. 基于广义系统的网络控制系统的分析与建模[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2005, 26(5): 409 – 412. (QIU Zhanzhi, ZHANG Qingling, YANG Chunyu. Analysis and modeling of networked control systems based on descriptor system [J]. *Journal of Northeastern University (Natural & Science)*, 2005, 26(5): 409 – 412.)
- [5] 戴建国, 崔宝同. 不确定非线性网络化系统的鲁棒  $H_\infty$  控制[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(11): 1651 – 1659. (DAI Jianguo, CUI Baotong. Robust  $H_\infty$  control of nonlinear networked systems with uncertainty [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(11): 1651 – 1659.)
- [6] 关守平, 应婷. 基于极点配置与时延误差补偿的网络控制系统预测控制[J]. 信息与控制, 2009, 38(1): 37 – 42. (GUAN Shouping, YING Ting. Predictive control for network control system based on pole placement and time-delay error compensating [J]. *Information and Control*, 2009, 38(1): 37 – 42.)
- [7] WONG P W. Quantization Noise, fixed-point multiplicative roundoff noise, and dithering [J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech, and Signal Processing*, 1990, 38(2): 286 – 300.
- [8] PARK P, CHOI Y J, YUN S W. Eliminating effect of input quantization in linear systems [J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(7): 456 – 457.
- [9] HOU L, MICHEL A N, YE H. Some qualitative properties of sampled-data control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(12): 1721 – 1725.
- [10] YU H W, WANG Z M, DAI H H. Floating-quantization effects on sampled-data nonlinear control systems [C] // *Proceedings of the 8th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. Kongming, China: IEEE, 2004: 1669 – 1673.
- [11] FU M Y, XIE L H. The sector bound approach to quantized feedback control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1698 – 1711.



- [12] ELIA N, MITTER S K. Stabilization of linear systems with limited information [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(9): 1384 – 1400.
- [13] LIBERZON D, NESIC D. Input-to-state stabilization of linear systems with quantized state measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(2): 767 – 781.
- [14] 陈宁, 翟贵生, 桂卫华, 等. 不确定关联网系统分散 $H_\infty$ 量化控制 [J]. 控制与决策, 2010, 25(1): 59 – 63.  
(CHEN Ning, ZHAI Guisheng, GUI Weihua, et al. Decentralized  $H_\infty$  quantized control for uncertain interconnected networked systems [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(1): 59 – 63.)
- [15] 廖晓昕. 稳定性的理论、方法和应用 [M]. 武昌: 华中科技大学出版社, 1999.  
(LIAO Xiaoxin. *Theory Methods and Application of Stability* [M]. Wuchang: Huazhong University of Science and Technology Press, 1999.)
- [16] 龚文振, 梁家荣. 离散微分代数系统的有界性及周期解的存在性 [J]. 桂林工学院学报, 2005, 25(2): 259 – 262.  
(GONG Wenzhen, LIANG Jiarong. Boundary and existence of periodic solution to discrete differential algebraic systems [J]. *Journal of Guilin University of Technology*, 2005, 25(2): 259 – 262.)
- [17] GUANGMING X, LONG W. Stabilization of networked control systems with time-varying network-induced delay [C] // *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Bahamas, Paradise Island: IEEE: 2004: 14 – 17.
- [18] XIE L, XIE L H. Stability analysis of networked sampled-data linear systems with markovian packet losses [J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1368 – 1374.

#### 作者简介:

刘俊豪 (1979–), 男, 博士, 目前研究方向为网络控制系统, E-mail: liu-jun-hao@163.com;

张皓 (1979–), 女, 博士, 副教授, 研究领域为网络控制系统、复杂网络, E-mail: zhang\_hao@tongji.edu.cn;

陈启军 (1966–), 男, 博士, 教授, 研究领域为机器人控制与智能控制, E-mail: qjchen@mail.tongji.edu.cn.